



بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در نانو سیالات ویسکوپلاستیک- مدل کسون در محفظه مربعی

محمد سعید عقیقی^۱، امیره نوربخش^{۲*}، حامد معصومی^۳ و امیر سالاری خیبر^۴

^۱ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

^۳ کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

^۴ کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۳۰

چکیده

در این پژوهش، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانو سیالات ویسکوپلاستیک- مدل کسون همراه با یک تنش تسلیم، محصور درون محفظه مربعی با مرزهای متفاوت گرمایی بررسی شده است. معادلات دیفرانسیل غیر خطی کوپل شده برای جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم (با استفاده از روش المان محدود) حل شده است. اثرات عدد تسلیم ($0 \leq Y \leq Y_{max}$)، عدد رایلی ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$)، عدد لوییس ($2.5 \leq Le \leq 7.5$)، پارامتر شناوری ($0.1 \leq N_r \leq 1$) بر جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم، تحلیل و نواحی تسلیم شده و نشده شکل گرفته در قسمت‌های مختلف مشخص شده‌اند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که توزیع جرم در محفظه بشدت تحت اثر عدد لوییس قرار دارد، اما این پارامتر اثر محسوسی بر توزیع دما و جریان ندارد. اثر مرکب عدد لوییس و تنش تسلیم بر عملکرد جریان نیز اندک بوده و در نتیجه این پارامتر اثر محسوسی بر نواحی شبه جامد ندارد. از طرف دیگر افزایش پارامتر شناوری سبب کاهش توزیع جریان ناشی از جابجایی و در نتیجه کاهش انتقال حرارت در محفظه می‌شود. مشاهده شد که افزایش پارامتر شناوری سبب افزایش اثر نیروهای ویسکوز شده و در نتیجه نواحی شبه جامد گسترگی بیشتری در محفظه می‌یابند و مقدار تنش تسلیم حدی کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی: سیال ویسکوپلاستیک؛ کسون؛ عدد رایلی؛ عدد لوییس؛ پارامتر شناوری.

Investigation of Natural Convection Heat Transfer of Viscoplastic Nanofluids-Casson Model in a Square Enclosure

M. S. Aghighi¹, A. Nourbakhsh^{2,*}, H. Masoumi³, A. SalariKheybar⁴

¹ Assis. Prof., Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran. ² Assis. Prof., Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran.

³ Msc., Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran.

⁴ Msc., Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran.

Abstract

In this study, natural convection of a viscous nanofluid-casson model with a yield stress in a square enclosure with differentially heated side walls has been studied. The system of coupled nonlinear differential equations for flow, heat transfer and mass transfer were solved by using the finite element method. The effects of yield number ($0 \leq Y \leq Y_{max}$), Rayleigh number ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$), Lewis number ($2.5 \leq Le \leq 7.5$) and Buoyancy ratio number ($0.1 \leq N_r \leq 1$), on the flow, heat and mass transfer have been investigated and the yielded and unyielded regions are specified. The results show that the mass distribution in the enclosure is strongly influenced by the Lewis number, but this parameter does not have a significant effect on the flow and temperature fields. The combined effect of Lewis number and yield stress on fluid flow is negligible and as a result, this parameter has no significant effect on unyielded regions. On the other hand, increasing the buoyancy parameter suppressed the convective flow and heat transfer rate in the cavity. It was observed that increasing the buoyancy parameter enhances the effect of viscous force and as a result, the unyielded regions expand in the enclosure and the critical yield stress decreases.

Keywords: Viscoplastic Fluid; Casson; Rayleigh Number; Lewis Number; Buoyancy Parameter.

۱- مقدمه

سیالات ویسکوز پلاستیک نوع خاصی از سیالات غیر نیوتنی هستند که ویژگی آنها وجود تنش تسلیم است؛ یعنی ماده تا حد خاصی تحمل تنش را داشته و در نتیجه رفتار آن مشابه جامدات است، اما پس از آن تحت اثر تنش بیشتر، رفتاری مشابه سیالات خواهد داشت. سه مدل اصلی برای شبیه سازی رفتار مواد ویسکو پلاستیک عبارتند از مدل بینگام، هرشل-بالکلی و کسون. در این میان مدل کسون از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که علت آن پیروی رفتار بسیاری از مواد در صنعت و طبیعت از الگوی آن است که از آن جمله می‌توان به مواد زیستی (مانند خون)، صنایع غذایی مانند صنایع لبنی، شکلات و رب سازی و صنایع وابسته به نفت و پتروشیمی اشاره کرد [۱]. علی رغم این کاربرد وسیع تحقیقات انجام شده در این زمینه به دلیل دشواری مضاعف مدل ریاضی آن نسبت به دو نمونه دیگر کمتر است؛ لذا انجام تحقیق جهت آشنایی با الگوی رفتاری این جریان و چگونگی عملکرد آن در انتقال جرم و حرارت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. هرچند بیشتر تحقیقات انجام شده در زمینه انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیالات ویسکو پلاستیک بر مبنای مدل بینگام [۲-۴] و هرشل-بالکلی [۵-۶] است، اما در سالیان اخیر تحقیقاتی نیز در زمینه مدل کسون انجام شده است [۷-۸].

از طرف دیگر یکی از زمینه‌های مهم در علوم مربوط به انتقال حرارت در دهه‌های اخیر بحث استفاده از ذرات نانو با قابلیت انتقال حرارت بالا جهت بهبود عملکرد حرارتی سیال پایه است [۹-۱۳]. علی رغم تحقیقات خوبی که در این زمینه برای سیالات نیوتنی خصوصاً در مبحث انتقال حرارت جابجایی طبیعی صورت گرفته است [۱۴-۱۷]، تحلیل انتقال حرارت در نانو سیالات ویسکو پلاستیک در آغاز راه قرار دارد و تحقیق پیش رو یکی از اولین گام‌ها در این زمینه است. در این تحقیق، هدف بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال کسون در محفظه مربعی است. علت انتخاب محفظه مربعی مبنای بودن نتایج آن به عنوان تحقیق پایه و اولیه در این زمینه برای مطالعات آتی است. چگونگی تعامل پارامترهای وابسته به ذرات نانو از جمله پارامتر شناوری و عدد لوئیس با تنش تسلیم و بررسی اثر مرکب این پارامترها بر رفتار جریان از اهداف این تحقیق

است. برای این منظور از مدل بونجیورنو [۱۸] که بر اساس انتقال حرارت و جرم می باشد استفاده شده است. بر اساس مطالب ذکر شده در فوق و دانش نگارندگان، تمامی مطالب و نتایج ارائه شده جدید بوده و این مسئله تا کنون بررسی نشده است.

۲- هندسه مسئله و معادلات حاکم

شماتیک محفظه دو بعدی و مربعی شکل که دیواره عمودی سمت چپ آن در دمای بی بعد ثابت و گرم (θ_H) و در غلظت بی بعد زیاد (C_H)، دیواره عمودی سمت راست آن در دمای بی بعد ثابت و سرد (θ_C) و در غلظت بی بعد کم (C_C)، در نظر گرفته شده است و همچنین دیواره‌های افقی آن عایق و نفوذناپذیر می‌باشند، مطابق شکل ۱ است. ضمناً محفظه مذکور با سیال ویسکوپلاستیک- مدل کسون، همراه با ذرات نانو پر شده است. سیالات کسون، نوع خاصی از سیالات ویسکوپلاستیک هستند که ویژگی اصلی آن‌ها وجود تنش تسلیم است، به این معنی که ماده در برابر تنش وارد بر آن تا مقدار مشخصی مقاومت کرده و جامد می‌ماند، پس از آن به‌صورت توده‌ی جامد و سیال به حرکت در می‌آید. انتقال حرارت جابجایی طبیعی در این محفظه، زمانی رخ می‌دهد که دیواره عمودی سمت چپ، در دمای بالاتری نسبت به دیواره عمودی سمت راست باشد. در این حالت، گرادیان دمای ایجاد شده، باعث پدید آمدن اختلاف چگالی و در نتیجه نیروی شناوری، حرکت سیال و انتقال حرارت در فضای مورد نظر می‌شود.

جریان جابجایی طبیعی درون محفظه به صورت دوبعدی، آرام، پایدار و تراکم ناپذیر در نظر گرفته می‌شود. خواص سیال در دمای میانگین و غلظت میانگین بدست آمده است:

$$\theta = \frac{T - T_r}{T_H - T_C}$$

$$C = \frac{C' - C'_r}{C'_H - C'_C} \quad (1)$$

با توجه به فرضیات مذکور، میدان‌های سرعت و دمای به هم وابسته، به‌وسیله معادلات دیفرانسیل جزئی در شکل بی بعد و بر اساس مدل بونجیورنو توصیف شده‌اند [۷ و ۱۸].

$$\theta = -0.5, C = -0.5 \text{ at } x = 1 \quad (۴)$$

اعداد بی بعد عبارتند از:

عدد پراتل (نسبت پخش مومنتوم به پخش حرارتی) [۱۸]:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (۵)$$

عدد رایلی (نسبت نیروهای شناوری به نیروهای ویسکوز): [۱۸]:

$$Ra = \frac{g\beta(1 - C'_r)\Delta TH^3}{\alpha_f \nu_f} \quad (۶)$$

نسبت شناوری [۱۸]:

$$Nr = \frac{(\rho_s - \rho_f)\Delta C}{\rho_f \beta \Delta T (1 - C'_r)} \quad (۷)$$

$$\beta = 0.26 \frac{k}{2k + k_p} \quad (۸)$$

k و k_p ضریب هدایت حرارتی سیال و ذرات نانو است.

عدد لوییس (نسبت پخش حرارتی به پخش گرمی) [۱۸]:

$$Le = \frac{\alpha}{D_B} \quad (۹)$$

α (ضریب نفوذ گرمایی) و D_B ضریب نفوذ براونی است [۱۸]. پارامتر حرکت براونی [۱۸]:

$$Nb = \frac{\delta D_B \Delta C}{\alpha} \quad (۱۰)$$

پارامتر ترموفورز [۱۸]:

$$Nt = \frac{\delta D_T \Delta T}{\alpha_f T_r} \quad (۱۱)$$

D_T ضریب ترموفورز است [۱۸].

روابط تنش مسأله برای سیال کسون همراه با ذرات نانو به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌شود [۱]:

$$\tau_{ij} = \left(1 + \left(\frac{Bn}{|\dot{\gamma}|}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2 \dot{\gamma}_{ij} \dots$$

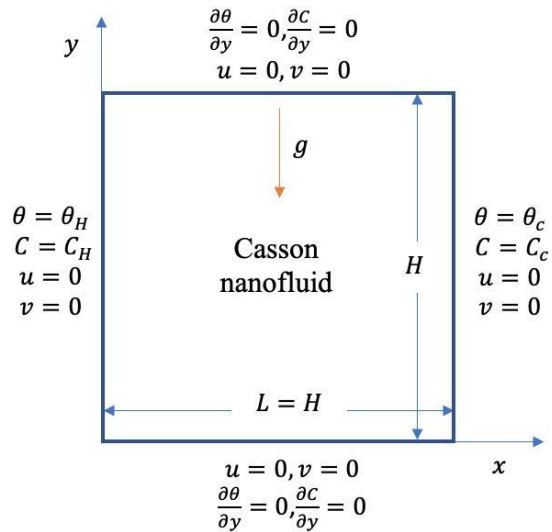
$$\text{if } |\tau| > \tau_y \quad \text{and} \dots$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{for } |\tau| < \tau_y \quad (۱۲)$$

که در آن، نرخ کرنش به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود:

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (۱۳)$$

ناپیوستگی ذاتی در رابطه تنش-کرنش سیالات ویسکوپلاستیک یکی از پیچیدگی‌های تحلیل عددی این سیالات است؛ لذا در مطالعه حاضر، این مشکل به وسیله مدل یکپارچه سازی پاپاناستاسیو رفع شده است که اساساً گذار



شکل ۱- دیاگرام شماتیک پیکربندی جریان

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \dots$$

$$Pr^{\frac{1}{2}} Ra^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \dots$$

$$Pr^{\frac{1}{2}} Ra^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) + (\theta - Nr.C)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = (Ra.Pr)^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + \dots \right]$$

$$N_b \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + N_t \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le} (Ra.Pr)^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \dots \right]$$

$$\frac{N_t}{N_b} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (۲)$$

در روابط مذکور، u و v به ترتیب سرعت‌های بی بعد در جهت‌های بی بعد x و y ، فشار بی بعد، دمای بی بعد و غلظت می‌باشند. شرایط مرزی به این صورت است:

$$u = 0, v = 0 \text{ on all walls} \quad (۳)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \text{ at } y = 0 \text{ and } y = 1$$

$$\theta = 0.5, C = 0.5 \text{ at } x = 0$$

نانوسیال کسون، به صورت عددی، با استفاده از روش انتگرالی گلرکین بر مبنای المان محدود و با انتخاب المان‌های چهار ضلعی نه نقطه‌ای، مبتنی بر کد نویسی در محیط متلب حل شده‌اند. جهت تحلیل مساله ترم‌های غیر خطی از ماتریس ضرایب حاصل از معادله (۲) خارج و بر مبنای مقادیر معلوم قبلی (پیش فرض) متغیرهای سرعت، دما و غلظت محاسبه و به بردار بارها (سمت راست) اضافه می‌شود. با معلوم بودن این مقادیر، معادلات حاکم حل شده و در نتیجه مقادیر جدید سرعت، دما و غلظت به دست می‌آیند. اکنون با این مقادیر، ترم‌های غیرخطی مجدداً محاسبه شده و این فرایند تا همگرا شدن مقادیر سرعت، دما و غلظت تکرار می‌شود. توضیحات کامل این روش عددی در مرجع [۶] ارائه شده است.

۴- نتایج

در پژوهش حاضر نتایج گسترده‌ای در طیف وسیعی از پارامترهای بی بعد به دست آمده است. لازم به ذکر است که معیار (Y_{max}) ، یا (عدد تسلیم توقف) در این پژوهش، جایی است که اعداد ناسلت و شروود میانگین به حد رسانایی رسیده، مقادیر سرعت به سمت صفر و نمودار دما به خطی ترین حالت خود میل کرده و در نتیجه تمام جریان به شبه جامد تبدیل شده است.

۴-۱- استقلال شبکه

با توجه به نتایج بدست آمده از جدول ۱ مشاهده می‌شود که درصد خطای هر سه پارامتر بین دو ردیف آخر کمتر از یک درصد است؛ لذا جهت جلوگیری از اتلاف زمان در روند حل مسئله، شبکه (G_3) ، به عنوان ابعاد شبکه‌ی پژوهش حاضر، انتخاب شده است.

جدول ۱- مطالعه‌ی استقلال شبکه

$Ra=10^5, Le=5, N_r=N_b=N_i=0.1, Pr=100, Bn=0$				
V_{max}	\overline{Sh}_L	\overline{Nu}_L	المان ها	شبکه
۰/۰۲۳۰	۷/۹۵۷۲	۴/۲۲۴۱	۲۵×۲۵	G1
۰/۰۲۳۳	۸/۰۶۵۰	۴/۲۱۶۶	۳۵×۳۵	G2
۰/۰۲۳۲	۸/۱۰۷۷	۴/۲۰۹۶	۴۵×۴۵	G3
۰/۰۲۳۲	۸/۱۲۸۴	۴/۲۰۴۳	۵۵×۵۵	G4

ناگهانی را به تدریجی تبدیل کرده و سبب از بین رفتن ناپیوستگی ذاتی در مدل سیالات ویسکوپلاستیک می‌شود. بر طبق این راهکار، مدل کسون را می‌توان به صورت رابطه (۱۴) نوشت [۱]:

$$\tau_{ij} = \left(1 + \left(\frac{Bn}{|\dot{\gamma}|} \right)^{\frac{1}{2}} (1 - \exp(-\sqrt{m|\dot{\gamma}|})) \right)^2 \dot{\gamma}_{ij} \quad (14)$$

در روابط فوق Bn معرف عدد بینگهام بوده که بیانگر نسبت تنش تسلیم سیال به تنش ویسکوزی است که به وسیله جریان ایجاد شده و به صورت زیر بیان می‌شود: (به طور واضح مقدار $(Bn = 0)$ ، معرف سیال نیوتونی خواهد بود، از سوی دیگر $(Bn \rightarrow \infty)$ ، رفتار شبه جامد کاملاً پلاستیک را نشان می‌دهد [۱].)

$$Bn = (Pr/Ra)^{-1/2} \frac{\tau_y}{\rho \beta g \Delta T H} = \dots \quad (15)$$

$$(Pr/Ra)^{-1/2} Y$$

در رابطه فوق، Y عدد تسلیم بوده و به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود:

$$Y = \frac{\tau_y}{\rho \beta g \Delta T H} \quad (16)$$

مقدار محلی عدد ناسلت (Nu_L) و عدد بی بعد شروود (Sh_L) که به ترتیب نرخ بی بعد انتقال حرارت بین سیال و سطح حفره و نسبت میزان انتقال جرم از طریق جابجایی به نفوذ پذیری جرمی را بیان می‌کنند، در هر نقطه‌ای از سطح حفره به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Nu_L = - \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=0}$$

$$Sh_L = - \left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_{x=0} \quad (17)$$

مقدار میانگین ناسلت و شروود روی سطح حفره، با انتگرال گیری از ناسلت محلی و همچنین شروود محلی به دست می‌آید؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\overline{Nu} = - \int_0^1 \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=0} dx$$

$$\overline{Sh} = - \int_0^1 \left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_{x=0} dx \quad (18)$$

۳- روش عددی حل معادلات

معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان جابجایی طبیعی

از اعداد رایلی ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$)، به ازای عدد لوییس ($Le = 5$)، پارامتر شناوری ($N_r = 0.1$)، پارامتر ترموفورز و حرکت براونی ($N_b = N_t = 0.1$) و عدد پرانتل ($Pr = 100$)، پرداخته و تاثیر عدد رایلی روی مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت، لایه مرزی دینامیکی، جریان ناشی از شناوری، نواحی تسلیم شده/ نشده و در نتیجه نحوه انتقال حرارت و انتقال جرم بررسی می‌شود.

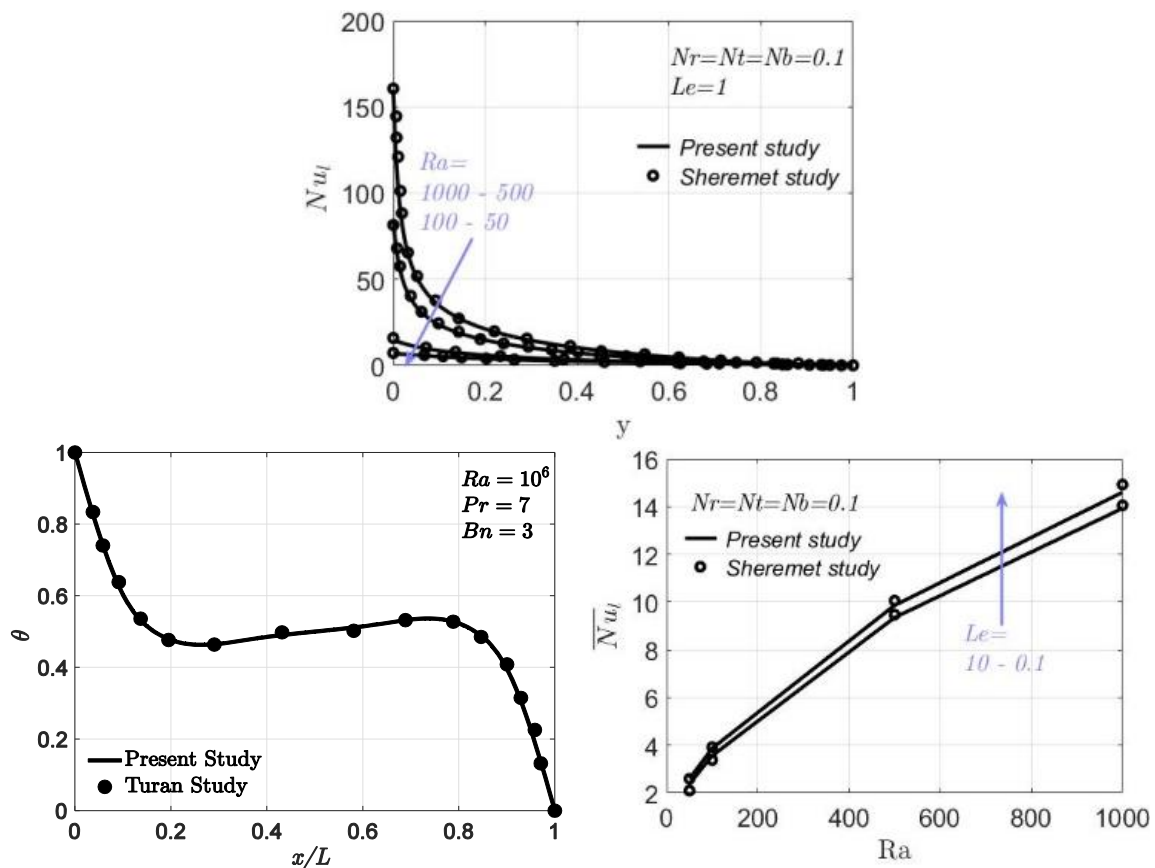
شکل ۳، نمودارهای مؤلفه افقی و عمودی سرعت را نشان می‌دهند. اندازه مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت با افزایش عدد رایلی برای هر دو سیال نیوتونی و کسون، افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، چنین به نظر می‌رسد که افزایش عدد تسلیم سبب ضعیف تر و ملایم تر شدن شیب در نمودارهای مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت می‌شود؛ همچنین با مشاهده نمودارهای مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت در

۲-۴- اعتبارسنجی

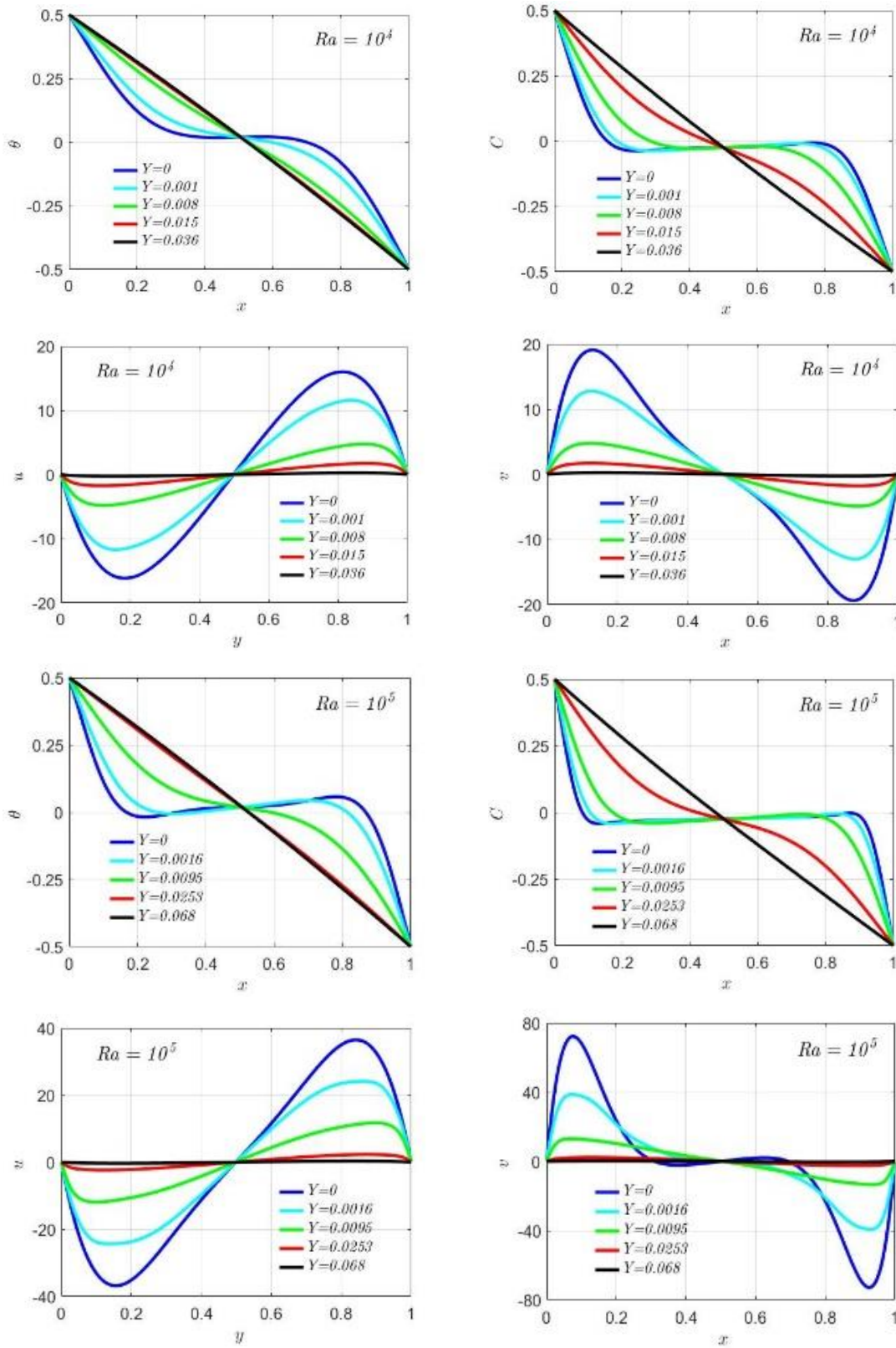
به منظور اطمینان از صحت کد تدوین شده، نتایج به دست آمده برای جریان جابجایی طبیعی نانوسیالات درون محفظه ای مربعی با دیواره‌های جانبی متفاوت از لحاظ دمایی با نتایج عددی مراجع [۴ و ۱۹] مقایسه شده‌اند. همانطور که از شکل ۲ مشاهده می‌شود، هر دو دسته نتایج تطابق خوبی را با یکدیگر نشان می‌دهند.

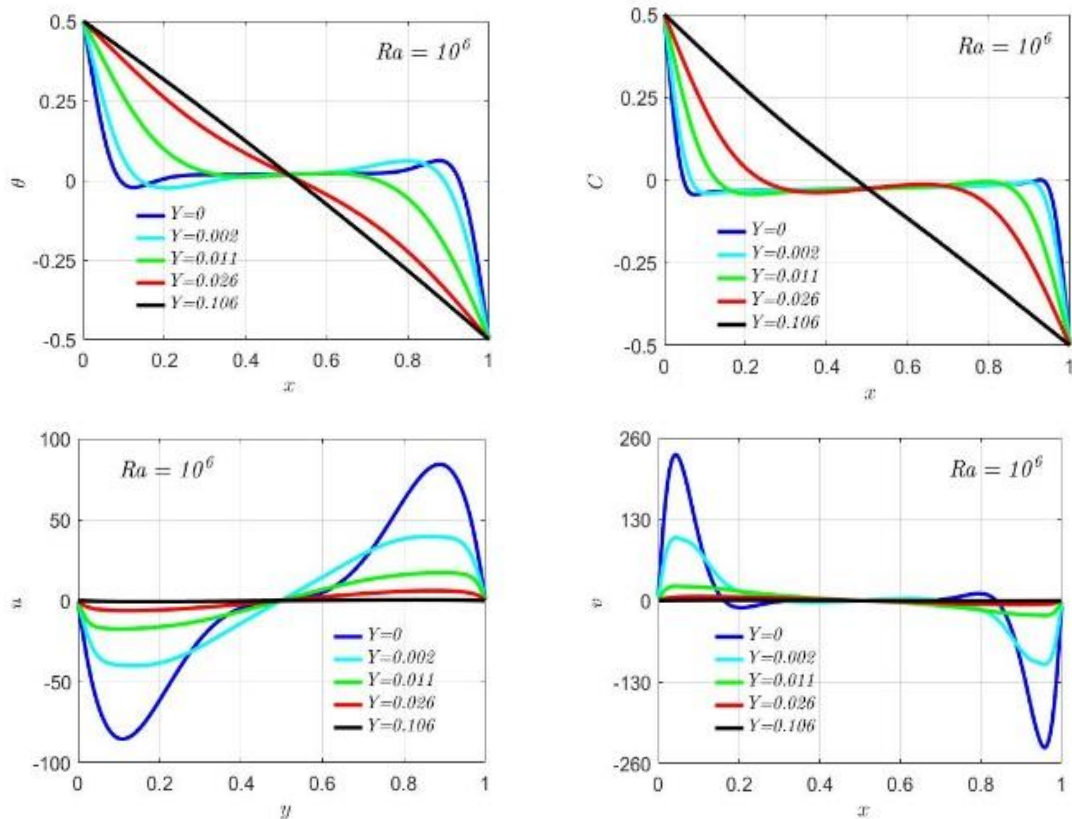
۳-۴- بررسی اثر تغییرات عدد رایلی

در این بخش به مطالعه و بررسی نمودارهای مؤلفه افقی سرعت (u) به صورت بی بعد در فاصله نرمال شده ($\frac{y}{L}$) و مؤلفه عمودی سرعت (v) به صورت بی بعد در فاصله نرمال شده ($\frac{x}{L}$)، نمودارهای دما و غلظت به صورت بی بعد در فاصله نرمال شده ($\frac{x}{L}$) یعنی در میانه ارتفاع، برای محدوده‌ای



شکل ۲- مقایسه نتایج حاضر با نتایج حل عددی مراجع [۴ و ۱۹]





شکل ۳- نمودارهای مؤلفه افقی و عمودی سرعت، دما و غلظت بی بعد برای اعداد رایلی مختلف

مشخص کرد. هم چنین با توجه به این نمودارها، می توان نواحی مستعد شبه سیال ماندن را تشخیص داد که عبارتند از: مرزها و جوار نقطه‌ی عطف نمودارهای سرعت که از شیب بیشتری نسبت به سایر قسمت‌های نمودارها برخوردار هستند؛ همچنین با توجه به شکل ۳، می توان دریافت که مقدار بیشینه مؤلفه‌های افقی سرعت در میانه عرضی و مؤلفه‌های عمودی سرعت در میانه ارتفاع، با افزایش عدد رایلی، افزایش می‌یابد. با توجه به نمودارهای دما و غلظت (شکل ۳)، می توان مانند آنچه که در مورد نمودارهای سرعت ذکر شد، محدوده‌هایی که از نظر مقدار گرادیانی با مقادیر خطی هم ارزش هستند را مشخص کرده و به نواحی مستعد شبه جامدی پی‌برد که دارای انتقال حرارت رسانایی هستند. در این بخش نیز وسعت محدوده‌های رسانایی در نانو سیالات کسوف بیشتر از حالت نیوتونی بوده تا اینکه در نهایت همانگونه که ذکر شد، به نمودار سراسر خطی در مقدار عدد تسلیم بیشینه خواهیم رسید.

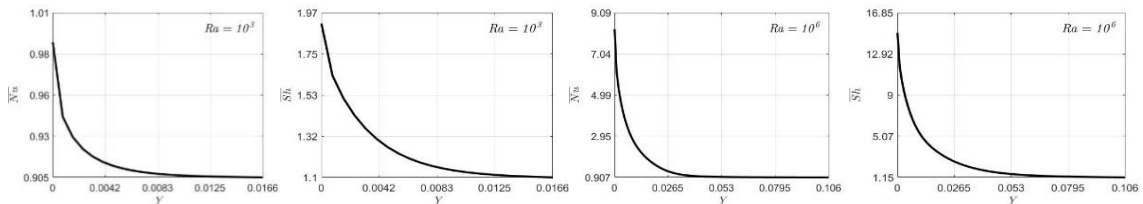
میان‌های طولی و عرضی، می توان دریافت که گرادیان‌های سرعت در جوار مرزها بیشترین مقدار خود را دارا هستند که به تبع آن، سبب افزایش نرخ تغییر شکل در این نواحی می‌شود. با فاصله گرفتن از مرزها، در ابتدا این گرادیان‌ها به طور تدریجی کاهش یافته تا اینکه در قله ی نمودار به صفر نزدیک شده و سپس با شیب منفی در حال افزایش هستند. نهایتاً در محدوده‌ای در وسط میان‌های طولی و عرضی، گرادیان‌ها دوباره با مقادیر سرعت کمتر به سمت صفر میل می‌کنند. در مورد سیالات کسوف، این محدوده‌های ناچیز گرادیانی از وسعت بیشتری نسبت به حالت نیوتونی برخوردار هستند، تا اینکه به محدوده سراسر صفر در نمودار سرعت متعلق به عدد تسلیم بیشینه می‌رسند.

لذا با توجه به این نمودارها و ارتباط نرخ تغییر شکل با گرادیان سرعت، می توان نواحی مستعد شبه جامد شدن و در نتیجه انتقال حرارت رسانایی را از حیث تقدم در شکل گرفتن نواحی شبه جامد و رخ دادن انتقال حرارت رسانایی،

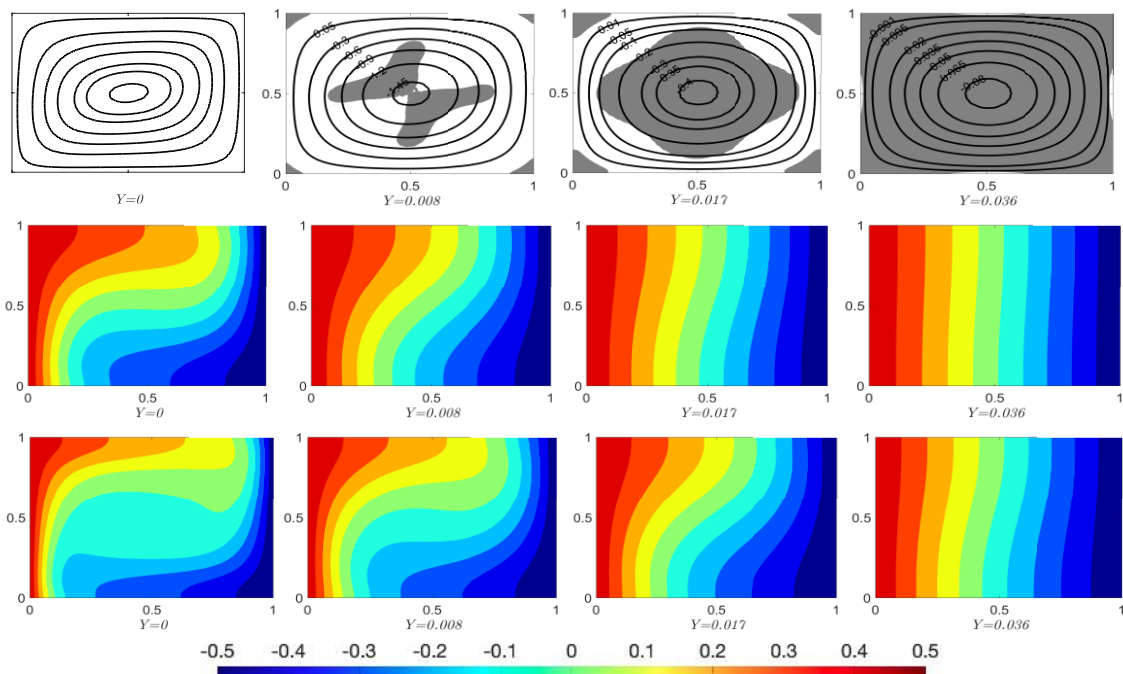
ردیف، مقدار اول مربوط به حالت نیوتونی و مقدار چهارم مربوط به حالت شبه جامد کامل است. با مقایسه خطوط جریان در شکل‌های (۵ و ۶)، می‌توان دریافت که جریان ناشی از شناوری، با افزایش عدد رایلی، قوی‌تر شده است. به ازای هر عدد رایلی، یک عدد تسلیم بیشینه وجود دارد که پس از آن کلیت ماده به شکل تسلیم نشده (جامد) خواهد بود، اگر چه ناحیه کاملاً پلاستیک در $(Y \rightarrow \infty)$ اتفاق خواهد افتاد [۱].

از این رو در اعداد رایلی پایین‌تر که جریان ناشی از شناوری نسبتاً ضعیف است، همانطور که انتظار می‌رود، عدد تسلیم محدود کننده (Y_{max}) نیز کوچک است. به عبارت دیگر، عدد تسلیم محدود کننده، وابستگی مثبتی را به عدد

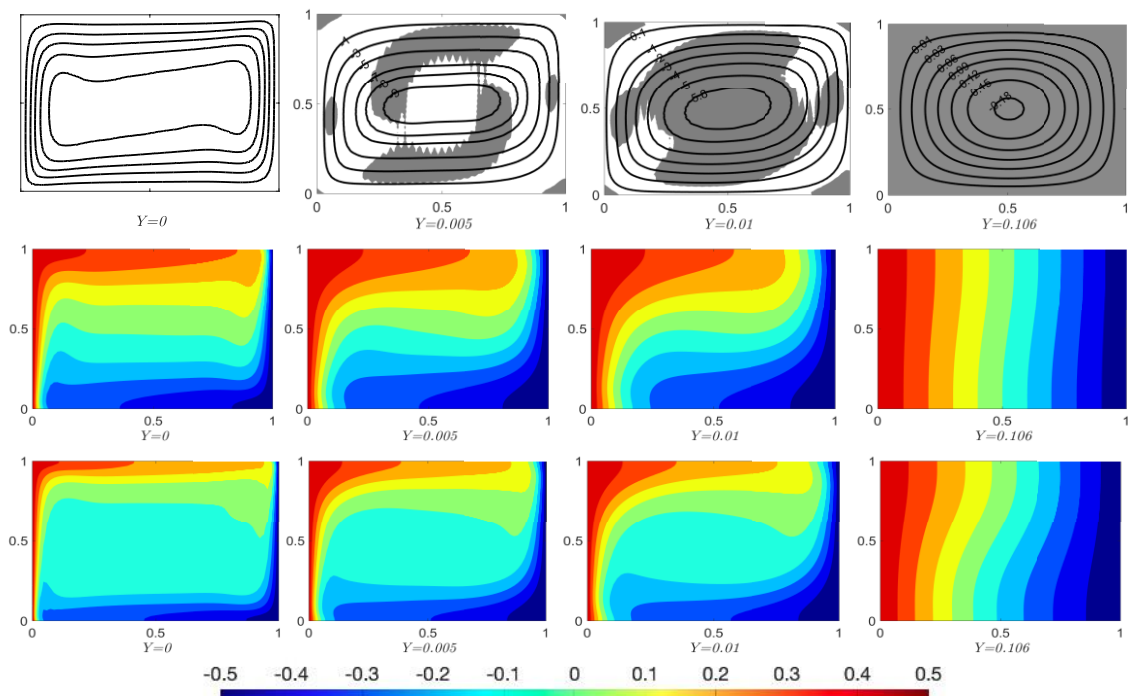
شکل ۴، چگونگی تغییرات عدد ناسلت و شروود متوسط با عدد تسلیم (Y) را در رایلی‌های مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که عدد ناسلت میانگین (انتقال حرارت) و عدد شروود میانگین (انتقال جرم) وابستگی مثبتی را به عدد رایلی و ارتباط منفی را به عدد تسلیم نشان می‌دهند. مقدار محدود کننده عدد تسلیم (Y_{max}) ، در مقادیر کوچکتر عدد رایلی، کمتر است. با افزایش عدد رایلی، به دلیل افزایش قدرت ترم‌های شناوری حرارتی میزان انتقال حرارت و به تبع آن میزان انتقال جرم، افزایش می‌یابد. شکل‌های ۵ و ۶، خطوط جریان، همدما و غلظت را در محدوده‌ای از اعداد تسلیم (از سیال نیوتونی تا شبه جامد کامل)، به ترتیب در رایلی $(Ra = 10^4)$ و $(Ra = 10^6)$ ، نشان می‌دهند. در هر



شکل ۴- تغییرات عدد ناسلت و شروود میانگین صفحه داغ با عدد تسلیم برای اعداد رایلی مختلف



شکل ۵- تغییرات خطوط جریان و کانتورهای دما و غلظت با عدد تسلیم در رایلی $Ra = 10^4$



شکل ۶- تغییرات خطوط جریان و کانتورهای دما و غلظت با عدد تسلیم در رایلی $Ra = 10^6$

رایلی نشان می‌دهد. در نهایت، این نتیجه به دست می‌آید که با افزایش عدد تسلیم، اثر تنش تسلیم به طور فزاینده‌ای، تمایل برای تغییر شکل سیال را سرکوب می‌کند که به موجب آن چرخش سیال محدود می‌شود. در حد $(Y \rightarrow Y_{max})$ هیچ ناحیه تسلیم شده‌ای وجود ندارد و خطوط همدم و غلظت، تقریباً به صورت موازی هم مشاهده می‌شوند، تحت این شرایط، انتقال حرارت تنها به وسیله رسانایی اتفاق می‌افتد که این حالت، با توجه به عدد رایلی و عدد لوییس، در مقادیر Y_{max} متفاوتی رخ می‌دهد.

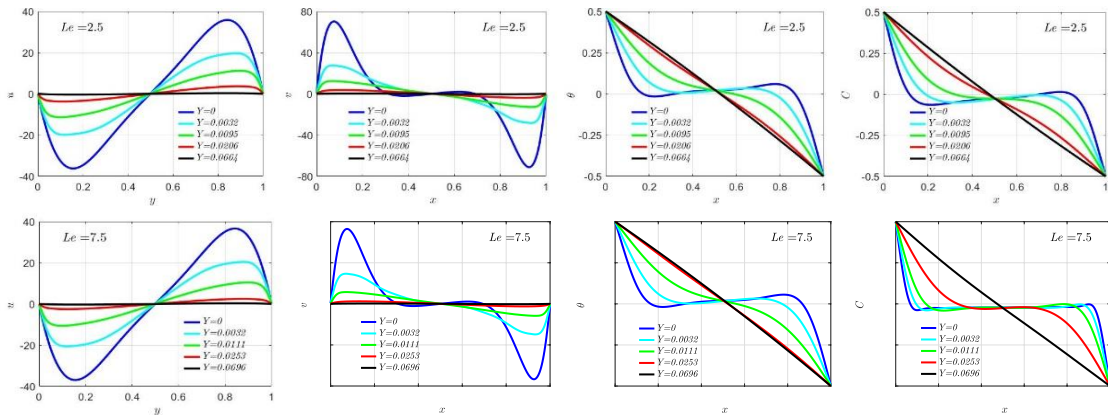
شکل ۸ چگونگی تغییرات عدد ناسلت و شروود میانگین با عدد تسلیم را در اعداد لوییس $2/5$ و $7/5$ نشان می‌دهد. میزان شروود میانگین بشدت افزایش یافته، در حالیکه میزان عدد ناسلت تغییرات ناچیزی را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه این است که میزان تغییرات Y_{max} با لوییس نیز ناچیز است. به عبارت دیگر تغییر در میزان پخش گرمی اثر ناچیزی برالگوی جریان ویسکوپلاستیک خواهد داشت. این مطلب را می‌توان با بررسی کانتورهای جریان، دما و غلظت بخوبی مشاهده نمود. شکل ۹ این کانتورها را در یک مقدار ثابت عدد تسلیم و سه مقدار مختلف عدد لوییس نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که بیشترین اثر عدد لوییس بر توزیع کانتورهای غلظت در محفظه است، درحالیکه اثر آن بر

رایلی نشان می‌دهد. در نهایت، این نتیجه به دست می‌آید که با افزایش عدد تسلیم، اثر تنش تسلیم به طور فزاینده‌ای، تمایل برای تغییر شکل سیال را سرکوب می‌کند که به موجب آن چرخش سیال محدود می‌شود. در حد $(Y \rightarrow Y_{max})$ هیچ ناحیه تسلیم شده‌ای وجود ندارد و خطوط همدم و غلظت، تقریباً به صورت موازی هم مشاهده می‌شوند، تحت این شرایط، انتقال حرارت تنها به وسیله رسانایی اتفاق می‌افتد که این حالت، با توجه به عدد رایلی و عدد لوییس، در مقادیر Y_{max} متفاوتی رخ می‌دهد.

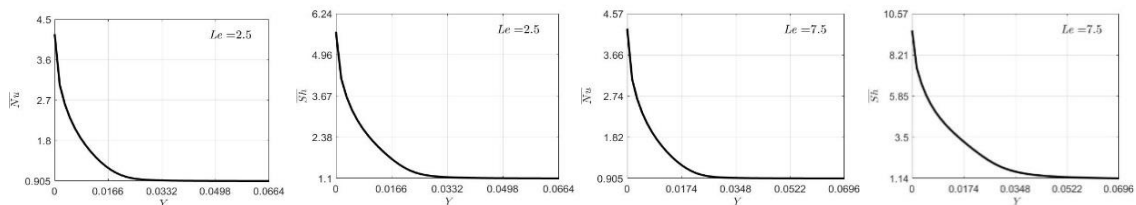
۴-۴-۴ بررسی اثر تغییرات پارامترهای نانو بر انتقال حرارت و جرم

۴-۴-۴-۱ بررسی اثر تغییرات عدد لوییس

در این بخش به مطالعه و بررسی نمودارهای مؤلفه افقی سرعت (u) ، مؤلفه عمودی سرعت (v) ، دما و غلظت، برای اعداد لوییس $(Le = 2.5, 7.5)$ ، عدد رایلی $(Ra = 10^5)$ ، پارامتر شناوری $(N_r = 0.1)$ ، پارامتر ترموفورز و حرکت براونی $(N_b = N_t = 0.1)$ و عدد پرانتل $(Pr = 100)$ ، پرداخته می‌شود (شکل ۷). مشاهده می‌شود که عدد



شکل ۷- نمودارهای مؤلفه افقی و عمودی سرعت، دما و غلظت بی بعد برای اعداد لوییس مختلف



شکل ۸- تغییرات عدد ناسلت میانگین و عدد شروود میانگین صفحه داغ با عدد تسلیم برای اعداد لوییس مختلف

سیالات کسون بیشتر از حالت نیوتونی بوده تا اینکه در نهایت همانگونه که ذکر شد، به نمودار سراسر خطی در مقدار عدد تسلیم بیشینه خواهیم رسید.

شکل ۱۱ نشان دهنده اعداد ناسلت و شروود میانگین است. با مشاهده شکل ۱۱، مشخص می‌شود که افزایش پارامتر شناوری، باعث افزایش نیروی شناوری ناشی از وزن ذرات نانو می‌شود که این نیرو در جهت مخالف با نیروی شناوری ناشی از دما بوده و در نتیجه، باعث کاهش توزیع جریان در محفظه می‌شود. با توجه به شکل ۱۲ که کانتورهای جریان، دما و غلظت را در سه مقدار مختلف پارامتر شناوری نشان می‌دهد مشاهده می‌شود که افزایش پارامتر شناوری، باعث کاهش شدت جریان شده و در نتیجه توزیع کانتورهای دما و غلظت در محفظه یکنواخت تر می‌شود. از طرف دیگر این امر سبب زیاد شدن نواحی شبه جامد در محفظه می‌شود.

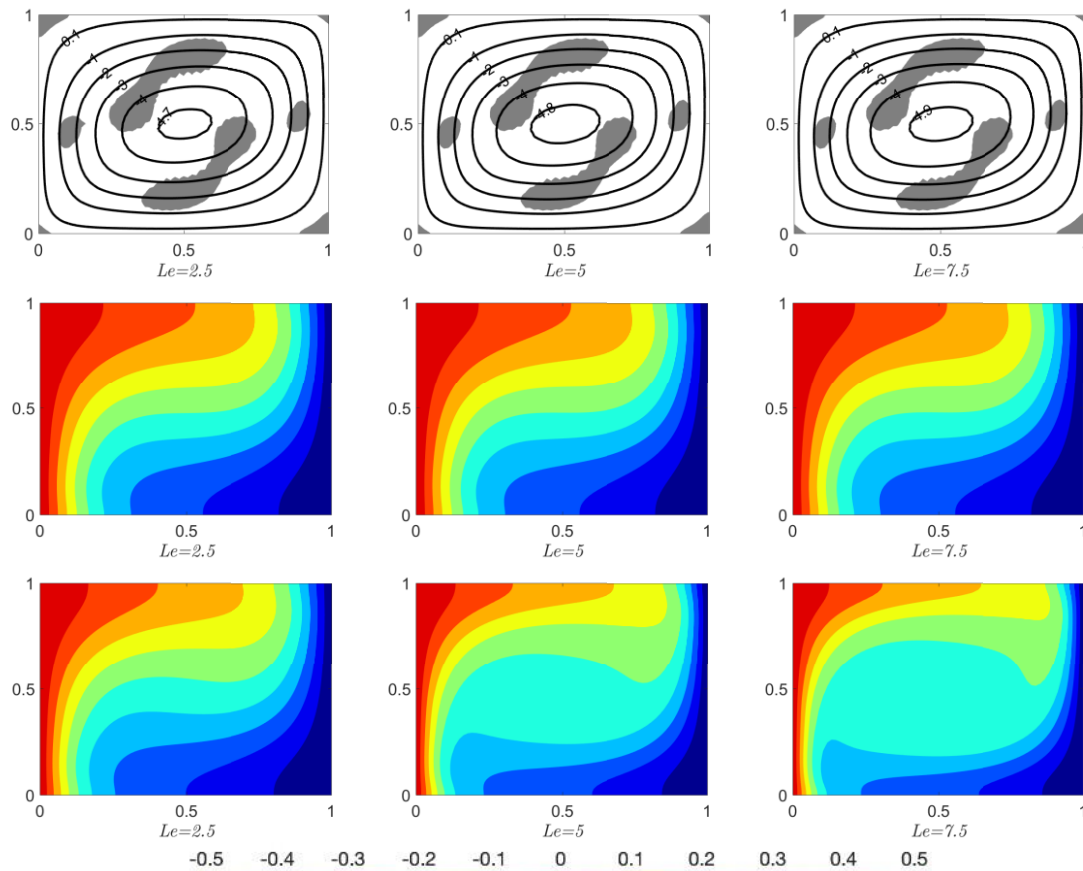
۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیالات ویسکوپلاستیک-مدل کسون همراه با ذرات نانو، محصور درون

کانتورهای دما و جریان ناچیز است؛ همچنین شکل نواحی تسلیم شده / نشده نیز با تغییرات عدد لوییس تقریباً ثابت است.

۴-۴-۲- بررسی اثر تغییرات پارامتر شناوری

در این بخش به مطالعه و بررسی نمودارهای مؤلفه افقی سرعت (u)، مؤلفه عمودی سرعت (v)، دما و غلظت پرداخته می‌شود. پارامتر شناوری ($0.1 \leq N_r \leq 1$)، عدد لوییس ($Le = 5$)، عدد رایلی (10^5)، پارامتر ترموفورز و حرکت براونی ($N_b = N_t = 0.1$) و عدد پرانتل ($Pr = 100$)، است. با مشاهده شکل ۱۰ مشخص می‌شود که پارامتر شناوری، بر مقدار بیشینه مؤلفه‌های افقی سرعت در میانه عرضی تأثیری ندارد، اما در این شکل می‌توان کاهش مقدار بیشینه مؤلفه‌های عمودی سرعت در میانه ارتفاع را با افزایش پارامتر شناوری مشاهده کرد. با توجه کردن به نمودارهای دما و غلظت، می‌توان محدوده‌هایی که از نظر مقدار گرادیانی، با مقادیر خطی هم ارزش هستند را مشخص کرده و به نواحی مستعد شبه جامدی پی‌برد که دارای انتقال حرارت رسانایی هستند. در این بخش نیز وسعت محدوده‌های رسانایی در نانو

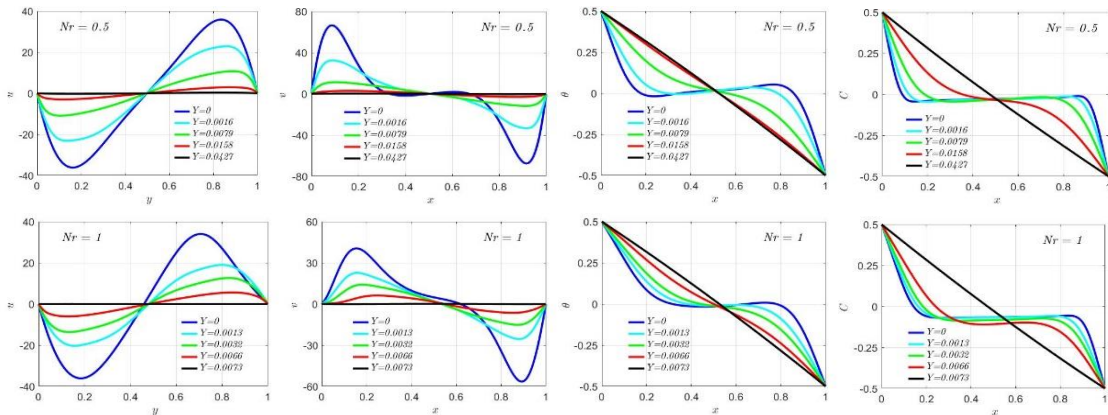


شکل ۹- تغییرات خطوط جریان و کانتورهای دما و غلظت در اعداد لوویس مختلف

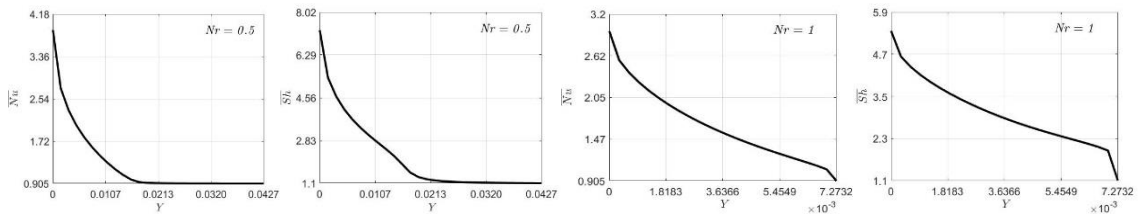
عرضی حفره، به منظور روشن سازی تأثیر اعداد تسلیم، رایلی، لوویس و شناوری مختلف، روی هرکدام از آن‌ها به دست آمدند. نتایج بدست آمده نشان داد که عدد رایلی با تقویت نیروهای شناوری سبب افزایش انتقال جرم و حرارت در محفظه می‌شود.

از طرف دیگر تنش تسلیم با تقویت نیروهای ویسکوز باعث کاهش نیروی شناوری و در نتیجه کاهش انتقال جرم و حرارت در محفظه می‌شود؛ در نتیجه، اندازه نواحی تسلیم نشده، با کاهش عدد رایلی، و یا با افزایش عدد تسلیم، بزرگتر می‌شوند؛ همچنین مشاهده شد که اعداد ناسلت و شروود میانگین به دست آمده برای سیالات کسون، کوچکتر از مورد مشابه برای سیالات نیوتونی در یک عدد رایلی یکسان است.

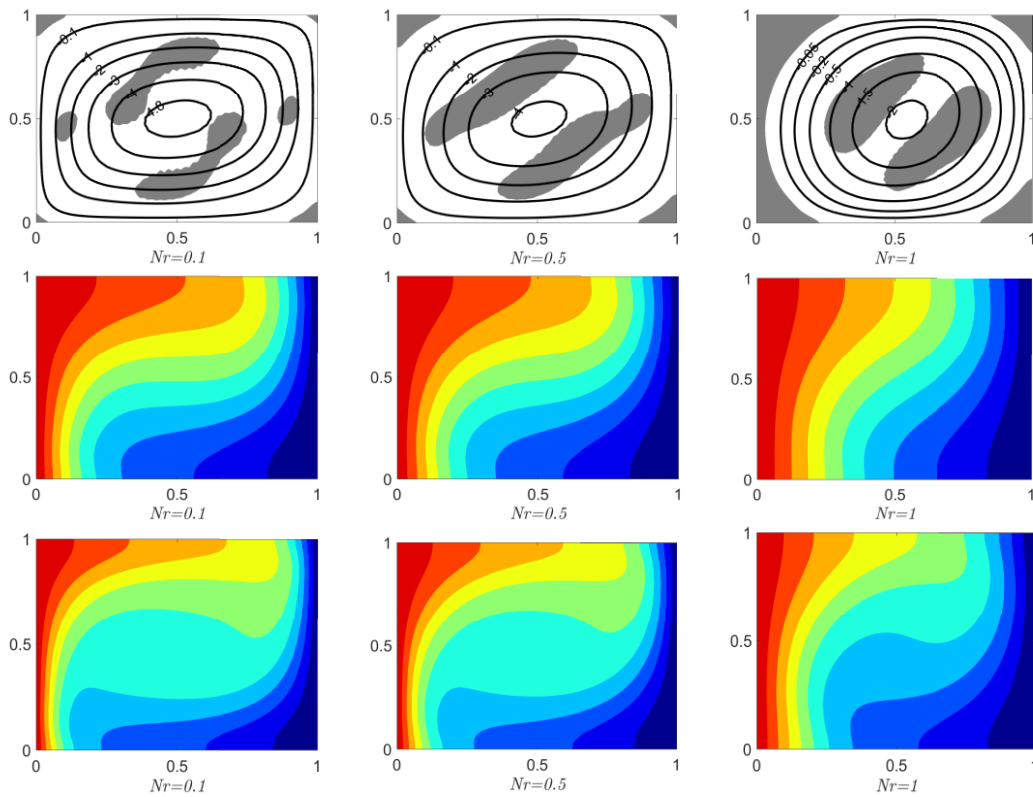
محفظة مربعی با مرزهای متفاوت گرمایی به صورت عددی بررسی شده است. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت و جرم، (با استفاده از روش المان محدود)، برای مقادیر مختلفی از عدد رایلی ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$)، عدد لوویس ($2.5 \leq Le \leq 7.5$)، پارامتر شناوری ($0.1 \leq N_r \leq 1$)، به ازای یک مقدار پارامتر حرکت براونی و ترموفورز ($N_b = N_t = 0.1$) و عدد پرائتل ($Pr = 100$) حل شده‌اند. ناپیوستگی ذاتی در روابط ساختاری مواد ویسکوپلاستیک-کسون با استفاده از تکنیک یکپارچه سازی پاپاناستاسیو و با استفاده از پارامتر یکپارچه سازی (m)، رفع گردید. نتایج گسترده‌ای روی خطوط هم‌دما، جریان، غلظت، نواحی تسلیم شده یا نشده، اعداد ناسلت و شروود میانگین و نمودارهای سرعت، دما و غلظت در میانه‌ی



شکل ۱۰- نمودارهای مؤلفه افقی و عمودی سرعت، دما و غلظت بی بعد برای پارامترهای شناوری مختلف



شکل ۱۱- تغییرات عدد ناسلت میانگین و عدد شروود میانگین صفحه داغ با عدد تسلیم برای پارامترهای شناوری مختلف



شکل ۱۲- تغییرات کانتورهای غلظت برای پارامترهای شناوری مختلف ($Y = 0.2Y_{max}$)

دمای مرز خنک، °K	θ_c
دمای مرز گرم، °K	θ_H
چگالی، $kg.m^{-3}$	ρ
تانسور تنش محلی، بی بعد	τ

۷- مراجع

- [1] Mitsoulis E (2007) Flows of viscoplastic materials: Models and computations. *Rheol Rev* 135-178.
- [2] Zhang J, Vola D, Frigaard IA (2006) Yield stress effects on Rayleigh-Bénard convection. *J Fluid Mech* 566: 389-419.
- [3] Vikhansky A (2010) On the onset of natural convection of Bingham liquid in rectangular enclosures. *J Non-Newton Fluid* 165(23-24): 1713-1716.
- [4] Turan O, Chakraborty N, Poole RJ (2010) Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with differentially heated side walls. *J Non-Newton Fluid* 165(15): 901-913.
- [5] Hassan MA, Pathak M, Khan MK (2015) Rayleigh-Benard convection in Herschel-Bulkley fluid. *J Nonnewton Fluid Mech* 226: 32-45.
- [6] Aghighi MS, Ammar A (2017) Aspect ratio effects in Rayleigh-Bénard convection of Herschel-Bulkley fluids. *Eng Comput* 34(5): 1658-1676.
- [7] Aghighi MS, Ammar A, Metivier C, Gharagozlu M (2018) Rayleigh-Bénard convection of Casson fluids. *Int J Therm Sci* 127: 79-90.
- [8] Aghighi MS, Metivier C, Masoumi H (2020) Natural convection of Casson fluid in a square enclosure. *Multidiscip Model Mater Struct* 16(5): 1245-1259.
- [9] Ghadimi A, Saidur R, Metselaar HSC (2011) A review of nanofluid stability properties and characterization in stationary conditions. *Int J Heat Mass Transf* 54(17-18): 4051-4068.
- [10] Li XF, Zhu DS, Wang XJ, Wang N, Gao JW, Li H (2008) Thermal conductivity enhancement dependent pH and chemical surfactant for Cu-H₂O nanofluids. *Thermochim ACTA* 469(1-2): 98-103.
- [11] Chang H, Jwo CS, Fan PS, Pai SH (2007) Process optimization and material properties for nanofluid manufacturing. *Int J Adv Manuf Technol* 34(3-4): 300-306.
- [12] Das SK, Putra, Thiesen P, Roetzel W (2003) Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *J Heat Transfer* 125(4): 567-574.

مشاهده شد که انتقال حرارت و انتقال جرم در مقادیر بالای عدد تسلیم، اساساً به وسیله‌ی رسانایی اتفاق می‌افتد. اما رسیدن به شرایط رسانایی هدایتی در مقادیر بالاتر عدد رایلی، نیاز به اعداد تسلیم بزرگتری دارند. نتایج بدست آمده نشان داد که توزیع غلظت در محفظه شدیداً تحت اثر عدد لوییس قرار دارد، اما توزیع دما و جریان و نیز مناطق تسلیم شده / نشده چندان تحت اثر عدد لوییس نمی‌باشد.

افزایش پارامتر شناوری، سبب افزایش نیروی شناوری ناشی از وزن ذرات نانو می‌شود که این نیرو در جهت مخالف با نیروی شناوری ناشی از دما، بوده و در نتیجه، باعث کاهش توزیع جریان در محفظه می‌شود. کاهش نیروی برآیند شناوری سبب غلبه بیشتر نیروهای ویسکوز شده و در نتیجه باعث رشد نواحی شبه جامد می‌شود.

۶- علایم، نشانه‌ها و ارقام

عدد بینگهام، $Bn = \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\tau_y}{\rho\beta g\Delta TL}$	Bn
هدایت حرارتی، $W.m^{-1}K^{-1}$	k
ناسلت محلی، بی بعد	Nu_L
ناسلت میانگین، بی بعد	\overline{Nu}
فشار، بی بعد	p
عدد پرانتل، بی بعد	Pr
عدد رایلی، $Ra = \frac{(1-C_c)\rho_f g \beta \Delta TL^3}{\bar{\eta}\alpha}$	Ra
شروود محلی، بی بعد	Sh_L
شروود میانگین، بی بعد	\overline{Sh}
سرعت سیال در جهت x، بی بعد	u
سرعت سیال در جهت y، بی بعد	v
عدد تسلیم، بی بعد	Y
ضریب پخش حرارتی، $m^2.s^{-1}$	α
ضریب انبساط حرارتی، K^{-1}	β
تانسور نرخ برش، بی بعد	$\dot{\gamma}$
دمای نانوسیال، °K	θ

- [16] Krakov MS, Nikiforov IV (2018) Natural convection in a horizontal cylindrical enclosure filled with a magnetic nanofluid: Influence of the uniform outer magnetic field. *Int J Therm Sci* 133: 41-54.
- [17] Aghighi MS, Ammar A, Metivier C, Chinesta F (2015) Parametric Solution of the Rayleigh-Benard Convection Model by Using the PGD. *Int J Numer Method H* 25(6):1252-1281.
- [18] Buongiorno J (2006) Convective Transport in Nanofluids. *J Heat Transfer* 128(3): 240-250.
- [19] Sheremet MA, Groşan T, Pop I (2015) Steady-state free convection in right-angle porous trapezoidal cavity filled by a nanofluid: Buongiorno's mathematical model. *Eur J Mech - B/Fluids* 53: 241-250.
- [۱۳] رضوانی آلیله ع، بیگلری م، ولی پور م ص (۱۳۹۶) حل عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه مربعی شکل همراه با گوشه های اصلاح شده پر شده از نانو سیال آب اکسید آلومینیوم. *نشریه علمی مکانیک سازه ها و سازه ها* ۳۱۵-۳۲۸: ۷(۱).
- [14] Saleh H, Siri Z, Ghalambaz M (2021) Natural convection from a bottom heated of an asymmetrical U- shaped enclosure with nano-encapsulated phase change material. *J Energy Storage* 38: 102538.
- [15] Ouyahia SE, Benkahla YK, Berabou W, Boudiaf A (2017) Numerical study of the flow in a square cavity filled with Carbopol-TiO₂ nanofluid. *Powder Technol* 311: 101-111.