



طراحی آیرودینامیکی دیفیوزر تقارن محوری با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش طراحی معکوس گلوله-اسپاین

مه‌دی نیلی احمدآبادی^{۱*} و سید نوید صمدی واقفی^۲

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بوفالو، نیویورک، آمریکا

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۱/۰۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۰۸/۰۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۱۱/۰۹

چکیده

در تحقیق حاضر، طراحی آیرودینامیکی یک دیفیوزر تقارن محوری به کمک ترکیب حل کننده معادلات لایه مرزی، الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک و پیاده‌سازی روش طراحی معکوس گلوله-اسپاین صورت می‌گیرد. با ترکیب کد عددی حل معادلات لایه مرزی با الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، توزیع فشار دیواره دیفیوزر بگونه ای حاصل می‌شود که ماکزیمم بازیابی فشار بدون جدایش جریان حاصل گردد. بمنظور ارزیابی صحت عملکرد کد لایه مرزی توسعه داده شده، مقادیر عددی با نتایج تحلیلی بلازیوس و هوارت مقایسه می‌گردد. سپس، توزیع فشار بهینه شده به عنوان «توزیع فشار هدف» برای طراحی معکوس انتخاب می‌شود تا به وسیله آن هندسه متناظر با توزیع فشار بهینه، که همان هندسه بهینه می‌باشد، بدست آید. برای انجام پروسه طراحی معکوس، الگوریتم طراحی معکوس گلوله-اسپاین بعنوان الگوریتم اصلاح هندسه با نرم افزار فلونتت بعنوان حل کننده جریان ترکیب می‌شود. پیاده سازی این روش توسط برنامه نویسی در نرم‌افزار فلونتت صورت می‌گیرد. پس از اطمینان از صحت عملکرد و کارایی روش پیشنهادی طراحی معکوس، تاثیر کمی این روش در بهبود کارایی یک دیفیوزر تقارن محوری بررسی می‌شود. نتایج شبیه سازی عددی دیفیوزر بهینه شده نشان می‌دهد ضریب بازیابی فشار بطور قابل توجهی افزایش یافته است.

کلمات کلیدی: دیفیوزر آیرودینامیکی؛ الگوریتم ژنتیک؛ طراحی معکوس؛ گلوله-اسپاین؛ لایه مرزی.

Aerodynamic design of axisymmetric diffuser via genetic algorithm and ball spine inverse design method

M. Nili-Ahmadabadi^{1,*} and N. Samadi Vaghefi²

¹ Assis. Prof., Mech. Eng., Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

² Ph.D. Student, Mech. Eng., Buffalo University, New York, USA

Abstract

In this research, an aerodynamic design of axisymmetric diffuser is performed via linking a solver of boundary layer equations, Genetic Algorithm and Ball Spine inverse design algorithm (BSA). A numerical boundary layer code is incorporated to the genetic algorithm to reach an optimum pressure distribution on the diffuser wall in such a way that maximum pressure recovery is obtained without separation. To validate the developed boundary layer code, the calculated quantities are compared with Blasius and Howart's analytical results. Then, the optimized pressure distribution is considered as the "target pressure distribution" for the inverse design algorithm to find out the relevant optimum geometry. For inverse design, Ball-Spine algorithm as the geometry modification algorithm is compined by the Fluent software as the flow solver. Implementation of this combination is completed through User Defined Function (UDF) feature of Fluent. Having examined the performance of the proposed inverse design method, quantitative effect of this method on the performance improvement of an axisymmetric diffuser is studied. The numerical results of the optimized diffuser shows that its pressure recovery coefficient has been increased considerably.

Keywords: Aerodynamic diffuser; Genetic algorithm; Inverse design; Ball-spine; Boundary layer.

۱- مقدمه

از عمده ترین فعالیتها در زمینه طراحی مجاری، بهینه سازی هندسه مجاری جهت حصول به شرایط هیدرودینامیکی بهینه مورد نظر را می توان نام برد. از موارد کاربرد این طراحی ها به منیفولدها در موتورهای احتراق داخلی، نازلها، دیفیوزرها و پره ها در توربینها و کمپرسورها اشاره کرد. مسائل طراحی شکل بهینه، شامل دینامیک سیالات محاسباتی و الگوریتمهای طراحی می باشد و محدودیتها و هزینه های محاسباتی را میتوان چالشهای اصلی پیش روی روشهای طراحی به شمار آورد. یکی از روشهای طراحی شکل بهینه کانالها، روش طراحی معکوس است که در آن، شکل مرزها مجهول و توزیع فشار بهینه شده در راستای مرزها معلوم می باشد.

مسائل مربوط به طراحی شکل مرزی به دو روش حل می گردد: غیر تکراری (کوپل یا مستقیم) و تکراری (غیر کوپل). در روش حل مستقیم، شکلی از فرمولاسیون مسئله مورد استفاده قرار می گردد که در آن مختصات نقاط مرزی به صورت متغیرهای وابسته (صریح یا ضمنی) در معادله دیفرانسیل حاکم ظاهر می گردد [۱]. به عبارت بهتر متغیرهای جریان و هندسه بصورت کوپل در می آیند. ایده حل مسائل تحلیلی و طراحی فقط با یک فرمولاسیون نتیجه طبیعی فلسفه طراحی مستقیم جدید است. این ایده توسط ریت بی^۱ [۲] در زمینه جریانات سطحی آزاد مطرح گردید. اینکار شروع اصلی بر ایده طراحی مستقیم بکار گرفته شده در کار اشرفی زاده [۳] بوده است. فدک [۴]، این روش را برای طراحی کانالها بر اساس معادلات اویلر در رژیمهای مادون صوت و مافوق صوت توسعه داد.

در روش های تکراری، متغیرهای جریان و پارامترهای هندسی در فرایند حل از یکدیگر مستقل است. روش های تکراری با یک حدس اولیه شروع می شوند سپس مسئله تحلیلی متناظر حل می گردد و تصحیح شکل انجام می پذیرد و این کار تا زمان رسیدن به همگرایی (که عموماً به شکل اختلاف بین توزیع فشار سطح و توزیع فشار هدف است) ادامه می یابد [۵]. نیلی یک روش طراحی معکوس دو بعدی بنام الگوریتم ریسمان انعطاف پذیر برای رژیمهای

جریان داخلی ارائه کرد. او این روش را برای جریانهای تراکم پذیر ایده ال مادون صوت [۶] و مافوق صوت [۷] و همچنین جریانهای تراکم ناپذیر لزج [۸] توسعه داد. اخیراً نیلی یک روش جدید طراحی معکوس بنام الگوریتم گلوله-اسپاین برای طراحی مجاری تقارن محوری ارائه کرده است [۹]. او از این روش برای طراحی شبه سه بعدی پروانه کمپرسور گریز از مرکز بهره برد [۱۰]. در این تحقیق، الگوریتم جدید گلوله-اسپاین توسط برنامه نویسی در نرم افزار فلونت با آن ترکیب شده و فرایند حل جریان و اصلاح هندسه در نرم افزار صورت میگیرد. استفاده از نرم افزار فلونت بعنوان حل کننده جریان باعث میشود، مسائل طراحی معکوس به یک مسئله قابل دسترس عموم مهندسان تبدیل شود. به این ترتیب، طراحی در هر رژیم جریان و به ازای هر دو نوع شبکه سازمان یافته و بی سازمان قابل انجام می باشد. علاوه بر این، استفاده از شبکه های بی سازمان در طراحی معکوس موضوعی است که برای طراحی هندسه های پیچیده جذابیت دارد.

در این تحقیق نشان داده می شود که در مجاری آیرودینامیکی، بهینه سازی هندسه دیواره مجرا معادل با بهینه کردن توزیع فشار وارد بر دیواره می باشد. به منظور محاسبه توزیع فشار بهینه، معادلات جریان لایه مرزی در حضور گرادیان فشار مورد استفاده قرار می گیرد. با کمک الگوریتم بهینه سازی ژنتیک، که روشی تصادفی با قابلیت انجام محاسبات در فضاهای پیوسته و گسسته با متغیرهای مقید و یا نامقید در فضاهای یک بعدی و چند بعدی است، توزیع فشار به نحوی بدست می آید که بیشینه افزایش فشار بدون ایجاد جدایش در جریان حاصل گردد. بدیهی است این شرط معادل دستیابی به بیشینه بازیابی فشار در یک مجرای آیرودینامیکی بدون جدایش جریان می باشد. برای حل عددی معادلات لایه مرزی از روش کلر^۲ [۱۲] استفاده شده است که علاوه بر دقت بالا (مرتباً دو)، از سرعت بالایی در حل عددی برخوردار است. برای بررسی صحت عملکرد کد لایه مرزی از مقایسه مقادیر عددی با نتایج تحلیلی بلازیوس و هوارت استفاده شده است. توزیع فشار بهینه شده، به عنوان «توزیع فشار هدف» برای طراحی معکوس انتخاب می شود تا به وسیله آن هندسه متناظر با توزیع فشار بهینه که همان

¹ Raithby² Keller

تبدیل خواهند شد. بکارگیری این روش باعث کاهش هزینه محاسباتی می‌شود زیرا تعداد نقاط محاسباتی در راستای جریان کاهش می‌یابد و دامنه حل عددی به نقاط داخل لایه مرزی محدود می‌گردد. با این وجود، این روش از دقت بسیار بالایی برخوردار است. لازم به ذکر است که روش حل مورد استفاده، به نام حل غیر تشابهی نیز نامیده می‌شود. در این روش با تعریف متغیر تشابهی η مانند رابطه ۵ و در نظر گرفتن تابع جریان بدون بعد f به شکل تابعی از η و X ، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$\eta = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}} \quad (5)$$

$$\psi(x, y) = \sqrt{u_e \nu x} f(x, \eta) \quad (6)$$

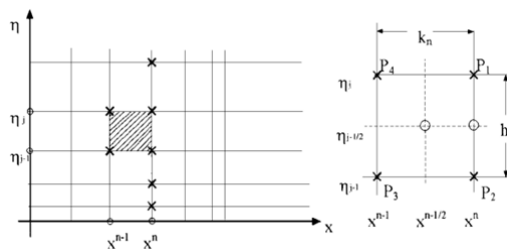
معادلات پیوستگی و مومنتم و شرایط مرزی آنها را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$(bf'')' + \frac{m+1}{2} ff'' + m[1 - (f')^2] = x \left(f' \frac{\partial f'}{\partial x} - f'' \frac{\partial f}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$\eta = 0, \quad f = f_w = -\frac{1}{\sqrt{u_e \nu x}} \int_0^x v_w dx, \quad f' = 0 \quad (8)$$

$$\eta = \eta_e, \quad f' = 1$$

برای حل معادلات ۷ و ۸ به روش جعبه کله، که یک روش تفاضل محدود دو نقطه‌ای است، ابتدا با تعریف توابع جدید برای بیان مشتقات f نسبت به η ، آنها را به شکل یک سیستم مرتبه اول درآورده معادلات مرتبه اول روی یک شبکه دلخواه مستطیلی مانند شکل ۱ به دست خواهند آمد.



شکل ۱- شبکه مستطیلی برای تقریب تفاضل محدود

معادلات بدست آمده که سیستمی غیر خطی و صریح است به روش نیوتن خطی سازی و در نهایت به روش حذفی حل می‌گردد.

هندسه بهینه می‌باشد حاصل شود. همچنین، از روش گلوله-اسپاین که یک روش تکراری است برای طراحی معکوس استفاده می‌شود [۹]. برای نشان دادن تاثیر کمی این روش در بهبود کارایی مجاری آیرودینامیکی، افزایش ضریب فشار در یک دیفیوزور پس از بهینه کردن توزیع فشار نسبت به توزیع فشار خطی (معادل با دیفیوزور مخروطی) نشان داده می‌شود.

۲- حل عددی معادلات لایه مرزی آرام به روش غیر تشابهی

در این بخش، معادلات حاکم بر لایه مرزی جریان آرام و روش حل عددی و ارزیابی نتایج حل ارائه میشود.

معادله پیوستگی عبارتست از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتم در راستای X به شکل زیر خواهد بود:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

معادله مومنتم در راستای Y برای جریان لایه مرزی به

شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

شرایط مرزی حاکم برای حل معادلات فوق عبارت اند از:

$$\begin{aligned} y=0 & \longrightarrow u=v=0 \\ y \rightarrow \infty & \longrightarrow u=U \end{aligned} \quad (4)$$

حل معادلات دیفرانسیلی لایه مرزی به روش‌های مختلفی صورت می‌پذیرد که از رایج ترین آنها می‌توان به روش‌های کرنک نیکلسون^۱ [۱۱] و کله [۱۲] اشاره کرد. از آنجا که روش کله دارای مزایای قابل توجهی نسبت به روش دیگر می‌باشد، در این مطالعه برای حل معادلات لایه مرزی برای جریان دوبعدی تراکم ناپذیر، این روش مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۳].

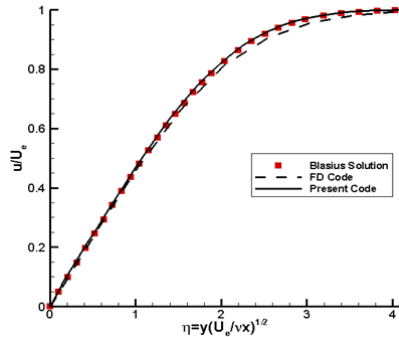
معادلات فوق را می‌توان به کمک تابع جریان ψ به صورت یک معادله مرتبه سوم حل نمود. بدین منظور، با استفاده از مختصات تغییر شکل یافته به وسیله متغیرهای تشابهی، معادلات به شکل مناسب تری برای حل عددی

¹ Crank Nicholson

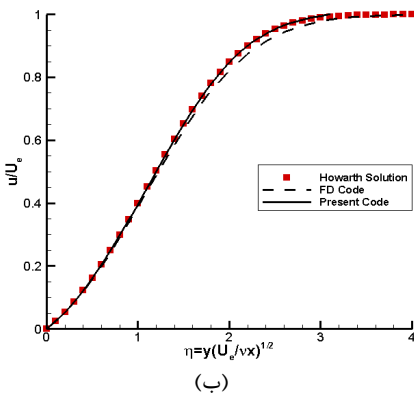
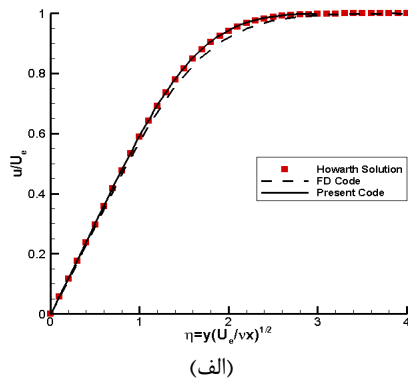
۳- ارزیابی عملکرد کد محاسباتی جریان لایه مرزی آرام

کد محاسباتی توسعه یافته در محیط نرم افزار متلب، قابلیت حل جریان در لایه مرزی آرام در حضور و یا عدم حضور گرادیان فشار را دارا می‌باشد. یکی از مزایای این روش آن است که دامنه حل معادلات محدود به لبه لایه مرزی می‌باشد و بنابراین شبکه محاسباتی محدود به داخل لایه مرزی می‌باشد. این موضوع در شکل‌های ۲ الف و ۲ ب که نشان دهنده یک نوع شبکه محاسباتی تولیدی توسط این کد است، مشخص می‌باشد.

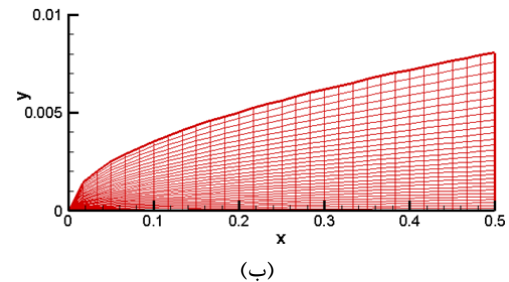
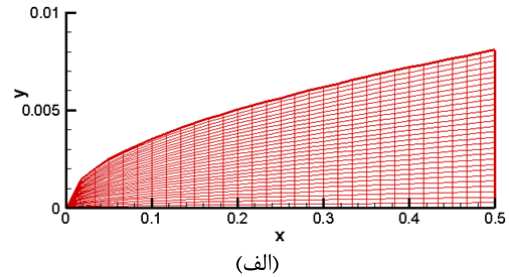
حالت وجود گرادیان فشار نیز صادق است. شکل‌های ۴ الف و ۴ ب نشان دهنده این مطلب می‌باشند.



شکل ۳- مقایسه کد لایه مرزی با حل تحلیلی بلازیوس و کد FD بدون گرادیان فشار



شکل ۴- مقایسه کد لایه مرزی با حل تحلیلی هوارت و کد FD در حضور گرادیان فشار (الف) پروفیل سرعت در $x^* = 0.025$ (ب) پروفیل سرعت در $x^* = 0.100$

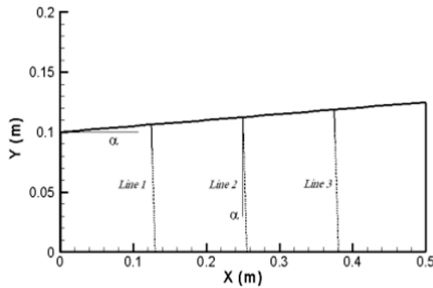


شکل ۲- (الف) شبکه محاسباتی بدون نسبت تراکم (ب) شبکه محاسباتی با نسبت تراکم

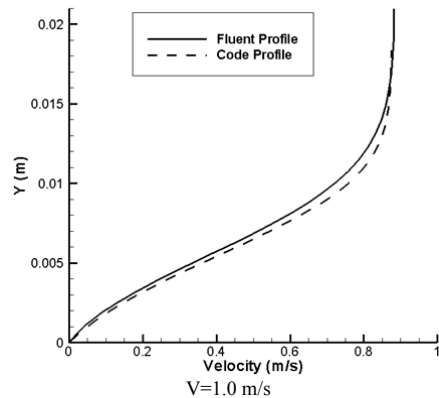
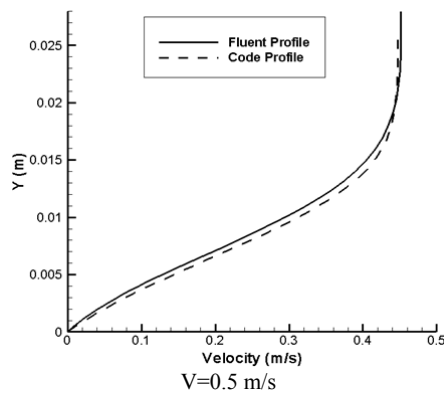
برای ارزیابی دقت محاسبات، پروفیل‌های سرعت با نتایج تحلیلی بلازیوس و هوارت و نیز نتایج حاصله از کد دیگری که برای حل معادلات از روش تفاضل محدود کرنک نیکلسون استفاده می‌کند (FD Code)، مقایسه شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، کد محاسباتی، بدون حضور گرادیان فشار تطابق بسیار خوبی با حل تحلیلی بلازیوس دارد و نسبت به کد تفاضل محدود به روش کرنک نیکلسون دقت بالاتری دارد. این موضوع در

دیفیوزر تحلیل شده) اعمال شده است. برای بررسی یکسان بودن رفتار لایه مرزی در دو حالت بیان شده، پروفیل سرعت-ها در امتداد سطوح در سه مقطع $L/4$ ، $2L/4$ و $3L/4$ (شکل ۷) مورد مقایسه قرار گرفته است. در شکل ۸ این مقایسه برای مقطع ۳ که دارای ضخامت لایه مرزی بیشتری نسبت به دو مقطع اول است، نشان داده شده است.

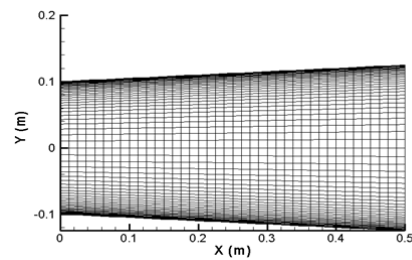


شکل ۷- مقاطع مختلف در دیفیوزر تحلیل شده برای مقایسه پروفیل‌های سرعت

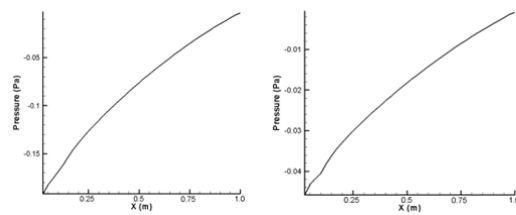


شکل ۸- مقایسه پروفیل‌های سرعت در مقطع ۳ به ازای دو سرعت ورودی مختلف

از آنجا که هدف اصلی این تحقیق طراحی بهینه یک دیفیوزر است، حل معادلات لایه مرزی باید روی دیواره‌های یک دیفیوزر انجام بگیرد. لذا، لازم است از عملکرد کد لایه مرزی در مجاورت دیواره‌های یک دیفیوزر نیز اطمینان حاصل شود. توجه شود که در طراحی معکوس، انحناء و زاویه واگرایی دیواره مجهول و در عوض گرادیان فشار معلوم می‌باشد. در اینجا، اثر انحناء و زاویه واگرایی دیواره دیفیوزر، به شکل گرادیان فشار اعمالی بر صفحه تخت جایگزین می‌گردد. بعبارت دیگر، انحناء دیواره باعث گرادیان فشار روی دیواره می‌شود که معادل آنست که روی صفحه تخت گرادیان فشار بصورت یک نیروی اجباری در نظر گرفته شود. با انجام این جایگزینی، میتوان توزیع فشار وارد بر جریان روی صفحه‌ای تخت را بگونه‌ای بهینه کرد که به ماکزیمم بازیابی فشار بدون ایجاد جدایش دست یافت. برای این منظور، ابتدا، جریان داخل یک دیفیوزر (شکل ۵) مورد تحلیل عددی توسط فلونتنت قرار گرفته و توزیع فشار وارد بر دیواره آن، برای دو سرعت ورودی مختلف استخراج شده و در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۵- هندسه دیفیوزر انتخاب شده برای بررسی صحت عملکرد روش استفاده شده طراحی بهینه



شکل ۶- توزیع فشار روی دیواره دیفیوزر در دو سرعت مختلف

این توزیع فشار بصورت اجباری بر جریان لایه مرزی صفحه تخت (با سرعت ورودی و طول برابر با جریان داخل

پروفیل توزیع فشار مفروض به ازای مقدار ورودی P_1 حل می‌گردد. اگر جریان در لایه مرزی دچار جدایی نشود، مقدار خروجی تابع هدف P_1 است. اما اگر به ازای ورودی P_1 ، جدایش حاصل شود، مقداری بزرگ و مثبت (در کد بهینه سازی این مقدار ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است) به خروجی تابع هدف اختصاص داده می‌شود تا بدین وسیله مقدار تابع هدف از مقدار بهینه (کمینه) فاصله گیرد. با انجام این کار، بعد از فرآیند بهینه سازی مقدار بهینه شده تابع هدف (P_1) کمترین مقدار است. در نتیجه، P_1 مقدار بیشینه را دارد و حداکثر افزایش فشار بدون ایجاد جدایی در جریان حاصل شده است. در بخش پایانی، توزیع فشار بهینه مربوط به یک دیفیوزر بدست می‌آید. پس از بدست آوردن توزیع فشار بهینه، لازم است هندسه متناظر با آن با استفاده از روش طراحی معکوس بدست آید.

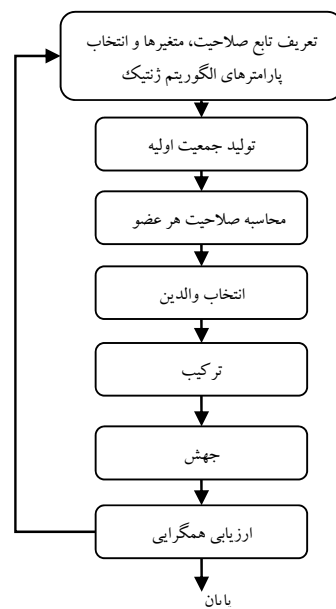
۵- مبنای طراحی معکوس

در الگوریتم طراحی گلوله-اسپاین، دیواره مجهول مجرا از تعدادی گلوله فرضی با جرم مشخص تشکیل شده که میتوانند آزادانه در راستاهای مشخصی که اسپاین نامیده میشود، جابجا شوند. عبور جریان از داخل مجرا باعث میشود یک توزیع فشار (موجود) به سطح تر شده مجرا اعمال شود. اگر یک توزیع فشار هدف به سطح بیرونی دیواره مجرا اعمال شود، منطقی است که دیواره انعطاف‌پذیر طوری تغییر شکل دهد که توزیع فشار روی سطح تر شده، همان توزیع فشار هدف شود. بعبارت دیگر، نیروی ناشی از اختلاف بین توزیع فشار موجود و هدف در هر نقطه از دیواره به گلوله فرضی متناظر در آن نقطه اعمال میشود و باعث جابجائی آن میشود. به محض اینکه شکل مطلوب حاصل شود، اختلاف فشار به صفر رسیده و باعث توقف گلوله‌ها میشود. اگر گلوله‌ها در راستای نیروی اعمال شده جابجا شوند، ممکن است گلوله‌های مجاور به هم برخورد کنند و یا از یکدیگر دور شوند. برای جلوگیری از این مشکل، هر گلوله در کل فرایند جابجائی فقط در یک راستای مشخص بنام اسپاین میتواند حرکت کند. همانطوری که در شکل ۱۰ مشاهده می‌گردد اسپاین‌ها بصورت خطوط عمودی در نظر گرفته شده‌اند بطوریکه که دو گلوله با مختصات افقی یکسان روی دو دیواره را به هم متصل میکنند. بعبارت دیگر، طول افقی مجرا در

به این ترتیب، اگر کد لایه مرزی توسعه یافته با الگوریتم بهینه سازی ترکیب شود و ماکزیمم بازیابی فشار بدون جدایش بعنوان تابع هدف الگوریتم بهینه سازی در نظر گرفته شود، توزیع فشار بهینه برای یک دیفیوزر حاصل میشود، که با کمک طراحی معکوس ارائه شده در بخشهای بعدی می‌توان هندسه بهینه متناظر با آن را بدست آورد.

۴- الگوریتم بهینه سازی ژنتیک

در این بخش، با توجه به خصوصیات تابع هدف، بهینه سازی توزیع فشار هدف توسط الگوریتم ژنتیک انجام می‌شود. روش بهینه سازی الگوریتم ژنتیک یک روش تصادفی با قابلیت انجام محاسبات در فضاهای پیوسته و گسسته با متغیرهای مقید و یا نامقید در فضاهای یک بعدی و چند بعدی می‌باشد. در شکل ۹ فلوجارت الگوریتم ژنتیک نشان داده شده است.



شکل ۹- چرخه یک الگوریتم ژنتیک

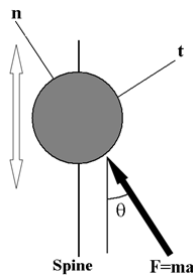
از آنجاکه الگوریتم ژنتیک استفاده شده مقدار کمینه تابع هدف را جستجو می‌کند، تعریف تابع هدف به نحوی انجام می‌پذیرد که مقدار بهینه نقطه کنترل، کمترین مقدار تابع هدف را نتیجه دهد. برای این منظور تابع هدف به شکل $f(P_1)$ تعریف می‌شود که در داخل آن، جریان لایه مرزی با

اگر (ρ) چگالی سطحی دیواره تعریف شود، رابطه زیر بدست می آید

$$\Delta y = \frac{1}{2} \frac{\Delta P \cdot A \cdot \cos \theta}{\rho A} (\Delta t)^2 = \frac{(\Delta t)^2}{2\rho} \Delta P \cos \theta \quad (11)$$

در این رابطه (Δt) فاصله زمانی برای جابجایی گلوله‌ها در یک تغییر شکل است. پارامتر $(\Delta t^2/\rho)$ پارامتر تنظیمی برای نرخ همگرایی الگوریتم گلوله و اسپاین میباشد. هر چقدر این مقدار کوچکتر باشد، نرخ همگرایی کندتر خواهد بود. البته در صورتیکه مقدار $(\Delta t^2/\rho)$ از حدی بیشتر شود، حل واگرا میشود.

مقدار چگالی سطحی در تمامی گلوله‌های دیواره یک کانال مقدار ثابتی است. لذا، از رابطه فوق نتیجه می‌شود که اگر اعمال تغییرات فشار در تمام گلوله‌ها و در تمام تکرارها در یک زمان ثابت انجام پذیرد (زمان بین هر اصلاح هندسه) جابجایی گلوله‌ها با مقدار اختلاف فشار اعمال شده مطابق رابطه ۱۲ رابطه خطی دارد.



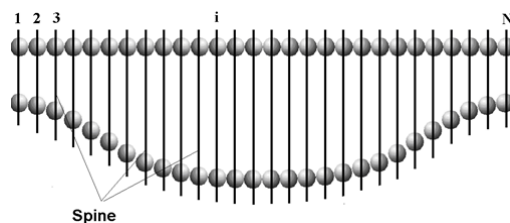
شکل ۱۱- نیروی اعمالی بر یک گلوله متعلق به دیواره

$$\Delta y = C \Delta P \quad (12)$$

$$C = \frac{\Delta t^2}{2\rho} \cos \theta \quad (13)$$

رابطه ۱۲ برای اصلاح هندسه به شکل تابعی از فشار، رابطه‌ای مناسب است. مقدار ΔP در این رابطه در موقعیت هر گلوله برابر با اختلاف بین توزیع فشار محاسبه شده جریان در موقعیت آن گلوله و توزیع فشار هدف در همان موقعیت می‌باشد. در الگوریتم طراحی معکوس گلوله-اسپاین، یک مقطع از مجرا لازم است ثابت و بدون حرکت باشد تا همگرایی حاصل شود. در این پژوهش مقطع ورودی مجرا ثابت در نظر گرفته می‌شود. برای این منظور، مقادیر فشار (فشار محاسبه شده و فشار هدف) در رابطه ۱۲ نسبت به فشار مقطع ورودی

فرایند تغییر شکل ثابت می‌ماند. در مسائل طراحی معکوس برای یکتا بودن جواب، لازم است طول مشخصه‌ای از مجرا ثابت باشد. بنابراین، راستای اسپاین‌ها وابسته به اینست که چه طول مشخصه‌ای از کانال ثابت باشد. در مجراهای افقی با انحناء کم اسپاین‌ها مطابق شکل ۱۰، عمودی در نظر گرفته میشوند. در بعضی مسائل مانند مجرای زانوئی راستای اسپاینها در هر نقطه تغییر میکند. قید دیگری که برای یکتایی جواب مورد نیاز است اینست که دهانه ورودی یا خروجی مجرا نیز ثابت باشد.



شکل ۱۰- جابجایی گلوله‌های فرضی روی دیواره برای اصلاح هندسه

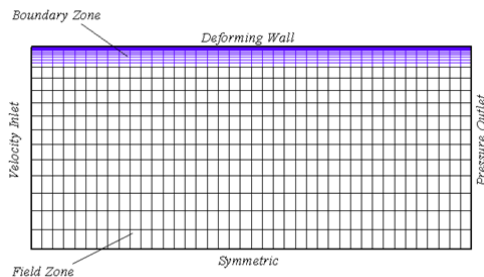
برای بدست آوردن معادلات حاکم بر حرکت گلوله‌های مستقر بر روی جداره، گلوله‌ای مطابق شکل ۱۱ در نظر گرفته میشود و جابجایی آن را در اثر اعمال فشار، در راستای عمودی (y) و با فرض ثابت بودن موقعیت افقی (x) بررسی میشود. با فرض آنکه جابجایی گلوله‌ها فقط در اثر نیروی حاصل از اعمال اختلاف فشار ΔP باشد، میتوان نوشت:

$$F_S = \Delta P \cdot A \cdot \cos \theta = m a_S \Rightarrow a_S = \frac{\Delta P \cdot A \cdot \cos \theta}{m} \quad (9)$$

حرکت گلوله‌ها یک حرکت شتابدار است و از لحاظ فیزیکی سرعت اولیه هر مرحله باید از مرحله قبلی بدست آید. اما در این الگوریتم سرعت اولیه در ابتدای هر مرحله صفر در نظر گرفته می‌شود. علت این فرض اینست که صفر نکردن سرعت اولیه باعث تغییر شکلهای شدید شده و باعث واگرایی می‌شود. در واقع چون هدف رسیدن به شکل هدف است مراحل تغییر شکل میانی اهمیت چندانی ندارد و مهمتر از آن پایداری روش است. بنابراین، اگر جابجایی گلوله در راستای y در فاصله زمانی Δt انجام شود، جابجایی برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \quad (10)$$

ماند. در نتیجه، همواره شبکه بندی لایه مرزی به اندازه مورد نظر باقی می‌ماند و دقت حل میدان جریان در نزدیکی دیواره تضمین می‌گردد. در ناحیه میدانی، شبکه درشت تری استفاده شده است که شکل آن متناسب با تغییرات هندسه، تغییر می‌کند. نحوه تغییرات شبکه در این ناحیه توسط پارامترهای مربوط به شبکه دینامیکی در نرم افزار فلونت قابل کنترل می‌باشد.



شکل ۱۲- هندسه اولیه برای شروع طراحی معکوس به همراه شبکه

شرط مرزی ورودی به شکل سرعت ورودی ثابت ۱ m/s و شرط مرزی خروجی به شکل فشار ثابت تعریف می‌شود. از آنجاکه طراحی در این مطالعه مختص به مجراهای متقارن می‌باشد، نیمی از هندسه مجرا مورد تحلیل قرار می‌گیرد و محور تقارن به شکل متقارن تعریف می‌شود و طراحی معکوس روی یک دیواره انجام می‌شود.

۶- بررسی عملکرد روش طراحی معکوس

برای بررسی عملکرد روش طراحی معکوس پیشنهادی، یک نازل معین (شکل ۱۳ الف) به منظور محاسبه توزیع فشار روی دیواره آن، مورد حل قرار می‌گیرد. سپس توزیع فشار محاسبه شده (شکل ۱۳ ب) به عنوان توزیع فشار هدف در پروسه طراحی معکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد تا با اعمال آن بر روی یک شکل اولیه (حدس اولیه) و رسیدن به هندسه نازل اولیه، صحت عملکرد مورد تایید قرار گیرد. برای نشان دادن استحکام روش پیشنهاد شده، هندسه‌های اولیه مختلفی مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

شکل ۱۴ الف هندسه نازل حدس اولیه و نازل هدف را نشان می‌دهد و شکل ۱۴ ب نشان دهنده توزیع فشار در طول دیواره نازل‌های اولیه و هدف می‌باشد.

نسبی می‌شوند تا موقعیت گلوله اول تثبیت شود. بنابراین، اختلاف فشار در هر نقطه از دیواره از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\Delta P_i = \left[(P_{Target})_i - (P_{Target})_1 \right] - (P_i - P_1) \quad (14)$$

و اگر گلوله انتهایی (N) ثابت باشد:

$$\Delta P_i = \left[(P_{Target})_i - (P_{Target})_N \right] - (P_i - P_N) \quad (15)$$

برای محاسبه مکان جدید گلوله‌ها از گلوله اول شروع کرده و با اعمال جابجایی به هر گلوله، موقعیت جدید آن نسبت به موقعیت قبلی بدست می‌آید. همان طور که پیشتر اشاره شد، در طراحی معکوس باید یک راستا از هندسه، طول مشخص و ثابتی داشته باشد. در نتیجه، با فرض مشخص و ثابت بودن طول افقی، موقعیت افقی گلوله‌ها در هر تکرار بدون تغییر باقی می‌ماند. بنابراین، تغییرات مختصات گلوله‌ها را در هر بازه زمانی (هر مرحله از تکرار طراحی) می‌توان به شکل زیر خلاصه نمود:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} \quad (16)$$

$$y_i^{(t+\Delta t)} = y_i^{(t)} + C \left[\left[(P_{Target})_i - (P_{Target})_1 \right] - (P_i - P_1) \right] \quad (17)$$

در این الگوریتم با تعریف باقیمانده به شکل زیر داریم:

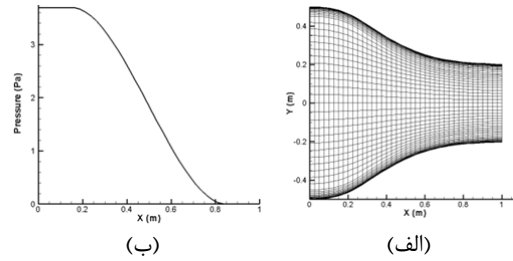
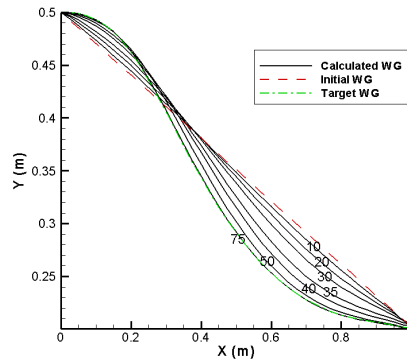
$$residual = \frac{\sum_{i=1}^N [P_i - (P_{Target})_i]}{\sum_{i=1}^N [(P_{Target})_i]} \quad (18)$$

در مسائل طراحی، دقت اصلاح هندسه باید در حد دقت ساخت هندسه باشد افزایش بیش از حد دقت فقط زمان حل را افزایش می‌دهد. در کار حاضر، معیار همگرایی برای طراحی 10^{-2} در نظر گرفته می‌شود که با رسیدن باقیمانده به این مقدار، فرآیند تصحیح هندسه پایان می‌یابد و هندسه مطلوب حاصل می‌شود.

در این مطالعه، برای بهره مندی از مزایای یک حل کننده جامع و کارآمد از نرم افزار فلونت به عنوان حل کننده جریان استفاده می‌شود. برای پیاده‌سازی کد طراحی معکوس نیز از برنامه‌نویسی UDF در محیط فلونت و تکنیک شبکه دینامیکی استفاده می‌شود.

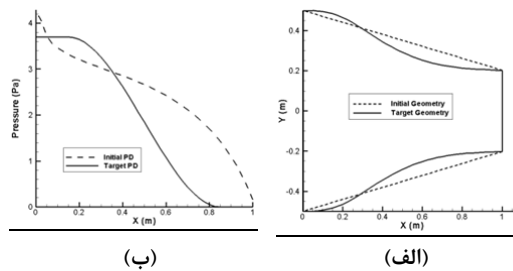
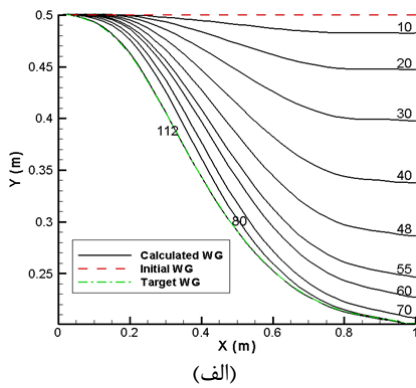
شکل ۲ نمونه‌ای از هندسه اولیه برای شروع طراحی معکوس یک نازل را نشان می‌دهد. شبکه بندی به دو ناحیه مرزی و میدانی تقسیم شده است. در ناحیه مرزی، شبکه‌ای ریز برای بالا بردن دقت محاسبات در لایه مرزی استفاده شده است که ابعاد آن در روند تغییر هندسه بدون تغییر باقی می‌-

هندسه دیواره متحرک نیز در شکل ۱۸ نشان داده شده است.



شکل ۱۳- (الف) هندسه نازل هدف با شبکه سازمان یافته (ب) توزیع فشار هدف

شکل ۱۵- روند اصلاح هندسه از نازل همگرای مستقیم تا نازل هدف

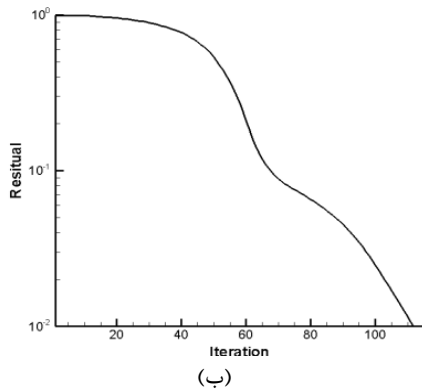


شکل ۱۴- (الف) هندسه نازل هدف و اولیه با دیواره مستقیم (ب) توزیع فشار نازل هدف و حدس اولیه با دیواره مستقیم

با اعمال توزیع فشار هدف دیواره متحرک، روند طراحی معکوس آغاز می‌گردد و تا رسیدن به معیار همگرایی ادامه می‌یابد. مراحل تصحیح هندسه دیواره متحرک نیز در شکل ۵ نشان داده شده است.

در شکل ۱۶ الف همین روند به ازای حدس اولیه مجرای مستقیم با مقطع ثابت انجام شده است که نحوه همگرایی به هندسه هدف در آن نشان داده شده است. شکل ۱۶ ب نشان دهنده تغییرات باقیمانده برنامه طراحی معکوس در تکرارهای مختلف می‌باشد.

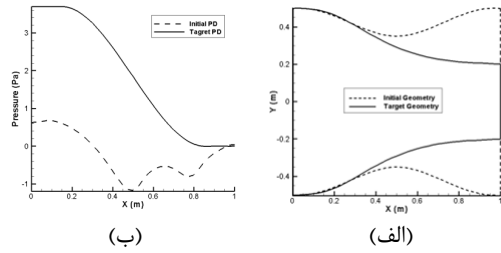
سومین حدس اولیه برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی طراحی معکوس، مجرای همگرا-واگرا می‌باشد. شکل ۱۷ الف هندسه مجرای اولیه و نازل هدف را نشان می‌دهد و شکل ۱۷ ب نشان دهنده توزیع فشار مجرای اولیه و نازل هدف می‌باشد. توزیع فشار مجرای همگرا-واگرا در شکل ۱۷ ب نشان می‌دهد جریان در هندسه حدس اولیه دچار جدایش شده است. شکل ۱۸ الف روند اصلاح توزیع فشار در تکرارهای مختلف را نشان می‌دهد. به این ترتیب، در روند طراحی معکوس جدایش از بین رفته است. مراحل تصحیح



شکل ۱۶- (الف) روند اصلاح هندسه دیواره از مجرای مستقیم تا نازل هدف (ب) روند تغییرات باقیمانده در تکرارهای مختلف

آنها مشکل است، انجام دهد. در اینجا، طراحی نازل به ازای شبکه بی سازمان مجدداً انجام میشود تا فقط این قابلیت را اثبات کند.

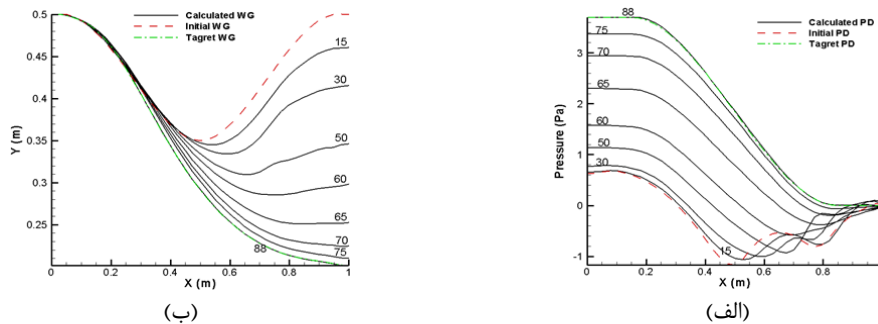
مشابه قبل، هندسه نازل ۱۳ بعنوان هندسه هدف در نظر گرفته شده و توزیع فشار آن بعنوان توزیع فشار مد نظر قرار می‌گیرد، با این تفاوت که از شبکه بی سازمان برای شبکه بندی آن استفاده میشود. سپس مجرای با مقطع یکنواخت بعنوان هندسه حدس اولیه انتخاب میشود. روند تغییر هندسه و شبکه در تکرارهای مختلف در شکل ۱۹ نشان داده شده است. شکل ۲۰ روند اصلاح توزیع فشار در تکرارهای مختلف را نشان می‌دهد. شکل ۲۱ نشان دهنده روند کاهش باقیمانده در تکرارهای مختلف برای شبکه بی سازمان می‌باشد.



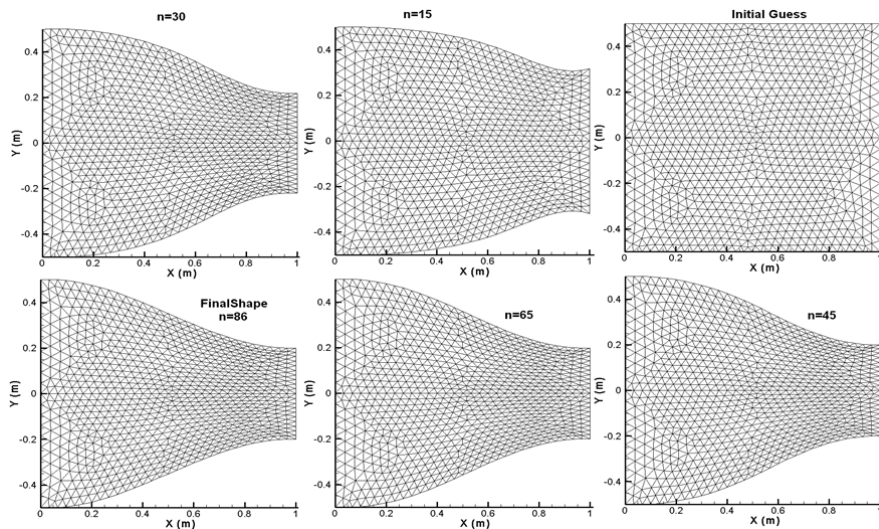
شکل ۱۷- (الف) هندسه نازل هدف و اولیه (ب) توزیع فشار در طول دیواره نازل هدف و حدس اولیه

۷- طراحی معکوس در شبکه بی سازمان

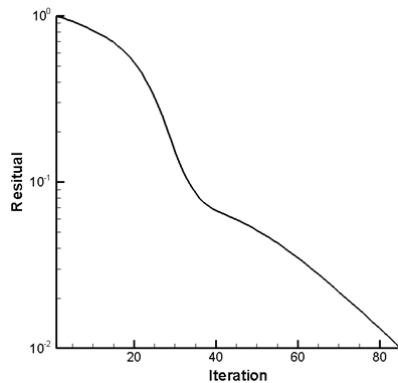
همانطور که قبلاً نیز گفته شد، استفاده از شبکه بی سازمان در طراحی معکوس این قابلیت را به طراح میدهد که بتواند طراحی را برای هندسه هائی که تولید شبکه با سازمان برای



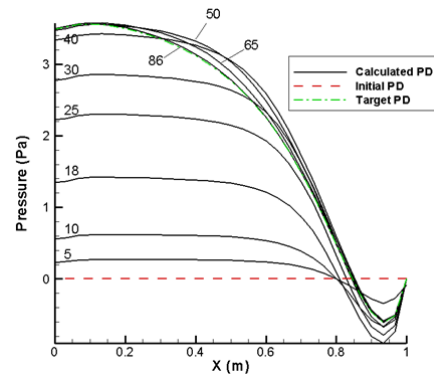
شکل ۱۸- (الف) روند اصلاح توزیع فشار در طراحی معکوس (ب) روند اصلاح هندسه دیواره از مجرای همگرا-واگرا تا نازل هدف



شکل ۱۹- روند تغییرات شکل شبکه در خلال طراحی معکوس



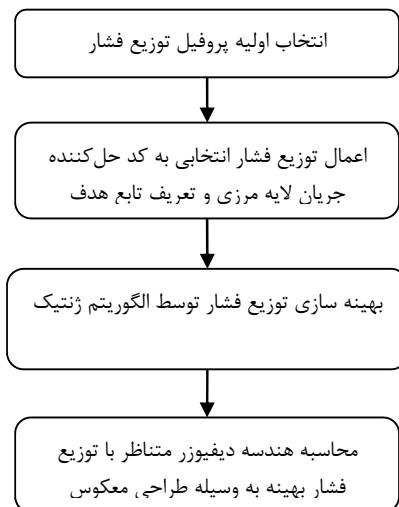
شکل ۲۱- روند تغییرات باقیمانده در تکرارهای مختلف



شکل ۲۰- روند اصلاح توزیع فشار از مجرای مستقیم تا نازل هدف

بازیابی فشار بیشتری نسبت به دو تای دیگر می‌باشد. در شکل‌های ۲۳ الف، ب و ج، بترتیب توزیع فشار اولیه درجه ۳، با دو نقطه کنترلی و با چهار نقطه کنترلی نشان داده شده است.

شکل ۲۴ عملکرد الگوریتم ژنتیک در ایجاد نسل‌های مختلف تا رسیدن به مقدار بهینه را به ازای منحنی فشار با چهار نقطه کنترلی نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در حالت چهار نقطه ای، نقاط کنترل داخلی در فواصل $L/4$ ، $2L/4$ و $3L/4$ قرار داده شده‌اند. در این بهینه سازی، تولید جمعیت تا ۱۰۰ نسل ادامه پیدا کرده است.



شکل ۲۲- مراحل طراحی بهینه دیفیوزر آیرودینامیک

۸- طراحی دیفیوزر بهینه

در این بخش، با بکارگیری روش بیان شده در فصل‌های پیشین، طراحی بهینه یک دیفیوزر آیرودینامیکی انجام می‌شود. برای طراحی دیفیوزر بهینه، ابتدا یک پروفیل دلخواه برای توزیع فشار لایه مرزی دیفیوزر انتخاب می‌شود. بمنظور جلوگیری از تغییرات شدید جریان در ابتدا و انتهای دیفیوزر، شیب منحنی توزیع فشار در ابتدا و انتهای دیفیوزر صفر در نظر گرفته می‌شود و از آن بعنوان قیود مسئله بهینه سازی استفاده می‌شود. این پروفیل می‌تواند دارای یک یا چند نقطه کنترل باشد تا با تغییر آنها، نحوه توزیع فشار در لایه مرزی تغییر نماید. با اعمال این توزیع فشار به کد تحلیل کننده جریان لایه مرزی، فرآیند بهینه سازی به روش الگوریتم ژنتیک برای بدست آوردن مقدار بهینه نقاط کنترل پروفیل توزیع فشار، که به ازای آنها ماکزیمم افزایش فشار در توزیع فشار حاصل شود و جریان لایه مرزی دچار جدایی نشود، انجام می‌گردد. در مرحله آخر، پروفیل توزیع فشار بهینه شده به عنوان توزیع فشار هدف به کد مربوط به طراحی معکوس اعمال می‌شود تا هندسه بهینه حاصل گردد. روند طراحی بهینه دیفیوزر در شکل ۲۲ نشان داده شده است.

در اینجا، برای نشان دادن تاثیر این روش بهینه سازی در بهبود بازیابی فشار دیفیوزر، ابتدا بهینه سازی به ازای منحنی درجه ۳ توزیع فشار انجام می‌گیرد. سپس، با در نظر گرفتن قیود ذکر شده در ابتدا و انتهای توزیع فشار، پروفیل‌های بهینه با دو و چهار نقطه کنترل محاسبه می‌شود. از بین سه توزیع فشار بهینه شده، پروفیل فشار با ۴ نقطه کنترلی دارای

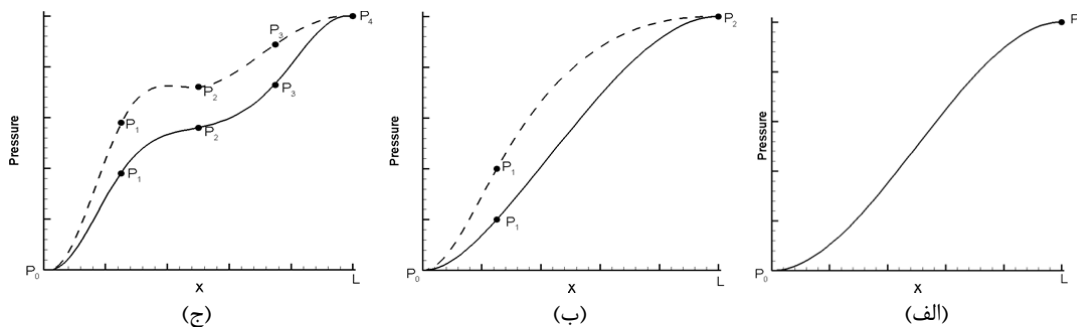
می‌دهد بطور تقریبی میتوان گفت، توزیع فشاری بهینه است که ۲/۳ افزایش فشار در ۱/۳ اول دیفیوزر و ۱/۳ باقیمانده افزایش فشار در ۲/۳ انتهای دیفیوزر صورت پذیرد. پس از بدست آوردن توزیع فشار بهینه، با در نظر گرفتن این توزیع فشار بعنوان توزیع فشار هدف و انجام روند طراحی معکوس، هندسه متناظر با این توزیع فشار بدست می‌آید که در شکل ۲۶ مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که در روند طراحی معکوس از گرید لایه مرزی نزدیک دیواره‌ها استفاده شده است تا جدایش جریان را در صورت وقوع بخوبی پیش بینی کند. همچنین، در این طراحی دهانه خروجی دیفیوزر ثابت و دهانه ورودی در حین تغییر هندسه عوض می‌شود.

پس از محاسبه هندسه بهینه، لازم است مطمئن شویم که جدایش روی دیواره‌های دیفیوزر رخ نمیدهد. شکل ۲۷ نشان دهنده بردارهای سرعت در جریان داخل این دیفیوزر می‌باشد. رشد لایه مرزی در امتداد دیفیوزر در این شکل قابل تشخیص است. اما واضح است که جدایش رخ نمی‌دهد.

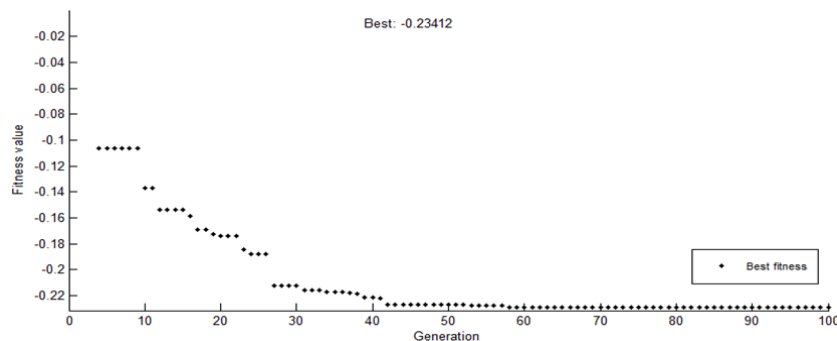
شکل ۲۵ پروفیل‌های مختلف توزیع فشار که در بخش قبل بهینه شده اند را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، پروفیل توزیع فشاری که از تابع Spline با دو نقطه کنترل تبعیت می‌کند به افزایش فشار بیشتری نسبت به پروفیل توزیع فشار درجه سه رسیده است. همچنین پروفیل توزیع فشاری که از تابع Spline با چهار نقطه کنترل تبعیت می‌کند، نسبت به مدلی که با دو نقطه کنترل می‌شود به افزایش فشار بیشتری رسیده است. اگر ضریب بازیابی فشار از رابطه ۱۹ محاسبه گردد، بازیابی فشار برای پروفیل درجه ۳، دو نقطه ای و چهار نقطه ای بترتیب برابر ۰.۲۲۶، ۰.۳۰۳ و ۰.۳۵۹ می‌باشد. در رابطه ۱۹، P_0 و P_1 بترتیب فشار ورودی و خروجی و u_i سرعت متوسط ورودی می‌باشد.

$$C_p = \frac{P_0 - P_1}{0.5\rho u_i^2} \quad (19)$$

همان‌طور که توزیع فشار بهینه شده چهار نقطه ای نشان



شکل ۲۳- (الف) توزیع فشار درجه سه با یک نقطه کنترل (نقطه پایانی) (ب) توزیع فشار spline با دو نقطه کنترل (ج) توزیع فشار spline با چهار نقطه کنترل



شکل ۲۴: نحوه بهبود مقدار تابع هدف در نسل‌های مختلف در الگوریتم ژنتیک برای توزیع فشار چهار نقطه ای

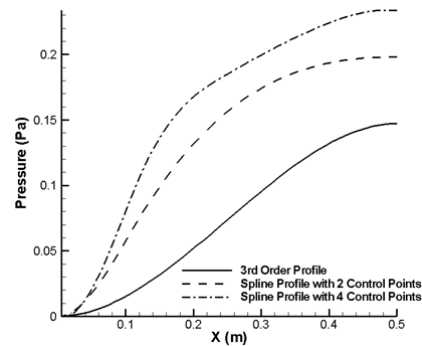
ابتدا، یک روش برای حل معادلات لایه مرزی با گرادیان فشار ارائه شد که در آن لایه مرزی روی صفحه تخت در نظر گرفته شد و اثرات انحناء و شیب دیواره با گرادیان فشار جایگزین شد. این گرادیان فشار بصورت نیروی اجباری در معادلات مربوطه در نظر گرفته شد. نتایج با نتایج بلازیوس، هوارت، کرنک نیکلسون و حل عددی توسط نرم افزار فلونتت مورد ارزیابی قرار گرفت و انطباق مناسبی بین آنها مشاهده شد.

در مرحله بعد، با ترکیب کد عددی لایه مرزی و الگوریتم ژنتیک توزیع فشار دیواره دیفیوزر بگونه ای بهینه شد که ماکزیمم بازیابی فشار بدون ایجاد جدایش حاصل شود. در این بهینه سازی پروفیل فشار دیواره با در نظر گرفتن قیود فیزیکی بصورت پارامتریک و بر اساس نقاط کنترلی بیان شد. نتایج نشان داد توزیع فشاری بهینه است که ۲/۳ افزایش فشار در ۱/۳ اول دیفیوزر و ۱/۳ باقیمانده افزایش فشار در ۲/۳ انتهای دیفیوزر صورت پذیرد.

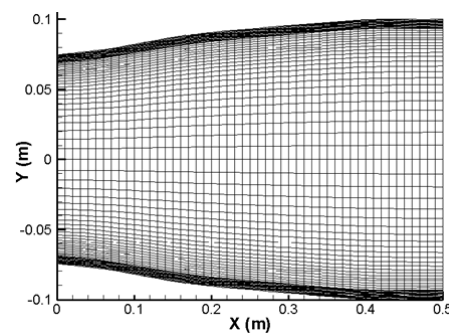
سپس، برای بدست آوردن هندسه مربوط به توزیع فشار بهینه از پیاده سازی روش طراحی معکوس گلوله - اسپاین در نرم افزار فلونتت بوسیله UDF نویسی استفاده شد. قبل از بدست آوردن هندسه بهینه، کد طراحی معکوس مورد ارزیابی قرار گرفت. این ارزیابی برای هندسه هائی مانند نازل همگرا و مجرای همگرا- واگرا به ازای شبکه های با سازمان به همراه شبکه لایه مرزی کنار دیواره و شبکه بی سازمان انجام گرفت. در نهایت، با استفاده از طراحی معکوس در نرم افزار فلونتت هندسه متناظر با توزیع فشار بهینه بدست آمد. حل عددی جریان دیفیوزر بهینه بیانگر عدم جدایش جریان در آن میباشد. پیاده سازی طراحی معکوس در نرم افزار فلونتت این نوید را میدهد که بتوان از این روش برای طراحی هندسه های پیچیده تر با شبکه های متنوع و رژیمهای مختلف جریان استفاده کرد.

مراجع

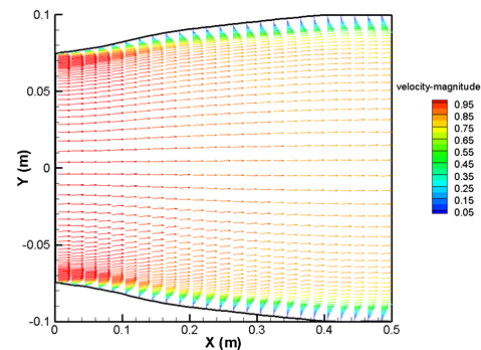
- [1] Taiebi-Rahni M, Ghadak F, Ashrafizadeh A (2008) A direct design approach using the euler equations. Journal of Inverse Problems in Science and Engineering 16(2): 217-231.
- [2] Raithby GD, Xu WX, Stubly GD (1995) Prediction of incompressible free surface flows with an element-based finite volume method.



شکل ۲۵- پروفیل‌های مختلف بهینه شده توزیع فشار



شکل ۲۶- دیفیوزر طراحی شده با توزیع فشار چهارنقطه ای بهینه شده



شکل ۲۷- بردارهای سرعت در جریان داخل دیفیوزر

۹- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک روند منطقی برای طراحی بهینه یک دیفیوزر تقارن محوری ارائه شد که میتوان از آن برای طراحی آیرودینامیکی مجاری مختلف در رژیمهای مختلف جریان استفاده کرد.

- flexible string algorithm. *Journal of Fluids Engineering*, ASME 132/031401-1-9.
- [۹] نیلی احمدآبادی م، حاجیلوی ع، دورعلی م، قدک ف (۱۳۹۸) ابداع روش طراحی گلوله اسپاین برای مجاری متقارن محوری با کاربرد در نازل توربین گازی. کنفرانس بین المللی مکانیک ۱۳۸۹، دانشگاه شریف، تهران، ایران.
- [10] Nili-Ahmadabadi M, Durali M, Hajilouy A (2010) A novel quasi-3d design method for centrifugal compressor meridional plane. GT2010-23341, Proceedings of ASME Turbo Expo 2010, Glasgow, UK.
- [11] Crank J, Nicholson P (1947) A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society Vol 43: 50–67.
- [12] Keller HB (1970) A new difference scheme for parabolic problems. Numerical Solution of Partial Differential Equations II, Ed J Bramble, Academic Press, New York.
- [13] Cebeci T, Cousteix J (2005) Modeling and computation of boundary-layer flows. Horizons Publishing Inc, Long Beach, California 1999.
- Computational Fluid Dynamics Journal 4(3): 353–371.
- [3] Ashrafizadeh A, Raithby GD, Stubbley GD (2002) Direct design of shape. *Numerical Heat Transfer J, Part B* 41(6): 501–510.
- [4] Ghadak F (2007) A direct design method based on the laplace and euler equations with application in internal subsonic and supersonic flows. PHD Dissertation, Sharif Univ of Tech: 2–63.
- [5] Dedoussis V, Chaviaropoulos P, Papailiou KD (1993) Rotational Compressible inverse design method for two-dimensional, internal flow configurations, *AIAA Journal* 31(3): 551–558.
- [6] Nili-Ahmadabadi M, Durali M, Hajilouy A, Ghadak F (2009) Inverse design of 2d subsonic ducts using flexible string algorithm. *Inverse Problems in Science and Engineering* 17(8): 1037–1057.
- [7] Nili-Ahmadabadi M, Hajilouy A, Durali M, Ghadak F (2009) Duct Design in subsonic & supersonic flow regimes with & without shock using flexible string algorithm. Proceedings of ASME Turbo Expo 2009, Florida, USA, GT2009–59744.
- [8] Nili-Ahmadabadi M, Hajilouy A, Ghadak F, Durali M (2010) A novel 2-d incompressible viscous inverse design method for internal flows using