



انتقال حرارت جابجایی اجباری و رفتار هیدرودینامیکی نانوسیال آب/CuO در فضای بین استوانه های هم محور چرخان

علیرضا زندیان^{۱*} و جمشید خورشیدی مال احمدی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه هرمزگان

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه هرمزگان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۳/۱۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۵/۲۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۹/۶

چکیده

در بخش اول این مطالعه، مروری بر مطالعات مختلف بر روی انتقال گرمای جابجایی اجباری نانوسیال و مکانیزم‌های حاکم بر آن صورت گرفته و پس از مقایسه مدل‌های مختلف برای ضریب رسانایی و گرانش مؤثر نانوسیال بر اساس مکانیزم‌های معرفی شده، بهترین مدل جهت مدل‌سازی مسئله انتقال حرارت انتخاب شده است. سپس برای اولین بار رژیم جریان آرام توسعه یافته نانوسیال آب/اکسید مس در فضای بین استوانه‌های دوار تحت شرایط جابجایی اجباری با دو شرط مرزی دما ثابت و شار گرمایی ثابت به صورت عددی بررسی شده است. کد تجاری با استفاده از نتایج دیگران در شرایط یکسان اعتبارسنجی شده و نتایج حاصل مطابقت بسیار خوبی با نتایج آن‌ها نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهند که کسر حجمی ۰/۱ یک نقطه گذار از یک نرخ افزایشی به نرخ افزایشی کمتر در انتقال حرارت از دیواره‌ها محسوب شده و افزایش غلظت ذرات تأثیر چندانی بر ضریب اصطکاک ندارد. با افزایش عدد گراشف، کاهش انتقال گرما و ضریب اصطکاک در هر دو دیواره و در تمامی هندسه‌ها به جز در مواردی مشاهده شده است. همچنین نتایج نشان می‌دهند که افزایش عدد رینولدز جریان و چرخش استوانه داخلی سبب افزایش انتقال گرما و افزایش ناچیز ضریب اصطکاک است.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت؛ جابجایی اجباری؛ نانوسیال؛ استوانه‌های حلقوی؛ مطالعه عددی.

Forced convection heat transfer and hydrodynamic behavior of CuO/water nanofluid in concentric cylindrical annuli

A. Zandian^{1*} and J. Khorshidi Mal Ahmadi²

¹ M.Sc. Student, Mech. Eng., Hormozgan University, Bandar Abbas, Iran

² Assist. Prof., Mech. Eng., Hormozgan University, Bandar Abbas, Iran

Abstract

In the first part of this study, a literature review about the forced convection heat transfer of nanofluids and their mechanisms is performed. After comparing different models for the effective thermal conductivity and the viscosity of nanofluids, the best model is chosen based on the mechanisms to modeling the heat transfer. Then, for the first time, the fully developed laminar flow of water/CuO nanofluid in the space between two coaxial cylinders under conditions of forced convection for both the constant temperature and constant heat flux boundary conditions is investigated numerically. The commercial code and the method validated with the literature data at the same condition and the results of the comparison have shown very good agreements. Numerical results show that the volume fraction of 0.01 is a transition point from one rate to the lower rate of both walls heat transfer while there are little changes in the friction factor of these boundaries with the particle volume fraction increasing. However, the heat transfer and friction factors on both walls is reduced with the increasing Grashof number in all geometries. Also, the heat transfer of nanofluids is increased and the friction factors is reduced with increasing Reynolds number.

Keywords: Heat transfer; Forced convection; Nanofluid; Annuli; Numerical study.

۱- مقدمه

محققین بسیاری در مورد عملکرد انتقال حرارت جابجایی نانوسیالات بحث کرده و آن را مورد بررسی و ارزیابی قرار داده‌اند اما جهت تأثیر استفاده از نانوسیالات در انتقال حرارت جابجایی اجباری در هندسه‌های پر کاربرد تحقیقات نسبتاً کمی صورت گرفته است. در این مطالعه ابتدا به بررسی مطالعات انجام شده در زمینه جابجایی اجباری نانوسیالات پرداخته و سپس مکانیزم‌های افزایش انتقال حرارت این نوع از سیالات مورد بررسی قرار گرفته است. در زمینه انتقال حرارت جابجایی اجباری لی و چوی^۱ [۱] رفتار حرارتی یک نانوسیال غیر مشخص را بین صفحات موازی بررسی کرده‌اند و کاهش مقاومت حرارتی را تا ۲ مرتبه مشاهده نموده‌اند. زوان و روتزل^۲ [۲] روابطی برای تعیین انتقال حرارت جابجایی نانوسیالات به دست آورده‌اند و از دو رهیافت استفاده کرده‌اند. رهیافت اول نانوسیال را همانند سیال تک-فازی در نظر می‌گیرد و روش دیگر با نانوسیال به عنوان یک مخلوط جامد-مایع رفتار می‌کند.

حسامی و همکاران [۳] با استفاده از حل معادلات ناویر-استوکس و بی‌بعدسازی توسط توابع جریان و ورتیسیتیه انتقال حرارت جابجایی در استوانه‌های هم‌محور عمودی را مورد بررسی قرار دادند. آنها جهت اعمال شرایط جابجایی اجباری به همراه جابجایی طبیعی دو حالت را برای مسئله خود در نظر گرفتند.

ون و دینگ^۳ [۴] در بررسی جریان نانوسیال آب/آلومینا در یک لوله در شرایط جریان آرام با بار حرارتی ثابت دیواره، افزایش انتقال حرارت جابجایی را با افزایش عدد رینولدز و غلظت ذرات مخصوصاً در نواحی ورودی گزارش کرده‌اند.

مطالعات تجربی توسط یانگ و همکاران^۴ [۵]، ون و دینگ [۴] و پاک و چو^۵ [۶] نشان داده که برای ذرات تقریباً کروی افزایش انتقال حرارت جابجایی اجباری حدود ۶۰٪ بوده است. نتایج نانوسیالات CNT^۶ در ۰/۵٪ وزنی برای عدد رینولدز ۸۰۰ بالاتر از ۳۵٪ افزایش نشان می‌دهد. گرچه برای

آزمایش یانگ و همکاران [۵] افزایش ضریب رسانایی بیشتر از انتقال حرارت بوده است.

هیئات و همکاران [۷] ضرایب انتقال گرما و اصطکاک جریان آرام نانوسیال آب/اکسید آلومینیوم را در یک لوله افقی به صورت تجربی مورد بررسی قرار دادند. آزمایشات انجام شده توسط آنها در ناحیه کاملاً توسعه یافته و با شرط دیواره دما ثابت است. نتایج آنها نشان می‌دهد که ضریب انتقال گرمای نانوسیال بزرگتر از سیال پایه در شرایط یکسان است و با افزایش غلظت ذره و عدد رینولدز نیز افزایش می‌یابد. آنها در کار دیگری [۸] همین ضرایب را برای جریان اغتشاشی به صورت تجربی استخراج کردند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش غلظت ذره ضریب انتقال گرما افزایش می‌یابد اما تأثیری بر ضریب اصطکاک ندارد. کیهانی و همکاران [۹] و [۱۰] نیز رفتار انتقال گرما و افت فشار جریان اغتشاشی دو نانوسیال آب/اکسید تیتانیوم و آب/اکسید آلومینیوم را درون یک لوله افقی که به طور یکنواخت از اطراف گرم شده، به صورت تجربی مطالعه کرده‌اند. نتایج آنها به ازای هر دو نوع نانوسیال نشان می‌دهد که انتقال گرما با افزایش کسر حجمی ذرات افزایش یافته اما تأثیرپذیری چندانی از عدد رینولدز ندارد. در این آزمایش‌ها افت فشار برای نانوسیال‌های فوق و سیال پایه مقدار یکسانی را گزارش می‌دهد.

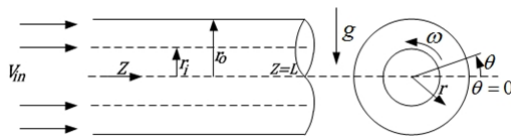
جریان موجود در فضای بین یک شفت و پوسته اطراف آن یک جریان جابجایی اجباری داخلی است. همرفت داخل این هندسه نتیجه یک برهم‌کنش پیچیده بین اجزای یک سامانه سیال در تبادل گرمایی با دیواره‌های مجاور است که کاربردهای عملی بسیار زیادی داشته و کمتر مورد توجه قرار گرفته است. مبدل‌های حرارتی، رآکتورهای هسته‌ای خنک شونده با گاز و دستگاه‌های حفاری چاه‌های نفت و گاز از نمونه‌های پرکاربرد این هندسه است.

ایزدی و همکاران [۱۱] جریان جابجایی اجباری در رژیم آرام شامل نانوسیال آب/آلومینا در هندسه استوانه‌های هم‌محور مطالعه عددی کردند. نکته قابل توجه در مطالعات صورت گرفته بر روی انتقال حرارت جابجایی در هندسه استوانه‌های هم‌محور این است که در هیچ یک، تأثیرات افزایش و یا کاهش نسبت منظری لحاظ نشده است.

در این پژوهش علاوه بر گردآوری و بازبینی یافته‌های شخصی ارائه شده، بر روی اصول ساز و کار انتقال گرما در

¹ Lee & Choi² Xuan & Roetzel³ Wen & Ding⁴ Yang et. al.⁵ Pak & Cho⁶ Carbon Nano Tubes

گرم شده از نانوسیال حول یک محور چرخان هنوز یک موضوع اساسی است که نیازمند مطالعات بیشتر است. در مطالعه حاضر جریان جابجایی اجباری درون استوانه‌های حلقوی افقی با دیواره‌های داخلی چرخان با دو شرط مرزی دما ثابت و شار گرمایی ثابت در دیواره‌ها و در حضور غلظت-های مختلف نانوسیال بررسی شده است. یکی از دلایل این انتخاب کاربردهای امروزی هندسه مذکور در فرآیندهای عایق کاری گرمایی، خنک کاری اجزای مختلف ماشین‌های دوار و به طور کلی مدیریت انرژی است. شکل ۱ هندسه مسئله مورد نظر را نشان می‌دهد. جریان پایا و تراکم‌ناپذیر در محدوده رژیم آرام وارد فضای بین دو استوانه می‌شود در حالی که استوانه داخلی در حال چرخش است. از هندسه‌های با نسبت منظری ۳ متفاوت جهت شبیه‌سازی عددی مسئله استفاده شده و طول استوانه‌ها به اندازه‌ای است که بتوان به راحتی از فرض توسعه یافتگی استفاده کرد ($L/b \geq 15$).



شکل ۱- نمای شماتیکی هندسه مسئله

شرایط مرزی استفاده شده در حل عددی به صورت زیر خلاصه شده است:

• ورودی ($Z/L = 0$)

$$V_r = V_\theta = 0 \quad \text{و} \quad V_z = V_{in} = r_i \omega$$

$$T_{in} = 298 \text{ K} \quad (1)$$

• خروجی ($Z/L = 1$)

$$P_{out} = 1 \text{ atm} \quad (2)$$

• دیواره داخلی ($r = r_i$)

$$V_r = V_z = 0 \quad \text{و} \quad V_\theta = r_i \omega$$

$$T = T_i \quad \text{یا} \quad q'' = q''_i \quad (3)$$

• دیواره خارجی ($r = r_o$)

$$V_r = V_z = V_\theta = 0$$

$$T = T_o \quad \text{یا} \quad q'' = q''_o \quad (4)$$

نانوسیال‌ها نیز متمرکز شده و معیارهای جدیدی جهت توصیف جریان آنها در هندسه‌های پرکاربرد با نسبت‌های منظری متفاوت تعیین شده است. مطالعات تئوری زیادی جهت تعیین عوامل مؤثر بر ضریب هدایت حرارتی، گرانی و به طور کلی انتقال گرما توسط نانوسیالات صورت گرفته است. زوان و لی^۱ [۱۲] چهار عامل را که شامل سطح نسبی بزرگ نانوذرات در سیال، اندرکنش‌های بین ذرات و مولکول-های سیال، تشدید اختلاط نوسانی^۲ و پراکندگی ذرات است جهت توضیح رفتار انتقال حرارت نانوسیالات بیان کرده‌اند. پس از آن‌ها محققین بسیاری نیز عوامل دیگری را معرفی کرده که هر یک عاملی را با اهمیت شمرده و از تأثیر بقیه صرف‌نظر کرده است. نتایج آزمایشگاهی به دست آمده از نانوسیالات نیز نتایج قابل بحثی است که به عنوان مثال می‌توان به انطباق نداشتن افزایش هدایت حرارتی با تئوری‌های موجود اشاره کرد. بنابراین باید قبول کرد که اعتماد کردن به مدل‌های نیمه‌تجربی ارائه شده توسط دیگران راهی مناسب‌تر جهت مدل‌سازی دو پارامتر ضریب رسانایی و ویسکوزیته مؤثر نانوسیالات است. به عنوان اولین گام در این پژوهش پس از بررسی مدل‌های تئوری و نیمه تجربی موجود برای ضریب رسانش و ویسکوزیته نانوسیالات، بهترین مدل که با داده‌های آزمایشگاهی دیگران مطابقت می‌کند، انتخاب شده است.

ضریب انتقال حرارت یا عدد ناسلت برای سیالات نانو بستگی به عواملی نظیر ضریب هدایت حرارتی، ظرفیت حرارتی سیال و ذرات، الگوی جریان، ویسکوزیته نانوسیال و کسر حجمی ذرات معلق دارد. هدف نهایی انجام پژوهش حاضر بررسی انتقال حرارت جابجایی اجباری در فضای بین استوانه‌های حلقوی با در نظر گرفتن اثرات تمامی پارامترهای مذکور در فوق برای ابعاد پرکاربرد از هندسه موردنظر است.

۲- تشریح مسئله

به طور کلی محاسبات انتقال حرارت از صفحات با دمای بالا منجر به ایجاد همزمان تأثیرات مختلف مکانیزم‌های انتقال گرما در مشخصه‌های مبدل‌های حرارتی و دیگر تجهیزات انتقال گرما می‌شود. از طرفی جابجایی اجباری در لایه‌های

¹ Xuan & Li

² Oscillatory mix

³ Aspect Ratio

شامل ضریب رسانش، ویسکوزیته، چگالی، ضریب انبساط گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه است. پس از بررسی تعداد زیادی از مدل‌های تئوری و نیمه تجربی ارائه شده توسط محققان جهت مدل‌سازی ضریب هدایت حرارتی و ویسکوزیته مؤثر نانوسیال آب/CuO و مقایسه نتایج آن‌ها با یکدیگر نتیجه بر آن شد که از مدل‌های ارائه شده توسط کورسیونه^۳ [۱۵] استفاده گردد. این مدل‌ها نیمه تجربی بوده و نتایج حاصل از آن‌ها مطابقت زیادی با نتایج تجربی دیگران دارد. مدل کورسیونه [۱۵] برای ضریب رسانش حرارتی عبارتست از:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4Re_b^{0.4}Pr^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.03} \varphi^{0.66} \quad (6)$$

که در آن Pr عدد پرانتل مربوط به سیال پایه و Re_b عدد رینولدز مربوط به حرکت براونی نانوذرات است و از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Re_b = \frac{2\rho_f k_B T}{\pi \mu_f^2 d_p} \quad (7)$$

رابطه کورسیونه [۱۵] برای ویسکوزیته نیز برابر

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.87(d_p/d_f)^{-0.3} \varphi^{1.03}} \quad (8)$$

است که d_f قطر معادل مولکول سیال پایه است و از رابطه $d_f = (6M/(N\pi\rho_{f0}))^{1/3}$ به دست می‌آید. ضریب رسانایی و ویسکوزیته سیال پایه در روابط (۶) تا (۸) ثابت و برابر با مقدارشان در دمای ۲۹۸ K است.

تغییرات چگالی در ترم نیروی بویانسی، همانطور که در معادلات بقای مومنتوم آورده شد، از تقریب بوزینسک پیروی می‌کند. چگالی مؤثر نانوسیال، ضریب ترم بوزینسک و مخرج ضریب نفوذ حرارتی نیز با استفاده از قانون اختلاط محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \rho_{nf} &= (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_{np} \\ (\rho C_p)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_{np} \\ (\rho\beta)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_{np} \end{aligned} \quad (9)$$

چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه بر خلاف ضریب رسانش، ویسکوزیته و ضریب انبساط گرمایی، در طول

در شرط مرزی ورودی سرعت مشاهده می‌شود که سرعت ورودی با سرعت خطی چرخش استوانه داخلی برابر است. این فرض به دلیل هم‌مرتب بودن این دو سرعت در اکثر کاربردهای ارائه شده در بخش مقدمه لحاظ شده است. برای تسریع همگرایی از شرایط معرفی شده در شرط مرزی ورودی به عنوان شرایط اولیه سرعت و دما و از فشار ۱ atm برای فشار اولیه در شروع حل عددی در دامنه محاسباتی استفاده شده است.

جهت مدل‌سازی نانوسیال لازم است خواص سیالاتی و حرارتی مربوط به نانوسیال را در معادلات وارد کرد. به همین منظور از فرض سیال تک فازی استفاده شده تا نیازی به در نظر گرفتن مومنتوم جداگانه برای هر دو فاز نباشد. از طرفی با توجه به مطالعات تجربی داس و همکاران^۱ [۱۳] و پوترا و همکاران^۲ [۱۴] می‌توان نانوسیال با کسر حجمی ذرات کمتر از ۵٪ را به عنوان یک سیال نیوتنی پایدار فرض کرد.

۲-۱- معادلات حاکم

برای رسیدن به یک حل عددی درست در شبیه‌سازی جریان‌های سیال تک فازی هنگامی که اطلاعات دقیقی از رژیم جریان در دست نیست لازم است در محدوده‌های اعداد رینولدزی که اطمینان از آرام بودن جریان حاصل شده است از معادلات کلاسیک جریان آرام استفاده گردد. معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی حاکم بر مسئله جریان جابجایی در مختصات استوانه‌ای را می‌توان به شکل کلی زیر نوشت.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [(\rho_{nf} V_r r) \Gamma_1 - \Gamma_2 r \frac{\partial \Gamma_1}{\partial r}] + \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} [\rho_{nf} V_\theta \Gamma_1 - \frac{\Gamma_2}{r} \frac{\partial \Gamma_1}{\partial \theta}] + \\ \frac{\partial}{\partial z} [\rho_{nf} V_z \Gamma_1] = \Gamma_3 \end{aligned} \quad (5)$$

عبارات جایگزین Γ_1 ، Γ_2 و Γ_3 در معادله (۵) به طور کامل در جدول ۱ مشخص شده‌اند.

۲-۲- ویژگی‌های نانوسیال

واضح است که برای حل مجموعه معادلات (۵) نیاز به معرفی ویژگی‌های سیالاتی و حرارتی نانوسیال است. این ویژگی‌ها

³ Corcione

¹ Das et. al.

² Putra et. al.

جدول ۱- عبارات جایگزین پارامترهای Γ_1, Γ_2 و Γ_3

معادلات حاکم	Γ_1	Γ_2	Γ_3
پیوستگی	1	0	0
r - مومنتوم	V_r	μ_{nf}	$-\frac{\partial p}{\partial r} + (\rho\beta)_{nf}g(T - T_i) \cos \theta + \rho_{nf} \frac{V_\theta^2}{r} - \frac{2\mu_{nf}}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \mu_{nf} \frac{V_\theta}{r^2}$
θ - مومنتوم	V_θ	μ_{nf}	$-\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + (\rho\beta)_{nf}g(T - T_i) \sin \theta + \rho_{nf} \frac{V_r V_\theta}{r} - \frac{2\mu_{nf}}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \mu_{nf} \frac{V_\theta}{r^2}$
Z - مومنتوم	V_z	μ_{nf}	$-\frac{\partial p}{\partial Z}$
انرژی	$C_{p_{nf}} T$	k_{nf}	0

اندازه المان‌های مجاور دیواره‌ها و ورودی با نسبت ۱/۰۸ رشد می‌کنند. کمترین تعداد المان برای نسبت منظری ۷۵ برابر ۵۹۵۴۲۸ و بیشترین تعداد المان برای نسبت منظری ۱۵ برابر ۲۵۳۰۸۰۰ است. خروجی مسئله به صورت اعداد بی‌بعد ناسلت و ضریب اصطکاک در دیواره‌های داخلی و خارجی برای بیان میزان انتقال گرما از دیواره‌ها و تحلیل دینامیکی جریان با استفاده از روابط (۱۱) و (۱۲) محاسبه شده‌اند.

$$Nu_i = \frac{\bar{h}_i D_h}{k_{nf}}, \quad Nu_o = \frac{\bar{h}_o D_h}{k_{nf}} \quad (11)$$

$$C_{f_i} = \frac{\tau_{w_i}}{0.5 \rho_{nf} V_{in}^2}, \quad C_{f_o} = \frac{\tau_{w_o}}{0.5 \rho_{nf} V_{in}^2} \quad (12)$$

که قطر هیدرولیکی هندسه از رابطه $D_h = 2(r_o - r_i)$ و میانگین ضریب انتقال حرارت و تنش برشی دیواره‌ها به ترتیب از روابط (۱۳) و (۱۴) به دست آمده است.

$$\bar{h}_i = \frac{q''_{w_i}}{T_i - T_{bulk}}, \quad \bar{h}_o = \frac{q''_{w_o}}{T_o - T_{bulk}} \quad (13)$$

$$\tau_{w_i} = \mu_{nf} \left. \frac{\partial V_r}{\partial r} \right|_{w_i}, \quad \tau_{w_o} = \mu_{nf} \left. \frac{\partial V_r}{\partial r} \right|_{w_o} \quad (14)$$

میانگین حجمی دما نیز از رابطه زیر تعیین شده است.

$$T_{bulk} = \frac{1}{V_{annuli}} \int_V T_{ijk} dV \quad (15)$$

۳- اعتبارسنجی

۱-۳- استقلال شبکه محاسباتی

برای تعیین مقادیر صحیح متغیرها و مدل‌سازی درست لایه مرزی، آزمایش استقلال شبکه از حل عددی با استفاده از پروفیل سرعت و دما برای نسبت‌های منظری مختلف از هندسه موردنظر صورت گرفته است. این آزمایش برای سیال آب و بدون در نظر گرفتن نانوذرات انجام شده است. به عنوان

حل عددی متغیر با دما در نظر گرفته شده که برای سیال پایه آب، به صورت روابط همبستگی زیر تعیین می‌گردد.

$$C_{p_f} = 2 \times 10^{-6} T^4 - 3 \times 10^{-3} T^3 + 1.6 T^2 - 357.7 T + 342.82, \quad R^2 = 0.9995$$

$$\rho_f = -0.0034 T^2 + 1.7538 T + 775.93, \quad R^2 = 0.9998 \quad (10)$$

استفاده از روابط فوق هرچند زمان زیادتری برای همگرایی مسئله صرف می‌کند اما نتایج دقیق‌تری از مدل-سازیدر اختیار قرار می‌دهد. خواص ترموفیزیکی نانوذره نیز به صورت جدول ۲ می‌باشد.

جدول ۲- خواص ترموفیزیکی نانوذره CuO

مقدار	واحد (SI)	خواص
۶۳۲۰	kg/m^3	ρ_{np}
$5/1 \times 10^{-5}$	K^{-1}	β_{np}
۵۵۰	$m^2/s^2 K$	$C_{p_{np}}$
۲۰	W/mK	k_p
۲۸/۶	nm	d_p

۲-۳- روش حل

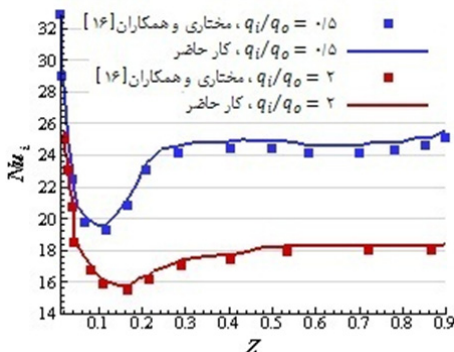
دستگاه معادلات غیرخطی با استفاده از حلگر CFX موجود در نرم‌افزار ANSYS حل شده است. این حلگر معادلات را با روش حجم کنترل گسسته‌سازی کرده اما با استفاده از روش المان محدود به صورت کوپل شده حل می‌کند. جملات پخش و جابجایی با دقت مرتبه دو گسسته‌سازی شده و از الگوریتم رای و چو برای کوپل کردن سرعت و فشار استفاده شده است. دامنه محاسباتی توسط شبکه‌های غیر یکنواخت با سازمان شبکه‌بندی شده است. از معیار $y^+ < 10$ برای المان‌های لایه مرزی در تمامی هندسه‌ها استفاده شده که

۳-۲ آزمایش کد

علی‌رغم محدودیت‌های موجود جهت اعتبارسنجی مسئله، با استفاده از حل معادلات کلاسیک حاکم برای هندسه‌های مشابه و صرف‌نظر از چرخش استوانه داخلی و مقایسه نتایج حل عددی حاضر با کار دیگران می‌توان از صحت کد مذکور اطمینان حاصل کرد.

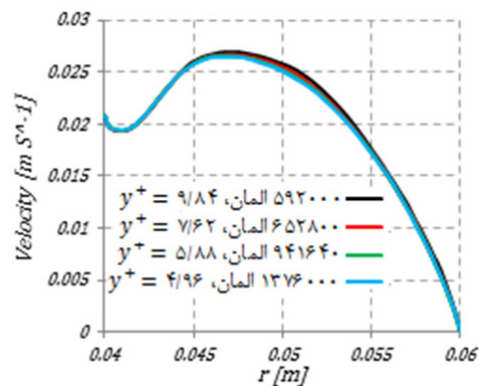
شکل‌های ۴ و ۵ نشان‌دهنده مقایسه بین نتایج کار حاضر و مطالعه مختاری و همکاران [۱۶] برای عدد ناسلت موضعی در دیواره‌های داخلی و خارجی در $Re = 600$ ، $Gr = 6 \times 10^5$ و $\phi = 0.2$ است و مطابقت بسیار خوبی بین این نتایج برای دو نسبت شار حرارتی 0.5 و 2 مشاهده می‌شود. در این شکل‌ها Z نسبت فاصله از مرز ورودی به طول استوانه‌ها است. حداکثر خطای عددی در نمودار شکل-۴ و ۵ برای عدد ناسلت دیواره‌های داخلی و خارجی به ترتیب برابر با $5/66\%$ و $4/87\%$ و در نسبت شار 0.5 است.

جهت مطالعه ساختار جریان نزدیک دیواره‌ها، ضرایب اصطکاک موضعی در امتداد طول استوانه‌های داخلی و خارجی با نتایج عددی ایزدی و همکاران [۱۱] در شرایط یکسان مقایسه شده‌اند. در شکل‌های ۶ و ۷ مقادیر ضریب اصطکاک به ترتیب در دیواره‌های داخلی و خارجی در شرایط $Re = 900$ ، $q_i/q_o = 1$ ، $\phi = 0.3$ نشان داده شده است. مقدار خطای عددی ضریب اصطکاک بین هر دو حل عددی در دیواره‌های داخلی و خارجی به ترتیب برابر $8/92\%$ و $2/14\%$ است که تطابق خوب نتایج این حل‌ها را نشان می‌دهد.

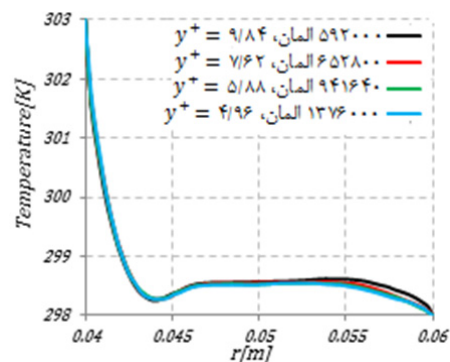


شکل ۴- مقایسه عدد ناسلت استوانه داخلی استخراج شده از حل عددی حاضر و مطالعه مختاری و همکاران [۱۶]

نمونه شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب نشان‌دهنده توزیع سرعت و دما در صفحه میانی استوانه‌ها ($x/L = 0.5m$) و روی خط عمود بر سطح استوانه‌ها است که از استوانه داخلی تا خارجی کشیده شده است. این نمودارها برای عدد رینولدز 1000 و نسبت منظری $37/5$ ارائه شده‌اند و حل عددی تا مرتبه 6^{th} برای تمامی معادلات همگرا شده است. تمامی شبکه‌ها دارای لایه مرزی با شرط $y^+ < 10$ است و تعداد المان‌ها در دو راستای محوری و شعاعی افزایش می‌یابد. معیار انتخاب شبکه نیز رسیدن به جواب واحد به افزایش تعداد المان‌ها در تمامی جهات و در لایه مرزی است. به عنوان نمونه شبکه انتخاب شده در شکل‌های ۲ و ۳ دارای 652800 المان است و مشاهده می‌شود که با افزایش بیشتر المان‌ها تأثیری در جواب‌ها دیده نمی‌شود.



شکل ۲- تغییرات شعاعی سرعت در هندسه با نسبت منظری $37/5$ و شبکه‌های مختلف



شکل ۳- تغییرات شعاعی دما در هندسه با نسبت منظری $37/5$ و شبکه‌های مختلف

۴- نتایج

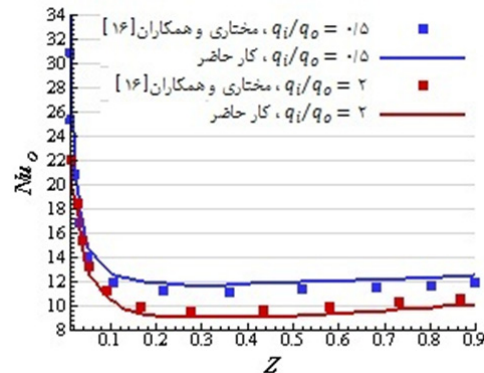
جهت تعیین مشخصه‌های شبیه‌سازی‌های عددی صورت گرفته که همگی در محدوده رژیم آرام قرار دارند، از اعداد بی‌بعد مسئله در محدوده‌های نسبتاً وسیعی استفاده شده است. گستره اعداد بی‌بعد مسئله با توجه به هندسه و شرایط مذکور به طور خلاصه در زیر معرفی شده است.

$$15 \leq AR \leq 75, \quad 600 \leq Re \leq 1800 \quad (16)$$

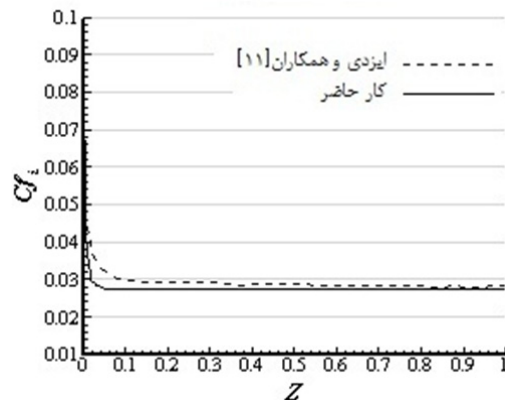
در این پژوهش اثرهای غلظت حجمی، نیروی شناوری (عدد گراشف)، سرعت جریان (عدد رینولدز) و ضریب منظری هندسه بر انتقال گرمای جابجایی اجباری و هم‌چنین مکانیزم جریان تولید شده در نانوسیال آب/CuO مورد بررسی قرار گرفته است.

۴-۱- کسر حجمی

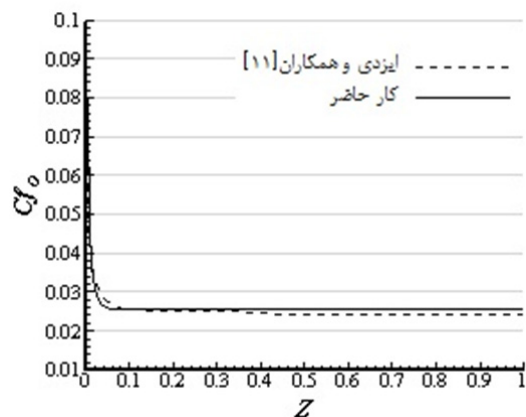
همانطور که در شکل ۸-الف مشخص است در تمامی محدوده اعداد رینولدز مورد نظر و ضرایب منظری ۰.۲۵، ۳۷/۵ و ۷۵ که رژیم جابجایی اجباری در سراسر محدوده اعداد گراشف به ازای شرط دما ثابت در دیواره‌ها حکمفرما است، میانگین عدد ناسلت و در نتیجه انتقال گرما در دیواره‌های داخلی و خارجی با افزایش کسر حجمی نانوسیال افزایش می‌یابد. با افزایش کسر حجمی نانوذره بیشتر از ۱٪ کاهش نرخ انتقال گرما در دیواره‌ها به شکل یکسانی مشاهده می‌شود. در واقع با زیادتیر شدن کسر حجمی و افزایش گرانشی نانوسیال، اثر اصطکاکی و نیروی ویسکوز بیشتر شده و سبب کاهش نرخ جریان عبوری در گردش نزدیک دیواره‌ها به ویژه استوانه خارجی می‌شود که در نهایت کاهش نرخ انتقال حرارت را به دنبال دارد. یکی دیگر از عواملی که می‌تواند بر وجود چنین رفتاری تأثیر گذار باشد، افزایش غیر خطی ضریب رسانایی نانوسیال همراه با افزایش کسر حجمی نانوذرات است. این موضوع در ضریب منظری ۳۷/۵ و کسرهای حجمی بیشتر از ۰/۰۳ سبب کاهش انتقال گرما و نرخ آن به ویژه در استوانه خارجی با شرط دما ثابت شده است. دلیل این امر بروز یک ناحیه گذار در تعامل هیدرودینامیکی جریان نانوسیال در رژیم جابجایی اجباری است که تنها در نسبت منظری ۳۷/۵ رخ داده است. در اعداد رینولدز زیاد و نسبت‌های منظری بیشتر که قطر



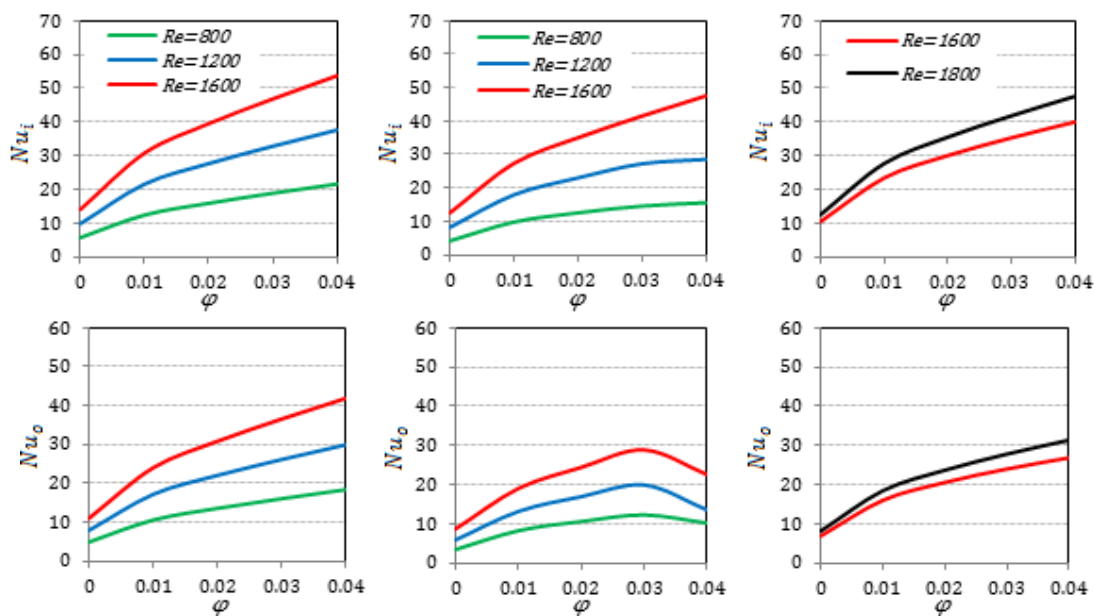
شکل ۵- مقایسه عدد ناسلت استوانه خارجی استخراج شده از حل عددی حاضر و مطالعه مختاری و همکاران [۱۶]



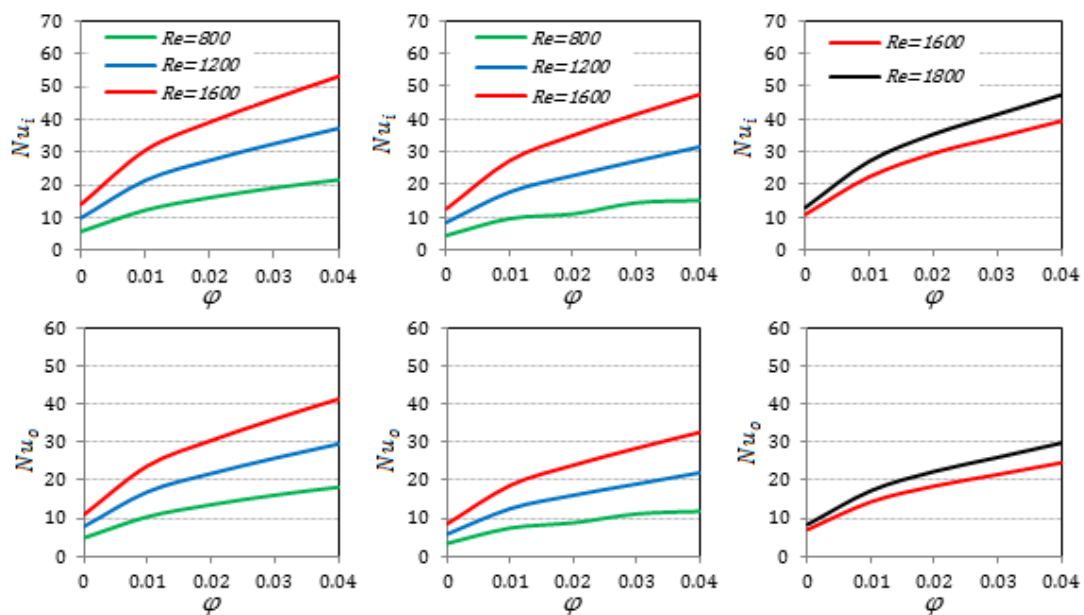
شکل ۶- مقایسه ضرایب اصطکاک استوانه داخلی استخراج شده از کار حاضر و مطالعه ایزدی و همکاران [۱۱]



شکل ۷- مقایسه ضرایب اصطکاک استوانه خارجی استخراج شده از کار حاضر و مطالعه ایزدی و همکاران [۱۱]



(الف)



(ب)

شکل ۸- نمودار تغییرات عدد ناسلت میانگین دیواره‌های داخلی و خارجی بر حسب کسر حجمی نانوذره در اعداد رینولدز مختلف و نسبت‌های منطری ۲۵ (راست)، ۳۷/۵ (وسط) و ۷۵ (چپ) تحت شرایط الف) دما ثابت و ب) شار گرمایی ثابت

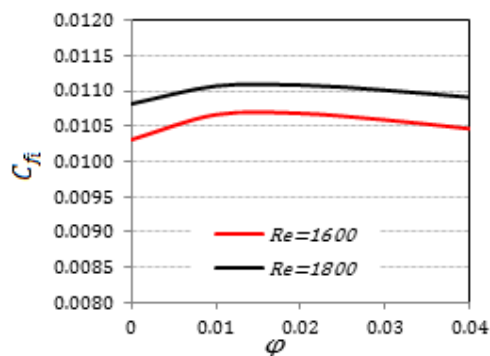
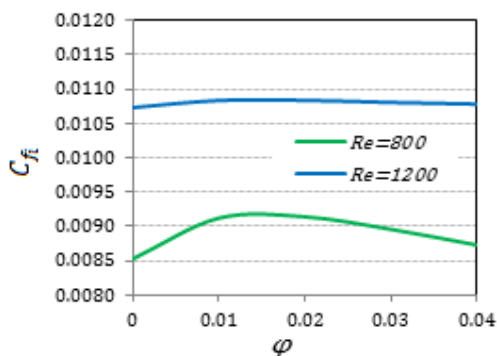
مرتبه در هر دو حالت شرط مرزی حرارتی برابر باشد. این موضوع به خوبی در شکل ۸-ب نشان داده شده است.

شکل‌های ۹ و ۱۰ تأثیر کسر حجمی ذرات بر ضریب اصطکاک را به ترتیب برای شرایط دما ثابت و شار ثابت نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود که دامنه تغییرات ضریب اصطکاک به ازای تغییر غلظت ذرات مقداری ناچیز است و می‌توان گفت که با افزایش کسر حجمی ذرات ضریب اصطکاک مقدار ثابتی خواهد داشت. اما همین تغییرات ناچیز در پاره‌ای موارد می‌تواند هیدرودینامیک مسئله را تا حدودی توضیح دهد. با کاهش نسبت منطری رفتار متفاوتی در هر دو حالت دما ثابت و شار ثابت دیده می‌شود.

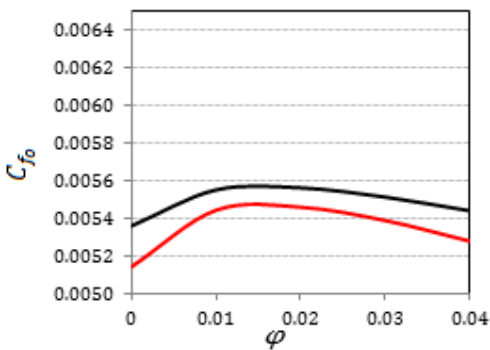
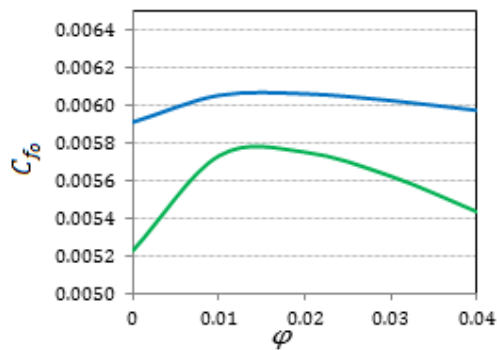
نمودارهای شکل ۹ افزایش ضریب اصطکاک را در کسرهای حجمی کمتر از ۱٪ به ویژه برای اعداد رینولدز کم نشان می‌دهد. در واقع با افزایش کسر حجمی ذرات، گرانشی

استوانه خارجی کمتر است نیروهای اینرسی بر نیروهای ویسکوز غلبه کرده و سیال فرصت اندرکنش بیشتر با دیواره را نخواهد داشت. از طرفی با کاهش نسبت منطری نیز اختلاف شعاعی دو استوانه بیشتر شده و با افزایش عدد رینولدز شاهد ایجاد گردابه‌هایی در نزدیکی دیواره‌ها هستیم که تنها سبب کاهش نرخ رشد انتقال گرما از دیواره خارجی می‌گردد.

از آنجا که محدوده اعداد گرافش و رایلی انتخاب شده برای دو حالت دما ثابت و شار گرمایی ثابت در اعداد رینولدز یکسان بسیار به یکدیگر نزدیک است، پیش‌بینی اولیه بر این اصل استوار بود که مقادیر عدد ناسلت استخراج شده از حل عددی تحت شرایط دیواره شار ثابت در اعداد رینولدز و کسر حجمی نانوذره یکسان نباید تغییرات زیادی با حالت دما ثابت داشته باشد و عدد ناسلت میانگین دیواره‌ها باید از لحاظ

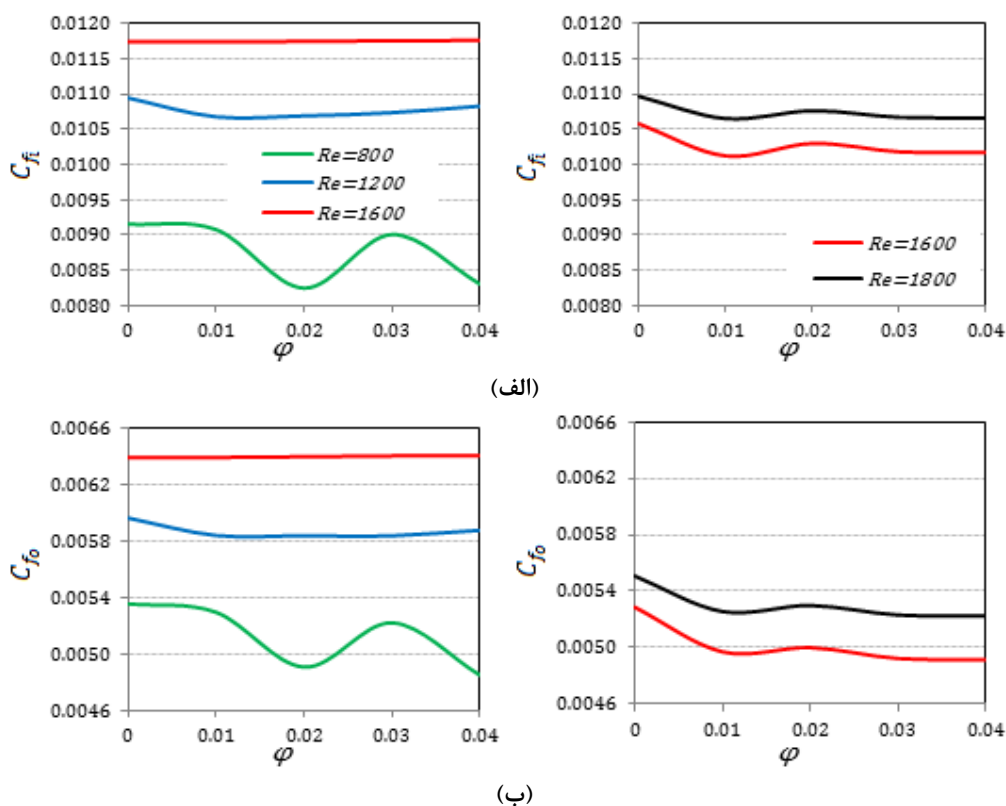


(الف)



(ب)

شکل ۹- نمودار تغییرات میانگین ضریب اصطکاک بر حسب کسر حجمی نانوذره در اعداد رینولدز مختلف و نسبت‌های منطری ۲۵ (راست) و ۳۷/۵ (چپ) در دیواره‌های دما ثابت الف) داخلی و ب) خارجی



شکل ۱۰- نمودار تغییرات میانگین ضریب اصطکاک بر حسب کسر حجمی نانوذره در اعداد رینولدز مختلف و نسبت‌های منظری ۲۵ (راست) و ۳۷/۵ (چپ) در دیواره‌های شار ثابت الف) داخلی و ب) خارجی

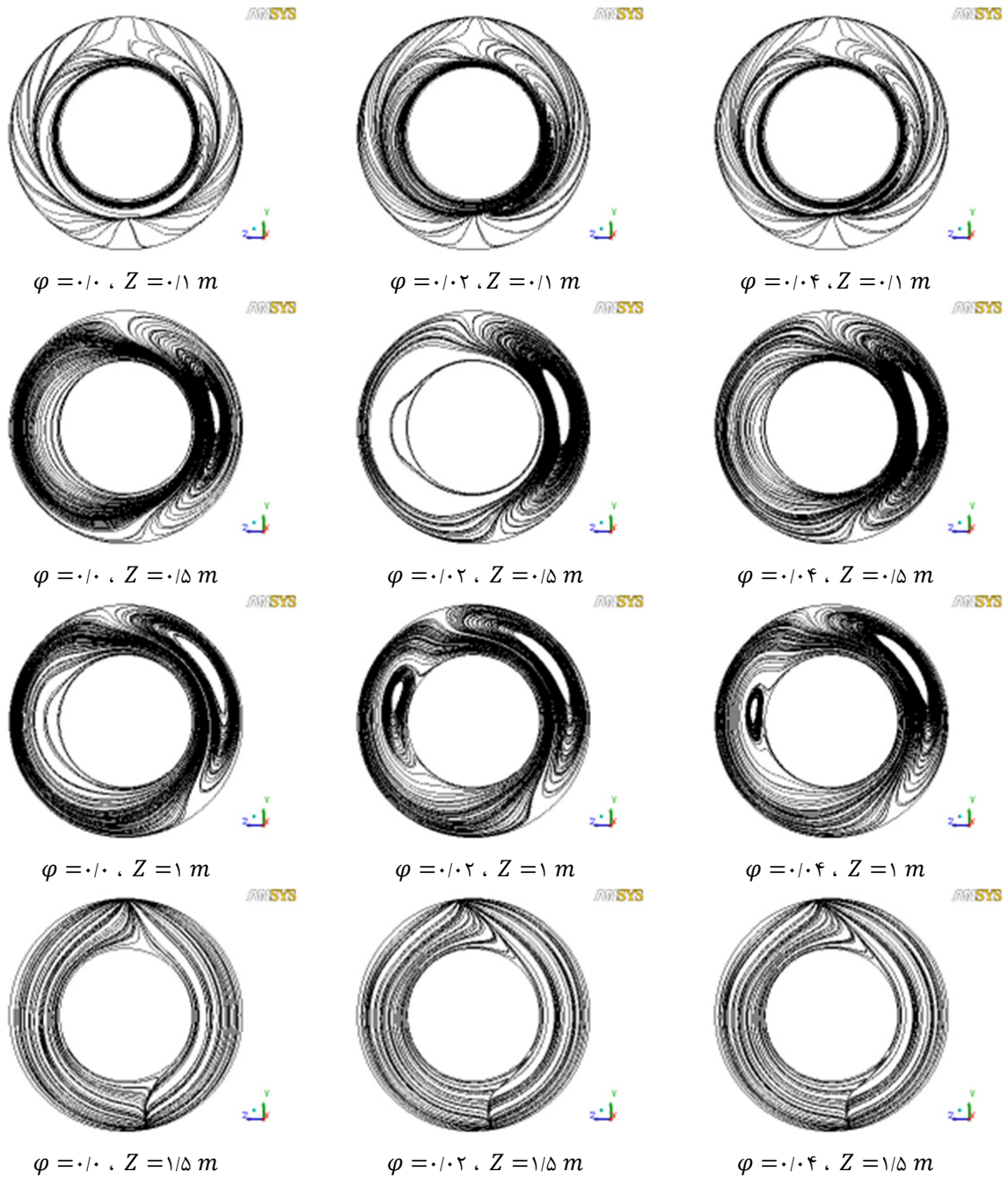
تشکیل شده در راستای شعاعی (لوله ورتکس) در وسط فضای میانی استوانه‌ها افزایش یافته و با بیشتر شدن کسر حجمی به تدریج کاهش می‌یابد. به همین دلیل است که در شکل ۸- الف کاهش نرخ انتقال گرما در دیواره خارجی به ویژه در اعداد رینولدز بالاتر مشاهده می‌شود. در واقع با افزایش عدد رینولدز در این حالت فرصت کمتری برای اندرکنش حرارتی بین سیال و دیواره تا انتهای استوانه‌ها وجود دارد.

۴-۲- نیروی شناوری

همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود علاوه بر وجود جریان سیال ورودی و جریان ثانویه ناشی از جریان جابجایی یک جریان دیگر در فضای بین دو استوانه به دلیل چرخش استوانه داخلی تولید می‌شود. تلفیق این جریان‌ها سبب تولید

نانوسیال افزایش یافته و اثرات ناشی از آن به اثرات ناشی از افزایش ضریب هدایت و نیروی شناوری تا حدودی غلبه کرده و سبب افزایش اصطکاک در دیواره‌ها می‌شود. این مسئله تا رسیدن به کسر حجمی ۱٪ ادامه داشته و با اضافه کردن نانوذره با فرض عدم رسوب و خوشه‌ای شدن اثرات نیروی شناوری سبب کاهش ناچیز ضریب اصطکاک می‌شود.

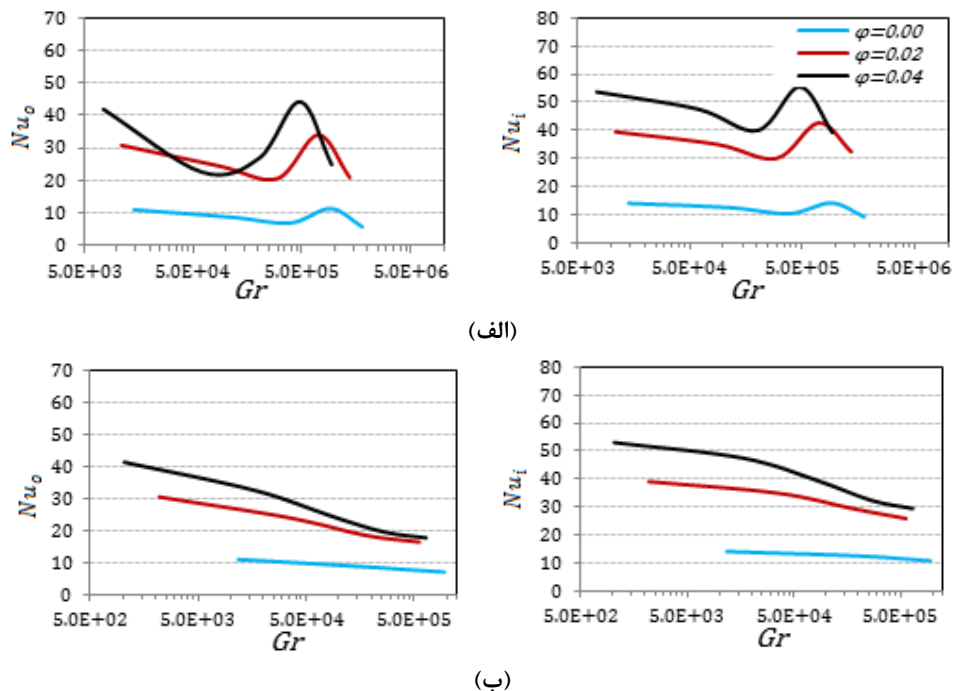
واضح است که تعاملات هیدرودینامیکی حاکم بر مسئله حاضر پیچیدگی‌های بسیاری دارد اما با مطالعه خطوط جریان در صفحات مختلف یک آنولی تا حدود زیادی می‌توان مکانیزم جریان تولید شده در آن را مورد بررسی قرار داد. شکل ۱۱ خطوط جریان را تحت شرایط $Re = 1600$ ، $T = 0.4$ و $\phi = 0.01$ در سه مقطع مختلف از هندسه با نسبت منظری $AR = 25$ نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی تا ۲٪ قدرت گردابه‌های



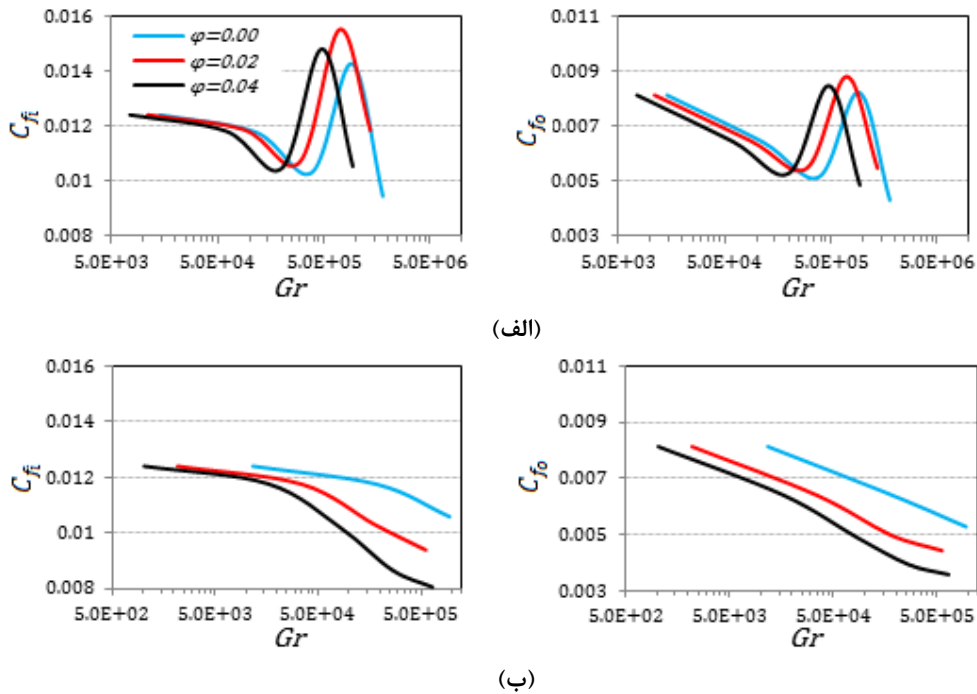
شکل ۱۱- خطوط جریان در مقاطع مختلف از هندسه آنولی در شرایط $Re = 1600$ ، $AR = 25$ ، ثابت T و $\varphi = 0.0-0.2-0.4$

مؤثر بیشتری با دیواره‌ها خواهد داشت. از طرفی با افزایش عدد گراشف و بیشتر شدن اثر نیروی شناوری، نیروهای لزجت سهم کمتری در تولید جریان با سرعت یکنواخت داشته که این مسئله باعث کاهش ضریب اصطکاک در هر دو دیواره با شرایط دما ثابت و شار ثابت می‌شود (شکل ۱۳). هم-چنین نمی‌توان از افزایش ناگهانی ضریب اصطکاک در شکل ۱۳- الف به واسطه وجود گردابه‌ها در هندسه با نسبت منظری ۳۷/۵ و در انتهای مسیر که دلایل آن قبلاً ذکر گردید، صرف‌نظر کرد. نکته دیگری که ضروری است به آن اشاره کرد این است که ضریب اصطکاک روی دیواره داخلی مقدار بیشتری را نسبت به دیواره خارجی نشان می‌دهد. این مسئله می‌تواند دلیلی بر این واقعیت باشد که گردابه‌های ایجاد شده در نزدیکی دیواره خارجی بسیار قوی‌تر از دیواره داخلی است. بنابراین اندرکنش بین دیواره داخلی و نانوسیال به ویژه در کسرهای حجمی پائین‌تر، در همه موارد بیشتر است.

یک لوله گردابه به قطری تقریباً برابر با میانگین قطر دو استوانه می‌گردد. چنانچه در یک کسر حجمی ثابت از ذرات عدد گراشف افزایش یابد منجر به تولید گردابه‌های کوچک ثانویه ناشی از نیروی شناوری در نزدیکی دیواره‌های داخلی و خارجی شده که خود عاملی برای کاهش نرخ جریان مؤثر عبوری در مجاورت دیواره‌ها و در نتیجه کاهش انتقال حرارت در رژیم جابجایی اجباری است. این موضوع در نمودارهای شکل ۱۲ به وضوح قابل بررسی است. در نمودارهای شکل ۱۲- الف افزایش ناگهانی انتقال گرما از دیواره‌های دما ثابت در اعداد گراشف مرتبه 10^5 دیده می‌شود که دلیل آن تولید گردابه‌های کوچک ثانویه نزدیک به انتهای مرز خروجی آنولی در هندسه با نسبت منظری ۳۷/۵ است که سبب بروز یک ناحیه گذار در تعامل هیدرودینامیکی جریان نانوسیال در رژیم جابجایی اجباری می‌شود. این موضوع پیشتر در توصیف شکل ۸- الف نیز مورد بررسی قرار گرفت. بنابراین با تشکیل دیرهنگام این گردابه‌ها سیال در امتداد حرکتش اندرکنش



شکل ۱۲- نمودار تغییرات میانگین عدد ناسلت دیواره‌های داخلی و خارجی بر حسب عدد گراشف در کسرهای حجمی مختلف ذره و $Re = 1600$ تحت شرایط مرزی الف) دما ثابت ب) شار گرمایی ثابت



شکل ۱۳- نمودار تغییرات ضریب اصطکاک میانگین دیواره‌های داخلی و خارجی بر حسب عدد گرافش در کسرهای حجمی مختلف ذره و $Re = 1600$ تحت شرایط مرزی الف) دما ثابت ب) شار گرمایی ثابت

شده است. طول استوانه‌ها نیز به اندازه‌ای است که بتوان از فرض جریان توسعه یافته از نظر لایه مرزی سرعت و دما در فضای بین دو استوانه با دقت خوبی استفاده کرد. همانطور که در شکل‌های ۱۴- الف و ب مشخص است در نواحی‌ای که رژیم جابجایی اجباری ($Gr \ll Re^2$) حاکم است، افزایش انتقال گرما و میانگین عدد ناسلت همراه با افزایش نسبت منظری و کاهش قطر استوانه خارجی دیده می‌شود. در واقع با کاهش قطر استوانه خارجی در یک عدد رینولدز ثابت، سرعت سیال ورودی بیشتر شده و نرخ جریان عبوری از مجاورت دیواره‌ها افزایش می‌یابد که سبب افزایش انتقال گرما می‌شود. اما در ناحیه گذار از جابجایی آزاد به اجباری ($Gr \approx Re^2$) کاهش محسوس انتقال گرما مشهود است. در این ناحیه تعامل بین نیروهای ویسکوز و اینرسی و غلبه هر دو این نیروها بر نیروهای شناوری مؤثر در افزایش انتقال گرما همراه با افزایش ضریب منظری، نقش اساسی در انتقال حرارت جابجایی دارد. علاوه بر این با کاهش قطر استوانه خارجی اثر تنش‌های برشی ایجاد شده در دیواره‌ها به

۴-۳- عدد رینولدز

با افزایش عدد رینولدز نرخ جریان عبوری از مجاورت دیواره‌ها بیشتر شده که این موضوع سبب افزایش انتقال حرارت از دیواره‌ها می‌شود. این موضوع در شکل ۸ به خوبی به اثبات رسیده است. از آنجا که عدد رینولدز جریان معرفی شده برای چرخش دیواره داخلی و جریان ورودی در هندسه مورد نظر در تمامی موارد با هم برابر است، تشکیل گردابه‌های جریان در طول آنولی و در نزدیکی دیواره خارجی، در حضور جریان‌های با رینولدز بالا می‌تواند رفتارهای غیر عادی را نیز در پی داشته باشد که نیاز به مطالعات بیشتر در جریان‌های اغتشاشی دارد. در شکل ۱۰ نیز مشاهده می‌شود که افزایش عدد رینولدز سبب افزایش ضریب اصطکاک و تأثیر مؤثر نیروهای ویسکوز می‌شود که این مسئله امری بدیهی است.

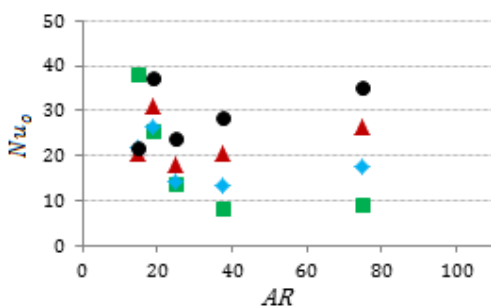
۴-۴- نسبت منظری

در این پژوهش قطر استوانه داخلی ثابت فرض شده و تغییرات نسبت منظری با افزایش قطر استوانه خارجی میسر

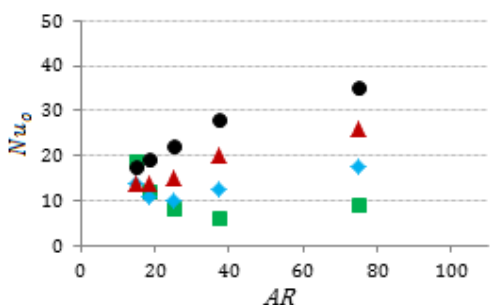
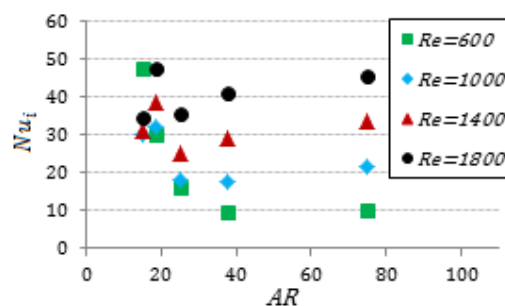
۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مطالعه برای اولین بار رفتار انتقال گرما و هیدرودینامیک نانوسیال آب/اکسید مس در یک هندسه پرکاربرد در دو حالت دیواره‌های دما ثابت و شار ثابت به

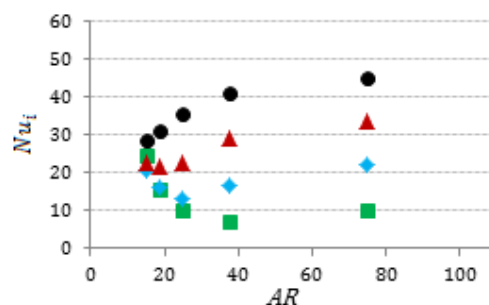
ویژه در دیواره داخلی بسیار کم شده و اثرات رینولدز جریان آشکارتر می‌شود. این موضوع در رژیم جابجایی اجباری سبب افزایش ضریب اصطکاک شده و در رژیم جابجایی ترکیبی به شدت در کاهش ضریب اصطکاک مؤثر است (شکل ۱۵).



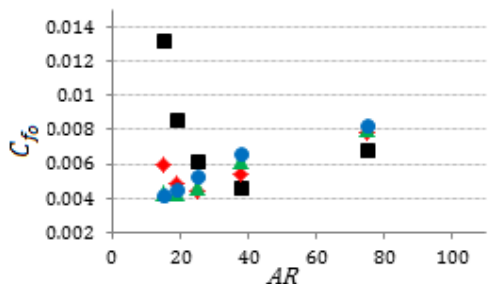
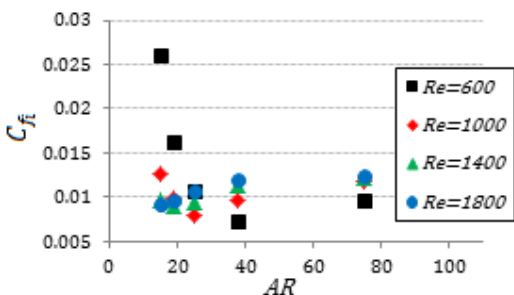
(الف)



(ب)



شکل ۱۴- نمودار تغییرات میانگین عدد ناسلت دیواره‌های داخلی و خارجی بر حسب نسبت منظری در اعداد رینولدز مختلف و $\phi = 0.02$ تحت شرایط مرزی (الف) دما ثابت (ب) شار گرمایی ثابت



شکل ۱۵- نمودار تغییرات ضریب اصطکاک میانگین دیواره‌های داخلی و خارجی بر حسب نسبت منظری در اعداد رینولدز مختلف و $\phi = 0.02$ تحت شرایط مرزی شار ثابت

ضریب انبساط گرمایی، $(1/K)$	β
ظرفیت گرمایی ویژه، $(J/kg K)$	C_p
ضریب رسانش حرارتی، (W/mK)	k
عدد ناسلت	Nu
ضریب اصطکاک فائینگ	C_f
ویسکوزیته سینماتیک، (m^2/s)	$\nu = \mu/\rho$
اختلاف شعاعی، (m)	$b = r_o - r_i$
نسبت منطری	$AR = L/b$
عدد رینولدز جریان	$Re = \frac{\rho_{nf} r_i \omega D_h}{\mu_{nf}}$
عدد گراشف	$Gr = \frac{g \beta_{nf} (T_i - T_o) b^3}{\nu_{nf}}$
عدد رینولدز براونی	Re_b
	زیر نویس‌ها
دیواره داخلی	i
دیواره خارجی	o
سیال پایه	f
نانوذره	p, np
نانوسیال	nf

مراجع

- [1] Lee S, Choi SUS (1996) Application of metallic nanoparticle suspensions in advanced cooling systems. Int. Mech. Eng. Cong. Exhibition Atlanta, USA.
- [2] Xuan Y, Roetzel W (2000) Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids. Int J Heat Mass Trans 43: 3701–3707.
- [3] Hessami MA, De Vahl Davis G, Leonard FE, Reizes JA (1987) Mixed convection in vertical, cylindrical annuli. Int J Heat Mass Trans 30(1): 151–164.
- [4] Wen D, Ding Y (2004) Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions. Int J Heat Mass Trans 47(24): 5181–5188.
- [5] Yang Y, Zhang ZG, Grulke EA, Anderson WB, Wu G (2005) Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow. Int J Heat Mass Trans 48(6): 1107–1116.
- [6] Pak BC, Cho YI (1998) Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. Exp Heat Trans 11(2): 151–170.
- [7] Heyhat MM, Kowsary F, Rashidi AM, Momenpour MH, Amrollahi A (2013) Experimental investigation of laminar convective heat transfer and pressure drop of water-based Al_2O_3 nanofluids

صورت عددی بررسی گردید و نشان داده شد که علاوه بر خواص سیال و ذره، پارامترهای مؤثر هندسه استوانه‌های هم-محور نیز بر مقدار عدد ناسلت و به طور کلی انتقال حرارت جابجایی اجباری بسیار مؤثر است. همچنین وجود دیواره دورانی پارامتر مؤثر دیگری است که می‌تواند انتقال حرارت را در شرایط جابجایی اجباری بهبود بخشد. نتایج حاصل از مطالعه اثر کسر حجمی ذرات نانو در افزایش انتقال گرما از دیواره‌ها در هندسه معرفی شده بسیار امیدوارکننده است. تنها در نسبت منطری $3/5$ و کسرهای حجمی بیشتر از $3/3$ یک ناحیه گذار در تعامل هیدرودینامیکی جریان و تقابل بین نیروهای شناوری، اینرسی و لختی مشاهده گردید که کاهش ناچیز انتقال گرما را نسبت به کسرهای حجمی کمتر در پی دارد. از طرفی افزایش کسر حجمی تأثیر چندانی در افزایش یا کاهش ضریب اصطکاک ندارد. با افزایش عدد گراشف و کاهش عدد رینولدز، کاهش انتقال گرما و ضریب اصطکاک در هر دو دیواره به ازای شرایط دما ثابت و شار گرمایی ثابت در تمامی هندسه‌ها مشاهده شده است. در برخی موارد که با افزایش عدد رینولدز گردابه‌های کوچک ثانویه در جریان پایا در انتهای بعد طولی آنولی تشکیل شده افزایش ناگهانی انتقال گرما و ضریب اصطکاک در دیواره‌ها مشاهده می‌شود. بنابراین به نظر می‌رسد که برای رسیدن به شرایط بهینه جهت جابجایی اجباری در هندسه‌های مشابه نیاز به برقراری تعامل مناسب بین غلظت ذره، نیروی شناوری و سرعت سیال است.

۶- علائم و نشانه‌ها

علائم	
V	سرعت سیال، (m/s)
ω	سرعت زاویه‌ای، (rad/s)
ρ	چگالی، (kg/m^3)
T	دما، (K)
P	فشار، (atm)
q''	شار گرمایی، (W/m^2)
L	طول استوانه‌ها، (m)
k_B	ثابت بولتزمن
d_p	قطر نانوذره، (m)
μ	ویسکوزیته، $(pa.s)$
ϕ	کسر حجمی ذرات

- convection of a nanofluid in an annulus. *Int J Therm Sci* 48: 2119–2129.
- [12] Xuan Y, Li Q (2000) Heat transfer enhancement of nanofluids. *Int J Heat Fluid Trans* 21: 58–64.
- [13] Das SK, Putra N, Thiesen P, Roetzel W (2003) Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *ASME Trans J Heat Trans* 125: 567–574.
- [14] Putra N, Roetzel W, Das SK (2003) Natural convection of nano-fluids. *Heat Mass Trans* 39: 775–784.
- [15] Corcione M (2011) Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids. *Energy Conversion and Management* 52: 789–793.
- [16] Mokhtari Moghari R, Akbarinia A, Shariat M, Talebi F, Laur R (2011) Two phase mixed convection Al_2O_3 -water nanofluid flow in an annulus. *Int J Multiphase Flow* 37: 585–595.
- in fully developed flow regime. *Exp Therm Fluid Sci* 44: 483–489.
- [8] Heyhat MM, Kowsary F, Rashidi AM, Alem Varzane Esfehani S, Amrollahi A (2012) Experimental investigation of turbulent flow and convective heat transfer characteristics of alumina water nanofluids in fully developed flow regime. *Int Coms Heat Mass Trans* 39(8): 1272–1278.
- [9] Kayhani MH, Soltanzadeh H, Heyhat MM, Nazari M, Kowsary F (2012) Experimental study of convective heat transfer and pressure drop of TiO_2 /water nanofluid. *Int Coms Heat Mass Trans* 39(3): 456–462.
- [10] Kayhani MH, Nazari M, Soltanzadeh H, Heyhat M M, Kowsary F (2012) Experimental analysis of turbulent convective heat transfer and pressure drop of Al_2O_3 /water nanofluid in horizontal tube. *Micro & Nano Letters IET* 7(3): 223–227.
- [11] Izadi M, Behzadmehr A, Jalali VD (2009) Numerical study of developing laminar forced