مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۲/ دوره ۳/ شماره ۲/ صفحه ۶۵-۷۵

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

حل عددی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر انتقال حرارت جابجایی آزاد از روی صفحه‌ای عمودی

سیروس آقانجفی[۱] و عظیم سعیدی[۲،*]

[۱] دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک

[۲] کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۲/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۴/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۵/۱۷

چکیده

در این مقاله به بررسی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر توزیع سرعت و دما درون لایهٔ مرزی پرداخته و در نهایت نرخ انتقال حرارت از صفحات عمودی در اثر جریان جابجایی آزاد مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات مومنتوم و انرژی با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی استخراج شده‌اند. به کمک پارامتر تشابهی مناسب و استفاده از تابع جریان و بازنویسی معادلات مومنتوم و انرژی بر حسب تابع جریان، معادلات دیفرانسیل مشتق جزیی حاصل به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و در نهایت هم معادلات حاصل با استفاده از روش عددی رانجه-کوتای مرتبهٔ چهارم حل شده‌اند. پروفیل های سرعت و دما درون لایهٔ مرزی بر حسب اعداد بی بعد متفاوت، رسم شده‌اند. معلوم شد که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت سیال درون لایهٔ مرزی کاهش می‌یابد و از طرف دیگر، دما درون لایهٔ مرزی افزایش یافته و نرخ انتقال حرارت از دیواره به سیال پیرامون هم کم شده است. همچنین مشاهده گردید که میدان مغناطیسی با جهت در نظر گرفته شده، در حدود ۱۵ درصد موجب کاهش نرخ انتقال حرارت نسبت به حالتیکه میدان مغناطیسی وجود ندارد، می‌شود.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی آزاد؛ میدان مغناطیسی؛ پارامتر تشابهی؛ پروفیل دما؛ پروفیل سرعت.

Numerical solution of a uniform magnetic field effect on the free convection heat transfer from a vertical plate

C. Aghanajafi[1] and A. Saeedi[2,*]
[1] Assoc. Prof., Mech. Eng., K. N. Toosi University, Tehran, Iran
[2] M.Sc, Mech. Eng., K. N. Toosi University, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, the effect of uniform magnetic field on the velocity and temperature profile in the boundary layer are considered and at the end the free convection heat transfer rate from vertical plates are studied. Writing energy and momentum equations with considering magnetic field effects. By help of appropriate similarity parameter and use of stream function and with Rewriting energy and momentum equations in term of stream function, all partial differential equations converted to the ordinary differential equations. At the end with the help of fourth order Range-kutta method, all equations were solved. It is revealed that with increasing magnetic field parameter, the fluid velocity in the boundary layer decreased and in other hand, the temperature in the boundary layer increased and the heat transfer rate from vertical plate decreased. It is proved that the assumed magnetic field caused to decrease about 15% in the heat transfer rate from vertical plate.

Keywords: Free convection heat transfer; Magnetic field; Similarity parameter; Temperature profile; Velocity profile.

---

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۱۲۹۲۲۱۴۷

آدرس پست الکترونیک: azimsaeedi@gmail.com

۱- مقدمه

در اکثر موارد، نیروهای شناوری را به همراه نیروهای ناشی از القای مغناطیسی، در دستهٔ نیروهای حجمی قرار می‌دهند. نیروهای شناوری زمانی در معادلات ظاهر می‌شوند که انتقال حرارت از نوع جابجایی طبیعی باشد. نیروهای القای مغناطیسی هم در صورت وجود میدان های الکترومغناطیس در معادلات ظاهر می‌شوند. شاید این موضوع را بتوان از این حیث مهم دانست که کاربردهای صنعتی فراوانی برای تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد سیالات هادی الکتریسیته وجود دارد که از جمله‌ی آنها می‌توان به صنایع موشکی، ساخت راکت، هوافضا، خنک کاری رآکتورهای هسته ای و ... اشاره نمود. هنگامیکه با میدان الکترومغناطیسی و سیال هادی مواجه هستیم، در حقیقت با مسائل دینامیک سیالات مغناطیسی[1] سروکار داریم. تاکنون پژوهش‌های زیادی دربارهٔ جریان MHD به همراه جابجایی آزاد و اجباری انجام شده است. اما در همهٔ آنها، از فرضیاتی استفاده شده است مانند: درنظر گرفتن تخلخل در صفحه، متحرک بودن صفحه، در نظر گرفتن ترم اتلافات ویسکوز، درنظر گرفتن ترم تشعشع و یا متغیر بودن دمای صفحه.

حسین[2] [۱] اثرات گرمایش ویسکوز و گرمایش ژولی را بر جریان جابجایی آزاد در حضور یک میدان مغناطیسی ثابت مطالعه نمود. البته او در مطالعات خود، دمای صفحه را تابعی خطی از فاصله از لبهٔ صفحه درنظر گرفت. جا[3] [۲] انتقال حرارت جابجایی آزاد را در جریان کوئت و در حالت ناپایا مورد پژوهش قرار داد. اسپارو[4] و سس[5] [۳] انتقال حرارت جابجایی آزاد را برای جریان لایهٔ مرزی آرام عبوری از کنار صفحه‌ای عمودی و داغ و درحضور میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ مورد مطالعه قرار دادند. چامخا[6] همکاران [۴] اثرات گرمایش و سرمایش محلی، مکش یا تزریق سیال از دیواره، نیروهای شناوری و میدان مغناطیسی را بر ترکیب جابجایی آزاد و اجباری از روی یک صفحهٔ عمودی و داغ بررسی نمودند. در سال۱۹۷۲دانشمندی به نام سوندالگکار[7] [۵] جریان آزاد غیر دائم عبوری از روی یک صفحهٔ عمودی نامتناهی را درحالیکه صفحه دارای مکش سیال متغیر بود و در حضور میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار داد و مشاهده نمود که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت سیال درون لایهٔ مرزی کاهش می‌یابد. در سال ۱۹۷۷ دانشمند دیگری به نام الباشبشی[8] [۶] به مطالعهٔ حرارتی و هیدرودینامیکی جریان سیال عبوری از روی یک صفحهٔ عمودی با درنظر گرفتن دمای دیوارهٔ متغیر و در حضور میدان مغناطیسی پرداخت. نتایج مطالعات او هم نشان داد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت درون لایهٔ مرزی کاهش پیدا خواهد کرد. در سال ۲۰۰۱ دو محقق به نام های چامخا و خالد[9] [۷] با استفاده از حل تشابهی، جریان جابجایی آزاد را از یک صفحهٔ مایل که می‌توانست حرارت را در خود تولید کرده یا به خود جذب نماید، مورد مطالعه قرار دادند. این تحلیل هم در حضور یک میدان مغناطیسی صورت گرفته بود. در سال ۲۰۰۵ محمود اواف[10] [۸] به حل دقیق اثر تشعشع حرارتی بر جریان MHD از روی صفحهٔ متخلخل در حال کشش پرداخت و متوجه شد که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، دما درون لایهٔ مرزی افزایش پیدا می‌کند. در سال ۲۰۱۰ هم ابراهیم[11] و همکارانش [۹] به مطالعه جابجایی آزاد جریان MHD از روی یک صفحهٔ عمودی با دمای متغیر پرداختند. آنها دریافتند که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، دما درون لایهٔ مرزی افزایش و سرعت هم کاهش پیدا می‌کند. در همین سال، همنت پونیا[12] و چادهوری[13] [۱۰] هم به بررسی انتقال حرارت و جرم در جریان جابجایی آزاد برای یک سیال هادی الکتریسیته و در حضور میدان مغناطیسی پرداختند. در تحقیق آن‌ها سیال موردنظر از روی صفحه‌ای عمودی و متخلخل عبور کرده و در محاسبات، ترم اتلافات ویسکوز هم در نظر گرفته شده است. در سال ۲۰۱۳ محمد مکدس علی[14] و همکارانش [۱۱] به

---

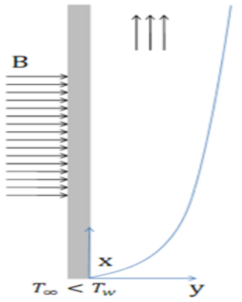
[1] Magneto Hydro Dynamic (MHD)
[2] Hossain
[3] Jha
[4] Sparrow
[5] Cess
[6] Chamkha
[7] Soundalgekar
[8] Elbashbeshy
[9] Chamkha and khaled
[10] Mahmoud E.M ouaf
[11] Ibrahim
[12] Hemant poonia
[13] chaudhary
[14] Mohammad Mokaddes Ali

بررسی اثرات تشعشع در جریان MHD روی یک صفحهٔ عمودی با جابجایی آزاد و در حضور تولید گرما وگرمایش ویسکوز پرداختند.

آنچه که این مقاله را از سایر مقالات موجود در این زمینه جدا می‌کند، استفاده از آنالیز تشابهی برای بررسی اثر میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد از روی صفحه‌ای عمودی است. در حقیقت تأثیر پارامتر میدان مغناطیسی را بر هر دو معادلهٔ انرژی و مومنتوم بررسی شده و هیچ اثر دیگری مانند اثر تشعشع، اتلاف ویسکوز، تولید گرما، دمای متغیر دیواره، میدان مغناطیسی غیر یکنواخت و ... در نظر گرفته نشده است.

۲- تعریف مسأله

صفحه‌ای عمودی را در نظر بگیرید که در معرض جریان جابجایی آزاد سیالی هادی الکتریسیته است. صفحهٔ مورد نظر در دمای ثابت و یکنواخت T_W قرار دارد که از دمای سیال پیرامونش بالاتر می‌باشد. به این صفحه، میدانی مغناطیسی با قدرت یکنواخت و در جهتی فرضی اعمال می‌شود. شماتیک این مسأله بصورت زیر است.



شکل ۱- شماتیکی از مسأله موردنظر

برای آنکه معادلات حاصل را ساده‌تر بتوانیم تحلیل کنیم، مختصات x,y را معکوس درنظر گرفته‌ایم تا معادلات، مشابه معادلاتی باشند که تاکنون با آنها سروکار داشته‌ایم. برای مسأله‌ای بصورت فوق، معادلات سه گانهٔ حاکم به شرح زیر می‌باشند.

الف- معادلهٔ پیوستگی

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (۱)$$

ب- معادلهٔ مومنتوم

$$\rho(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y})=\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dots$$
$$\dots\rho g\beta(T-T_\infty)-\sigma B^2 u \qquad (۲)$$

ج- معادلهٔ انرژی

$$\rho c_p(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y})=k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\sigma B^2 u^2 \qquad (۳)$$

اما شرایط مرزی لازم برای حل این معادلات بصورت زیر است:

$$at\ \ y=0\rightarrow u=v=0\ ,\ T=T_W$$
$$at\ \ y\rightarrow\infty\ ,\ \ u=0\ ,\ T=T_\infty$$

همانگونه که مشاهده می‌کنید معادلات مومنتوم و انرژی به واسطه وجود جابجایی آزاد به هم کوپل شده‌اند. این امر حل معادلات فوق را دشوارتر می‌کند. در ادامه از پارامتر تشابهی و بدنبال آن از آنالیز تشابهی برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزیی فوق به معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده خواهد شد. برای جریان جابجایی آزاد، پارامتر تشابهی را با توجه به آنچه که در کتاب انتقال حرارت جابجایی کیز [۱۴] آورده شده است، بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\eta=c\frac{y}{x^{1/4}}\ ,\ c=(\frac{g\beta(T_w-T_\infty)}{4\vartheta^2})^{1/4} \qquad (۴)$$

پارامتر تشابهی فوق را می‌توان برحسب عدد گراشف هم نوشت، یعنی خود پارامتر تشابهی تابع عدد گراشف است. اما برای استفاده از آنالیز تشابهی نیاز داریم تابع جریانی بصورت زیر تعریف نماییم:

$$\varphi=2\sqrt{g\beta(T_w-T_\infty)}x^{3/4}f(\eta) \qquad (۵)$$

اکنون معادلات مومنتوم و انرژی را بر حسب تابع جریان بازنویسی می‌کنیم:

معادلهٔ مومنتوم:

$$\rho(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\times\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\varphi}{\partial x}\times\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2})=\mu\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3}+\dots$$
$$\dots\rho g\beta(T-T_\infty)-\sigma B^2\frac{\partial\varphi}{\partial y} \qquad (۶)$$

معادلهٔ انرژی:

$$\rho c_p\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\times\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial\varphi}{\partial x}\times\frac{\partial T}{\partial y}\right)=k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\ldots$$
$$\ldots\sigma B^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 \tag{۷}$$

برای حل چنین مسائلی، می‌بایست پارامترهای بی بعدی را تعریف کنیم تا در نهایت پاسخ هایمان بر اساس این پارامترها بیان شوند. برای معادلات فوق هم پارامترهایی بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\theta=\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}$$
$$M=\frac{2\sigma B^2x^2}{\mu\sqrt{Gr}}\,,\ \Pr=\frac{\vartheta}{\alpha} \tag{۸}$$
$$Gr=\frac{g\beta(T-T_\infty)x^3}{\vartheta^2}\,,\ Ec^*=\frac{4\vartheta^2}{c_p(T_w-T_\infty)x^2}$$

اعداد بی بعد بدست آمده خود تابع x هستند، پس می‌توان گفت پارامترهای بی بعد و معادلات حاصل تابع محلی x هستند. به کمک این اعداد و پارامترهای بی بعد، معادلات مومنتوم و انرژی بصورت زیر نوشته خواهند شد:

- معادلهٔ مومنتوم

$$f'''+3ff''-(2f'-M)f'+\theta=0 \tag{۹}$$

- معادلهٔ انرژی

$$\frac{1}{\Pr}\theta''+f\theta'+M.Ec^*.Grf'^2=0 \tag{۱۰}$$

که با توجه به تابع جریان، شرایط مرزی بصورت زیر نوشته می‌شوند:

$$f(0)=0\,,\ f'(0)=0\,,\ f'(\infty)=0$$
$$\theta(0)=1\,,\ \theta(\infty)=0 \tag{۱۱}$$

حل معادلات حاصل با استفاده از روش های تحلیلی و دقیق امکان پذیر نمی‌باشد، لذا ناگزیر هستیم که از روش های عددی برای حل معادلات استفاده نماییم. دستگاه معادلاتی که می‌بایست حل کنیم، بصورت زیر است:

$$\begin{cases} f'''+3ff''-(2f'-M)f'+\theta=0 \\ f(0)=f'(0)=0\,,\ f'(\infty)=1 \end{cases} \tag{۱۲}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\Pr}\theta''+f\theta'+M.Ec^*.Grf'^2=0 \\ \theta(0)=1\,,\ \theta(\infty)=0 \end{cases} \tag{۱۳}$$

برای حل این معادلات از روش رانجه-کوتای[1] مرتبهٔ چهارم استفاده نموده‌ایم. در روند حل از ۱۰۰۰ نقطه و با گام ۰/۰۱ استفاده شده است. دقت محاسبات برای همگرایی هم $۱۰^{-۳}$ در نظر گرفته شده است. قبل از اعتبارسنجی لازم است که مختصری پیرامون بیشینهٔ پارامتر تشابهی حاصل که بر اساس آن نمودارها رسم شده‌اند، توضیح دهیم. پارامتر تشابهی تابعی x,y از است، اینکه در چه نقطه‌ای نمودارها همگرا شده‌اند، بسته به محل تشکیل و ضخامت لایهٔ مرزی دارد، پس مقدار بیشینهٔ پارامتر تشابهی اصلاً قابل پیش بینی نیست.

به منظور اعتبار سنجی کد نوشته شده و روش مورد استفاده در حل این معادلات، مقایسه‌ای مابین توزیع دما در جریان جابجایی آزاد و بدون حضور میدان مغناطیسی که در گزارش۱۱۱ ناکا[2] [۱۳] در سال ۱۹۵۲ ارائه شده است، با توضیع دمای حاصل از حل این مسأله انجام داده‌ایم. البته انتظار وجود تفاوت هایی در پاسخ ها کاملاً منطقی است. چرا که فرض این مسأله به هادی بودن سیال و وجود میدان مغناطیسی بوده است. پس هرگز نتوانستیم حتی برای اعتبارسنجی میدان مغناطیسی را از بین ببریم، بلکه مقدار آنرا بسیار کوچک فرض نموده‌ایم.

شکل ۲ نشان می‌دهد که نتایج حاصل همخوانی قابل توجهی با نتایج ارائه شده توسط ناکا دارد. در بدترین نقطهٔ نمودار فوق مقدار اختلاف بین نتایج در حدود۲۰٪ می‌باشد. با توجه به اینکه در اکثر قسمت های نمودار در حدود کمتر از ۵٪ اختلاف وجود دارد، پس می‌توان به درستی کد نوشته شده و معادلات حل شده اطمینان داشته و از درستی سایر نتایج هم مطمئن بود.

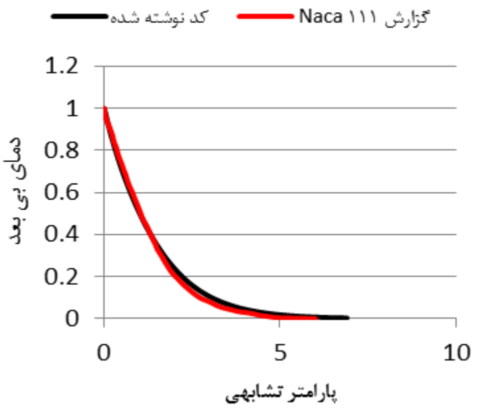
علاوه بر شکل۲، می‌توان از کارهای انجام شده توسط دانشمندان دیگر و مقالات منتشر شده در این زمینه هم استفاده نمود. بعنوان مثال در سال۲۰۱۰ دو دانشمند به نام های همنت پونیا و چادهوری [۱۰] به بررسی انتقال حرارت و انتقال جرم در جریان جابجایی آزاد برای یک سیال هادی در حضور میادین الکترومغناطیس پرداختند. در تحقیق آنها، سیال مورد نظر از روی صفحه‌ای عمودی و متخلخل عبور

---

[1] Range-Kutta

[2] Naca- Report111

کرده و در محاسبات، ترم اتلافات ویسکوز هم در نظر گرفته شده است. یکی از نمودار های رسم شده در مقالهٔ آنها، نمودار تغییرات توزیع سرعت درون لایهٔ مرزی با تغییرات پارامتر میدان مغناطیسی است که در شکل ۳ نشان داده شده است.

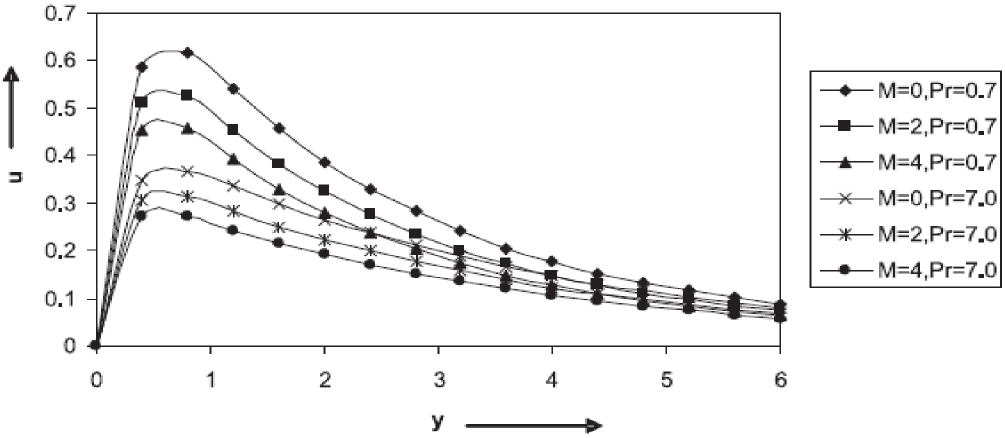


شکل ۲- مقایسهٔ توزیع دما درون لایهٔ مرزی با نتایج ناکا

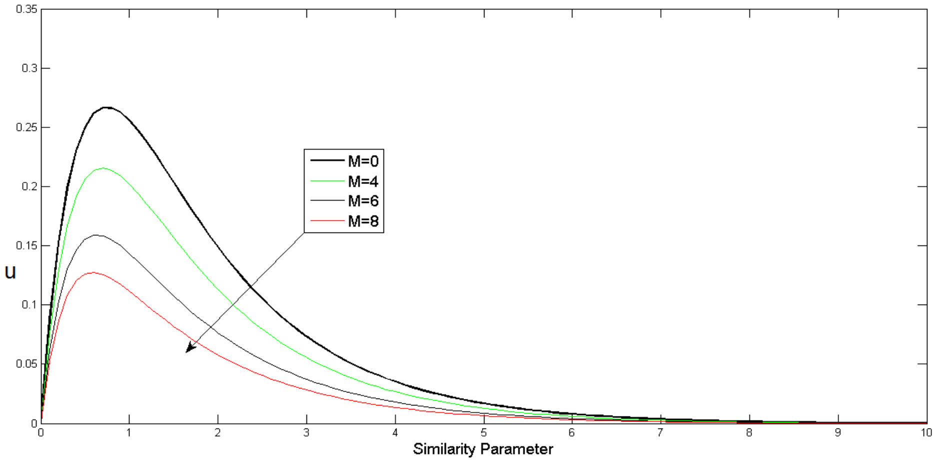
مطابق شکل۳، با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت سیال درون لایهٔ مرزی کاهش پیدا کرده است، مطلبی که بوضوح می‌توان آنرا در پروفیل سرعت رسم شده برای مسألهٔ حاضر هم مشاهده نمود. در شکل ۴، مشاهده می‌شود که با افزایش اثرات میدان مغناطیسی، بعلت زیادتر شدن اثر نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال، سرعت حرکت سیال کاهش یافته است. در همهٔ نمودارهایی که $M=۰$ فرض شده است، منظور مقداری کوچک و نزدیک صفر است نه خود صفر، چراکه اگر صفر قرار می‌دادیم، فرضیات مسأله بهم می‌ریخت.

همانگونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی دما درون لایهٔ مرزی افزایش یافته است، این افزایش به معنای کاهش اختلاف دما مابین دیواره و سیال داخل لایهٔ مرزی می‌باشد. که این امر موجب کاهش انتقال گرما از دیواره به محیط اطراف می‌شود.

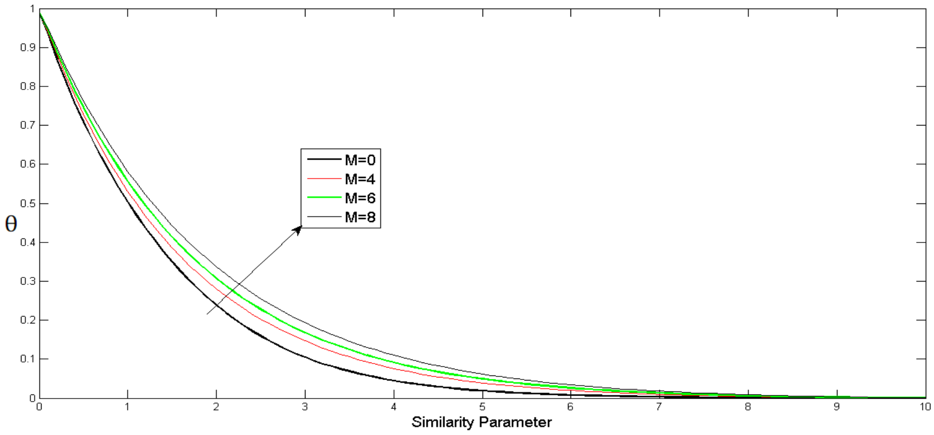
نمودارهای ۶ و ۷، نحوهٔ تغییرات توزیع سرعت و دما را با تغییر عدد گراشف نمایش می‌دهند. اگر بصورت فرضی مقدار عدد گراشف را بدست آوریم، خواهیم دید که مقدار آن از حد مقدار بحرانی جریان آزاد کمتر است، لذا جریان در اطراف دیوارهٔ عمودی را می‌توان آرام درنظر گرفت و مسأله را به ازای آن حل نمود.



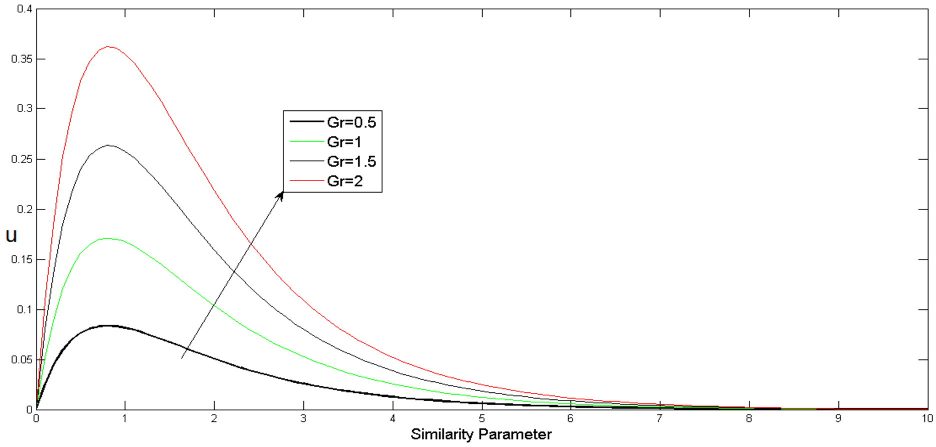
شکل ۳- اثر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت درون لایهٔ مرزی مطابق [۱۰]



شکل ۴- اثرات افزایش پارامتر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت درون لایهٔ مرزی $Gr = 1.5$, $Ec^* = 0.01$, $\Pr = 0.72$



شکل ۵- اثرات پارامتر میدان مغناطیسی بر توزیع دما درون لایهٔ مرزی $Gr = 1.5$, $Ec^* = 0.01$, $\Pr = 0.72$



شکل ۶- اثر تغییر عدد گراشف بر توزیع سرعت درون لایهٔ مرزی $M = 0$, $Ec^* = 0.01$, $\Pr = 0.72$

همانگونه که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، با افزایش عدد گراشف به دلیل افزایش نیروهای شناوری، سرعت سیال درون لایهٔ مرزی افزایش پیدا کرده است. از شکل ۸ واضح است که با افزایش عدد گراشف، دما درون لایهٔ مرزی کاهش یافته است. این کاهش دما بدین معناست که اختلاف دمای بین سیال داخل لایهٔ مرزی و دیواره افزایش یافته است که این موضوع به نوبهٔ خود می‌تواند دلیلی بر افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره باشد.

پارامتر دیگری که می‌تواند بر توزیع سرعت و توزیع دما اثر داشته باشد، عدد پرانتل است. نمودارهای ۸ و ۹، تغییرات توزیع سرعت و دما را با تغییر عدد پرانتل نشان می‌دهند.

مشاهده می‌شود که با افزایش عدد پرانتل، سرعت حرکت سیال درون لایهٔ مرزی کاهش یافته است. در هریک از نمودارهای فوق، عدد پرانتل ثابت درنظر گرفته شده است. در یک عدد پرانتل ثابت، سرعت درون لایهٔ مرزی کاهش یافته است، پس انتظار می‌رود که دما هم درون لایهٔ مرزی کاهش یابد و مطابق انتظار، با افزایش عدد پرانتل، دما هم درون لایهٔ مرزی کاهش یافت.

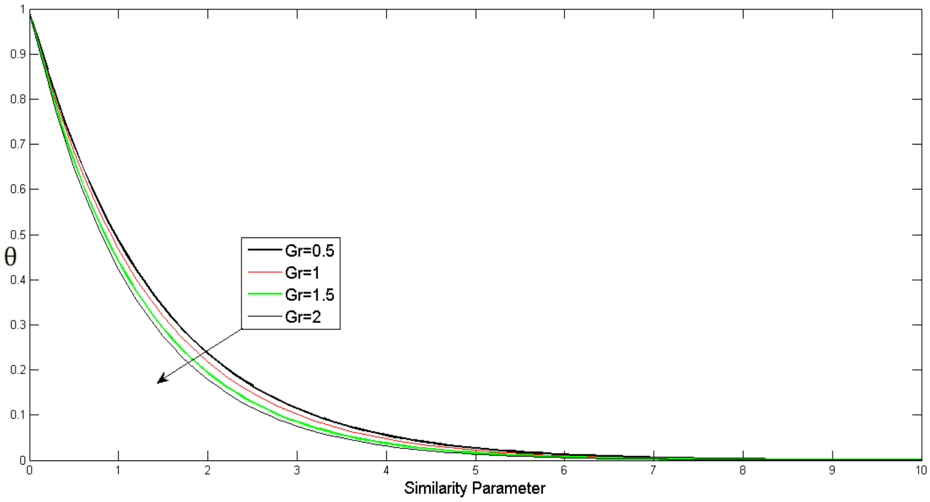
آخرین عدد بی بعدی که در معادلات مومنتوم و انرژی ظاهر شده است و تغییرات آن می‌تواند بر توزیع سرعت و دما درون لایهٔ مرزی اثرگذار باشد، عدد اکرت است. نمودارهای زیر نشان دهندهٔ تأثیر تغییرات عدد اکرت بر توزیع سرعت و دما است.

مطابق شکل ۱۰ سرعت درون لایهٔ مرزی زیاد می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش عدد اکرت دما هم درون لایهٔ مرزی افزایش یافته است.

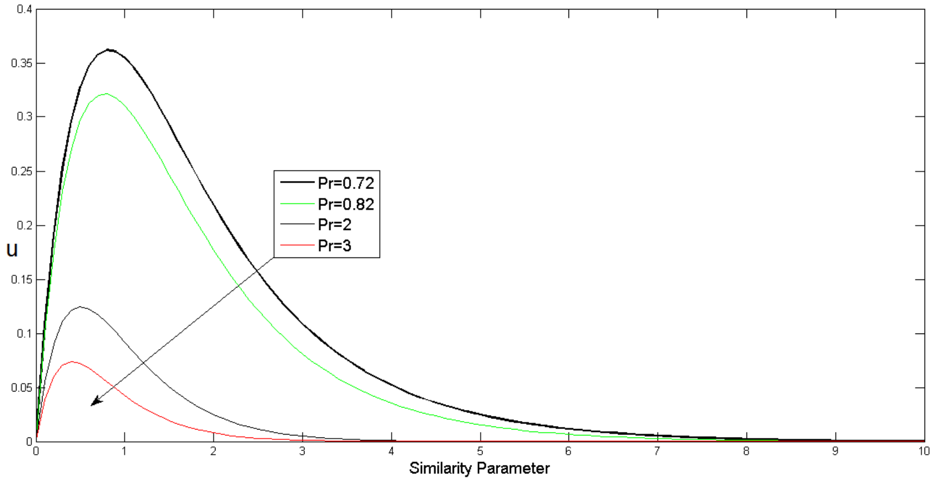
در شکل۱۲مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی موجب افزایش دما درون لایهٔ مرزی شده است که علت آن هم یونیزه شدن ذرات سیال داخل لایهٔ مرزی در اثر عمال میدان مغناطیسی و گرمتر شدن آنها می‌باشد، که این امر به معنای کاهش نرخ انتقال حرارت از دیواره به سیال پیرامون است.

برای بررسی اثر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت از صفحات عمودی، کافیست با توجه به توزیع دمای بدست آمده و با استفاده از روابط زیر برای انتقال حرارت جابجایی آزاد، عدد ناسلت را بدست آورده و بدین ترتیب به اثر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت از صفحات عمودی پی ببریم. برای جریان جابجایی آزاد با توجه به روابط موجود در کتاب انتقال حرارت جابجایی لطیف [۱۴] داریم:

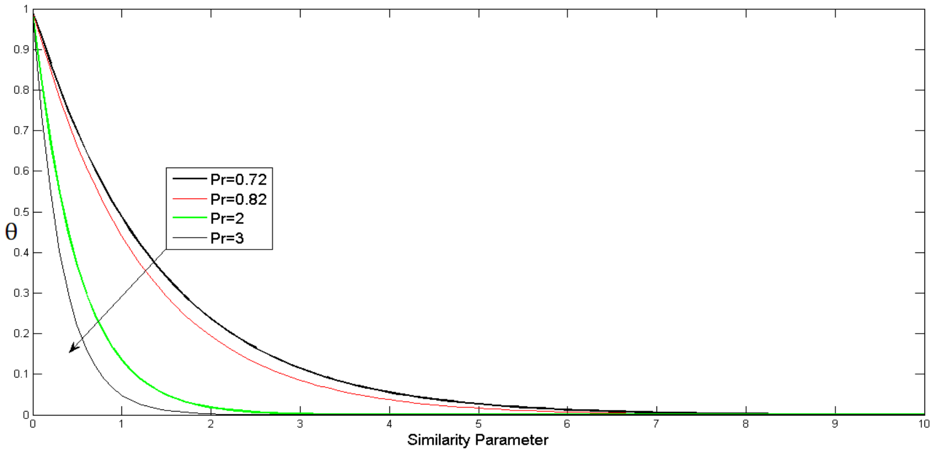
$$h(T_W - T_\infty) = -k\frac{\partial T}{\partial y}(x,0) \qquad (۱۴)$$



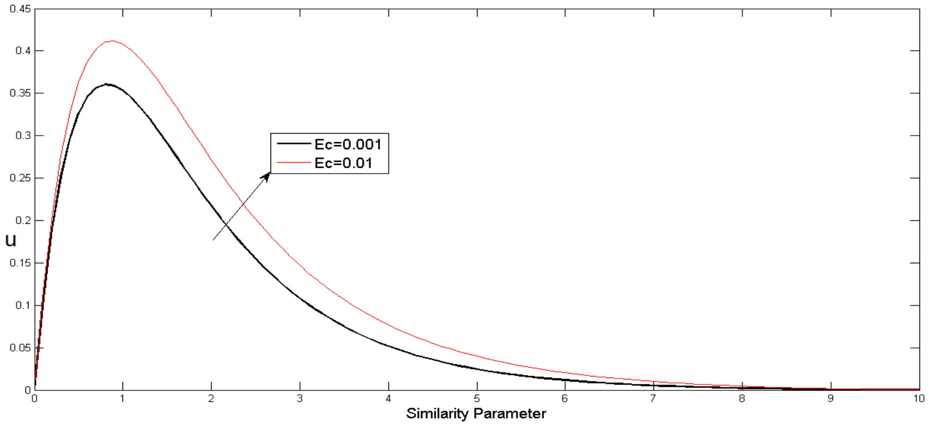
شکل ۷- اثر تغییرات عدد گراشف بر توزیع دما درون لایهٔ مرزی $M=0$, $Ec^*=0.01$, $\Pr = 0.72$



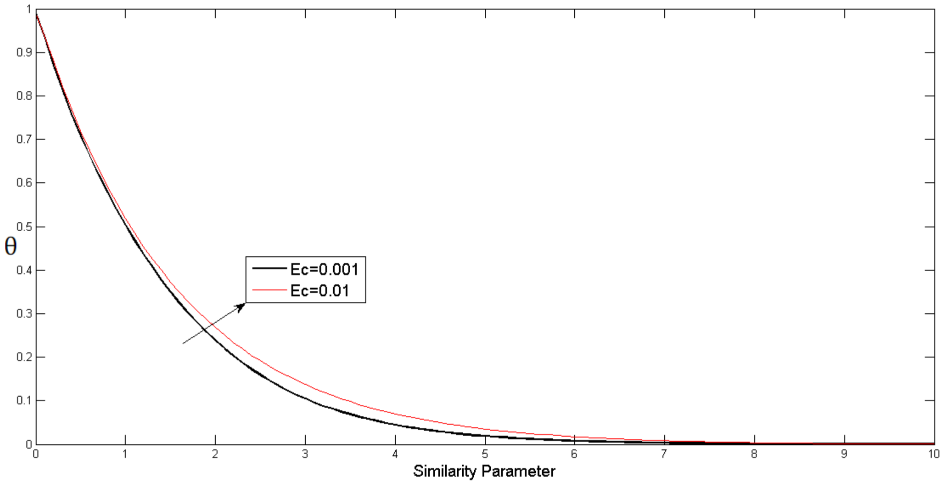
شکل ۸- تأثیر تغییرات عدد پرانتل بر توزیع سرعت درون لایهٔ مرزی $Gr = 2$, $M = 0$, $Ec^* = 0.01$



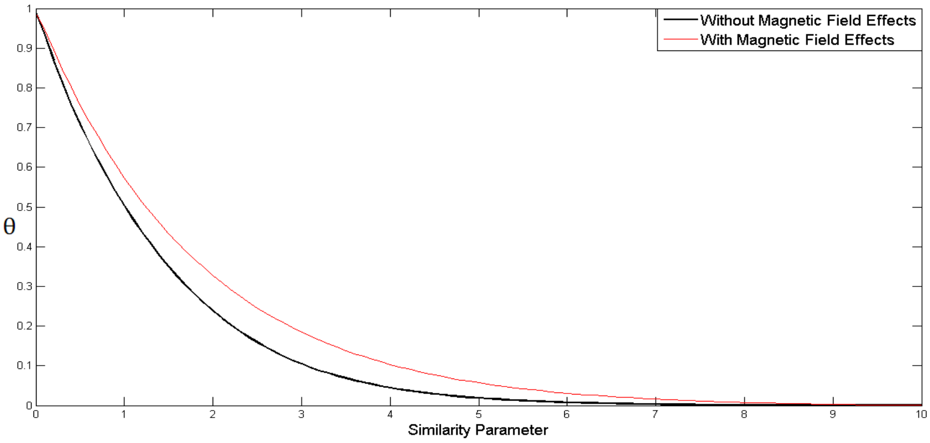
شکل ۹- اثر تغییرات عدد پرانتل بر توزیع دما درون لایهٔ مرزی $Gr = 2$, $M = 0$, $Ec^* = 0.01$



شکل ۱۰- اثر تغییرات عدد اکرت اصلاح شده بر توزیع سرعت درون لایهٔ مرزی $Gr = 2$, $M = 0$, $\mathrm{Pr} = 0.72$



شکل ۱۱- اثر عدد اکرت اصلاح شده بر توزیع دما درون لایهٔ مرزی $Gr=2$, $M=0$, $\Pr=0.72$



شکل ۱۲- اثر وجود میدان مغناطیسی بر توزیع دما درون لایهٔ مرزی

$$T=T_\infty+\theta\times(T_W-T_\infty)$$
$$\frac{\partial T}{\partial y}(x,0)=(T_W-T_\infty)\times\frac{\partial\theta}{\partial y}(x,0) \qquad (۱۵)$$
$$\frac{\partial\theta}{\partial y}=\theta'\times\frac{c}{x^{1/4}}$$

$$h=-k\times\theta'(0)\times\frac{c}{x^{1/4}}$$
$$Nu_x=\frac{hx}{k}=-\theta'(0)\times c\times x^{3/4} \qquad (۱۶)$$

در جدول ۱ می‌توان تعدادی از نتایج حاصل برای عدد ناسلت را مشاهده نمود. با توجه به جدول فوق، ملاحظه گردید که میدان مغناطیسی موجب می‌شود که در حدود ۱۵درصد از نرخ انتقال حرارت از صفحهٔ عمودی کاسته شود.

جدول ۱- نحوهٔ تغییرات نرخ انتقال حرارت از دیوارهٔ عمودی با تغییر پارامتر مغناطیسی و عدد پرانتل

Pr	M	$Nu/(\frac{Gr}{4})^{1/4}$
۰/۷	۰	۰/۵
	۵	۰/۴۲۳
۰/۸۹	۰	۰/۵۲۱
	۵	۰/۴۴۲

۴- جمع بندی

در این مقاله به بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد از روی صفحه‌ای عمودی پرداختیم. معمولاً از دینامیک سیالات مغناطیسی به منظور افزایش بازده و همچنین در برخی از سیستم ها برای افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره ها استفاده می‌شود، ولی در این مقاله ثابت شد که با در نظر گرفتن شرایط ذکر شده و جهات درنظر گرفته شدهٔ قسمت های قبلی، میدان مغناطیسی می‌تواند اثرات سوء بر نرخ انتقال گرما از دیواره‌ها داشته باشد. ابتدا معادلات مومنتوم و انرژی در حضور میدان مغناطیسی استخراج شدند و سپس با استفاده از حل تشابهی و تابع جریان، معادلات دیفرانسیل مشتق جزیی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و در نهایت هم با استفاده از روش عددی رانجه- کوتای مرتبهٔ چهارم و با استفاده از نرم افزار متلب حل شدند. تأثیر پارامترهای بی بعد موجود در معادلات بر روی توزیع سرعت و دمای درون لایهٔ مرزی در قالب نمودارهایی بیان گردید و در پایان نتایجی به شرح زیر بدست آمد:

- ✓ افزایش پارامتر میدان مغناطیسی موجب افزایش نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال شده و سرعت سیال درون لایهٔ مرزی کاهش یافته است. همچنین دما درون لایهٔ مرزی زیادتر شده است و این امر موجب کاهش اختلاف دمای دیواره و سیال شده و موجبات کاهش نرخ انتقال گرما از دیواره را فراهم می‌آورد.
- ✓ با افزایش عدد گراشف، نیروهای شناوری وارد بر سیال افزایش یافته و موجب افزایش سرعت سیال درون لایهٔ مرزی می‌شود. انتظار داریم این افزایش سرعت موجب افزایش نرخ انتقال گرما از دیواره هم شود. بر این اساس و مطابق نتایج حاصل، دما درون لایهٔ مرزی کاهش یافته است.
- ✓ افزایش عدد پرانتل موجب کاهش سرعت و دما درون لایهٔ مرزی شده است.
- ✓ وجود میدان مغناطیسی موجب افزایش دما درون لایهٔ مرزی شده است و سرعت سیال درون لایهٔ مرزی را هم کاهش داده است. لذا نرخ انتقال حرارت در اثر وجود میدان مغناطیسی کاهش پیدا می‌کند.

در بکارگیری میدان مغناطیسی بعنوان عامل افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره، بهتر است به جهت و قدرت میدان اعمالی بسیار توجه شود، چراکه ممکن است درنظر گرفتن میدان مغناطیسی در جهتی غیر دقیق و غیرکارشناسانه موجب کاهش نرخ انتقال گرما از دیواره شود.

علایم و نشانه‌ها

v	سرعت سیال در جهت افقی، m/s
u	سرعت سیال در جهت عمودی، m/s
Pr	عدد پرانتل
Ec^*	عدد اکرت اصلاح شده
Gr	عدد گراشف
M	پارامتر تأثیر میدان مغناطیسی
Nu	عدد ناسلت
g	شتاب گرانش، m/s^2
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه، kj/kg.c
T_w	دمای دیواره، °C
T_∞	دمای سیال، °C
k	ضریب هدایت حرارتی سیال، W/m°C
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی، $W/m^2{}^\circ C$
α	ضریب پخش حرارتی، m^2/s
ϑ	لزجت سینماتیکی، m^2/s
μ	لزجت دینامیکی، kg/m.s
ρ	چگالی سیال، kg/m^3
β	ضریب انبساط حرارتی، 1/°C

مراجع

[1] Hossain MA (1992) Viscous and joule heating effects on MHD-free convection flow with variable plate temperature. Int J Heat Mass Transf 35(12): 3485–3487.

[2] Jha BK (2001) Natural convection in unsteady MHD couette flow. Heat Mass Transf 37: 329–331.

[3] Sparrow EM, Cess RD (1961) the effect of a magnetic field on free convection heat transfer. International journal of Heat and Mass transfer 3: 267–274.

[4] Chamkha AJ, Takhar HS, Nat G (2004) Mixed convection flow over a vertical plate with localized heating (cooling), magnetic field and suction (injection). Heat Mass Transfer 40: 835–841.

[5] Soundalgekar VM (1972) Unsteady MHD free convection flow past infinite vertical flat plate with variable suction. Indian Journal Pure. Appl Math 3: 426–436.

[6] Elbashbeshy EMA (1997) Heat and Mass transfer along a vertical plate with variable surface temperature and concentration in presence of the magnetic field. Int J Eng Sci 34: 512–522.

[7] Chamkha AJ, Khaled ARA (2001) Similarity solutions for hydro magnetic simultaneous heat and mass transfer by natural convection from an inclined plate with internal heat generation or absorption. Heat Mass Transf 37: 117–123.

[8] Mahmoud EM Ouaf (2005) Exact solution of thermal radiation on MHD flow over a stretching porous sheet. Appl Math Comput 170: 1117–1125.

[9] Ibrahim Abbas A, Palani G (2010) Effects of magneto hydrodynamic flow past over a vertical plate with variable surface temperature. Appl Math Mech 31(3): 329–338.

[10] Poonia H, Chaudhary RC (2010) MHD free convection and mass transfer flow over an infinite vertical porous plate with viscous dissipation. Theoretical and Applied Mechanic Journal 37(4): 263–287.

[11] Mohammad Mokaddes A, Mamun AA, Abdul Maleque Md, Nur Hosain Md, Ariful Azim (2013) Radiation effect on MHD free convection flow along vertical flat plate in presence of Joule heating and heat generation. Procedia Engineering 56: 503–509.

[12] Kays WM, Crawford ME (1993) Convective heat and mass transfer. 3rd edn. McGraw-Hill, New York.

[13] Ostrach S (1952) An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force. National Advisory Committee for Aeronautics, Report 111NACA: 63–79.

[14] Latif M (2009) Heat Convection. Second edn. Springer-Verlag, New York.