



## مطالعه‌ای بر پاسخ پلاستیک ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی

توحید میرزابابای مستوفی<sup>۱</sup>، مصطفی سیاح بادخور<sup>۲</sup> و هاشم بابایی<sup>۳\*</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوان کی، ایوان کی، ایران

<sup>۲</sup> مربی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوان کی، ایوان کی، ایران

<sup>۳</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۱۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۱/۰۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۲/۱۹

### چکیده

در این مقاله، از یک روش تحلیل بی‌بعد جهت ارائه سه رابطه تجربی بر اساس اعداد بی‌بعد به منظور پیش‌بینی نسبت بیشترین خیز دائمی ورق‌های تک‌لایه دایره‌ای به ضخامت آن تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی استفاده شده است. در اعداد بی‌بعد پیشنهادی، اثر هندسه ورق، شدت بار اعمالی، خواص مکانیکی ورق، حساسیت ماده به نرخ کرنش، شعاع بارگذاری و فاصله استقرار در نظر گرفته شده است. جهت صحت سنجی مدل‌های تجربی از چهارده سری آزمایش و ۵۶۲ داده موجود در ادبیات تحقیق در طول چهار سال گذشته استفاده شده است. نتایج حاصل از مدل‌سازی نشان داد که تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی وجود دارد؛ به طوری که در مجموع ۳۳۸ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۷۵٪ (۲۵۵ داده) و ۹۴٪ (۳۱۸ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند؛ همچنین، در مجموع ۱۰۸ داده تجربی موجود برای بارگذاری محلی بدون استفاده از فاصله استقرار، به ترتیب ۵۹٪ (۶۴ داده) و ۹۲٪ (۹۹ داده) از کل نقاط تجربی در این دو محدوده قرار گرفتند. در بارگذاری محلی با استفاده از فاصله استقرار، به ترتیب ۶۸٪ (۷۹ داده از ۱۱۶) و ۸۵٪ (۹۹ داده از ۱۱۶) در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند.

**کلمات کلیدی:** بارگذاری یکنواخت؛ بارگذاری محلی؛ تحلیل بی‌بعد؛ مدل تجربی؛ ورق دایره‌ای.

## A Study on Plastic Response of Circular Plates under Uniformly and Locally Distributed Dynamic Loading

T. Mirzababaie Mostofi<sup>1</sup>, M. Sayah Badkhor<sup>2</sup>, H. Babaei<sup>3,\*</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Iran.

<sup>2</sup> Lecturer, Faculty of Mechanical Engineering, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Iran.

<sup>3</sup> Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

### Abstract

In this paper, a non-dimensional analysis approach has been used to propose three empirical equations based on dimensionless numbers to predict the maximum transverse permanent deflection-thickness ratio of single-layered circular plates under uniformly and locally distributed dynamic loading. The effect of plate geometry, the impulse of applied load, mechanical properties of the plate, the strain-rate sensitivity, the load radius, and the stand-off distance was considered. In order to validate the empirical models, fourteen series of conducted experiments and 562 data points in the state of the art over the past forty years have been used. The obtained results showed good agreement between the model prediction results and the experimental values so that in total 338 experimental data for uniform loading, 75% (255 data) and 94% (318 data) of the data points were distributed in the  $\pm 10\%$  and  $\pm 20\%$  error range, respectively. In addition, in total 108 experimental data for localized loading without using stand-off distance, 59% (64 data) and 92% (99 data) of data points were distributed in these two ranges, respectively. For the localized loading using the stand-off distance, 68% (79 data out of 116) and 94% (99 data out of 116) of the data points were distributed in the  $\pm 10\%$  and  $\pm 20\%$  error range, respectively.

**Keywords:** Uniform Loading; Localized Loading; Non-Dimensional Analysis; Empirical Model; Circular Plate.

## ۱- مقدمه

پوسته‌ها، تیرها و ورق‌ها عناصر ساختاری پایه‌ای برای مخازن تحت فشار هستند و تاکنون، روابط تحلیلی (تئوری) و تجربی بسیار زیادی برای بررسی رفتار پلاستیک-دینامیکی ساختارهای مختلف به‌خصوص ورق‌ها تحت بارهای دینامیکی با توزیع متفاوت ارائه شده که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود.

در سال ۱۹۵۱، هادسون [۱] نظریه ساده‌ای را با در نظر گرفتن تنها تنش‌های کششی در روش شکل‌دهی انفجاری درون آب و با چشم‌پوشی کردن از اثرات تنش‌های خمشی و نیز اثرات حساسیت به نرخ کرنش توانست مجموعه‌ای از دستگاه معادلات دیفرانسیلی غیرخطی جفت شده و در نهایت شکل نهایی ورق دایره‌ای پس از تغییر شکل پلاستیک-دینامیکی، توزیع ضخامت در آن و زمان خاتمه تغییر شکل ورق را به دست آورد.

در سال ۱۹۶۷ دافی [۲]، با فرض رفتار ماده به‌صورت ایده آل صلب-پلاستیک و استفاده از روش انرژی به بررسی تحلیلی تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایروی تحت بار دفعی یکنواخت پرداخت. در این روش، او انرژی کرنشی را با انرژی جنبشی اولیه ورق برابر قرار داد؛ اما از اثرات نرخ کرنش صرف‌نظر کرد. گستره‌های تغییر شکل متعددی شامل، شکل‌های گوناگون سینوسی و چندجمله‌ای برای نزدیک‌تر شدن پیش‌بینی تحلیلی به نتایج تجربی مورد آزمایش قرار گرفتند. در سال ۱۹۶۸ و ۱۹۷۱، جونز [۳] برای اولین بار با در نظر گرفتن اثرات نیروهای غشایی و هم اثرات ممان‌های خمشی و فرض رفتار ایده‌آل صلب-پلاستیک برای ماده، رفتار تیرها، ورق‌های دایروی و مستطیلی تحت بارهای دفعی یکنواخت را شرح داد. در سال ۱۹۷۰ ویرزبیک و فلورنس [۴]، با وارد کردن هم‌زمان ممان‌های خمشی و نیروهای غشایی در معادلات حرکت، با در نظر گرفتن رفتار ویسکو الاستیک خطی برای ماده و با فرض اینکه که ورق تنها در جهت قائم حرکت کند، توانستند پیش‌بینی‌های بهتری ارائه دهند. در سال ۱۹۷۴ لیپمن [۵]، با فرض رفتاری شبیه به یک غشا برای ورق در جریان شکل‌دهی انفجاری از اثرات خمشی صرف‌نظر و تنها نیروهای غشایی را در معادلات حرکت وارد کرد. او همچنین فرض کرد که المان‌های ورق تنها به‌طور افقی به سمت پایین حرکت می‌کنند و با استفاده

از شرط تسلیم ترسکا و قوانین سیلان، یک معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی مرتبه دوم به دست آورد که حل عددی آن پروفیل تقریبی تغییر شکل ورق را در هر لحظه تغییر شکل به‌دست آمده می‌آورد. در سال ۱۹۷۹ سیموندز و ویرزبیک [۶]، برخلاف جونز فقط رفتار غشایی را بررسی کردند. از تحقیقات آن‌ها این نتیجه حاصل شد که مدل تحلیلی ارائه شده، تنها خیزهای نهایی موجود در محدوده خیزهای کوچک و پایین‌تر از مقادیر تجربی را تخمین می‌زند. در سال ۱۹۸۱، گودیس سوارز [۷] با بیان پیچیدگی حل مسائل مربوط به پاسخ دینامیکی سازه‌ها تحت بارهای دفعی در محدوده تغییر شکل‌های پلاستیک و با صرف‌نظر کردن از کرنش‌های الاستیک در مقایسه با کرنش‌های پلاستیک به حل دقیق‌تر معادلات مربوطه پرداخت. او برای کاستن از پیچیدگی حل معادلات و بدون اینکه دقت حل را به‌طور هنگفتی کاهش دهد، رفتار ماده را به‌صورت صلب-پلاستیک در نظر گرفت. در سال ۱۹۸۴ پرون و بهادرا [۸]، با در نظر گرفتن تأثیر حساسیت به نرخ کرنش، تغییر شکل بزرگ ورق‌های دایروی ویسکوپلاستیک را تحت بارگذاری دینامیکی مورد مطالعه قرار دادند. در طی سال‌های ۱۹۸۷ تا ۱۹۸۹ نوریك و همکارانش [۹-۱۱]، با فرض شکل مد متغیر در روش تقریبی و در نظر گرفتن هم‌زمان جابجایی‌های قائم و افقی، مدل‌هایی برای ورق‌های دایروی و مستطیلی ارائه کردند که در آن شکل مد در هر گام زمانی محاسبه می‌شود. بدین ترتیب پیش‌بینی توزیع کرنش‌های محیطی امکان‌پذیر شد که تا آن زمان ممکن نبود. در سال ۲۰۰۷، ژاکوب و همکارانش [۱۲]، اثر فاصله استقرار و جرم خرج را بر پاسخ دینامیکی ورق‌های دایروی کاملاً گیردار تحت بار انفجاری بررسی کردند؛ همچنین به‌منظور پیش‌بینی خیز مرکزی ورق یک تحلیل تجربی انجام شد که در آن اثر فاصله استقرار خرج به‌عنوان یک پارامتر مهم به اعداد بی‌بعد ایمپالس ارائه شده توسط نوریك و مارتین اضافه گردید. در طی سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۲، بابایی و درویشه [۱۳-۱۶]، مدل‌هایی تحلیلی برای پیش‌بینی خیز مرکزی ورق‌های دایروی با پیرامون گیردار تحت بار انفجاری یکنواخت و غیریکنواخت ارائه کردند. در سال ۲۰۱۴، کولوت و نوریك [۱۷]، صحنه‌گذاری این فرضیه که می‌توان از اثر جابجایی‌های شعاعی و کرنش‌های خمشی در تحلیل تغییر شکل‌های بزرگ ورق‌های دایروی تحت بار

عدد، عدم در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش ماده است که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود.

در سال ۱۹۹۹، ژائو [۲۰] عدد بی‌بعد جدید  $R_n$  را برای پاسخ پلاستیک-دینامیکی تیرها و ورق‌ها پیشنهاد داد که از بی‌بعد سازی معادلات حاکم بر آن‌ها نتیجه شده بود. لازم به توضیح است که این عدد ( $\lambda$ ) قبلاً و در سال ۱۹۶۷ توسط جونز ارائه شده بود [۲۱ و ۲۲] و عدد ارائه شده توسط ژائو تنها نسبتی از عدد جونز است.

$$\lambda = \frac{4\rho V_0^2}{\sigma_0} \left( \frac{L}{H} \right)^2 = 4R_n \quad (2)$$

همان‌طور که از رابطه ۲ مشخص است، عدد بی‌بعد جونز، تأثیر هندسه ساختار را در کنار اینرسی بار وارده و مقاومت استاتیکی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک در نظر می‌گیرد. با توجه به اهمیت عدد بی‌بعد جونز، سعی بر آن شده است تا تمامی مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق برای پیش‌بینی نسبت بیشترین خیز دائمی به ضخامت ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی بر حسب عدد بی‌بعد  $\lambda$  در جدول ۱ و همچنین جدول ۲ ارائه شوند.

با مرور مطالعات پیشین محققان این نتیجه حاصل شد که در مدل‌های تجربی ارائه شده برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی اثر نرخ کرنش لحاظ نشده است و همچنین مدل‌های تحلیلی موجود با توجه به فرضیات آن‌ها دارای خطای نسبتاً بالایی هستند؛ لذا نوآوری این مقاله در ارائه یک مدل تجربی با دقت پیش‌بینی بالا ضمن در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی است که بسیار کاربردی و ضروری به نظر می‌رسد. در این تحقیق، با بی‌بعد سازی معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر ورق، اعداد بی‌بعد برای تحلیل ابعادی فرآیند شکل‌دهی ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی پیشنهاد می‌شود. استخراج مستقیم اعداد پیشنهادی از معادلات تعادل دینامیکی نشان‌دهنده آن است که این اعداد کاملاً معنای فیزیکی دارند. از مزیت‌های اصلی این روش، می‌توان به سازمان‌دهی کارهای تجربی، پیش‌گیری از آزمایش‌های تکراری، بررسی و شناخت اثر هر یک از متغیرهای وابسته به فرآیند و همچنین تحلیل و تجزیه داده‌های آزمایشگاهی اشاره کرد.

دفعی صرف‌نظر کرد را بررسی و بر همین اساس، سه تحلیل انرژی ارائه کردند. در تحلیل اول، با افزودن جابجایی‌های شعاعی به جابجایی‌های عرضی، تنها کرنش‌های خمشی در نظر گرفته شد. در مرحله بعدی، یک مدل تحلیلی که اثر متقابل کرنش‌های خمشی و غشایی را در نظر می‌گیرد ارائه شد. در فاز سوم، تاریخچه کرنش به صورت غیرخطی در نظر گرفته شد و نتایج به دست آمده تأثیر کم آن را در تحلیل تغییر شکل بزرگ پلاستیک ورق تأیید کرد. در سال ۲۰۱۷، نوریک توانست با انجام یک سری آزمایش‌های جدید مدل‌های ارائه شده در مراجع قبلی را اصلاح کند و دقت مدل تجربی خود را بهبود ببخشد [۱۸].

با توجه به اینکه هر یک از مدل‌های تئوری و تجربی دارای شرایط خاص است، لذا برای مقایسه نتایج تغییر شکل ساختار با هندسه، شرایط مرزی و نوع بارگذاری یکسان نیاز است تا تمامی متغیرها به صورت گروه‌های بی‌بعد ارائه شوند. در سال ۱۹۷۲، جانسون عدد بی‌بعد آسیب را مطابق با رابطه (۱) معرفی و از آن برای بررسی رفتار ساختارهای فلزی تحت بار دینامیکی استفاده کرد که در این معادله،  $\rho$  چگالی ماده،  $V_0$  سرعت ضربه و  $\sigma_0$  تنش تسلیم استاتیکی ماده است. یکی از کاربردهای اصلی و مهم عدد بی‌بعد آسیب جانسون بررسی رفتار دینامیکی ماده است که در آن می‌توان اثر ایمپالس و شدت بار دینامیکی اعمالی و خواص مکانیکی ماده شامل چگالی و تنش تسلیم را مشاهده کرد [۱۹].

$$D_n = \frac{\rho V_0^2}{\sigma_0} \quad (1)$$

با مقایسه نتایج به دست آمده توسط محققان [۱۰ و ۱۲] برای ورق با هندسه و مواد متفاوت این نتیجه حاصل شد که عدد بی‌بعد جانسون یک رابطه کاملاً مناسب برای مقایسه نبوده و دارای نواقصی است. همان‌طور که از رابطه جانسون برمی‌آید، نوع بارگذاری و هندسه ساختار در آن دیده نمی‌شود؛ لذا، در سال ۱۹۸۹، نوریک و مارتین [۱۰ و ۱۱] اصلاحاتی را روی عدد بی‌بعد جانسون انجام دادند. آن‌ها اعداد بی‌بعد ایمپالس را برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی ارائه کردند که در آن علاوه بر اثر شدت بار دینامیکی اعمالی و خواص مکانیکی ماده، اثر نوع بارگذاری و همچنین هندسه ورق اعمال گردید. شایان توجه است که یکی از نقص‌های این

جدول ۱- مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق بر حسب  $\lambda$

اثر نرخ کرنش	مدل بر حسب $\lambda$	مدل اصلی	مرجع
×	$0.4995\sqrt{\lambda}$	$\frac{0.318I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}}$	[۱]
×	$0.38\sqrt{(1-\nu+\nu^2)}\lambda$	$\frac{0.242I\sqrt{1-\nu+\nu^2}}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}}$	[۲]
×	$0.4085\sqrt{\lambda}$	$\frac{0.260I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}}$	[۳]
✓	$0.4085\sqrt{\frac{\lambda}{n}}$	$\frac{0.260I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}} \cdot \frac{1}{n}$	[۳]
×	$0.133\sqrt{\lambda}$	$\frac{0.027I^2}{H^4 R^2 \rho\sigma_0}$	[۴]
×	$0.2075\sqrt{\lambda}$	$\frac{0.132I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}}$	[۵]
×	$0.416\sqrt{\lambda}$	$\frac{0.212I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}}$	[۶]
×	$\sqrt{0.1678\lambda+1}-1$	$\sqrt{\frac{0.068I^2}{H^4 R^2 \rho\sigma_0}+1}-1$	[۷]
×	$0.184\sqrt{\lambda}$	$\frac{0.117I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}}$	[۸]
×	$0.1885\sqrt{\lambda} \left(\frac{R}{R_0}\right)$	$\frac{0.12I}{H^2 R \sqrt{\rho\sigma_0}} \left(\frac{R}{R_0}\right)$	[۱۳]
✓	$\frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{\lambda}{\eta\alpha}} - 1 \right)$	$\frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\phi_c^2}{\eta\alpha}} - 1 \right)$	[۱۴]
✓	$\frac{\sqrt{1 + \frac{\lambda}{\eta}} - 1}{2(a \cdot J_1(a))}$	$\frac{\sqrt{1 + \frac{4\phi_c^2}{\eta}} - 1}{2(a \cdot J_1(a))}$	[۱۶]

جدول ۲- مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق

اثر نرخ کرنش	مدل اصلی	مرجع
×	$\frac{1}{2} \left( \frac{I}{\pi R H^2 \sqrt{\rho\sigma_d}} \right)^{1.17} \left( \frac{S}{R} \right)^{-0.18} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{0.15}$	[۱۵]
×	$\begin{cases} \sqrt[3]{X_1} + \sqrt[3]{X_2} & \frac{W_0}{H} < 1 \\ \sqrt{\frac{1}{2}\phi_c^2 - \frac{1}{3}} & \frac{W_0}{H} \geq 1 \end{cases}$	[۱۷]
×	$\frac{\phi_c}{\sqrt{2}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{4}{9} \left( \frac{W_0}{H} \right)^3 + \frac{W_0}{H}} & \frac{W_0}{H} < \frac{1}{2} \\ \sqrt{\left( \frac{W_0}{H} \right)^2 + \frac{11}{36} + \frac{1}{6} \ln \left( \frac{2W_0}{H} \right)} & \frac{W_0}{H} \geq \frac{1}{2} \end{cases}$	[۱۷]

## ۲- داده‌های تجربی موجود در ادبیات تحقیق

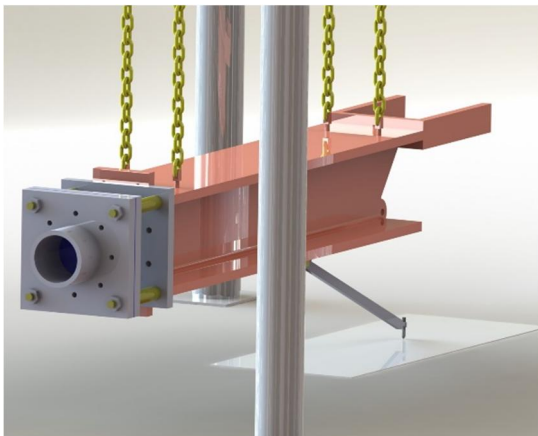
تاکنون تحقیقات تجربی بسیار زیادی برای بررسی تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایره‌ای و مستطیلی تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع‌های مختلف انجام شده است. در این تحقیقات، بیشترین خیز دائمی ورق و شدت اعمال بار اندازه‌گیری شده است. قابل توجه است که پروفیل و میزان ورق‌های تغییر شکل یافته به نوع بارگذاری دینامیکی اشاره دارد. در مطالعه حاضر، از چهارده سری نتایج تجربی [۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۸ و ۲۴-۳۲] به تعداد ۵۶۲ داده برای تعیین اثربخشی مقادیر مختلف از جمله ابعاد، خواص مواد و شرایط بارگذاری روی بیشترین خیز دائمی ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی استفاده شد. شایان توجه است که تمام نتایج تجربی از طریق یک روش مشابه و با استفاده از مواد منفجره و توسط آونگ بالستیک (مطابق با شکل ۱) به‌دست‌آمده است. در جدول ۳، فهرست کاملی از تحقیقات انجام شده در زمینه شکل‌دهی آزاد ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری انفجاری همراه با مشخصات کلی از قبیل نوع بارگذاری، محدوده شدت نیرو یا ایمپالس، هندسه ورق، محدوده تغییر شکل و همچنین مشخصه‌های مکانیکی ورق ارائه شده است. در تمامی آزمون‌های انجام‌شده در جدول ۳، خرج انفجاری بکار رفته از نوع PE4 و شکل هندسی خرج مسطح دیسکی و مسطح حلقه‌ای بوده است. برای جلوگیری از آسیب‌های ناشی از انفجار بین خرج و ورق از فوم پلی‌استر استفاده شده است.

سامانه پاندول بالستیک همراه با متعلق‌اتش به‌وسیله چهار کابل فولادی از ارتفاع معین به‌صورت افقی و تراز آویزان است. یک سمت پاندول قلم و کاغذ جهت ثبت حرکت پاندول نصب‌شده که دامنه حرکت رفت‌و برگشت پاندول توسط قلم، روی کاغذی که در سطح زمین قرار داده‌شده است، ثبت می‌شود. سمت دیگر پاندول یک صفحه مربعی فولادی متصل است. روی این صفحه چهار میله فولادی نصب‌شده که به‌صورت نر و ماده به گیره ورق متصل می‌شود. گیره ورق از دو صفحه مربعی فولادی تشکیل شده است. وسط هر دو صفحه برحسب نوع تغییر شکل ورق منفذی جهت اعمال بار و خروج صفحه تعبیه‌شده است. همچنین در صفحه جلویی گیره ورق رزوه‌هایی جهت نصب لوله‌های استقرار خرج در نظر گرفته‌شده است. در برخی از موارد با بکار بردن لوله‌های

بلند استقرار خرج، پاندول از حالت تعادل خارج می‌شود. برای رفع این مسئله در سمت دیگر آن از وزنه‌هایی جهت برقراری تعادل استفاده می‌شود.

از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر در فرآیند شکل‌دهی انفجاری ورق، مقدار و شکل هندسی خرج می‌باشد. جرم خرج بکار رفته در هر آزمون رابطه کاملاً مستقیمی با ایمپالس و به‌تبع آن جابجایی ورق دارد؛ همچنین شکل هندسی خرج نیز تأثیر زیادی در نوع توزیع بار بر روی ورق و به‌تبع آن به پروفیل تغییر شکل ورق دارد. شکل‌های ۲ و ۳ دو پروفیل تغییر شکل متفاوت که در اثر بار دینامیکی با گستره محلی و یکنواخت ایجاد شده را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل‌های فوق ملاحظه می‌شود، ورق‌هایی که تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت قرار گرفتند، به‌صورت یکنواخت و گنبدی تغییر شکل داده‌اند؛ اما در ورق‌هایی که تحت بار محلی تغییر شکل یافته‌اند، گستره شکل نهایی، به‌صورت گنبدی مضاعف است به‌گونه‌ای که یکی از آن‌ها کوچک بوده و روی دیگری که بزرگ‌تر است قرار دارد. از آنجایی‌که خرج‌های انفجاری بکار رفته در سامانه‌های دینامیکی به‌صورت خمیری شکل و از نوع (PE4) است، لذا ایجاد اشکال مختلف خرج انفجاری امکان‌پذیر است. در تحقیقات تجربی شکل هندسی خرج انفجاری به دو صورت متداول است:

- (۱) خرج انفجاری مسطح دیسکی
- (۲) خرج انفجاری مسطح حلقه‌ای

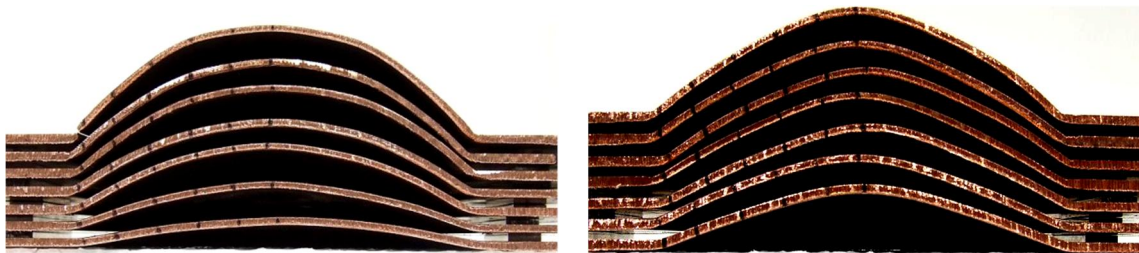


شکل ۱- شماتیک سامانه پاندول بالستیک

جدول ۳- جمع‌آوری نتایج تجربی موجود در ادبیات تحقیق

مرجع	سال تحقیق	تعداد آزمایش	قطر ورق (mm)	ضخامت ورق (mm)	نوع بارگذاری	نسبت شعاع خرج به ورق	تنش تسلیم (Mpa)	محدوده بیشترین خیز (mm)	محدوده ایمپالس (N·s)
[۲۴]	۱۹۷۰	۱۸	۲۰۳	۶/۲	یکنواخت	-	۲۸۳	۲۸/۴-۳/۸	۴۳/۸- ۱۳۷/۶
[۲۵]	۱۹۷۹	۸	۶۴	۱/۹	یکنواخت	-	۲۲۳	۱۲/۳-۰/۹	۷/۲-۰/۹
[۱۰]	۱۹۸۹	۲۰	۱۰۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۸۲	۱۹/۸-۶/۱	۱۵/۶-۵/۶
[۲۶]	۱۹۹۱	۹	۱۰۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۶۴	۳۰/۱-۳/۷	۲۹/۲-۴/۸
[۲۷]	۱۹۹۴	۱۴۳	۱۰۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۷۰	۲۷/۹-۴/۶	۲۲/۰-۴/۶
[۲۸]	۱۹۹۵	۲۰	۱۰۰	۳/۹-۳	یکنواخت	-	۲۶۲	۲۰/۹-۵/۶	۱۶/۳-۴/۶
[۲۹]	۱۹۹۶	۱۱۳	۱۰۰، ۸۰، ۶۰ و ۱۲۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۹۰	۳۴/۳-۲/۷	۳۰/۹-۱/۴
[۳۰]	۱۹۹۶	۷	۱۰۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۵۵	۲۰/۴-۷/۳	۱۶/۵-۵/۲
[۲۵]	۱۹۷۹	۲۱	۶۴	۱/۹	محلی	۰/۵ و ۰/۳۳	۲۲۳	۱۱/۴-۲/۵	۴/۰-۰/۹
[۳۱]	۱۹۹۷	۳۸	۱۰۰	۱/۶	محلی	۰/۲۵، ۰/۱۸ و ۰/۴ و ۰/۳۳	۱۹۴	۲۹/۹-۵/۴	۱۲/۴-۲/۷
[۳۲]	۲۰۰۰	۱۹	۱۰۰	۳/۶ و ۱/۶	محلی	۰/۳۳، ۰/۲۵ و ۰/۴	۲۵۲	۳۱/۳-۱۶/۰	۳۱/۳-۶/۶
[۱۸]	۲۰۰۷	۳۱	۱۰۰	۲/۶، ۱/۶ و ۳/۶	محلی	۰/۳۳، ۰/۲۵ و ۰/۴	۲۴۲	۳۰/۶-۷/۸	۲۹/۷-۶/۶
[۱۲]*	۲۰۰۷	۶۹	۱۰۶	۱/۹	محلی	۰/۳۳	۲۴۰	۲۸/۱-۵/۷	۳۳/۵-۸/۴
[۱۸]*	۲۰۰۷	۵۴	۱۰۶	۲/۰	محلی	۰/۳۳	۲۶۱	۲۲/۰-۵/۰	۲۹/۰-۵/۴

\* توزیع بار دینامیکی محلی با استفاده از فاصله استقرار خرج



شکل ۲- پروفیل تغییر شکل تحت بار دینامیکی محلی [۱۴] / شکل ۳- پروفیل تغییر شکل تحت بار دینامیکی یکنواخت [۱۴]

است. همچنین در هر دو مورد فوق، چاشنی انفجار که معمولاً به صورت الکتریکی است، توسط یک گرم از خرج (واسط) به مرکز هندسی خرج شکل داده شده نصب می‌شود. لازم به ذکر است که نصب چاشنی بدون بکار بردن یک گرم از خرج واسط منجر به عدم انفجار خرج می‌شود. علاوه بر شکل هندسی خرج، یکی دیگر از عواملی که امکان تغییر توزیع بار دینامیکی را بر سطح ورق میسر می‌سازد، فاصله استقرار خرج تا ورق است. فاصله استقرار خرج در سامانه‌های دینامیکی، توسط لوله‌هایی با طول مختلف و با قطر ثابت و هم‌اندازه با قطر ورق ایجاد می‌شود. شکل ۶ نمونه‌هایی از این نوع لوله‌ها را با طول‌های مختلف نشان می‌دهد [۱۳-۱۶].

### ۳- تحلیل و مدل‌سازی بی‌بعد

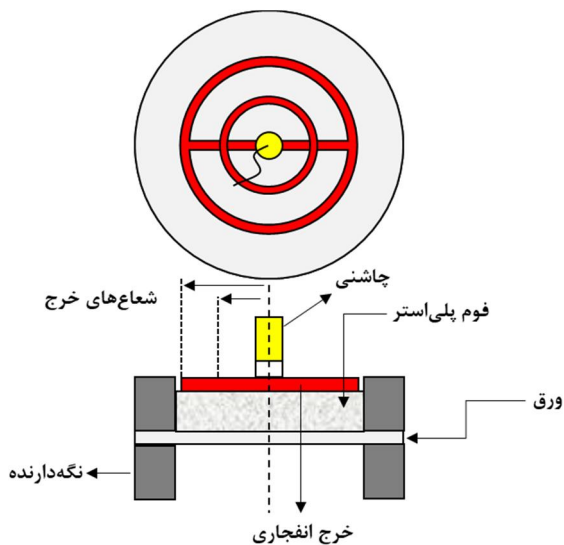
#### ۱-۳- مقدمه

همان‌طور که در بخش مقدمه ذکر شد، در سال ۱۹۸۹، نوریک و مارتین [۱۰ و ۱۱] اصلاحاتی را روی عدد بی‌بعد جانسون انجام دادند. آن‌ها اعداد بی‌بعد ایمپالس  $\phi$  را برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی (بدون استفاده از لوله‌های فاصله استقرار خرج) به ترتیب به صورت رابطه ۳ و ۴ ارائه کردند. در

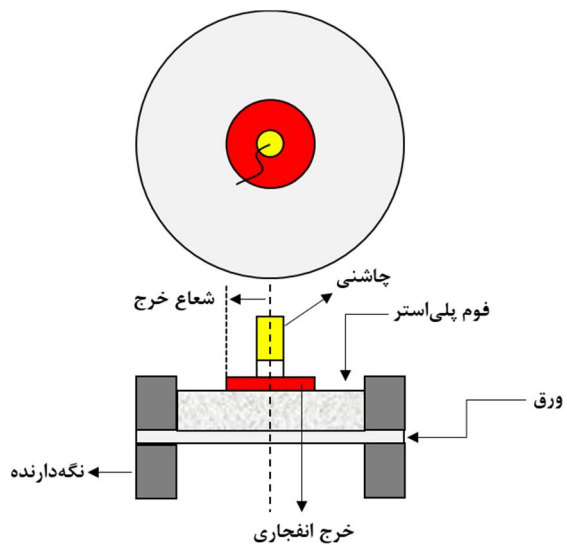
در مورد خرج انفجاری مسطح دیسکی، خرج انفجاری به صورت یک دیسک استوانه‌ای شکل با ضخامت  $1/3$  قطر و به شعاع  $R_0$ ، شکل داده می‌شود. توزیع بار دینامیکی به وجود آمده به صورت متمرکز نسبت به مرکز ورق و محلی است. این نوع شکل هندسی خرج به آسانی و در کوتاه‌ترین زمان توسط یک شابلون ایجاد می‌شود. شکل ۴ نمونه‌ای از این نوع خرج را نشان می‌دهد [۱۳-۱۶].

در خرج مسطح حلقه‌ای شکل، یک شبکه دایره‌ای شکل به وسیله خرج انفجاری ایجاد می‌شود. این شبکه شامل ۲ حلقه دایره‌ای به شعاع  $C_1 = 0.41R$  و  $C_2 = 0.82R$  است که در آن  $R$  شعاع ورق تحت بار است. حلقه‌های این شبکه می‌بایست به وسیله خرج به یکدیگر متصل شوند تا انفجار به طور کامل تحقق یابد. بار دینامیکی در این حالت به صورت تقریباً یکنواخت روی سطح ورق توزیع می‌شود. ایجاد این نوع شکل خرج نیز توسط شابلون امکان‌پذیر است، اما نصب آن نیاز به دقت داشته و تقریباً نسبت به مورد قبلی دشوارتر است. در شکل ۵ نمونه‌ای از خرج مسطح حلقه‌ای به صورت شماتیک نشان داده شده است [۱۳-۱۶].

در هر دو مورد از اشکال هندسی خرج انفجاری، بین خرج انفجاری و ورق از یک فوم از جنس پلی‌استر به ضخامت ۱۰ تا ۱۵ میلی‌متر استفاده می‌شود. هدف از به کارگیری آن، جلوگیری از آسیب ورق بر اثر انفجار و تثبیت مکانی خرج



شکل ۵- بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت



شکل ۴- بارگذاری دینامیکی با توزیع محلی

۵ لحاظ نمی‌گردد؛ همچنین برای بارگذاری محلی بدون استفاده از لوله‌های فاصله استقرار خرج، اثر پارامتر  $(1 + \ln(S/R_0))$  در رابطه ۵ لحاظ نمی‌شود.

لازم به توضیح است که یکی از نواحی روابط بالا عدم در نظر گرفتن حساسیت ماده به نرخ کرنش است که موجب بالا رفتن دقت معادله در پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق تحت بار انفجاری می‌شود؛ لذا در این مقاله سعی می‌شود تا بتوان با استفاده از بی‌بعد سازی روابط حاکم بر ورق، این اثر به تحلیل اضافه گردد؛ همچنین، یکی دیگر از مشکلات موجود در مراجع قبلی [۱۰، ۱۲ و ۱۸]، عدم بیان دلیل برای معرفی اعداد بی‌بعد بود؛ لذا در این بخش از تحقیق، هدف آن است که اعداد بی‌بعد پیشنهادی از بی‌بعد سازی معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر ورق استخراج شوند و همچنین کمیت‌های مهمی نظیر هندسه ورق، توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر بار وارده، حساسیت ماده به نرخ کرنش و همچنین اینرسی بار دفعی وارد شده را در نظر بگیرد. در انتها معادلات ساختاری تجربی بر اساس نتایج تجربی موجود و همچنین روش تجزیه مقادیر منفرد بهینه‌شده به دست می‌آیند.

### ۳-۲- ارائه اعداد بی‌بعد برای ورق دایره‌ای

با توجه به هندسه پیچیده ورق‌های دایره‌ای، اعداد بی‌بعد ابتدا برای یک ورق مربعی استخراج و سپس این اعداد برای ورق‌های دایره‌ای تعمیم داده می‌شود. تحلیل نیرویی برای یک المان از ورق، معادلات حاکم بر ورق تحت بار دینامیکی به صورت رابطه ۸ ارائه می‌شود که با جایگذاری رابطه ۸-الف و ب در ۸-پ، معادله به فرم رابطه ۹ تبدیل می‌شود [۳۴].

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = Q_x \quad (۸-الف)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} = Q_y \quad (۸-ب)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + P = \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (۸-پ)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P \quad (۹)$$



شکل ۶- لوله فولادی جهت ایجاد فاصله استقرار خرج تا ورق

روابط زیر،  $I$  ایمپالس بار وارده،  $R$  شعاع ورق،  $R_0$  شعاع خرج،  $(1 + \ln(R/R_0))$  پارامتر بارگذاری  $H$  ضخامت هستند.

$$\phi_c = \frac{I}{\pi R H^2 \sqrt{\rho \sigma_0}} \quad (۳)$$

$$\phi_c = \frac{I(1 + \ln(R/R_0))}{\pi R H^2 \sqrt{\rho \sigma_0}} \quad (۴)$$

در سال ۲۰۰۷ ژاکوب و همکاران [۱۲]، عدد بی‌بعد ایمپالس  $\phi_{cs}$  را برای ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی به صورت رابطه ۵ ارائه دادند که در آن اثر فاصله استقرار خرج لحاظ شده است. در معادله زیر،  $k$  فاصله استقرار خرج از سطح ورق است.

$$\phi_{cs} = \frac{I(1 + \ln(R/R_0))}{(1 + \ln(S/R_0)) \pi R H^2 \sqrt{\rho \sigma_0}} \quad (۵)$$

نوریک روابط تجربی خود را بر حسب عدد بی‌بعد ایمپالس برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی یکنواخت و محلی در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ به ترتیب به صورت روابط ۶ و ۷ است [۱۰ و ۱۸].

$$\frac{W_0}{H} = 425 \phi_{cs} + 0.277 \quad \text{سال ۱۹۸۹} \quad (۶)$$

$$\frac{W_0}{H} = 427 \phi_{cs} + 0.298 \quad \text{سال ۲۰۱۷} \quad (۷)$$

شایان توجه است که بر اساس ادعای توریک و همکاران در [۱۸] نحوه استفاده از روابط بالا بدین گونه است که در هنگامی که بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت است اثر دو پارامتر  $(1 + \ln(S/R_0))$  و  $(1 + \ln(R/R_0))$  در رابطه



با معرفی نمودن پارامترهای بی‌بعد نظیر  $X = x/L$ ،  $n_x = N_x/N_0$ ،  $T = C_s t/H$ ،  $W = w/H$ ،  $Y = y/L$ ،  $n_{xy} = N_{xy}/N_0$ ،  $n_y = N_y/N_0$ ، معادله حاکم بر ورق به فرم بی‌بعد معادله ۱۱ تبدیل می‌شود. در پارامترهای بی‌بعد ذکر شده،  $L$  نصف طول ورق مربعی،  $M_0$  گشتار خمشی کاملاً پلاستیک که برابر است با  $\sigma_0 H^2/4$ ،  $N_0$  نیروی غشایی کاملاً پلاستیک که برابر است با  $\sigma_0 H$ ،  $C_s$  سرعت صوت در محیط،  $X$  و  $Y$  مختصات بی‌بعد،  $T$  زمان بی‌بعد و  $W$  خیز بی‌بعد هستند؛ همچنین،  $m_x$ ،  $m_y$  و  $m_{xy}$  گشتاورهای خمشی بی‌بعد و  $n_x$ ،  $n_y$  و  $n_{xy}$  نیروهای غشایی بی‌بعد هستند.

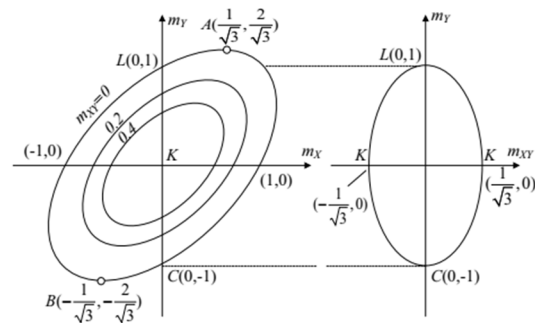
$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial X^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial Y^2} + 4 \left( n_x \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - 2n_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y} + n_y \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) = 4 \left( \frac{L}{H} \right)^2 \left( \frac{\rho C_s^2}{\sigma_0} \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \frac{P}{\sigma_0} \right) \quad (11)$$

در ادامه، جهت افزودن اثر حساسیت ماده به نرخ کرنش، رابطه ۱۱ به صورت معادله ۱۲ تغییر می‌کند.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial X^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial Y^2} + 4 \left( n_x \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - 2n_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y} + n_y \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) = 4 \left( \frac{L}{H} \right)^2 \left( \frac{\rho C_s^2}{\sigma_d} \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \frac{P}{\sigma_d} \right) \quad (12)$$

همان‌طور که از معادله ۱۲ برمی‌آید، سه عبارت در آن وجود دارد: همدسه ساختار  $L/H$ ، توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک  $1/\sigma_d$  و نسبت بار دینامیکی به مقاومت ماده  $P/\sigma_d$  که فشار دینامیکی متناسب است با  $\rho V_0^2$  [۳ و ۱۹]. این موضوع نشان‌دهنده آن است که پاسخ یک ورق با هر هندسه‌ای تحت بار دینامیکی باید بر مبنای سه عدد فوق‌الذکر بیان گردد؛ لذا در ادامه می‌توان مقدار کمی تنش تسلیم دینامیکی را بر حسب نرخ کرنش متوسط، ضرایب ماده و هندسه ورق در معادله وارد کرد. اکنون با به‌کارگیری معادله ساختاری کوپر-سیموندز [۳۵] و همچنین استفاده از مقدار نرخ کرنش متوسط برای یک ورق دایره‌ای [۱۲]، عدد بی‌بعد اثر نرخ کرنش  $\dot{\epsilon}$  به صورت معادله ۱۵ تعریف می‌شود.

در معادلات بالا،  $M_x$ ،  $M_y$  و  $M_{xy}$  گشتاورهای خمشی،  $P$  نیروی دینامیکی،  $H$  ضخامت ورق و  $w$  میزان جابجایی ورق است. هنگامی که نیروهای برشی  $Q_x$  و  $Q_y$  به عنوان نیروهای عامل در نظر گرفته می‌شوند، جریان پلاستیک دینامیکی ماده توسط گشتاورهای خمشی  $M_x$ ،  $M_y$  و  $M_{xy}$  کنترل می‌شود. بر این اساس شماتیک معیار عملکرد فون-مایسز در فضای نیروی سه بعدی عمومی برای جریان پلاستیک در شکل ۷ نشان داده شده است که در آن  $m_{xy} = M_{xy}/M_0$ ،  $m_y = M_y/M_0$ ،  $m_x = M_x/M_0$  هستند؛ همچنین،  $M_0$ ، گشتار خمشی کاملاً پلاستیک می‌باشد که به راحتی از رابطه  $\sigma_0 H^2/4$  قابل محاسبه است. در یک ورق مربعی کاملاً گیردار در لبه‌های مرزی، لولا پلاستیکی در دو قطر و چهار مرز گیردار روی محیط ورق شکل می‌گیرد و مقدار نیروی تعمیم یافته باید در نقاط  $L$  و  $C$  در شکل ۷، ۱ باشد. در لولاهای پلاستیک نیز باید سرعت خیز دائمی ورق صفر باشد. همچنین در مرزهای گیردار باید خیز و سرعت اولیه مقداری برابر با صفر داشته باشد.



شکل ۷- شماتیک معیار فون-مایسز

با توجه به اینکه موضوع مورد نظر در این تحقیق بررسی تغییر شکل بزرگ ورق بوده، لذا افزودن نیروهای غشایی ( $N_x$ ،  $N_y$  و  $N_{xy}$ ) در معادله ۹ الزامی است و معادله ۹ به صورت معادله ۱۰ تغییر می‌کند.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P \quad (10)$$

روش تجزیه مقادیر منفرد بهینه شده قابل محاسبه هستند. این روش پیش‌تر در مراجع [۳۳-۵۶] به تفصیل بیان شده است.

#### ۴- ارائه مدل تجربی و بررسی نتایج

در بخش سوم، سه عدد بی‌بعد  $\psi_c$ ،  $\psi_{cl}$  و  $\psi_{cs}$  برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی ارائه شد. همان‌طور که بیان شد، عدد بی‌بعد اول و دوم برای بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی بدون استفاده از لوله‌های فاصله استقرار خرج از ورق بوده و عدد بی‌بعد سوم برای حالت بارگذاری محلی بافاصله استقرار است. در اولین گام از بخش حاضر، داده‌های تجربی موجود در جدول ۳ به فرم سه عدد بی‌بعد  $\psi_c$ ،  $\psi_{cl}$  و  $\psi_{cs}$  تبدیل شدند. در گام بعدی، روش تجزیه مقادیر منفرد بهینه شده برای تعیین ضرایب مجهول معادلات ۱۷ تا ۲۲ و در نهایت استخراج معادلات تجربی برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی بکار گرفته شد. نتایج به‌دست‌آمده از روش ریاضی پیشنهادی برای ضرایب مجهول در معادلات بالا، به‌صورت معادلات ۲۳، ۲۴ و ۲۵ است:

$$\frac{W_0}{H} = 0.56 \cdot \psi_c \quad \text{توزیع یکنواخت} \quad (23)$$

$$\frac{W_0}{H} = 0.353 \cdot \psi_{cl} \quad \text{توزیع محلی} \quad (24)$$

$$\frac{W_0}{H} = 0.159 \cdot \psi_{cs} \quad \text{توزیع محلی با فاصله استقرار} \quad (25)$$

که در آن

$$\psi_c = \left(\frac{R}{H}\right)^{0.92} \cdot \left(\frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}\right)^{0.55} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{-0.70} \quad (26)$$

$$\psi_{cl} = \left(\frac{R}{H}\right)^{1.21} \cdot \left(\frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}\right)^{0.426} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{0.477} \cdot \left(\frac{R_0}{R}\right)^{-0.102} \quad (27)$$

$$\psi_{cs} = \left(\frac{R}{H}\right)^{2.12} \cdot \left(\frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}\right)^{0.802} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{-2.77} \cdot \left(\frac{R_0}{R}\right)^{2.09} \cdot \left(\frac{S}{R_0}\right)^{-0.409} \quad (28)$$

برای هشت سری نتایج تجربی ارائه شده در جدول ۳ برای ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی یکنواخت، خیز نرمال‌شده به‌دست‌آمده از پیش‌بینی مدل‌های تجربی

$$\sigma_d = \sigma_0 \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_m}{D}\right)^{\frac{1}{q}}\right) = \sigma_0 \left(1 + \xi \left(\frac{W_0}{H}\right)^{\frac{1}{q}}\right) \quad (13)$$

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{V_0 W_0}{3\sqrt{2}R^2} = \frac{I W_0}{3\sqrt{2}\pi\rho H R^4} \quad (14)$$

$$\xi = \left(\frac{I}{3\sqrt{2}\pi\rho R^4 D}\right)^{\frac{1}{q}} \quad (15)$$

با جایگذاری معادلات ۱۳ و ۱۵ در معادله ۱۲ و همچنین تغییر طول ورق مربعی به شعاع ورق دایره‌ای، تحلیل ابعادی برای معادله بی‌بعد حاکم بر ورق دایره‌ای تحت بار دینامیکی یکنواخت منجر می‌شود به:

$$\frac{W_0}{H} = f\left(\frac{R}{H}, \frac{P}{\sigma_0}, \frac{1}{\xi}\right) = f\left(\frac{R}{H}, \frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}, \frac{1}{\xi}\right) \quad (16)$$

در نهایت، رابطه بیشترین خیز دائمی ورق به ضخامت آن برای ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت برحسب عدد بی‌بعد  $\psi_c$  برابر است با:

$$\frac{W_0}{H} = C_0 \cdot \psi_c \quad (17)$$

که در آن

$$\psi_c = \left(\frac{R}{H}\right)^{C_1} \cdot \left(\frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}\right)^{C_2} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{C_3} \quad (18)$$

همچنین برای ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی با و بدون استفاده از فاصله استقرار خرج بر حسب اعداد بی‌بعد  $\psi_{cl}$  و  $\psi_{cs}$ ، رابطه بیشترین خیز دائمی ورق به ضخامت را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{W_0}{H} = C'_0 \cdot \psi_{cl} \quad (19)$$

$$\frac{W_0}{H} = C''_0 \cdot \psi_{cs} \quad (20)$$

که در آن

$$\psi_{cl} = \left(\frac{R}{H}\right)^{C'_1} \cdot \left(\frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}\right)^{C'_2} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{C'_3} \cdot \left(\frac{R_0}{R}\right)^{C'_4} \quad (21)$$

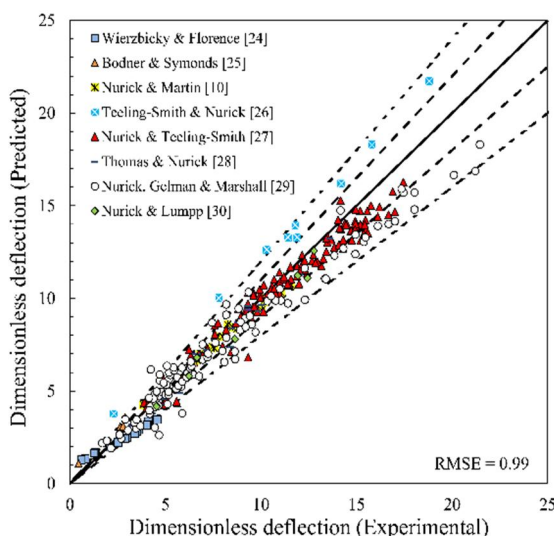
$$\psi_{cs} = \left(\frac{R}{H}\right)^{C''_1} \cdot \left(\frac{\rho V_0^2}{\sigma_0}\right)^{C''_2} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{C''_3} \cdot \left(\frac{R_0}{R}\right)^{C''_4} \cdot \left(\frac{S}{R_0}\right)^{C''_5} \quad (22)$$

اکنون، هدف به دست آوردن ضرایب مجهول در معادلات ۱۷ تا ۲۲ برای ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی است که این مقادیر به‌راحتی از

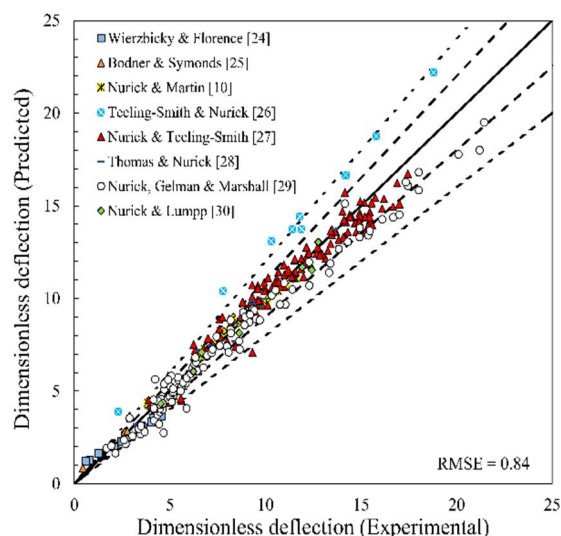
ارائه شده در معادله ۲۳ برحسب نتایج تجربی متناظر با آن‌ها در شکل ۸ نمایش داده شده و در شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب با روابط ۶ و ۷ مقایسه گردیده است که پیش‌تر در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ ارائه شده‌اند. در این اشکال، خط ممتد مشکی‌رنگ با شیب ۱ نشان‌دهنده تطابق کامل نتایج مدل‌سازی و تجربی ارائه شده در تحقیق حاضر است. همچنین، محدوده بین دو خط‌چین مشکی‌رنگ بافاصله کوتاه، محدوده‌ای است که در آن خطای پیش‌بینی کمتر از ۱۰٪ است و جهت سنجش میزان دقت مدل تجربی پیشنهادی رسم شده است. شایان توجه است که محدوده بین دو خط‌چین مشکی‌رنگ بافاصله بلند، محدوده‌ای است که در آن خطای پیش‌بینی کمتر از ۲۰٪ است؛ همچنین برای مقایسه بهتر نتایج در شکل‌های ارائه شده، مقادیر خطای جذر میانگین مربعات برای سه حالت پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی نمونه محاسبه شده‌اند.

مطابق با شکل ۸، تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی مشاهده می‌شود؛ به طوری که در مجموع ۳۳۸ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۷۵٪ (۲۵۵ داده) و ۹۴٪ (۳۱۸ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. نگاه دقیق‌تر به شکل ۸ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۲۴]، [۲۵]، [۱۰]، [۲۶]، [۲۷]، [۲۸]، [۲۹] و [۳۰]، [۳۰]، [۲۲]، [۸۸]، [۹۵]، [۹۵]، [۲۳] برحسب نتایج تجربی متناظر با آن‌ها در شکل ۱۱ نمایش داده شده و در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب با روابط ۶ و ۷ که پیش‌تر در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ ارائه شده‌اند، مقایسه گردیده است. در این اشکال، مشابه با حالت قبلی، خط ممتد مشکی‌رنگ با شیب ۱، نشان‌دهنده تطابق کامل نتایج مدل‌سازی و

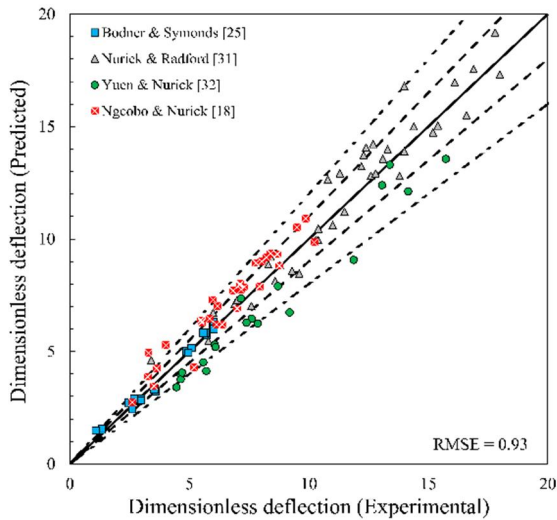
مطابق با شکل ۸، تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی مشاهده می‌شود؛ به طوری که در مجموع ۳۳۸ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۷۵٪ (۲۵۵ داده) و ۹۴٪ (۳۱۸ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. نگاه دقیق‌تر به شکل ۸ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۲۴]، [۲۵]، [۱۰]، [۲۶]، [۲۷]، [۲۸]، [۲۹] و [۳۰]، [۳۰]، [۲۲]، [۸۸]، [۹۵]، [۹۵]، [۲۳] برحسب نتایج تجربی متناظر با آن‌ها در شکل ۱۱ نمایش داده شده و در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب با روابط ۶ و ۷ که پیش‌تر در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ ارائه شده‌اند، مقایسه گردیده است. در این اشکال، مشابه با حالت قبلی، خط ممتد مشکی‌رنگ با شیب ۱، نشان‌دهنده تطابق کامل نتایج مدل‌سازی و



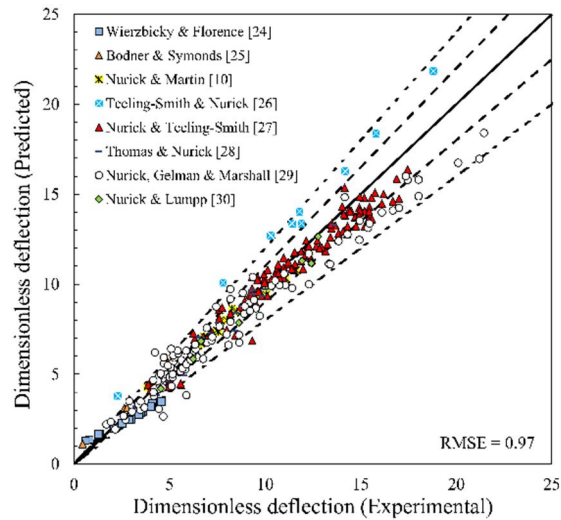
شکل ۹- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی در معادله ۶ [۱۰] و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت



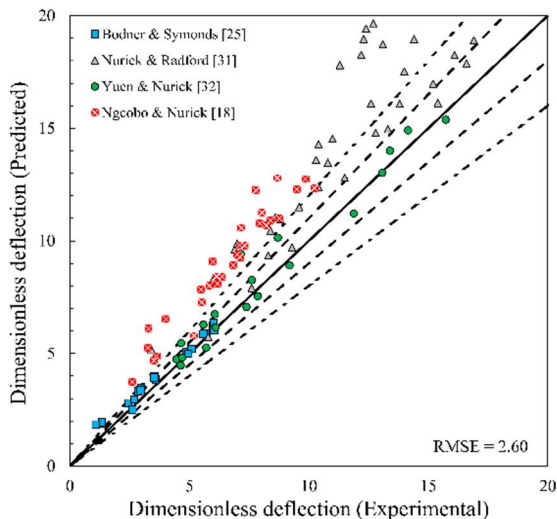
شکل ۸- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه شده در معادله ۲۳ و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت



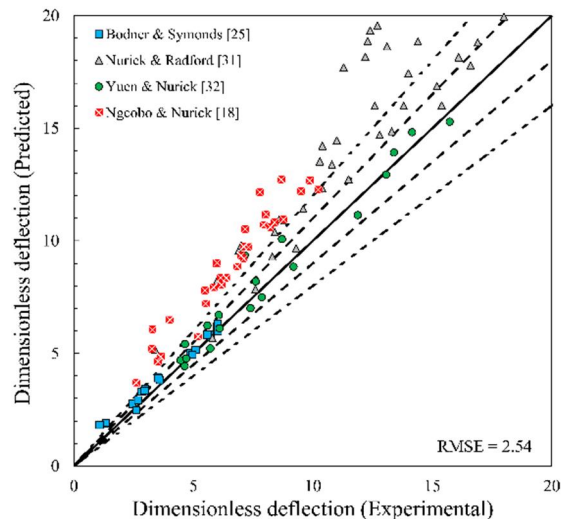
شکل ۱۱- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه شده در معادله ۲۴ و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی



شکل ۱۰- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی در معادله ۷ [۱۸] و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت



شکل ۱۳- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی در معادله ۷ [۱۸] و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی



شکل ۱۲- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی در معادله ۶ [۱۰] و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. نگاه دقیق‌تر به شکل ۱۱ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۲۵]، [۳۱]، [۳۲] و [۱۸]، ۸۱٪، ۷۹٪، ۲۱٪ و ۴۳٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ قرار دارند؛ همچنین، تحلیل بیشتر نتایج شکل ۱۱ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۲۵]، [۳۱]، [۳۲] و [۱۸]، ۹۵٪، ۹۷٪، ۷۹٪ و ۹۰٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۲۰٪ قرار دارند. مقایسه مقادیر خطای جذر میانگین مربعات در

تجربی ارائه شده است. خط‌چین مشکی‌رنگ با فاصله کوتاه و بلند به ترتیب محدوده‌هایی است که در آن خطای پیش‌بینی کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ است.

مطابق با شکل ۱۱، تطابق بسیار خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی مشاهده می‌شود به طوری که در مجموع ۱۰۸ داده تجربی برای بارگذاری محلی بدون استفاده از فاصله استقرار خرج، به ترتیب ۵۹٪ (۶۴ داده) و ۹۲٪ (۹۹ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر

ارائه شده در تحقیق حاضر، از دقت بهتری در مقایسه با سایر مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق برخوردار است. در آخرین گام، برای مقایسه هر چه بهتر نتایج برای بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی، مقادیر خطای جذر میانگین مربعات در جداول ۴ و ۵ جمع‌آوری شده است. نتایج نشان می‌دهد که در تمامی حالات، مدل‌های تجربی تحقیق حاضر از دقت بهتری در پیش‌بینی خروجی مسئله برخوردارند.

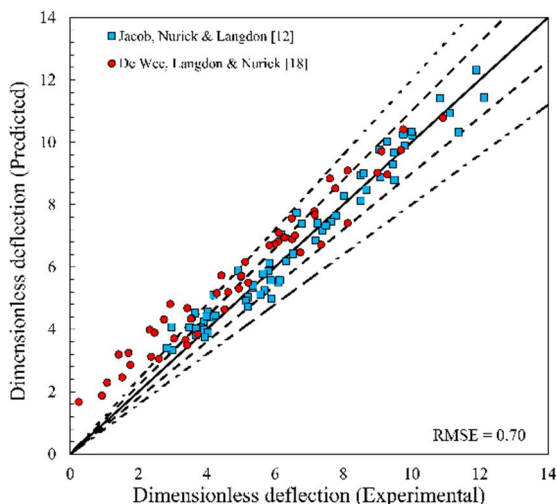
جدول ۴- خطای جذر میانگین مربعات مدل‌ها (محلی)

مرجع	محققان	سال	نرخ کرنش	فاصله استقرار	RMSE
[۱۸]	یونان و همکاران	۲۰۱۷	×	×	۲/۶۰
[۱۰]	نوریک و مارتین	۱۹۸۹	×	×	۲/۵۴
[۱۶]	بابایی و درویره	۲۰۱۲	✓	×	۲/۱۲
	مطالعه حاضر	۲۰۲۰	✓	×	۰/۹۳
[۱۰]	نوریک و مارتین	۱۹۸۹	×	✓	۰/۷۰
[۱۸]	یونان و همکاران	۲۰۱۷	×	✓	۰/۷۳
	مطالعه حاضر	۲۰۲۰	✓	✓	۰/۶۶

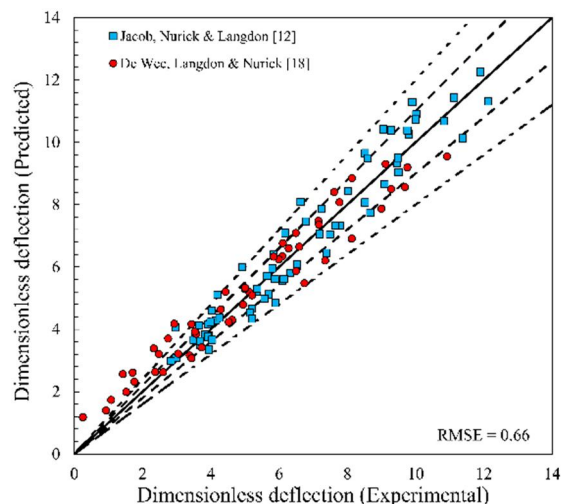
شکل‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان می‌دهد که مدل تجربی ارائه‌شده در تحقیق حاضر از دقت به مراتب بهتری در مقایسه با سایر مدل‌ها برخوردار است.

برای دو سری نتایج تجربی ارائه شده در جدول ۳ برای ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی محلی با استفاده از فاصله استقرار خرج، خیز نرمال شده به دست آمده از پیش‌بینی مدل‌های تجربی ارائه شده در معادله ۲۵ بر حسب نتایج تجربی متناظر با آن‌ها در شکل ۱۴ نمایش داده شده و در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ به ترتیب با روابط ۶ و ۷ مقایسه گردیده است که پیش‌تر در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ ارائه شده‌اند.

مطابق با شکل ۱۴، تطابق بسیار خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی مشاهده می‌شود؛ به طوری که در مجموع ۱۱۶ داده تجربی برای بارگذاری محلی با استفاده از فاصله استقرار خرج، به ترتیب ۶۸٪ (۷۹ داده) و ۸۵٪ (۹۹ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. نگاه دقیق‌تر به شکل ۱۴ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۱۲] و [۱۸]، ۷۴٪ و ۶۱٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ قرار دارند. همچنین، تحلیل بیشتر نتایج شکل ۱۴ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۱۲] و [۱۸]، ۹۴٪ و ۷۵٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۲۰٪ قرار دارند. مقایسه مقادیر خطای جذر میانگین مربعات در شکل‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ نشان می‌دهد که مدل تجربی



شکل ۱۵- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی در معادله ۶ [۱۰] و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

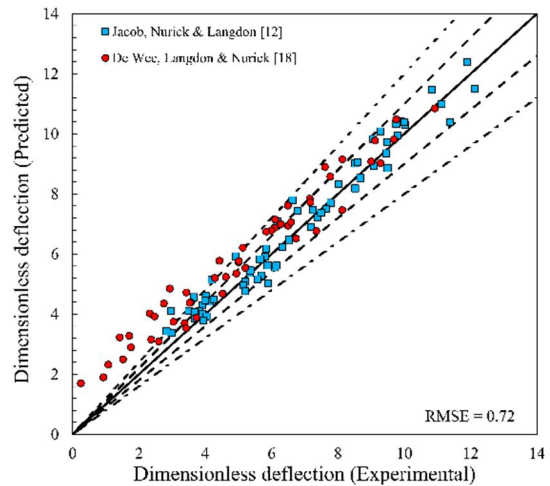


شکل ۱۴- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه شده در معادله ۲۴ و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

### ۵- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر سعی شد تا برخلاف روند موجود در ادبیات تحقیق برای ارائه روابط تجربی به‌منظور پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های دایره‌ای تحت بار دینامیکی، یک بیان مناسب برای پیشنهاد اعداد بی‌بعد بر مبنای تحلیل ابعادی ارائه شود. به همین جهت در اولین قدم، معادلات حاکم بر ورق چهارگوش تحت بار دینامیکی نوشته و اثرات نیروهای غشایی به آن افزود شد. در گام بعدی، با تعریف پارامترهایی بی‌بعد برای بیشترین خیز دائمی، هندسه ساختار، گشتاورهای خمشی و نیروهای غشایی، این معادله به فرم بی‌بعد تبدیل شد. در نهایت، معادله دیفرانسیل بی‌بعد شده بیانگر سه جنبه تأثیرگذار بر پاسخ دینامیکی سازه، یعنی؛ هندسه ساختار، نسبت بار دینامیکی اعمالی به مقاومت ماده و توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک بود که هرکدام از این جنبه‌ها به‌عنوان یک عدد بی‌بعد بیان شد. همچنین، نسبت شعاع خرج به ضخامت ورق به‌عنوان عددی بی‌بعد برای بیان بار دینامیکی غیریکنواخت معرفی گردید. در ادامه، با تغییر عدد بی‌بعد مربوط به هندسه چهارگوش به دایره‌ای، اعداد بی‌بعد برای ورق‌های تک‌لایه دایره‌ای تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی ارائه شد. شایان توجه است که مدل حاضر تنها قادر به پیش‌بینی داده‌های تجربی پاره نشده است.

نتایج حاصل از مدل‌سازی نشان داد که تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی وجود دارد؛ به‌طوری‌که در مجموع ۳۳۸ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۷۵٪ (۲۵۵ داده) و ۹۴٪ (۳۱۸ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند؛ همچنین، در مجموع ۱۰۸ داده تجربی موجود برای بارگذاری محلی بدون استفاده از فاصله استقرار خرج، به ترتیب ۵۹٪ (۶۴ داده) و ۹۲٪ (۹۹ داده) از کل نقاط تجربی در این دو محدوده قرار گرفتند. در آخرین نوع از حالت بارگذاری؛ یعنی، بارگذاری محلی با استفاده از فاصله استقرار خرج، در مجموع ۱۱۶ داده تجربی موجود، به ترتیب ۶۸٪ (۷۹ داده) و ۸۵٪ (۹۹ داده) در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند؛ همچنین مقایسه مقادیر خطای جذر میانگین مربعات نشان داد که مدل‌های تجربی ارائه شده در تحقیق حاضر از دقت



شکل ۱۶- مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی در معادله ۷ [۱۸] و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

جدول ۵- خطای جذر میانگین مربعات مدل‌ها (یکنواخت)

مرجع	محققان	سال	نرخ کرنش	RMSE
[۲۱]	جونز	۱۹۷۱	×	۷/۷
[۷]	گودس سوارز	۱۹۸۱	×	۶/۹۴
[۳۸]	کالادین	۱۹۸۳	×	۵/۴۲
[۲]	دافی	۱۹۶۷	×	۴/۷۶
[۶]	سیموندز و ویرزبکی	۱۹۷۹	×	۴/۵۶
[۸]	پرون و باهادرا	۱۹۸۴	×	۲/۱
[۲۱]	جونز	۱۹۷۱	✓	۱/۷
[۱۷]	کولوت و نوریک	۲۰۱۴	×	۱/۵۱
[۱۴]	بابایی و درویزه	۲۰۱۰	✓	۱/۲۷
[۵]	لیپمن	۱۹۷۴	×	۱/۲۶
[۱۰]	نوریک و مارتین	۱۹۸۹	×	۰/۹۹
[۱۶]	بابایی و درویزه	۲۰۱۲	✓	۰/۸۹
[۱۸]	یوان و همکاران	۲۰۱۷	×	۰/۹۷
	مطالعه حاضر	۲۰۲۰	✓	۰/۸۴

- [14] Gharababaei H, Darvizeh A, Darvizeh M (2010) Analytical and experimental studies for deformation of circular plates subjected to blast loading. *J Mech Sci Tech* 24(9): 1855-1864.
- [15] Babaei H, Darvizeh A (2011) Investigation into the response of fully clamped circular steel, copper, and aluminum plates subjected to shock loading. *Mech Based Des Struct* 39(4): 507-526.
- [16] Babaei H, Darvizeh A (2012) Analytical study of plastic deformation of clamped circular plates subjected to impulsive loading. *J Mech Mater Struct* 7(4): 309-322.
- [17] Cloete T, Nurick G (2014) On the influence of radial displacements and bending strains on the large deflections of impulsively loaded circular plates. *Int J Mech Sci* 82: 140-148.
- [18] Yuen SC, Nurick GN, Langdon GS, Iyer Y (2017) Deformation of thin plates subjected to impulsive load: Part III—an update 25 years on. *Int J Impact Eng* 107: 108-117.
- [19] Johnson, W (1972) *Impact strength of materials*. Edward Arnold London.
- [20] Zhao YP (1998) Suggestion of a new dimensionless number for dynamic plastic response of beams and plates. *Arch Appl Mech* 68(7-8): 524-538.
- [21] Jones N (2012) *Structural impact*. Cambridge university press.
- [22] Jones N (1967) Influence of strain-hardening and strain-rate sensitivity on the permanent deformation of impulsively loaded rigid-plastic beams. *Int J Mech Sci* 9(12): 777-796.
- [23] Rezasefat M, Mostofi TM, Ozbakkaloglu T (2019) Repeated localized impulsive loading on monolithic and multi-layered metallic plates. *Thin Wall Struct* 144: 106332.
- [24] Wierzbicki T, Florence AL (1970) A theoretical and experimental investigation of impulsively loaded clamped circular viscoplastic plates. *Int J Solids Struct* 6(5): 553-568.
- [25] Bodner SR, Symonds PS (1979) Experiments on viscoplastic response of circular plates to impulsive loading. *J Mech Phys Solids* 27(2): 91-113.
- [26] Teeling-Smith RG, Nurick GN (1991) The deformation and tearing of thin circular plates subjected to impulsive loads. *Int J Impact Eng* 11(1): 77-91.
- [27] Nurick GN, Teeling-Smith RG (1994) Predicting the onset of necking and hence rupture of thin plates loaded impulsively—an experimental view. *Struct Under Shock Impact* 11: 431-445.
- [28] Thomas B, Nurick GN (1995) The effect of boundary conditions on thin plates subjected to impulsive loads. In: *Plasticity 95—The 5th*

به مراتب بهتری در مقایسه با سایر مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق برخوردار هستند.

## ۶- مراجع

- [1] Hudson GE (1951) A theory of the dynamic plastic deformation of a thin diaphragm. *J Appl Phys* 22(1): 1-11.
- [2] Duffey TA (1967) Large deflection dynamic response of clamped circular plates subjected to explosive loading. Sandia Corp., Albuquerque, N. Mex.
- [3] Jones N (1971) A theoretical study of the dynamic plastic behavior of beams and plates with finite-deflections. *Int J Solids Struct* 7(8): 1007-1029.
- [4] Wierzbicki T, Florence AL (1970) A theoretical and experimental investigation of impulsively loaded clamped circular viscoplastic plates. *Int J Solids Struct* 6(5): 553-568.
- [5] Lippmann H (1974) Kinetics of the axisymmetric rigid-plastic membrane subject to initial impact. *Int J Mech Sci* 16(5): 297-303.
- [6] Symonds PS, Wierzbicki T (1979) Membrane mode solutions for impulsively loaded circular plates. *J Appl Mech* 46(1): 58-64.
- [7] Soares CG (1981) A mode solution for the finite deflections of a circular plate loaded impulsively. *Rozprawy Inzynierskie* 29(1):99-114.
- [8] Perrone N, Bhadra P (1984) Simplified large deflection mode solutions for impulsively loaded, viscoplastic, circular membranes. *J Appl Mech* 51(3): 505-509.
- [9] Nurick GN, Pearce HT, Martin JB (1987) Predictions of transverse deflections and in-plane strains in impulsively loaded thin plates. *Int J Mech Sci* 29(6):435-442.
- [10] Nurick GN, Martin JB (1989) Deformation of thin plates subjected to impulsive loading—a review part II: experimental studies. *Int J Impact Eng* 8(2): 171-186.
- [11] Nurick GN, Martin JB (1989) Deformation of thin plates subjected to impulsive loading—a review: Part I: Theoretical considerations. *Int J Impact Eng* 8(2): 159-170.
- [12] Jacob N, Nurick GN, Langdon GS (2007) The effect of stand-off distance on the failure of fully clamped circular mild steel plates subjected to blast loads. *Eng Struct* 29(10): 2723-2736.
- [13] Gharababaei H, Nariman-Zadeh N, Darvizeh A (2010) A simple modelling method for deflection of circular plates under impulsive loading using dimensionless analysis and singular value decomposition. *J Mech* 26(03): 355-361.

- normally by rigid spherical projectile. *Thin Wall Struc* 107: 257-265.
- [40] Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M (2017) Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation. *Strain* 53(4): e12235.
- [41] Babaei H, Mostofi TM, Namdari-Khalilabad M, Alitavoli M, Mohammadi K (2017) Gas mixture detonation method, a novel processing technique for metal powder compaction: Experimental investigation and empirical modeling. *Powder Tech* 315: 171-81.
- [42] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Armoudli E (2017) On dimensionless numbers for the dynamic plastic response of quadrangular mild steel plates subjected to localized and uniform impulsive loading. *Proc Inst Mech Eng-Part E J Process MechEng* 231(5): 939-950.
- [43] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T (2016) New dimensionless numbers for deformation of circular mild steel plates with large strains as a result of localized and uniform impulsive loading. *Proc Inst Mech Eng-Part L J Mater Des Appl* 1464420716654195.
- [44] Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M, Saeidinejad A (2017) Experimental investigation and dimensionless analysis of forming of rectangular plates subjected to hydrodynamic loading. *J Appl Mech Tech Phys* 58(1):139-47.
- [45] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T (2016) Modeling and prediction of fatigue life in composite materials by using singular value decomposition method. *Proc Inst Mech Eng-Part L J Mater Des Appl* 1464420716660875.
- [46] Rezasefat M, Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Ziya-Shamami M, Alitavoli M (2019) Dynamic plastic response of double-layered circular metallic plates due to localized impulsive loading. *Proc Inst Mech Eng-Part L J Mater Des Appl* 233(7):1449-1471.
- [47] Babaei H, Mostofi TM, Sadraei SH (2015) Effect of gas detonation on response of circular plate-experimental and theoretical. *Struct Eng Mech* 56(4): 535-548.
- [48] Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M (2015) Experimental investigation and analytical modelling for forming of circular-clamped plates by using gases mixture detonation. *Proc Inst Mech Eng-Part C J Mech Eng Sci* 0954406215614336.
- [49] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M (2016) Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behavior of fully clamped thin quadrangular plates. *Thin-Walled Struct* 109: 367-376.
- international symposium on plasticity and its current application 85-88.
- [29] Nurick GN, Gelman ME, Marshall NS (1996) Tearing of blast loaded plates with clamped boundary conditions. *Int J Impact Eng* 18: 803-827.
- [30] Nurick GN, Lumpp DM (1996) Deflection and tearing of clamped stiffened circular plates subjected to uniform impulsive loads. In: Jones N, Brebbia CA and Watson AJ (eds) *Structures under shock and impact*. Southampton, UK: Computational Mechanics Publications 393-402.
- [31] Nurick GN, Radford AM (1997) Deformation and tearing of clamped circular plates subjected to 26ocalized central blast loads. In: *Recent developments in computational and applied mechanics: A volume in honour of John B. Martin*. Barcelona, Spain: International Centre for Numerical Methods in Engineering 276–301.
- [32] Chung Kim Yuen S, Nurick GN (2000) The significance of the thickness of a plate when subjected to localized blast load. In: 16<sup>th</sup> international symposium on military aspects of blast and shock, MABS 16, Oxford, UK 491-499.
- [33] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M (2017) The influence of gas mixture detonation loads on large plastic deformation of thin quadrangular plates: Experimental investigation and empirical modelling. *Thin Walled Struct* 118: 1-11.
- [34] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M, Lu G, Ruan D (2019) Large transverse deformation of double-layered rectangular plates subjected to gas mixture detonation load. *Int J Impact Eng* 125: 93-106.
- [35] Symonds PS (1973) Approximation techniques for impulsively loaded structures of rate sensitive plastic behavior. *SIAM Journal Appl Math* 25(3): 462-473.
- [36] Hu YQ (2000) Application of response number for dynamic plastic response of plates subjected to impulsive loading. *Int Journal Pres Ves Pip* 2000 77(12): 711-714.
- [37] Babaei H, Mostofi T.M, Alitavoli M, Darvizeh A (2016) Empirical Modelling for Prediction of Large Deformation of Clamped Circular Plates in Gas Detonation Forming Process. *Exp Tech* 40(6): 1485-1494.
- [38] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M, Hosseinzadeh S (2017) On dimensionless numbers for predicting large ductile transverse deformation of monolithic and multi-layered metallic square targets struck normally by rigid spherical projectile. *Thin Wall Struc* 112: 118-124.
- [39] Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M (2017) Experimental and analytical investigation into large ductile transverse deformation of monolithic and multi-layered metallic square targets struck



- [53] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M (2015) Study on the response of circular thin plate under low velocity impact. *Geomech Eng* 9(2): 207-218.
- [54] Mostofi TM, Badkhor MS, Ghasemi E (2019) Experimental investigation and optimal analysis of the high-velocity forming process of bilayer plates. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 9(3): 65-80.
- [55] Mostofi TM, Babaei H (2019) Plastic deformation of polymeric-coated aluminum plates subjected to gas mixture detonation loading: Part I: Experimental studies. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 9(1): 71-83.
- [56] Mostofi TM, Babaei H (2019) Plastic deformation of polymeric-coated aluminum plates subjected to gas mixture detonation loading: Part II: Analytical and empirical modelling. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 9(2): 15-2.
- [50] Mostofi TM, Golbaf A, Mahmoudi A, Alitavoli M, Babaei H (2018) Closed-form analytical analysis on the effect of coupled membrane and bending strains on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates due to uniform and localized impulsive loading. *Thin Wall Struc* 123: 48-56.
- [51] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M (2015) Experimental study and analytical modeling for inelastic response of rectangular plates under hydrodynamic loads. *Journal of Modares Mechanical Engineering* 15(4): 361-368. (In Persian)
- [52] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M (2017) Experimental and theoretical study of large deformation of rectangular plates subjected to water hammer shock loading. *Proc Inst Mech Eng-Part E: J Process Mech Eng* 231(3): 490-496.