

## طراحی بهینه ستون‌ها بر اساس قابلیت اعتماد تحت بار کمانش

آرمین نصراللهی<sup>۱</sup> و محمد حسین ابوالبشری<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

<sup>۲</sup> استاد، مهندسی مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۲۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۶/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۱۳

### چکیده

در این مقاله بهینه‌سازی ستون‌ها بر اساس قابلیت اعتماد تحت بار کمانش با استفاده از روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها انجام شده است. برای محاسبه معیار اطمینان سازه روش قابلیت اعتماد هاسوفر-لیند مورد استفاده قرار گرفته و نتایج آن با روش مونت کارلو مقایسه شده است؛ همچنین برای تقریب تابع حالت حدی از روش پاسخ سطح استاندارد با استفاده از طرح مرکب مرکزی استفاده شده است. بهینه‌سازی ستون‌های تحت بار کمانش با مقاطع و شرایط مرزی متفاوت در نظر گرفته می‌شود، به نحوی که حجم کلی سازه ثابت بماند. روش تاگوچی برای پیدا کردن مناسب‌ترین سطح برای متغیرهای طراحی به کار برده شده است. با ادغام روابط مربوط به قابلیت اعتماد در بهینه‌سازی، شکل بهینه ستون تحت بار کمانش بر اساس قابلیت اعتماد بدست می‌آید. در ادامه طرح بهینه بدست آمده از بهینه‌سازی قطعی و بهینه‌سازی بر اساس قابلیت اعتماد با هم مقایسه می‌شوند. مثال‌های عددی نشان می‌دهد که مقدار ظرفیت بار کمانش ستون‌ها در مقایسه با حالت اولیه افزایش می‌یابد؛ همچنین به دلیل در نظر گرفتن قابلیت اعتماد، طراحی نسبت به حالت قطعی قابل اعتمادتر می‌شود.

**کلمات کلیدی:** بهینه‌سازی؛ کمانش؛ قابلیت اعتماد؛ بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها؛ پاسخ سطح استاندارد.

## Reliability-Based Design Optimization of Columns under Buckling Load

A. Nasrollahi<sup>1</sup>, M.H. Abolbashi<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> M.A. Graduate Student., Mech. Eng., Ferdowsi University of Mashhad., Mashhad, Iran.

<sup>2</sup> Prof., Mech. Eng., Ferdowsi University of Mashhad., Mashhad, Iran.

### Abstract

In this paper, the reliability based design optimization of columns under buckling load is investigated using evolutionary structural optimization. To determine the reliability index, the Hasofer-Lind method is employed and results are compared with the Monte Carlo method. The standard response surface method with central composite design is used to estimate the limit state function. An optimization algorithm for optimal design of columns against buckling with different cross-sections and boundary conditions is presented while keeping the column weight constant. The Taguchi method is used to provide the most suitable levels of the design variables. Then by introducing reliability constraints into the algorithm, the optimized shape of the column under buckling load based on reliability is obtained. Optimized design obtained from Deterministic Optimization (DO) and Reliability Based Design Optimization (RBDO) are compared. Numerical examples show that maximum buckling load capacity is increased compared to the initial uniform design and also RBDO model is more reliable than DO.

**Keywords:** Optimization; Buckling; Reliability; Evolutionary Structure Optimization; ESO; Standard Response Surface Method.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۵۱۳۸۸۰۵۰۰۴؛ فکس: ۰۵۱۳۸۸۰۷۱۸۵

آدرس پست الکترونیک: [abolbash@um.ac.ir](mailto:abolbash@um.ac.ir)

## ۱- مقدمه

در دنیای امروز، با توجه به محدودیت فضا و منابعی که در اختیار ما قرار گرفته، بهینه‌سازی به موضوع بسیار مهمی در تمامی رشته‌ها تبدیل شده است. بهینه‌سازی سازه به معنای رسیدن به بهترین ترکیب مواد است؛ به گونه‌ای که قیدهای مشخصی را ارضا کند. هدف بهینه‌سازی سازه تولید سازه‌ای ایمن و به‌صرفه با در نظر گرفتن بارگذاری و مواد مختلف است. الگوریتم‌های بسیاری با الهام از پدیده‌های طبیعی برای انجام فرایند بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. روش‌های سرد شدن تدریجی، ریز ساختارهای ایزوتروپیک جامد با جریمه، بهینه‌سازی تکاملی سازه از همین نوع الگوریتم‌ها هستند. قدوسیان و شیخی [۱] از الگوریتم بهینه‌سازی تدریجی سرد شدن فلزات برای کمینه‌سازی حداکثر ممان خمشی جهت رسیدن به شکل بهینه سازه استفاده کردند و نشان دادند که این روش مقدار ممان خمشی حداکثر در سازه را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهد. روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۲ توسط شی و استیون [۲] پیشنهاد شد که اساس آن شناخت و حذف تدریجی مواد ناکارآمد از سازه است. لی و همکاران [۳] در سال ۲۰۰۰ از روش بهینه‌سازی تکاملی سازه استفاده کردند و یک معیار تکاملی جدید برای مسائلی ارائه کردند که در آن‌ها ضخامت به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته می‌شود؛ به گونه‌ای که تنش بیشینه در سازه کمینه شود. شیا و همکاران [۴] یک روش بهینه‌سازی توپولوژی تکاملی را که کارآمد، کاربردی و با قابلیت اجرای آسان است، برای گسترش روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها<sup>۲</sup> و به منظور کمینه‌کردن تنش در طراحی ارائه کردند. سیمونه‌تی و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۹ از روش‌های بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها و بهینه‌سازی تکاملی نرم سازه‌ها<sup>۳</sup> جهت بهینه‌سازی توپولوژی برای تحلیل الاستیک سازه‌های سه بعدی استفاده کردند و همچنین این روش‌های تکاملی را با روش ریز ساختارهای ایزوتروپیک جامد با جریمه<sup>۴</sup> مقایسه کردند.

پیشرفت تکنولوژی و به وجود آمدن مواد با استقامت بالا سبب شده است که سازه‌هایی سبک و باریک در صنایع مختلف مورد استفاده قرار بگیرد؛ بنابراین مسائل پایداری سازه باید به‌دقت مورد بررسی قرار گیرد. این موضوع باعث شده است که مسائل بهینه‌سازی که تحت اثر بار کماتش قرار گرفته‌اند، یک موضوع قابل توجه باشند. مانیکاراجا و همکاران [۶]، از روش تکاملی سازه‌ها برای بهینه‌سازی در برابر بار کماتش صفحه استفاده کردند. هدف آن‌ها پیدا کردن توزیع ضخامت بهینه برای سازه‌های صفحه‌ای آیزوتروپیک با حجم ثابت بود، به گونه‌ای که بار کماتش آن بیشینه شود. آن‌ها همچنین در سال ۲۰۰۰ از روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها با شرط ثابت نگه‌داشتن حجم نهایی برای بیشینه کردن بار کماتش ستون و قاب استفاده کردند [۷]. یی و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۹ از روش ریز ساختارهای ایزوتروپیک جامد با جریمه برای بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های تابعی مدرج یا شبکه بندی پر با در نظر گرفتن قید کماتش استفاده کردند. وانگ و همکاران [۹] نیز در همان سال تحقیقات خود را در زمینه بهینه‌سازی توپولوژی روی سازه‌هایی با وزن کم و با در نظر گرفتن مشخصات پایداری و ارتعاشاتی انجام دادند. آن‌ها از یک روش بهینه‌سازی توپولوژی جدید بر اساس روش پیوسته مستقل نگاشت<sup>۵</sup> با در نظر بار کماتش بحرانی و فرکانس طبیعی به عنوان قید و با هدف کمینه کردن حجم سازه استفاده کردند. پتون و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۹ از روش طراحی شبکه عصبی مصنوعی<sup>۶</sup> برای تخمین زدن مقدار بار کماتش و پس کماتش پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای استفاده کردند و از شبکه برای ارزیابی توابع برازش در بهینه‌سازی با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۷</sup> استفاده کردند. الام و همکاران [۱۱] نیز در سال ۲۰۱۹ یک روش المان محدود بر اساس بهینه‌سازی را به منظور طراحی بهینه ستون‌های جدار نازک با مقطع جانبی باز و با هدف بیشینه کردن بار کماتش توسعه دادند.

در سال‌های اخیر تحقیقات گسترده‌ای در زمینه قابلیت اعتماد در بهینه‌سازی سازه انجام گرفته است و ادغام قابلیت

<sup>1</sup> Evolutionary Structural Optimization (ESO)

<sup>2</sup> Bidirectional Structural Optimization (BESO)

<sup>3</sup> Smoothing Evolutionary Structural Optimization (SESO)

<sup>4</sup> Solid Isotropic Microstructure with Penalty (SIMP)

<sup>5</sup> Independent, Continuous and Mapping (ICM)

<sup>6</sup> Artificial Neural Network (ANN)

<sup>7</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

تصادفی در توپولوژی بهینه موثر است و افزایش تعداد پارامترهای تصادفی باعث افزایش حجم بهینه می‌شود. در زمینه بهینه‌سازی سازه مطالعات فراوانی انجام گرفته، ولی در زمینه بهینه‌سازی تحت بار کمناش به دلیل پیچیدگی و مشکلاتی که از جهت تحلیل پایداری سازه به وجود می‌آید، تحقیقات کمتری صورت گرفته است. از طرفی در زمینه بهینه‌سازی سازه بر اساس قابلیت اعتماد نیز تحقیقات گسترده‌ای انجام شده، اما استفاده از قابلیت اعتماد در مسائل بهینه‌سازی سازه تحت بار کمناش موضوع جدید و قابل بحثی است. هدف از انجام این تحقیق، استفاده از قابلیت اعتماد در مسائل بهینه‌سازی سازه در برابر بار کمناش است. به منظور انجام این کار، الگوریتم بهینه‌سازی برای رسیدن به طرح بهینه سازه در نرم‌افزار متلب<sup>۶</sup> نوشته شده و برای تحلیل المان المان محدود سازه از نرم‌افزار آباکوس<sup>۷</sup> استفاده می‌شود. در این پژوهش از روش بهینه‌سازی تکاملی سازه برای رسیدن به شکل بهینه‌ی سازه و از روش قابلیت اعتماد هاسوفر-لیند<sup>۸</sup> برای بررسی قابلیت اعتماد سازه استفاده می‌شود و همچنین روش پاسخ سطح استاندارد<sup>۹</sup> برای تقریب تابع حالت حدی به کار گرفته می‌شود. ابتدا بهینه‌سازی ستون بدون در نظر گرفتن قابلیت اعتماد و در مرحله بعد با در نظر گرفتن قابلیت اعتماد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲- تحلیل حساسیت

رفتار کمناش خطی یک سازه الاستیک به وسیله مسئله مقدار ویژه معادله (۱) بدست می‌آید [۷]:

$$([k] + \lambda_j [k_g])\{u_j\} = \{0\} \quad (1)$$

که  $[k]$  ماتریس سفتی کلی،  $[k_g]$  ماتریس سفتی هندسی کلی (ماتریس سفتی تنش)،  $\lambda_j$ ، ز امین مقدار ویژه و  $\{u_j\}$  بردار ویژه متناظر با آن است. به وسیله مقدار ویژه‌ای که از معادله (۱) بدست می‌آید، بارهای اعمال شده اندازه‌گیری می‌شوند تا مقادیر بار کمناش را بدهد. بحرانی‌ترین بار کمناش، همان کمترین مقدار ویژه است که مقدار آن برابر با اولین مقدار ویژه  $\lambda_1$  ضرب در بار اعمال شده است. با ضرب

اعتماد در مسائل طراحی بهینه<sup>۱</sup> و بهینه‌سازی توپولوژی<sup>۲</sup> به موضوع قابل توجهی تبدیل شده است. در سال ۲۰۰۴ کارماندا و همکاران [۱۲]، تحلیل‌های قابلیت اعتماد را در مسائل بهینه‌سازی توپولوژی ادغام کردند و به منظور بررسی بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اعتماد از تیر دو سر مفصل و تیر طره‌ای استفاده کردند و بارگذاری و هندسه را به عنوان پارامترهای عدم قطعیت در نظر گرفتند. آن‌ها برای تحلیل قابلیت اعتماد از روش قابلیت اعتماد مرتبه اول<sup>۳</sup> و برای بهینه‌سازی توپولوژی و با هدف کمینه کردن نرمی سازه، از روش ریز ساختارهای ایزوتروپیک جامد با جریمه بهره بردند. لیو و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۰۸، الگوریتم ژنتیک را با روش بهینه‌سازی تکاملی سازه ترکیب کردند و یک الگوریتم جدید به وجود آوردند تا بتوانند از رفتار عالی الگوریتم ژنتیک در جستجوی نقاط بهینه استفاده کنند. یو و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۱ و اوم و همکاران [۱۵] در همان سال از روش بهینه‌سازی تکاملی دو جهته سازه‌ها برای بهینه‌سازی و از روش پاسخ سطح استاندارد برای تقریب تابع حالت حدی در مسایل بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اعتماد استفاده کردند. لویز و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۷، طراحی بهینه قطعی<sup>۴</sup> و غیرقطعی پنل‌های کامپوزیتی سفت شده را با در نظر گرفتن رژیم پس کمناش و تحلیل شکست تصادفی انجام دادند. چان و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۹ تلاش کردند که روش فیلتر کردن گسسته اصلاح شده را با بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اعتماد ترکیب کنند و به این منظور از فرمول‌های الاستیک روش سازه‌های زمینی استفاده کردند و برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه نیز از روش قابلیت اعتماد مرتبه اول و مونت کارلو<sup>۵</sup> استفاده کردند. جوهری و احمدی ندوشن [۱۸] از روش برای بهینه‌سازی توپولوژی یک تیر طره از جنس آلومینیوم استفاده کردند؛ همچنین پارامترهای مربوط به هندسه، بارگذاری خارجی، مدول یانگ و ضریب پواسون را به عنوان پارامترهای عدم قطعیت در نظر گرفتند و نشان دادند که تعداد پارامترهای

<sup>۱</sup> Reliability-Based Design Optimization (RBDO)

<sup>۲</sup> Reliability-Based Topology Optimization (RBTO)

<sup>۳</sup> First-order Reliability Method (FORM)

<sup>۴</sup> Deterministic Optimization (DO)

<sup>۵</sup> Monte Carlo

<sup>۶</sup> MATLAB

<sup>۷</sup> Abaqus

<sup>۸</sup> Hasofer-Lind

<sup>۹</sup> Standard Response Surface Method (SRSM)

با نرمال‌سازی بردار ویژه، در صورتی که  $\{u_j\}^T [k_g] \{u_j\} = 1$  معادله (۷) به صورت معادله (۸) ساده می‌شود [۷]:

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial x} = \{u_j\}^T \left[ \frac{\partial [k]}{\partial x} + \lambda_j \frac{\partial [k_g]}{\partial x} \right] \{u_j\} \quad (۸)$$

فرض کنید که بردار ویژه تقریباً قبل و بعد از تغییرات کوچک در سازه ثابت باقی بماند. مقدار تغییر درز امین مقدار ویژه،  $\Delta \lambda_j$  ناشی از اصلاحات در سازه به صورت معادله (۹) تقریب زده می‌شود [۷]:

$$\Delta \lambda_j = -\{u_j\}^T ([\Delta k] + \lambda_j [\Delta k_g]) \{u_j\} \quad (۹)$$

اکنون، تغییرات کوچکی در مساحت مقطع جانبی از یک جز اختیاری مانند  $i$  در نظر گرفته می‌شود. این تغییرات محلی سطح مقطع یک المان ممکن است، تغییر ضخامت صفحه و یا تغییر در ابعاد مقطع جانبی المان میله یا تیر مانند پهنا و عرض و شعاع و غیره باشد. تغییرات در ماتریس سفتی کلی،  $[\Delta k]$  برابر است با تغییرات در ماتریس سفتی  $i$  امین المان،  $[\Delta k_i]$  که به راحتی محاسبه شود. تغییرات در ماتریس سفتی تنش کلی  $[\Delta k_g]$  زمانی صفر است که منتهجه تنش محوری یا غشایی قبل و بعد از تغییرات مقطع جانبی المان ثابت باقی بماند، همانطور که در کلیه سازه‌های معین استاتیکی نیز چنین است. برای قاب‌های معین استاتیکی، تغییرات مقطع جانبی روی نیروی محوری عضوها تأثیری ندارد. برای سازه‌های نامعین استاتیکی،  $[\Delta k_g]$  تنها زمانی مقدار ناچیزی است که اصلاحات مقطع جانبی در هر چرخه به اندازه‌ای کوچک باشد که اثر قابل توجهی در منتهجه تنش محوری و یا تنش غشایی نداشته باشد. حال که از  $[\Delta k_g]$  صرف نظر شد، معادله (۹) تغییرات در  $i$  امین مقدار ویژه کماتش ناشی از تغییرات مقطع جانبی در  $i$  امین المان به صورت معادله (۱۰) ساده می‌شود [۷]:

$$\Delta \lambda_{ij} = -\{u_{ij}\}^T [\Delta k_i] \{u_{ij}\} \quad (۱۰)$$

که  $\{u_{ij}\}$  ز امین بردار ویژه مرتبط با  $i$  امین المان است. هدف بهینه‌سازی کماتش افزایش مقدار ویژه بنیادی  $\lambda_1$  است؛ بنابراین، از معادله بالا عدد حساسیت برای بار کماتش سازه-های تک مودی به صورت معادله (۱۱) تعریف می‌شود [۷]:

$$\alpha_i = -\{u_{1i}\}^T [\Delta k_i] \{u_{1i}\} \quad (۱۱)$$

نیروی کماتش زمانی افزایش می‌یابد که مساحت مقطع جانبی المانی که بیشترین  $\alpha_i$  را دارد افزایش یابد. اگر وزن سازه ثابت نگه داشته شود، المان با بیشترین  $\alpha_i$  نیاز به

معادله (۱) در ترانهاده بردار ویژه  $\{u_j\}$  نسبت ریلی برای  $i$  امین مقدار ویژه به صورت معادله (۲) در خواهد آمد [۷]:

$$\lambda_j = -\frac{\{u_j\}^T [k] \{u_j\}}{\{u_j\}^T [k_g] \{u_j\}} \quad (۲)$$

که صورت کسر بیان‌کننده انرژی کرنش ز امین مود کماتش و مخرج کسر بیان‌کننده مقدار کاری است که نیروی اعمال شده به ستون در حین انتقال از شکل ابتدایی به شکل کماتش یافته ستون انجام می‌دهد. هدف اصلی ما جهت بهینه‌سازی کماتش، افزایش معیار بار کماتش بنیادی  $\lambda_1$  است. از این رو حساسیت طراحی (یا گرادپان) مقدار ویژه (معیار بار کماتش) باید محاسبه شود. در این بخش، عدد حساسیت برای بار کماتش از حل یک مسئله مقدار ویژه ساده بدست آمده است. مقدار ویژه  $\lambda_j$  با بردار ویژه منحصر به فرد  $\{u_j\}$  مرتبط است و نسبت به هر یک از متغیرهای طراحی مشتق‌پذیر است. برای بدست آوردن حساسیت مقدار ویژه به صورت مستقیم باید از معادله (۱) نسبت به متغیر طراحی  $x$  مشتق گرفته شود که داریم:

$$\frac{\partial ([k] + \lambda_j [k_g] \{u_j\})}{\partial x} = 0 \quad (۳)$$

$$\frac{\partial ([k] + \lambda_j [k_g])}{\partial x} \{u_j\} + ([k] + \lambda_j [k_g]) \frac{\partial \{u_j\}}{\partial x} = 0 \quad (۴)$$

با ضرب معادله (۴) در  $\{u_j\}^T$  داریم:

$$\{u_j\}^T \frac{\partial ([k] + \lambda_j [k_g])}{\partial x} \{u_j\} + \{u_j\}^T ([k] + \lambda_j [k_g]) \frac{\partial \{u_j\}}{\partial x} = 0 \quad (۵)$$

از آنجا که  $\{k\}^T = \{k\}$  و  $\{k_g\}^T = \{k_g\}$  است، ترانهاده معادله (۱) به صورت معادله (۶) در می‌آید:

$$[[k] + \lambda_j [k_g]] \{u_j\}^T = \{u_j\}^T ([k] + \lambda_j [k_g]) = \{0\} \quad (۶)$$

به این ترتیب قسمت دوم معادله (۵) صفر می‌شود؛ بنابراین، مشتق بردار ویژه در محاسبه مشتق مسئله مقدار ویژه ساده تأثیری ندارد. با بازنویسی معادله (۵) مشتق مقدار ویژه ساده می‌شود [۷]:

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial x} = -\frac{\{u_j\}^T \left[ \frac{\partial [k]}{\partial x} + \lambda_j \frac{\partial [k_g]}{\partial x} \right] \{u_j\}}{\{u_j\}^T [k_g] \{u_j\}} \quad (۷)$$

چگالی احتمال خاص خود خواهد بود. احتمال خرابی به صورت رابطه (۱۷) بیان می‌شود.

$$P_f = P(R - Q < 0) = P(g < 0) \quad (17)$$

که در حالت کلی  $g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0$  به معنی عملکرد مطلوب (سازه ایمن)،  $g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$  به معنی مرز بین عملکرد مطلوب و نامطلوب و  $g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0$  به معنی عملکرد نا مطلوب (خرابی سازه) است.

متغیرهای حالت اصلی در رابطه تابع عملکردی یا تابع حالت حدی، بار و مقاومت هستند. در این صورت فضای متغیرهای حالت یک فضای دو بعدی است. داخل این فضا می‌توان دامنه ایمن را از دامنه خرابی جدا نمود. مرز بین دامنه‌های ایمن و خرابی توسط تابع حالت حدی  $g(R, Q) = 0$  تعریف می‌شود. مناسب‌تر است در تحلیل ایمنی سازه‌ها، متغیرهای تصادفی را به شکل استاندارد (کاهش یافته) تبدیل کرد.

$$Z_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \rightarrow R = \mu_R + Z_R \sigma_R \quad (18)$$

$$Z_Q = \frac{Q - \mu_Q}{\sigma_Q} \rightarrow Q = \mu_Q + Z_Q \sigma_Q \quad (19)$$

در این روابط  $\mu$  معرف مقدار میانگین و  $\sigma$  معرف انحراف معیار است. با جای‌گذاری روابط (۱۸) و (۱۹) در رابطه (۱۶) تابع حالت حدی به صورت رابطه (۲۰) نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} g(Z_R, Z_Q) &= \mu_R + Z_R \sigma_R - \mu_Q - Z_Q \sigma_Q \\ &= (\mu_R - \mu_Q) + Z_R \sigma_R - Z_Q \sigma_Q \\ &= (\mu_R - \mu_Q) + Z_R \sigma_R - Z_Q \sigma_Q \quad (20) \end{aligned}$$

تابع  $g(Z_R, Z_Q)$  بیانگر معادله یک خط مستقیم در فضای متغیرهای کاهش یافته است. خط مورد بررسی در تحلیل قابلیت اطمینان، خط  $g(Z_R, Z_Q) = 0$  است، زیرا این خط ناحیه‌های ایمن و غیر ایمن را از هم جدا می‌کند. شاخص ایمنی (شاخص قابلیت اطمینان) بر طبق پیشنهاد هاسوفر و لیند به صورت کوتاه‌ترین فاصله بین مرکز متغیرهای کاهش یافته تا خط  $g(Z_R, Z_Q) = 0$  تعریف می‌شود. با استفاده از هندسه شکل ۱ ثابت می‌شود که:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \rightarrow \beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}} \quad (21)$$

اگر  $R$  و  $Q$  دارای توزیع نرمال باشند،  $g(R, Q) = R - Q$  نیز نرمال خواهد بود. در این حالت می‌توان نشان داد که:

تقویت شدن دارد و المان با کمترین  $\alpha_i$  می‌تواند تضعیف شود. برای مواردی که مساحت مقطع جانبی  $A$  از  $i$  امین المان به اندازه‌ی  $[\Delta A]$  افزایش می‌یابد [۷]:

$$[\Delta k_i] = [\Delta k_i]^+ = [\Delta k_i(A + \Delta A)] - [k_i(A)] \quad (12)$$

و برای مواردی که مقطع جانبی به اندازه  $\Delta A$  کاهش می‌یابد داریم [۷]:

$$[\Delta k_i] = [\Delta k_i]^- = [\Delta k_i(A - \Delta A)] - [k_i(A)] \quad (13)$$

از این رو، برای تخمین اثر تغییرات مقطع جانبی روی معیار بار کماتش بنیادی برای هر المان دو عدد حساسیت محاسبه می‌شود، یکی برای افزایش مساحت

$$\alpha_i^+ = -\{u_{i1}\}^T [\Delta k_i]^+ \{u_{i1}\} \quad (14)$$

و دیگری برای کاهش مساحت

$$\alpha_i^- = -\{u_{i1}\}^T [\Delta k_i]^- \{u_{i1}\} \quad (15)$$

محاسبه این اعداد حساسیت تنها شامل ماتریس‌های کوچک المان‌های تکی می‌شود. هزینه محاسبه این اعداد حساسیت در مقایسه با هزینه محاسبه مقادیر ویژه معادله (۱) کمتر است [۷].

### ۳- قابلیت اعتماد

مفهوم حالت حدی برای کمک به تعریف شکست در زمینه تحلیل قابلیت اعتماد سازه استفاده می‌شود. حالت حدی مرز بین عملکرد مطلوب و غیر مطلوب یک سازه را بیان می‌کند. این مرز به صورت ریاضی به وسیله تابع حالت حدی نشان داده می‌شود. هر حالت حدی را می‌توان به زبان ریاضی به صورت یک تابع حالت حدی یا تابع هدف تعریف کرد. به عنوان مثال خرابی تیر می‌تواند به صورت افزایش لنگر ناشی از بارها از ظرفیت تحمل تیر بیان شود. فرض کنید،  $R$  مقاومت (ظرفیت تحمل لنگر) و  $Q$  اثر بارها (لنگر کل وارد شده به تیر مورد نظر) باشد. گاهی مناسب است که  $R$  عرضه و  $Q$  تقاضا نامیده شود. حاشیه ایمنی می‌تواند به صورت یک تابع عملکردی یا تابع حالت حدی برای یک تیر به صورت رابطه (۱۶) نوشته شود.

$$g(R, Q) = R - Q \quad (16)$$

اگر  $R$  و  $Q$  متغیرهای تصادفی با تابع چگالی احتمال مربوط به خود باشند، کمیت  $R - Q$  نیز یک متغیر تصادفی با تابع

تا اینجا هیچ‌گونه تغییری نسبت به روش‌های قبل برای بدست‌آوردن شاخص قابلیت اعتماد ایجاد نشده است. در حقیقت، اگر که تابع حالت حدی خطی باشد، شاخص قابلیت اعتماد هنوز هم از رابطه (۲۴) بدست می‌آید [۱۹]:

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}} \quad (24)$$

در صورتی که تابع حالت حدی غیرخطی باشد، اگرچه برای پیدا کردن نقطه طرح  $(z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)$  در فضای متغیرهای کاهش یافته باید از چرخه استفاده کرد، اما □ همچنان معرف کوتاه‌ترین فاصله است. این روش تکرار ما را ملزم به حل یک دستگاه متشکل از  $(2n+1)$  معادله شبیه‌سازی شده با  $(2n+1)$  مجهول می‌کند [۱۹].

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial g}{\partial z_i} \Big|_{edp}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial z_k} \Big|_{edp} \right)^2}} \quad (25)$$

$$\frac{\partial g}{\partial z_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial z_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \sigma_{X_i} \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2 = 1 \quad (27)$$

$$z_i^* = \beta \alpha_i \quad (28)$$

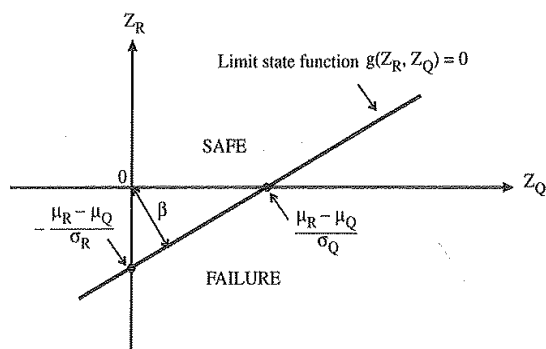
$$g(z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*) = 0 \quad (29)$$

معادله (۲۶) کاربرد قانون مشتق زنجیره‌ای است. معادله (۲۷) یک الزام برای مقادیر متغیرهای  $\alpha_i$  را بیان می‌کند. معادله (۲۹) یک بیان ریاضی از این الزام است که نقطه طرح باید روی مرز شکست باشد. یکی از روش‌های اجرای آنالیز تکراری جهت پیدا کردن نقطه طرح، روش ماتریسی است که در ادامه به آن پرداخته شده است [۱۹].

۱- تابع حالت حدی  $g$  بر حسب متغیرهای موجود  $(X_i)$  رابطه‌سازی می‌شود.

۲- یک مقدار اولیه برای مختصات نقطه طراحی  $(X_i)$  فرض می‌شود. برای این کار در معادله  $g = 0$  به جای همه متغیرها به جز یکی مقداری (معمولا مقدار میانگین) قرار داده شده و یکی باقی مانده از همان معادله بدست می‌آید.

۳- مقدار متغیرهای استاندارد  $(Z_i)$  به ازای مختصات فرض شده برای نقطه طراحی تعیین می‌شود.



شکل ۱- تعریف شاخص قابلیت اعتماد به عنوان کوتاه‌ترین فاصله [۱۹]

$$P_f = \phi(-\beta) \Leftrightarrow \beta = -\phi^{-1}(P_f) \quad (22)$$

روش شاخص قابلیت اعتماد مرتبه اول لنگر دوم بر اساس میانگین و انحراف معیار داده‌ها پایه‌گذاری شده است. یکی از مشکلات این روش، وابسته بودن جواب به نوع تابع حالت حدی است. در سال ۱۹۷۴ هاسوفر و لیند [۲۰] یک شاخص قابلیت اعتماد اصلاح شده را پیشنهاد کردند که مشکل وابستگی جواب به نوع تابع حالت حدی را نداشت. این اصلاح برای محاسبه تابع حالت حدی در نقطه‌ای خاص به اسم نقطه طرح<sup>۱</sup> به جای نقطه مقدار میانگین انجام گردید. نقطه طرح نقطه‌ای روی سطح شکست  $g = 0$  است؛ چون این نقطه طرح در حالت کلی ناشناخته است، برای محاسبه شاخص قابلیت اعتماد از یک روش تکرارپذیر باید استفاده کرد [۱۹].

تابع حالت حدی  $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  را در نظر بگیرید که در آن متغیرهای تصادفی  $x$  غیرهم بسته هستند. (اگر متغیرها هم بسته باشند، باید برای بدست‌آوردن متغیرهای غیرهم بسته تبدیل صورت بگیرد) تابع حالت حدی که به فرم متغیرهای استاندارد (متغیرهای کاهش یافته) بازنویسی شده است، از رابطه (۲۳) بدست می‌آید [۱۹]:

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (23)$$

در روش هاسوفر-لیند نقطه طرح  $(edp)$  در فضای متغیرهای استاندارد با مختصات  $(z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)$  در نظر گرفته می‌شود و شاخص قابلیت اعتماد، کوتاه‌ترین فاصله مبدا تا منحنی  $g = 0$  است [۱۹].

<sup>۱</sup> Evaluated at Design Point (edp)

#### ۴- روش تاگوچی

روش تاگوچی مناسب‌ترین سطح برای متغیرهای طراحی را ایجاد می‌کند. تاگوچی مسائل طراحی پارامتر را بر اساس اهداف مسائل به صورت مقابل طبقه‌بندی می‌کند [۲۱]:

کوچک‌تر بهتر است: در این موقعیت نسبت  $\frac{S}{N}$  به صورت رابطه (۳۶) تعریف می‌شود [۲۱]:

$$\frac{S}{N} \text{Ratio} = -10 \log \left( \sum \frac{y_i^2}{n} \right) \quad (36)$$

بزرگ‌تر بهتر است: در این موقعیت نسبت  $\frac{S}{N}$  به صورت رابطه (۳۷) تعریف می‌شود [۲۱]:

$$\frac{S}{N} \text{Ratio} = -10 \log \left[ \frac{\sum \frac{1}{y_i^2}}{n} \right] \quad (37)$$

نزدیک به میانگین بهتر است: در این موقعیت نسبت  $\frac{S}{N}$  به صورت رابطه (۳۸) تعریف می‌شود [۲۱]:

$$\frac{S}{N} \text{Ratio} = -10 \log \left( \sum \frac{y_i^2}{s^2} \right) \quad (38)$$

روش تاگوچی از آرایه‌های عمود برهم استفاده می‌کند. در این تحقیق برای مقایسه عملکرد پارامترها و پیدا کردن بهترین ترکیب آن‌ها از روش تاگوچی استفاده شده است.

#### ۵- الگوریتم حل

الگوریتم بهینه‌سازی بر اساس قابلیت اعتماد مطابق شکل ۲ خواهد بود. در ابتدا با توجه به مشخصات ستون، تحلیل المان محدود در نرم‌افزار آباکوس انجام می‌گیرد تا بار کمناش ستون بدست آید. سپس تحلیل حساسیت برای تمامی المان‌ها محاسبه می‌گردد و پس از آن تابع حالت حدی با استفاده از روش پاسخ سطح استاندارد، به وسیله طرح مرکب مرکزی<sup>۱</sup> مدل‌سازی می‌شود. در مرحله بعد قابلیت اعتماد با استفاده از روش هاسوفر-لیند انجام می‌پذیرد و قابلیت اعتماد برای ستون بدست می‌آید. قابلیت اعتماد هدف  $\beta = 3$  در نظر گرفته شده است و اگر قابلیت اعتماد ستون بیشتر از ۳ بود با توجه به تحلیل حساسیت، سطح مقطع المان‌هایی که بیشترین  $\alpha^+$  را دارند، افزایش و سطح مقطع المان‌هایی که بیشترین  $\alpha^-$  را دارند، کاهش پیدا می‌کند.

<sup>1</sup> Central Composite Design (CCD)

$$z_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (30)$$

۴- مشتقات ضمنی تابع حالت حدی نسبت به متغیرهای کاهش‌یافته تعیین می‌شود. سپس برداری از این مشتقات ضمنی ساخته می‌شود.

$$\{G\} = \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_n \end{Bmatrix} \quad (31)$$

که در این رابطه:

$$G_i = - \left. \frac{\partial g}{\partial z_i} \right|_{edp} \quad (32)$$

۵- شاخص قابلیت اعتماد از رابطه (۳۲) محاسبه می‌شود.

$$\beta = \frac{\{G\}^T \{Z^*\}}{\sqrt{\{G\}^T \{G\}}} \quad (32)$$

که در این رابطه:

$$\{Z^*\} = \begin{Bmatrix} z_1^* \\ z_2^* \\ \vdots \\ z_n^* \end{Bmatrix}$$

۶- یک بردار از مقادیر محاسبه شده برای  $\alpha_i$  که به نام پارامتر حساسیت نیز ممکن است نامیده شود به دست می‌آید.

$$\{\alpha\} = \frac{\{G\}}{\sqrt{\{G\}^T \{G\}}} \quad (33)$$

۷- مقادیر جدید برای  $n-1$  متغیر کاهش‌یافته ( $Z_i$ ) محاسبه می‌گردد.

$$z_i^* = \beta \alpha_i \quad (34)$$

۸- مختصات جدید نقطه طراحی ( $X_i$ ) به ازای  $n-1$  مقدار جدید برای متغیرهای کاهش یافته تعیین می‌شود.

$$X_i^* = \mu_{x_i} + z_i^* \sigma_{x_i} \quad (35)$$

۹- مقدار آخرین مختصه نقطه طراحی از معادله  $g = 0$  بدست می‌آید.

۱۰- مراحل ۳ تا ۹ آن‌قدر تکرار شده تا مقادیر محاسبه شده برای  $\beta$  و  $\{x_i^*\}$  همگرا شوند.

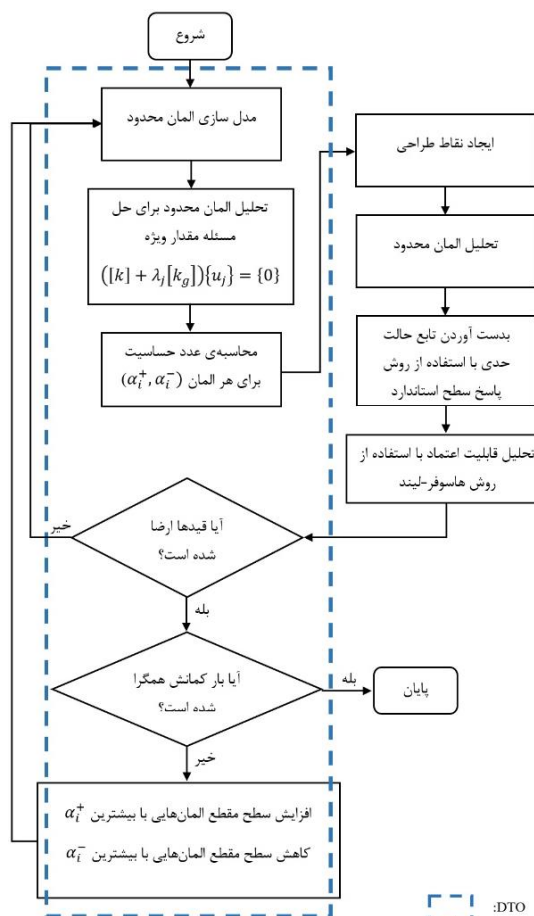
به صورت نسبت تغییر (RR) تعریف می‌شود. این نسبت به صورت درصد بیان می‌شود که نصف این مقدار المان‌هایی است که باید افزایش سطح مقطع و نصف دیگر کاهش سطح مقطع دارند، در نتیجه حجم کلی سازه ثابت می‌ماند. اندازه‌ی گام مقداری است که سطح مقطع هر المان در هر چرخه باید تغییر اندازه بدهد. برای پیدا کردن بهترین ترکیب جهت بیشینه کردن بار کماتش از روش تاگوچی در نرم افزار مینی تب<sup>۱</sup> استفاده شده است. با استفاده از روش تاگوچی بهترین حالت برای رسیدن به بیشینه کماتش در حالتی است که تعداد المان ۲۰۰ و نسبت تغییر (RR) ۸ و اندازه‌ی گام (SS) ۱ باشد. سطح‌های طراحی برای ۹ آزمایش در جدول ۱ آورده شده است.

#### ۱-۱ ستون دو سر مفصل:

در این مثال یک ستون دو سر مفصل ساده به طول 1 m و با مدول الاستیسیته  $E = 200 \text{ GPa}$  برای سه سطح مقطع متفاوت در نظر گرفته شده است که این ستون به ۲۰۰ المان تقسیم‌بندی می‌شود.

حالت اول (P1): در این حالت سطح مقطع ستون به صورت مستطیل با عرض ثابت  $d$  و عمق متغیر  $b$  در نظر گرفته شده است. ممان اینرسی ستون به صورت  $I = \frac{1}{12}bd^3$  محاسبه شده و برای آن مقادیر اولیه  $b = 65 \text{ mm}$  و  $d = 50 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. در حالت اول مقدار  $d$  ثابت و مقدار  $b$  متغیر است.  $b$  در فاصله‌های 5 mm قابل تغییر است و حداکثر آن 125 mm و حداقل آن 5 mm است. شکل ۳ تاریخچه بهینه‌سازی برای مقدار ضریب بار کماتش را پس از ۶۹۰ چرخه و شکل ۴ مراحل تکاملی بهینه‌سازی شکل ستون را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود بار کماتش نهایی ستون نسبت به بار کماتش اولیه ۲۰٪ افزایش پیدا کرده است.

حالت دوم (P2): در این حالت سطح مقطع ستون به صورت دایره با شعاع  $r^2 = 40 \text{ mm}^2$  در نظر گرفته شده است. ممان اینرسی ستون به صورت  $I = \frac{\pi}{4}r^4$  محاسبه شده و حداکثر مقدار مجاز برای  $r^2$ ،  $60 \text{ mm}^2$  و حداقل مقدار مجاز آن  $1 \text{ mm}^2$  در نظر گرفته شده است که مقدار  $r^2$  در فاصله‌ی  $1 \text{ mm}^2$  تغییر می‌کند. تاریخچه بهینه‌سازی برای مقدار



شکل ۲- نمودار درختی بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها در برابر بار کماتش بر اساس قطعیت و عدم قطعیت

#### ۶- مثال

به منظور اطمینان از صحت روش و کد متلب نوشته شده، مثال‌هایی از مراجع [۲۲] و [۷] حل می‌شود و نتایج بدست آمده با نتایج مراجع مقایسه خواهد شد. در این مثال‌ها بار کماتش فقط برای مود اول در نظر گرفته شده است؛ همچنین  $\lambda_{cr}$  مربوط به بار کماتش ستون پیش از تغییر سطح مقطع است. مدول الاستیسیته و بار وارد شده به ستون و ممان اینرسی به عنوان پارامترهای تصادفی با واریانس ۱۰٪ مقدار میانگین و مقدار شاخص قابلیت اعتماد هدف  $\beta_t = 3$  در نظر گرفته شده است؛ همچنین حجم کلی سازه ثابت در نظر گرفته شده و معیار همگرایی برای خروج از الگوریتم، عدم افزایش بار کماتش در سه تکرار متوالی است. تعداد کل المان‌هایی که سطح مقطع آن‌ها باید در هر چرخه تغییر کند،

<sup>1</sup> Minitab

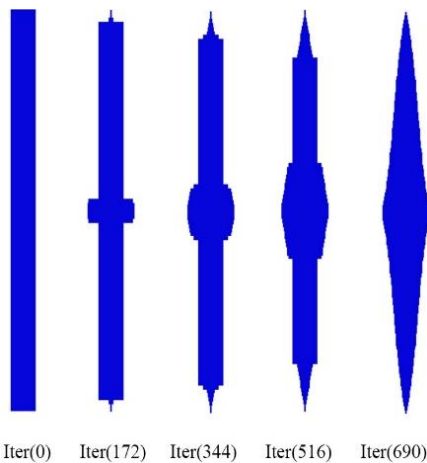


گرفته شده است. در حالت اول مقدار  $b$  ثابت و مقدار  $d$  متغیر در نظر گرفته می‌شود.  $d$  در فاصله‌های 5 mm قابل تغییر است که حداکثر آن 125 mm و حداقل آن 5 mm است. تاریخچه بهینه‌سازی برای مقدار ضریب بار کمانش پس از ۳۲۲ چرخه در شکل ۷ نشان داده شده است. شکل ۸ مراحل تکاملی بهینه‌سازی شکل ستون را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، بار کمانش نهایی ستون نسبت به بار

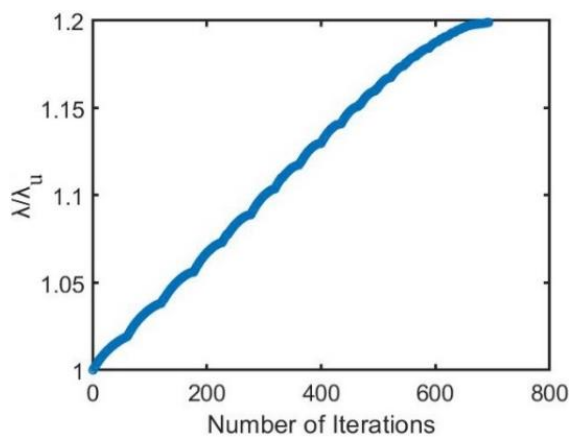
ضریب بار کمانش پس از ۳۳۳ چرخه در شکل ۵ و مراحل تکاملی بهینه‌سازی شکل ستون در شکل ۶ آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، بار کمانش نهایی ستون نسبت به بار کمانش اولیه ۳۰٪ افزایش پیدا کرده است. حالت سوم (P3): در این حالت سطح مقطع ستون به صورت مربع با عرض ثابت  $b$  و عمق متغیر  $d$  در نظر گرفته شده و مقدار اولیه  $b = 65 \text{ mm}$  و  $d = 50 \text{ mm}$  در نظر

جدول ۱- طراحی آزمایش توسط روش تاگوچی

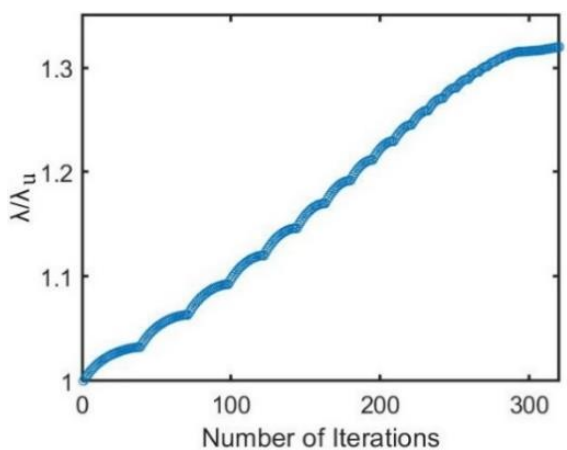
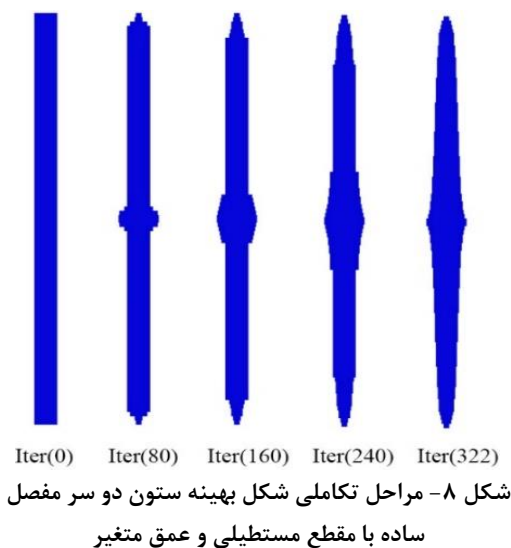
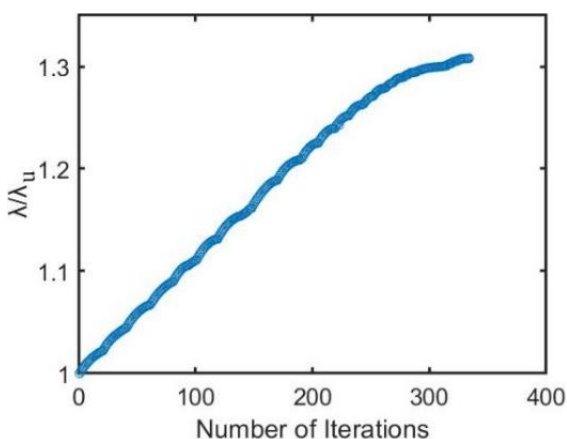
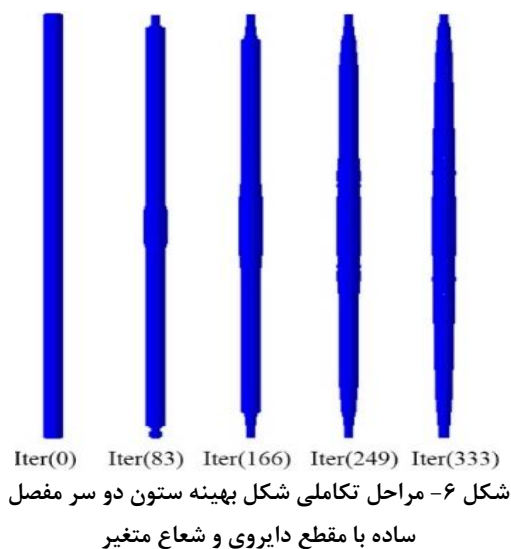
تعداد المان	نسبت تغییر (%)	اندازه گام (mm)	بار کمانش (kN)	SN Ratios
۵۰	۸	۱	۱/۱۹۵۹	۱/۵۵۳۹
۵۰	۱۶	۲	۱/۱۸۶۵	۱/۴۸۵۳
۵۰	۳۲	۵	۱/۱۵۸۷	۱/۲۷۹۴
۱۰۰	۸	۲	۱/۱۹۸۴	۱/۵۷۲۰
۱۰۰	۱۶	۵	۱/۱۹۴۹	۱/۵۴۶۶
۱۰۰	۳۲	۱	۱/۱۸۷۵	۱/۴۹۲۶
۲۰۰	۸	۵	۱/۱۹۸۵	۱/۵۷۲۷
۲۰۰	۱۶	۱	۱/۱۹۸۵	۱/۵۷۲۷
۲۰۰	۳۲	۲	۱/۱۹۵۸	۱/۵۵۳۱



شکل ۴- مراحل تکاملی شکل بهینه ستون دو سر مفصل ساده با مقطع مستطیلی و عرض متغیر



شکل ۳- تاریخچه بهینه‌سازی ستون دو سر مفصل ساده با مقطع مستطیلی و عرض متغیر



و همکاران [۷] مقایسه شده است. برای قابلیت اعتماد از دو روش هاسوفر-لیند و مونت کارلو استفاده شده و نتایج آن‌ها با یکدیگر مقایسه شده است.

برای بدست آوردن تابع حالت حدی روش پاسخ سطح استاندارد با استفاده از طرح مرکب مرکزی به کار رفته است. تابع حالت حدی به صورت مقابل است:

$$g(b) = b + b_1 E + b_2 I - P \quad (39)$$

که در فرمول بالا E مدول الاستیسیته I ممان اینرسی و P مقدار نیروی وارد شده به ستون است. شرط پایداری ستون،

کوماتش اولیه ۳۰٪ افزایش پیدا کرده است. جدول ۲ نتایج بهینه سازی ستون دو سر مفصل ساده را برای سه حالت ذکر شده نشان می‌دهد. بار کوماتش در حالت اول پس از ۶۹۰ چرخه و در حالت دوم و سوم به ترتیب پس از ۳۳۳ و ۳۲۲ چرخه به حالت بهینه می‌رسد. اندازه بار کوماتش بر اندازه بار کوماتش در حالت اولیه تقسیم می‌شود که ستون هنوز تغییر اندازه نداشته است. در جدول ۲ معیار بار کوماتش نهایی بدست آمده از روش بهینه سازی تکاملی سازه‌ها، با حل دقیق مقاله هافتکا و همکاران [۲۳] که از روش حساب تغییرات بدست آمده و همچنین نتایج بدست آمده از مقاله مانیکاراجا

اعتماد  $\beta$  بدست آمده و سپس بار وارد بر ستون به میزانی افزایش پیدا می‌کند که مقدار شاخص قابلیت اعتماد برابر ۳ شود. سپس ستون وارد چرخه بهینه‌سازی می‌شود، در نتیجه مقدار ظرفیت بار کمانش افزایش پیدا کرده و سپس بار کمانش به مقداری افزایش پیدا می‌کند که دوباره شاخص قابلیت اعتماد کمتر از ۳ نشود. افزایش مقدار بار کمانش در هر چرخه و مقایسه مقدار قطعی و غیر قطعی آن در شکل ۹ نشان داده شده است. در شکل ۱۰ مقدار شاخص

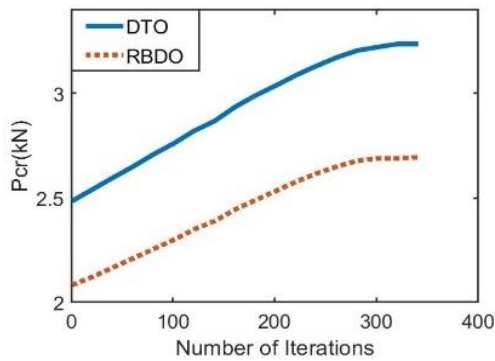
برای تابع حالت حدی در نظر گرفته شده است، در نتیجه داریم:

$$g > 0 \quad (40)$$

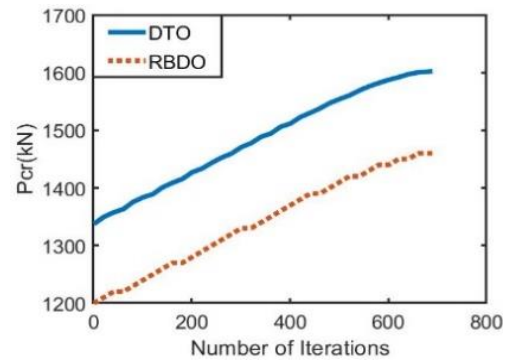
پس از برازش داده‌ها ضرایب تابع حالت حدی (b) با استفاده از مدل رگرسیون بدست می‌آیند. برای بدست آوردن شاخص قابلیت اعتماد در روش مونت‌کارلو تعداد ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است. برای بدست آوردن قابلیت اعتماد ستون ابتدا شاخص قابلیت

جدول ۲- مقایسه ضریب بار کمانش بهینه شده با ۳ سطح مقطع متفاوت با در نظر گرفتن ۲۰۰ المان و نسبت تغییر ۸ و گام ۱

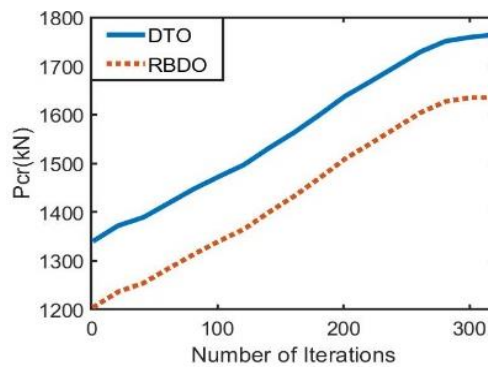
سطح مقطع	تعداد چرخه	$\lambda/\lambda_u$			تغییرات (%)
		[۲۲] حل دقیق	ESO [۷]	ESO	
مقطع مستطیلی با عرض متغیر	۶۹۰	۱/۲۱۵	۱/۲۱۴	۱/۱۹۹	۱/۶
مقطع دایروی با شعاع متغیر	۳۲۷	۱/۳۳۳	۱/۳۲۸	۱/۳۰۷	۲/۶
مقطع مستطیلی با عمق متغیر	۳۲۲	۱/۴۰۷	۱/۴۰۰	۱/۳۲۰	۸/۷



(ب)



(ف)



(ج)

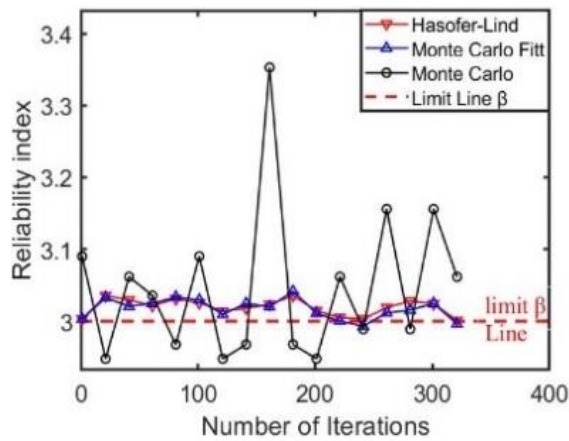
شکل ۹- مقایسه بار کمانش در حالت DTO و RBDO: (الف) مقطع مستطیلی با عرض متغیر، (ب) مقطع دایروی با شعاع متغیر و (ج) مقطع مستطیلی با عمق متغیر

بدون در نظر گرفتن قابلیت اعتماد و پیش از انجام بهینه‌سازی است.  $P_{cr}(ESO)$  بار کماتش نهایی پس از انجام بهینه‌سازی را نشان می‌دهد و سپس با در نظر گرفتن قابلیت اعتماد، مقدار حداکثر باری که می‌توان به ستون

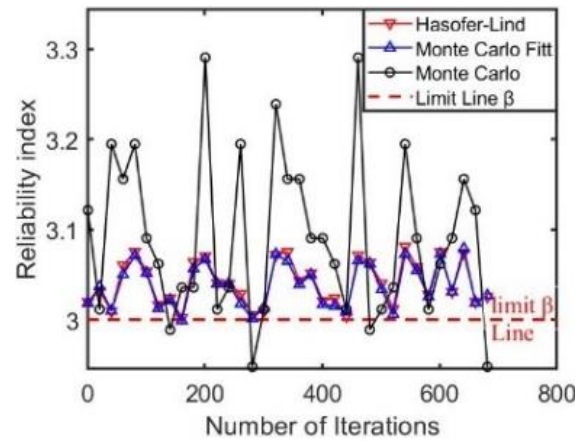
قابلیت اعتماد با استفاده از دو روش هاسوفر-لیند و مونت کارلو مقایسه شده و ستون در هر چرخه با در نظر گرفتن شاخص قابلیت اعتماد ۳ ایمن شده است. در جدول ۳،  $P_{cr}$  نشان دهنده مقدار بار کماتش ستون دو سر مفصل ساده،

جدول ۳- مقایسه بارهای کماتش در حالت ابتدایی، بهینه شده در برابر بار کماتش و با در نظر گرفتن قابلیت اعتماد

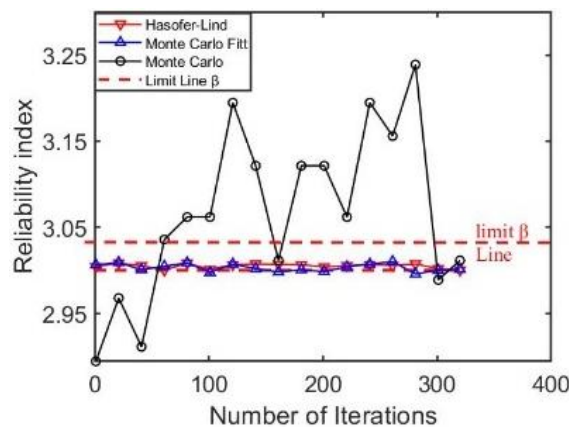
$P_{cr}$ (kN)	$P_{cr}(ESO)$ [kN]	$P_{cr}(ESO-Reliability)$ [kN]
۱۳۳۶/۵	۱۶۰۲/۵	۱۴۶۰/۰
۲/۴۸	۳/۲۴	۲/۶۹
۱۳۳۶/۵	۱۷۶۴/۱	۱۶۳۵/۰



(ب)



(ف)



(ج)

شکل ۱۰- مقایسه مقدار شاخص قابلیت اعتماد با استفاده از دو روش هاسوفر-لیند و مونت کارلو: الف) مقطع مستطیلی با عرض متغیر، ب) مقطع دایروی با شعاع متغیر، و ج) مقطع مستطیلی با عمق متغیر

- elastic analysis of 3D structures using evolutionary methods. Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Natal/RN, Brazil.
- [6] Manickarajah D, Xie Y, Steven G (1998) An evolutionary method for optimization of plate buckling resistance. *Finite Elem Anal Des* 29(3-4): 205-230.
- [7] Manickarajah D, Xie Y, Steven G (2000) Optimisation of columns and frames against buckling. *Compos Struct* 75(1): 45-54.
- [8] Yi B, Zhou Y, Yoon GH, Saitou K (2019) Topology optimization of functionally-graded lattice structures with buckling constraints. *Comput Method Appl M* 354: 593-619.
- [9] Wang W, Ye H, Sui Y (2019) Lightweight Topology optimization with buckling and frequency constraints using the independent continuous mapping method. *Acta Mech Solida Sin* 32(3): 310-325.
- [10] Pitton SF, Ricci S, Bisagni C (2019) Buckling optimization of variable stiffness cylindrical shells through artificial intelligence techniques. *Compos Struct* 230: 111513.
- [11] Alam MI, Kanagarajan B, Jana P (2019) Optimal design of thin-walled open cross-section column for maximum buckling load. *Thin-Walled Struct* 141: 423-434.
- [12] Kharmanda G, Olhoff N, Mohamed A, Lemaire M (2004) Reliability-based topology optimization. *Struct Multidiscip Optim* 26(5): 295-307.
- [13] Liu X, Yi WJ, Li Q, Shen PS (2008) Genetic evolutionary structural optimization. *J Constr Steel Res* 64(3): 305-311.
- [14] Yoo KS, Eom YS, Park JY, Im MG, Han SY (2011) Reliability-based topology optimization using successive standard response surface method. *Finite Elem Anal Des* 47(7): 843-849.
- [15] Eom YS, Yoo KS, Park JY, Han SY (2011) Reliability-based topology optimization using a standard response surface method for three-dimensional structures. *Struct Multidiscip Optim* 43(2): 287-295.
- [16] López C, Bacarreza O, Baldomir A, Hernández S, Aliabadi MF (2017) Reliability-based design optimization of composite stiffened panels in post-buckling regime. *Struct Multidiscip Optim* 55(3): 1121-1141.
- [17] Chun J, Paulino GH, Song J (2019) Reliability-based topology optimization by ground structure method employing a discrete filtering technique. *Struct Multidiscip Optim* 60(3): 1035-1058.
- [۱۸] جوهری م، احمدی ندوشن ب (۱۳۹۶) بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس قابلیت اعتماد در سازه پل با استفاده اعمال کرد تا ستون با در نظر گرفتن شاخص قابلیت اعتماد ۳ دچار کماتش نشود با  $P_{cr}$  (ESO-Reliability) نشان داده شده است.
- همانطور که در جدول مشاهده می‌شود، مقدار بار کماتش نهایی در حالتی که عدم قطعیت در نظر گرفته شده، کمتر از بار کماتش نهایی در حالت قطعی است.
- ### ۷- نتیجه‌گیری
- در این مقاله بهینه‌سازی ستون در برابر بار کماتش بر اساس قابلیت اعتماد مورد بررسی قرار گرفت. برای بهینه‌سازی از روش تکاملی سازه و برای قابلیت اعتماد از روش هاسوفر-لیند استفاده شده است. ابتدا مثال‌هایی جهت بررسی کارایی روش ESO ارائه شد و سپس با در نظر گرفتن عدم قطعیت برای پارامترهای طراحی روابط قابلیت اعتماد در فرمول‌های بهینه‌سازی ادغام شد. در هرکدام از مثال‌های ذکر شده، ستون به حالت بهینه‌ی خود رسیده و بار کماتش نهایی از بار کماتش ابتدایی حدوداً ۲۰٪ بیشتر شده است و همچنین به دلیل استفاده از قابلیت اعتماد، ستون‌های قابل اعتمادتری نسبت به حالت قطعی طراحی شده است. در این پژوهش شاخص قابلیت اعتماد هاسوفر-لیند با مونت کارلو مقایسه شد و نتایج نشان داد که در نظر گرفتن عدم قطعیت هر چند باعث افزایش ایمنی سازه می‌شود، اما بار کماتش نهایی بهینه شده آن کمتر از حالت قطعی است.
- ### ۸- مراجع
- [۱] قدوسیان ع، شیخی م (۱۳۹۲) یافتن شکل بهینه سازه-های اسکلتی به کمک روش تدریجی سرد شدن فلزات. نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۲۱-۱۳: ۲(۱).
- [2] Xie YM, Steven GP (1993) A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Compos Struct* 49(5): 885-896.
- [3] Li Q, Steven GP, Xie Y (2000) Evolutionary structural optimization for stress minimization problems by discrete thickness design. *Compos Struct* 78(6): 769-780.
- [4] Xia L, Zhang L, Xia Q, Shi T (2018) Stress-based topology optimization using bi-directional evolutionary structural optimization method. *Comput Method Appl M* 333: 356-370.
- [5] Simonetti HL, Almeida VS, das Neves FDA, Almeida VDD (\*\*\*\*) Topology optimization for

- [21] Yildiz AR (2013) Comparison of evolutionary-based optimization algorithms for structural design optimization. *Eng Appl Artif Intell* 26(1): 327-333.
- [22] Haftka RT, Gürdal Z (2012) *Elements of structural optimization*. Springer Science & Business Media.
- از روش های قابلیت اعتماد مرتبه اول و دوم. مهندسی سازه و ساخت (۱) ۴.
- [19] Nowak AS, Collins KR (2012) *Reliability of structures*. CRC Press.
- [20] Hasofer AM, Lind NC (1974) Exact and invariant second-moment code format. *J Eng Mech* 100(1): 111-121.