



# مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه ها و شاره ها

DOI: 10.22044/jsfm.2019.7662.2749

## تحلیل اثر توزیع ضخامت پره بر عملکرد توربوبوشارز در حالت پذیرش کامل و جزئی

محمد حسن شجاعی فرد<sup>۱</sup>، آزاده ساجدین<sup>۲</sup> و ابوالفضل خلخالی<sup>۳\*</sup>

<sup>۱</sup> استاد، دانشکده مکانیک دانشگاه علم و صنعت

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده خودرو دانشگاه علم و صنعت

<sup>۳</sup> دانشیار، دانشکده خودرو دانشگاه علم و صنعت

یادداشت تحقیقاتی، تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۱۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۷/۱۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۸/۰۳/۰۴

### چکیده

پره توربین توربوبوشارزها به دلیل فشار بسیار بالای جریان ورودی و پالسی بودن این جریان در معرض آسیب و شکست قرار می‌گیرند. در توربوماشین‌های جدید که تمایل به نازک شدن در کنار افزایش بار به دلیل افزایش راندمان دارند، احتمال شکست بالاتر می‌رود؛ بنابراین انتخاب توزیع ضخامت بهینه روتور نیاز به مطالعه ایرواستاتیکی و ایرودبینامیکی در شرایط مختلف عملکرد دارد. در این مطالعه به تحلیل برهمکنش سیال-سازه روی سطح مشترک پره و سیال با تلفیق کردن ابزارهای شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی و طراحی سازه‌ای توسط یک مدل کوبیل شده یکپارچه بر اساس فرمول‌های المان محدود در نرم افزار انسیس روی پره توربین توربوبوشارز با ورودی دوگانه به منظور شناخت نیروی واردۀ از طرف سیال به پره و رفتار سازه برای سه توربین مختلف که تنها در توزیع ضخامت پره روتور متفاوت می‌باشند، در شرایط تغذیه پذیرش کامل و جزئی پرداخته شده است. صریح‌گذاری نتایج با داده‌های آزمایشگاهی حاصل از آزمایشگاه توربوبوشارز دانشگاه امپریال کالج، همخوانی خوبی را نشان می‌دهد. نتایج چگونگی و علت تغییرات راندمان به دلیل تغییر ضخامت بخش‌های گوناگون را شرح می‌دهد. پره‌های نازک انتخاب مناسبی برای این نوع توربوماشین‌های است، ولی در پذیرش جزئی پره‌های ضخیم عملکرد بهتری دارند.

**کلمات کلیدی:** توربین توربوبوشارز؛ پروفیل پره؛ مطالعه برهمکنش سیال و سازه؛ راندمان توربین.

## Analysis of the Blade Thickness Distribution Effects on the Turbocharger Turbine Performance at Full and Partial Admission Condition

M.H. Shojaeefard<sup>1</sup>, A. Sajedin<sup>2</sup>, A. Khalkhali<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Department of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran.

<sup>2</sup> Automotive Simulation and Optimal Research Laboratory, School of Automotive Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

### Abstract

Turbocharger turbine blade are exposed to damage because of High pressure and Pulsating inlet charge. In recent designed blades, thickness is reduced and loading was increased, these caused the higher probability of blades failure. Therefore the blades thickness distribution should be defined according to the combination of higher efficiency and higher resistance against failure. In this paper the Aero static efficiency of the turbine according to different thickness parameters is studied. And the most vulnerable area of the blades is identified by the result of the fluid behavior simulation and structural analysis. A 3D CFD model in ANSYS CFX for fluid side, and a FEA model in ANSYS Static Structural module for the blade structural responses were used then the results were coupled. Validation was performed by reference to experimental data. Results show that thinner blades are more proper for this kind of turbomachine but in partial admission thicker blades have higher efficiency than thinner blades.

**Keywords:** Turbocharger Turbine; Blade Profile; Fluid Solid Interaction Study; Turbine Efficiency.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۰۵۱۵۴۷۷

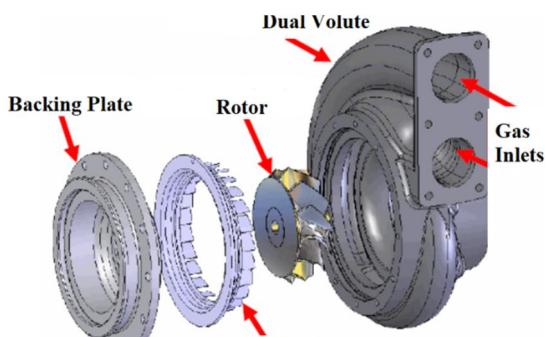
آدرس پست الکترونیک: [ab\\_khalkhali@iust.ac.ir](mailto:ab_khalkhali@iust.ac.ir)

شرایط پذیرش مساوی و مقایسه آن با شرایط پذیرش جزئی از طریق تحلیل برهمکنش سازه و سیال است.

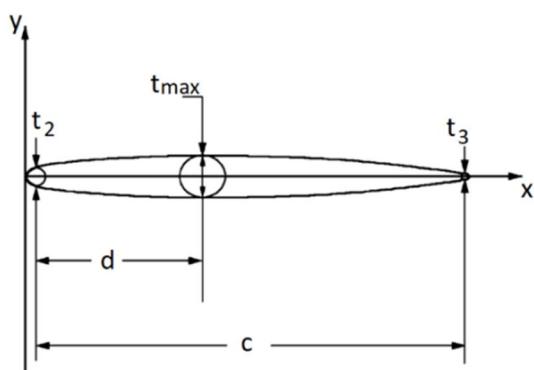
## ۲- تعیین هندسه پره

برای مدلسازی از یک توربین ساخت شرکت ABB استفاده شد که در دانشگاه امپریال کالج تست شده است [۱۰ و ۱۱]. شکل ۱ اجزای توربین مورد نظر و جدول ۱ مشخصات انتخابی روتور و استاتور را نشان می‌دهند.

پره این توربین که نتایج مدلسازی برای آن کالیبره شده است، به عنوان پره مبنا در نظر گرفته شده است، دو پره دیگر که کورد مشابه با پره مبنا دارند، از روش مستقیم که توسط آنگیز [۱۲ و ۱۳] ارائه شده است، طراحی شدند و به عنوان پروفیل‌های b و c در نظر گرفته شد؛ بنابراین در مجموع سه روتور مختلف که مشخصات آن‌ها در جدول ۲ آمده است، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. شکل ۲ و روابط ۱ تا ۵ پارامترها و روابط توزیع ضخامت در توربین جریان شعاعی را نشان می‌دهد [۱۲ و ۱۳].



شکل ۱- اجزای توربین توربومشارژ مدل شده



شکل ۲- پارامترهای مربوط به تعیین ضخامت پره [۱۲]

**۱- مقدمه**  
پره توربین تحت بارهای حرارتی و تنשی‌های متناوب قرار دارد که منجر به خستگی دور بالا می‌شود و از طرفی ضخامت نازک‌تر و پیچش بیشتر به دلیل بارگذاری بیشتر، مورد نظر است [۱]؛ بنابراین شناخت مناطقی که تحت تنش بیشتر قرار دارد و مناطقی که در افزایش راندمان موثرتر می‌باشند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بدین منظور تلاش‌های بسیاری در سال‌های اخیر برای تصحیح پروفیل پره‌ها صورت گرفته است. جعفری و همکاران به بهینه سازی آیزودینامیکی هندسه پره‌ها در یک توربین محوری به روش گرادیان الحاقی پرداختند و توسط این روش، بازده توربین را حدود ۱۸ درصد افزایش دادند [۲]. نخعی و همکاران، به بررسی تجربی و عددی اثر شکل پره بر بازدهی توربین پس ای هانتر با هدف طراحی پره با بیشترین ضریب پسا به منظور افزایش ضریب توان توربین پرداختند [۳]. فرهانیه و همکاران، به بررسی تاثیر پارامترهای مهم هندسی پروفیل ایرفوول از جمله، لبه حمله و بیشینه ضخامت بر راندمان فن‌های بدون پره پرداختند [۴]. روئلکه و هاس [۵]، یک مطالعه تجربی برای تخمین و مقایسه اثر گذاری ضخامت پره و صافی سطح پره روی راندمان و افت‌های انتهایی پره توربین محوری انجام دادند. آن‌ها دریافتند، تاثیر صافی سطح روی افزایش راندمان بیشتر از ضخامت آن است.

فیلیسینگر مطالعه وسیعی روی ارتعاشات پره توربین محوری انجام داد [۱ و ۶]. در حالیکه توربین شعاعی و محوری تفاوت اساسی با یکدیگر دارند، هم از جهت طول مسیر جریان، تنش ماکزیمم و هم از نظر فاصله بین پره‌های توربین جریان شعاعی و جریان محوری. مارتینز سیلر به مدل سازی سه بعدی جریان در حوزه فرکانس و زمان پرداخت و بیان کرد که با طراحی دوباره ضخامت پره، مقدار زیادی از تنش‌های بالا حذف می‌شوند [۷]. مطالعات پیوسته‌ای که فیلیسینگر انجام داد، نشان داد که تغییر فرم پره قبل چشم‌پوشی است و می‌توان شبیه یک جسم بدون ارتعاش به طور استاتیکی آن را مدل کرد [۱، ۶، ۸ و ۹]؛ بنابراین انجام آنالیز برهمکنش سیال و جامد به صورت کوپلینگ یک طرفه قابل قبول خواهد بود.

هدف اصلی این تحقیق، مطالعه تاثیر توزیع ضخامت مناطق مختلف پره روی عملکرد توربومشارژ ورودی دوگانه در

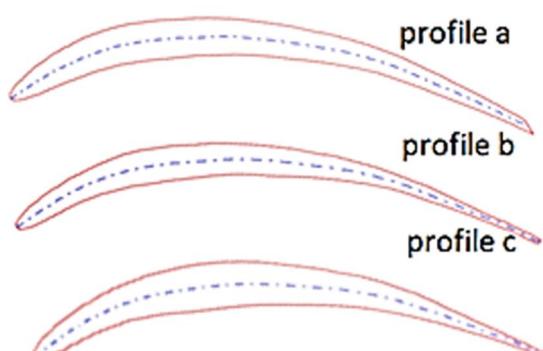
تمامی پارامترها به کورد پره تقسیم شده‌اند که این امر باعث ایجاد پارامترهای بدون بعد می‌شود. ضخامت لبه انتهایی پره با توجه به ملاحظات خنک‌کاری، بلاکیچ<sup>۱</sup>، تنش و توانایی ساخت و تولید نباید از  $0.15/0.15$  اینچ کمتر باشد که این امر تعداد پره‌ها را محدود می‌کند [۱۵].

به نسبت ضخامت لبه انتهایی پره (b) بر فاصله یا گام پره‌ها(s) بلاکیچ لبه انتهایی می‌گویند که در رابطه ۶ تعریف شده است و باید برای جلوگیری از افت راندمان، از ۰.۱ کمتر باشد [۱۳].

$z$  برابر است با تعداد پره‌ها:

$$\frac{b}{s} = \frac{t_3 / \cos \alpha_{te}}{2\pi r/z} \quad (6)$$

با توجه به محدودیت‌های ذکر شده دو پره b و c طراحی گردید. مشخصات پره‌ها و شکل پروفیل آن‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است.



شکل ۳- شکل پروفیل‌های مورد مطالعه

ماکریم ضخامت پروفیل b  $2/8$  میلی‌متر در  $22/2$  درصد طول کورد برای ارتفاع میانی پره است. ماکریم ضخامت پروفیل c برابر با  $3/6$  میلی‌متر در  $34$  درصد کورد در ارتفاع میانی پره است. پروفیل b تقریباً توزیع ضخامت مشابهی با پره اصلی دارد و فقط ضخامت لبه ورودی آن، ضخیم‌تر و ضخامت لبه انتهایی آن، نازک‌تر از پره مینا است. پره c از پره مینا ضخیم‌تر است و فقط ضخامت لبه انتهایی آن نازک‌تر است. بلاکیچ پره مینا برابر با  $0.026$  است و دو پره دیگر برابر

<sup>2</sup> Blockage

جدول ۱- مشخصات انتخابی توربین

۵۲	شعاع متوسط پره روتور در خروجی(میلی‌متر)
۴۰	طول محوری وتر(میلی‌متر)
۱۲	تعداد پره‌ها
۳	درصد اسین معادل فاصله گپ روتور تا فریم
۵۵.۱°	زاویه پیچش <sup>۱</sup> ورودی پره روتور(درجه)
۷.۲°	زاویه پیچش خروجی پره روتور(درجه)
۲۴	تعداد پره‌های نازل
۷۰°	زاویه گردش پره استاتور(درجه)
۲.۱	نسبت فشار کل در نقطه طراحی
۵۳۳۴۴	سرعت گردش روتور(دور بر دقیقه)
۰.۸۴	نسبت هاب به رویه روتور
۴.۴۰	قطر گلوبی استاتور(میلی‌متر)
۱۲.۹۶	عرض پره استاتور(میلی‌متر)

جدول ۲- مشخصات ضخامت پروفیل‌ها

	d (mm)	$t_{max}$ (mm)	$t_2$ (mm)	$t_3$ (mm)
Profile a	9.4	2.84	0.6	0.5
Profile b	10	2.8	0.8	0.375
Profile c	15	3.6	0.8	0.375

$$t = t_{ref} + [t_{max} - t_{ref}] \xi^e \quad (1)$$

$$t_{ref} = t_2 + [t_3 - t_2] \left( \frac{x}{d} \right) \quad (2)$$

$$\xi = \frac{x}{d}; x \leq d \quad (3)$$

$$\xi = (c-x)/(c-d); x > d \quad (4)$$

$$e = \sqrt{0.4 d/c} [0.95 \left( 1 - \frac{x}{c} \right) (1 - \xi) + 0.05] \quad (5)$$

که در آن:

$t_{max}$  ماکریم ضخامت پره

$t_{max}$  محل ضخامت لبه ورودی پره

$t_2$  ضخامت لبه انتهایی پره

$t_3$  ضخامت لبه انتهایی پره

c کورد

<sup>1</sup> Cone Angle

**۱-۳- سطح مشترک بین نواحی دوار و غیر دوار**  
 فروزن روتور یک روش حل پایا است که در این حالت روتور در یک موقعیت خاص ثابت فرض می‌شود؛ بنابراین اتفاقات پریودیک مانند پالس‌های فشاری ناشی از پره‌های روتور یا غیره دیده نمی‌شود. برای حل مدل ۳۶۰ درجه‌ای، از این مدل استفاده می‌شود. سطح مشترک فروزن روتور از مدل چند مرجعی برای حل جریان استفاده می‌کند؛ به اینصورت که ناحیه مورد نظر (برای مثال روتور و استاتور) را به دو زیر ناحیه ثابت و دوار تقسیم می‌نماید. قسمت ثابت با مختصات مطلق و ثابت حل می‌شود، ولی در ناحیه دوار از محور مختصات دوار استفاده می‌کند و مشها نمی‌چرخد، بلکه محور مختصات حرکت می‌کند که این حرکت هم می‌تواند در راستای انتقالی باشد و هم به صورت چرخشی. بدین صورت به هر سلول سیال در هر سلول با معادلاتی حل می‌شود که در می‌شود و سیال در هر سلول به صورت محلی منتقل پارامترهای اسکالار مانند، فشار و دما به صورت محدود شود. ترم دیفیوژن و بقیه ترمها نیاز به داشتن مقادیر سرعت در هر دو ناحیه دارد. سرعتی که در حالت فروزن روتور به این سطح تحمیل می‌شود، سرعت مطلق است؛ در حالیکه برای سطح مشترک از نوع صفحه مختلط سرعتی است که به صورت محيطی متوسطگیری شده است. در حالت فروزن روتور سرعتها و گرادیان آنها با معادلات ۷ و ۸ از محور مختصات دوار به محور مختصات مطلق انتقال می‌یابند.

$$\vec{v} = \vec{v}_r + (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{v}_t \quad (7)$$

$$\nabla \vec{v} = \nabla \vec{v}_r + \nabla (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (8)$$

۷ سرعت مطلق و زیرنویس<sup>۲</sup> به معنای چرخشی و زیرنویس<sup>۳</sup> به معنای انتقالی است.

### ۲-۳- مشبندی اجزا

برای روتور و استاتور از مشبندی منظم<sup>۱</sup> در نرمافزار توربوگرید<sup>۲</sup> استفاده شد. اجزا توربین به صورت جدا جدا مشزده شده است. به دلیل هندسه پیچیده حلزونی مشبندی آن

با ۰/۰۱۷ بدست آمد. لبه انتهایی پروفیل a برش خورده برای b، نیمه برش خورده و برای c گرد است.

### ۳- مدل‌سازی

مدلسازی در نرم افزار انسیس با ورژن ۱۷ انجام شده است. شرایط مرزی شامل، فشار توتال و دما در ورودی و فشار استاتیکی در خروجی است که مقادیر آن‌ها از نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های انجام شده توسط کوپلنده [۱۲] بدست آمده است. ابتدا مدل کامل توربین برای پروفیل پره مینا برای پنج نقطه عملکرد در حالت پذیرش مساوی یا کامل حل شد. صحه‌گذاری با نتایج آزمایشگاهی کوپلنده [۱۲] انجام گرفت و سپس مطالعه بقیه پره‌ها در نقطه طراحی انجام شده است؛ همچنین برای مطالعه مدل در شرایط واقعی، چهار نقطه کاری در حالت پذیرش نامساوی که دارای شارژ نامساوی در دو ورودی حلزونی می‌باشند، مورد مطالعه و تحلیل قرار گرفته است که شدت عدم تساوی در این چهار نقطه در حال افزایش است؛ به طوریکه در یکی از نقاط یکی از ورودی‌ها خالی از شارژ و دیگری دارای دبی ورودی است که این حالت را پذیرش جزئی می‌نامیم.

برای مدل‌سازی توربولنس، از مدل k-ε استفاده شده است. جریان تراکم‌پذیر درنظر گرفته می‌شود. سیال گاز ایده‌آل در نظر گرفته شده است. مطالعه در جریان جرمی‌های متفاوت و ضخامت‌های گوناگون با الگوی گسسته سازی پیوندی با روش انفال حجم محدود و روند حل تکرار سیمپل انجام می‌پذیرد. در اینجا فرض می‌شود که جریان در ابتدای برحورده به لبه حمله پره‌ها به حالت آشفته می‌رسد؛ بنابراین از عبارات مرتبط با حالت انتقال از آرام به آشفته در معادله انتقال صرفنظر شده است. معادلات جرم و مومنتون به صورت فشار پایه و ضمنی، با دقت مضاعف حل می‌شوند و از روش مولتی‌گرید برای شتاب دهی به همگرایی استفاده می‌شود.

به دلیل اینکه این توربین حلزونی دوگانه دارد و جریان را به صورت متقاضی وارد استاتور نمی‌کند، نمی‌توان به صورت پریودیک یا قطاعی آن را در حالت پایا شبیه‌سازی کرد؛ بنابراین مجبور به شبیه‌سازی کل آن است. این اختلاف مخصوصاً در حالت پذیرش نامساوی بیشتر خواهد شد.

<sup>1</sup> Structured

<sup>2</sup> Turbogrid

که چون در آن تنش برشی دیواره در طول گذرگاه‌های پره‌ها تغییر می‌کند، بنابراین مقدار  $y^+$  نیز متغیر خواهد بود. ارتفاع اولین مش از کنار پره وسط رابطه  $10$  بر حسب  $y^+$  مورد نظر در هر یک از مدل‌های توربولانسی بدست می‌آید.

$$\Delta y = L y^+ \sqrt{80} Re^{-\frac{13}{14}} \quad (10)$$

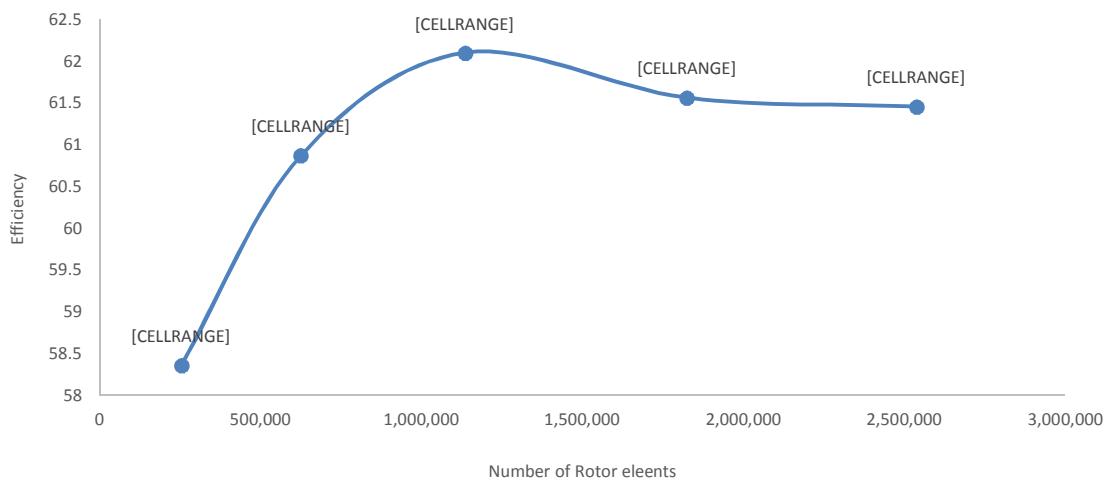
$L$  در رابطه بالا طول مشخصه است که در مورد روتور طول کورد محاسبه می‌شود که معادل  $60$  میلی‌متر در روتور مورد مطالعه است؛ همچنین رینولدز بدست آمده با توجه به طول کورد و چگالی گاز ایده آل که برابر  $1$  کیلوگرم بر مترمکعب است و ویسکوزیته دینامیکی که برابر  $2e05$  است و سرعت خروجی نسبی گاز از روتور که برابر  $200$  متر بر ثانیه است، حدود  $6e05$  بدست می‌آید؛ در نتیجه ارتفاع اولین مش برای مدل توربولنس کی اپسیلون برابر  $11 \cdot 10^6$  میلی‌متر است. برای ارزیابی اندازه مش‌ها، تعداد متفاوتی از مش‌ها در نظر گرفته شد که برای استاتور و روتور اندازه آن‌ها در شکل ۴ و ۵ گزارش شده است.

بین سایز مش‌های اعمال شده، مش‌بندی شماره  $4$  و  $5$  کمترین تغییرات در راندمان و جریان جرمی را نشان دادند، اگرچه که تفاوت بسیاری در زمان حل آن‌ها است. ضرب فشار در مش‌های مختلف به صورت محیطی متوسط‌گیری شده و در مقطع پایانی پره در ارتفاع‌های متفاوت پره از ریشه تا نوک پره در شکل ۶ نمایش داده شده است.

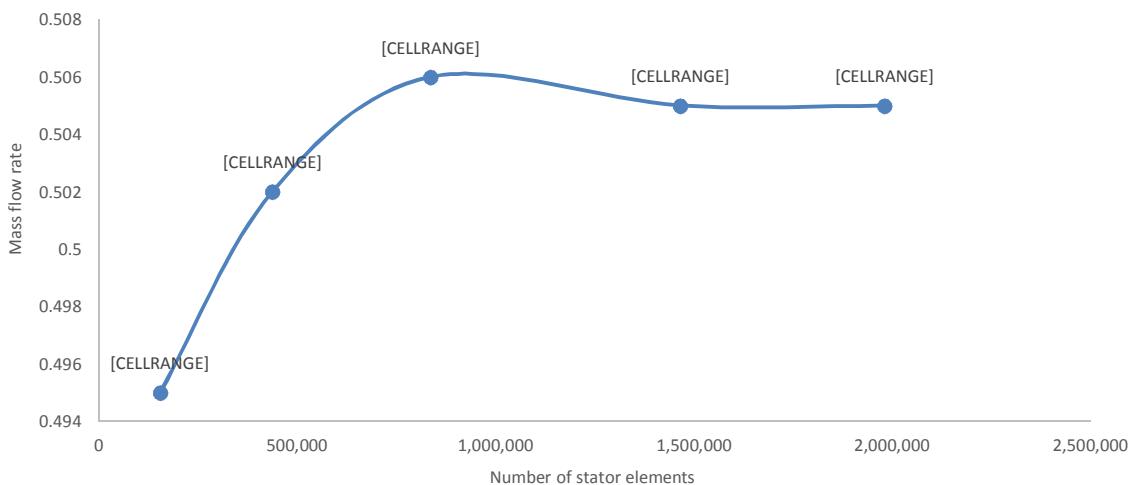
غیرسازمان یافته و تتراهرال در انسیس انجام شد. استاتور و روتور در نرم افزار توربو گردید به صورت سازمان یافته مش-بندی شده‌اند. مش‌بندی با روش بهبود یافته ای تی ام روی پره‌ها انجام می‌شود و شبکه کنار پروفیل پره با روش پالایش لایه مرزی بهبود می‌یابد. شبکه میدان محاسباتی، به صورت متعامد جابجا شده غیر یکنواخت است که در ناحیه‌ای که پره‌ها واقع شده‌اند، ریزتر شده است. فشار و مقادیر اسکالر روی نقاط شبکه اصلی و مؤلفه‌های سرعت روی وجود حجم کنترل اصلی یا همان شبکه جابجا شده محاسبه می‌شوند. توبولوژی مورد استفاده برای مش زدن پره‌های روتور و استاتور، از روش  $0$  گردید برای لایه مرزی و از مش‌های هگزاهدرال برای بقیه قسمت‌ها استفاده می‌کند. مش‌بندی در لایه مرزی توسط سه پارامتر کنترل می‌شود؛  $1$ . تعداد مش در لایه مرزی،  $2$ . ارتفاع اولین مش از کنار پره و  $3$ . نرخ انبساط.

طبق یک قاعدة کلی برای لایه برشی مهم حداقل تعداد نودهای موجود باید  $10$  عدد باشد. هرچه نرخ انبساط کمتر باشد، ارتفاع مش‌های درون لایه مرزی با نرخ کمتری بزرگ می‌شود که این امر منجر به داشتن مش‌های ریزتر و درنتیجه دقت حل بالاتر در این ناحیه می‌شود [۷]. تعریف استانداردی که سی اف ایکس از  $y^+$  دارد، به صورت معادله  $9$  است.

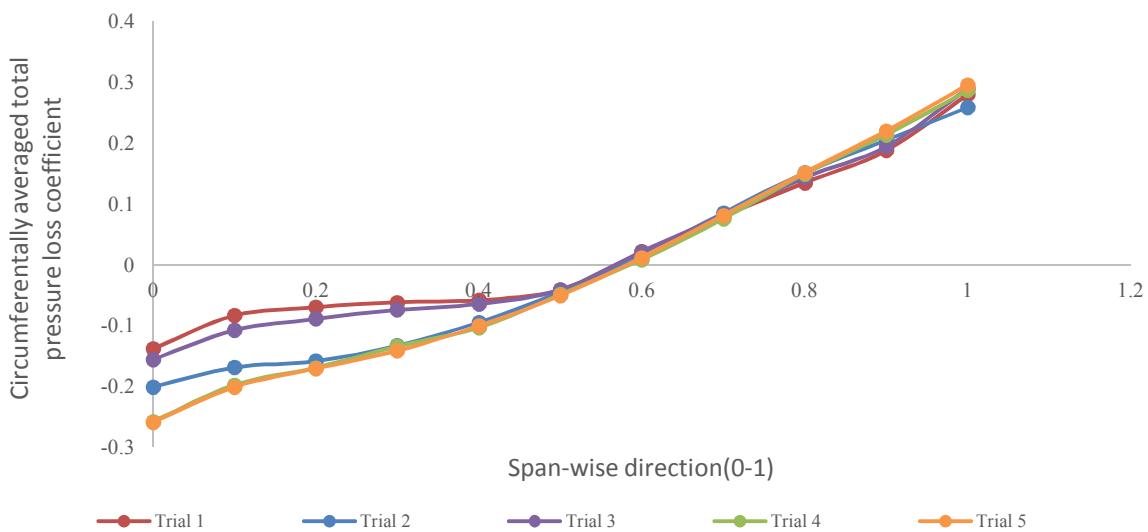
$$y^+ = \sqrt{\frac{\tau_n / \rho \Delta n}{\nu}} \quad (9)$$



شکل ۴- مشخصات مش‌بندی‌ها



شکل ۵- ضریب افت فشار کل در مشهای مختلف



شکل ۶- ضریب افت فشار کل در مشهای مختلف به صورت محيطی متوسط گیری شده در مقطع پایانی پره در ارتفاعات مختلف پره از ریشه تا نوک پره

#### ۴- مقایسه با داده های تجربی

نتایج به دست آمده از مدلسازی به منظور صحه‌گذاری با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی توسط کوپلن [۱۲] برای هر دو پارامتر جریان جرم و راندمان در حالت پذیرش مساوی مقایسه شدند. این ویژگی‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

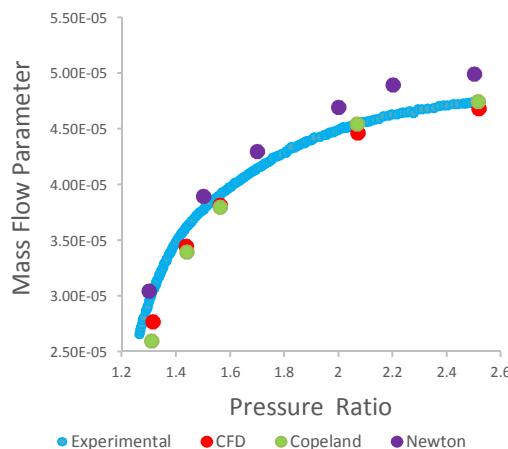
$$MP_o = \left( \frac{\dot{m} \sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right)_0 \quad (11)$$

با توجه به توازن مناسب بین دقت، عدم ولستگی به اندازه مشهای و هزینه محاسباتی ردیف چهارم برای تعیین تعداد مشهای انتخاب شد. برای تعیین حد همگرایی از کمترین RMS برابر با  $1 \times 10^{-5}$  استفاده شد که عدد مناسبی برای نشان دادن همگرایی قابل قبول است [۱۶]. در تمامی نواحی  $Y+ < 2$  بدست آمد و در بقیه نواحی ماکریم آن برابر با ۶ شد.

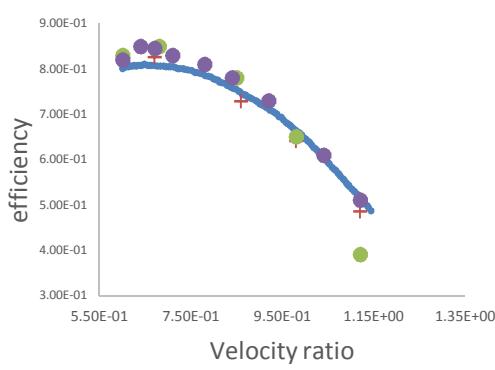
مشهای درشت دشوار است. در بقیه موارد راندمان بیشتری بدست آمده است که این نشان می‌دهد که تمامی افتها در شبیه‌سازی مدل نشده‌اند.

نکات زیر تا حدودی توضیح دهنده این اختلاف باشند:

- فرض توزیع فشار ثابت در ورودی‌ها، منجر به توزیع سرعت یکسان و ثابت در کل سطح مقطع ورودی است، در حالی که در واقعیت به دلیل خمیدگی ورودی، سرعت در اطراف محور عمود بر سطح ورودی متقارن نیست؛ همچنین ورتبه‌سیتی موجود در خم‌های منیفولد [۱۸] باعث جریان ورودی غیر یونیفرم می‌شود.



شکل ۷- مقایسه نرخ جریان جرمی محاسبه شده و اندازه گیری شده بر حسب نسبت فشار



شکل ۸- مقایسه راندمان محاسبه شده و اندازه گیری شده بر حسب نسبت سرعت

$$PR_{Ts} = \frac{(P_{total})_{01}}{P_{static\ exit}} \quad (12)$$

$$\frac{U_3}{C_{is}} = \left[ \frac{N}{\sqrt{T_0}} \right] \cdot \frac{\pi \cdot d_2}{\sqrt{2 \cdot C_p \cdot (1 - \left( \frac{P_3}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})}} \quad (13)$$

$$\eta_{t-s} = \frac{\tau \omega}{m C_p T_{01} (1 - \left( \frac{P_3}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})} \quad (14)$$

شکل ۷ مقایسه پارامتر نسبت جرم در مقابل نسبت فشار کل به فشار استاتیک بدست آمده از شبیه‌سازی با شبیه‌سازی نیوتون [۱۱] و کوپلند [۱۲] و داده‌های تجربی را در حالت پذیرش کامل نمایش می‌دهد.

نسبت فشار از  $1/3$  به  $2/5$  متغیر است که معادل نسبت‌های سرعت  $1/12$  تا  $0/6$  است. در پایین‌ترین نسبت فشار کمتر از ۸ درصد، اختلاف را می‌توان مشاهده کرد؛ در حالی که در نسبت فشار بالاتر این عدد ۱۰ درصد است. در راندمان‌های پایین‌تر، عدم قطعیت بالا در نتایج آزمایش که می‌تواند تا ۵ درصد باشد، منجر به اختلاف بیشتر می‌شود [۱۲]. مقایسه نتایج دقت قابل قبول مدل‌سازی را نشان می‌دهد. با انتگرالگیری از نیروی ناشی از فشار روی سطح پره می‌توان گشتاور را بدست آورد، سپس از گشتاور بدست آمده می‌توان توان و راندمان را نیز محاسبه کرد و نتایج را با نتایج حاصله از تست مقایسه کرد. شکل ۸ مقایسه راندمان کل به استاتیک بدست آمده از شبیه‌سازی با راندمان حاصل از تست این توربوشارژر را نشان می‌دهد.

همخوانی نتایج نسبت به نمودار جریان جرمی کمتر است، ولی رفتار دو دسته دیتا شبیه هم است. هر دو نمودار در یک نسبت سرعت مساوی به ماکریتم مقدار خود می‌رسند، نتیجه حاصل از شبیه‌سازی مقداری بیشتر از تست است. با افزایش نسبت سرعت، راندمان کاهش می‌یابد، همان‌طوری که تست نشان می‌دهد. فقط در بالاترین نسبت سرعت، CFD راندمان را ۵۰ درصد کمتر از راندمان معادل حاصل از تست برآورد می‌کند که این می‌تواند به حساسیت بیشتر محاسبات در توان‌های کمتر (همگرایی سخت تر و طولانی تر) نسبت داده شود؛ همچنین در بالاترین نسبت سرعت زاویه جریان بزرگ است که این امر منجر به جدایش جریان و رشد لایه مرزی می‌شود که مدل کردن دقیق آن با

جرمی نیز برای هر ورودی می‌تواند به طور جداگانه تعریف شود.

$$P_{inner} = \left( \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right)_{inner} \quad (17)$$

$$MP_{outer} = \left( \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}} \right)_{outer} \quad (18)$$

در این حالت راندمان از مجموع انرژی آیزنتروپیک توقال ورودی‌ها بدست می‌آید.

$$\eta_{t-s, total} = \frac{\dot{W}_{actual}}{\dot{W}_{is, inner} + \dot{W}_{is, outer}} \quad (19)$$

معادله ۲۰ نحوه محاسبه نسبت سرعت در حالت تغذیه مساوی و نامساوی را بدست می‌دهد.

$$\frac{U_2}{C_{is}} = \frac{\pi \cdot d_2 N}{\sqrt{2 \cdot \frac{\dot{W}_{is, inner} + \dot{W}_{is, outer}}{\dot{m}_{total}}}} \quad (20)$$

برای مقایسه حجم مکش ورودی‌ها می‌توان هر کدام از ورودی‌ها را یک نازل ادیاباتیک ساده فرض کرد که هر کدام دارای سطحی هستند که انبساط آیزنتروپیک مورد نیاز (که از روی نسبت فشارها بدست می‌آید) را برای جریان جرمی مورد نظر ایجاد کند. ورودی‌ها را اگر نازل همگرا در نظر بگیریم، معادلات جریان تراکم پذیر را برای آن می‌توان استفاده کرد. اگر نسبت فشار در طول ورودی تا انتهای روتور را برابر با دو طرف نازل در نظر بگیریم، برای تعیین معادله سطح موثر ابتدا باید نامساوی ۲۱ چک شود. اگر درست باشد، نازل مادون صوت است و معادله ۲۲ باید استفاده شود، برای سطح موثری که جریان جرمی  $m$  را مکش می‌کند.

$$\frac{P_{01}}{P_4} < \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (21)$$

$$A_{eff} = \frac{\dot{m}_1}{P_{01}} \cdot \sqrt{\frac{RT_{01}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_0}{P_4} \right)^{\frac{-2}{\gamma}} - \left( \frac{P_0}{P_4} \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{\gamma}} \right]}} \quad (22)$$

اگر نامساوی درست نباشد، یعنی جریان چوک شده است و برای محاسبه سطح موثر از معادله ۲۳ باید استفاده کرد.

$$A_{eff} = \frac{\dot{m}_1 / P_{01}}{\left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \sqrt{\frac{RT_{01}}{\frac{2\gamma}{\gamma+1}}} \quad (23)$$

همچنین برای تعریف شدت نامساوی بودن تغذیه توربین و نشان دادن شدت نامساوی بهتر است، از یک پارامتر بدون بعد استفاده کنیم. بدین منظور هم از نسبت جرم‌های ورودی و هم از نسبت فشارهای ورودی می‌توان استفاده کرد.

۲. فاصله موجود بین صفحه پشتی روتور و روتور مدل نشده است، این فاصله منجر به افت بادزدگی می‌شود که با حذف آن از مدلسازی اثر این افت نیز دیده نمی‌شود.

۳. گرچه که فاصله نوك پره با شرود با مدل واقعی برابر است، اما برای دیدن افت ناشی از نشتی سیال از نوك پره نیاز به مشبندی بسیار ریز است.

۴. افت اصطکاکی ناشی از زبری سطح به دلیل در نظر گرفتن شرط دیواره No Slip در نظر گرفته نشده است.

#### ۴-۱- مدلسازی عملکرد توربین در حالت پایا با تغذیه نامساوی

تا زمانی که جریان بین دو ورودی با یکدیگر مساوی در نظر گرفته شود، تمامی پارامترهای استانداردی که برای اندازه‌گیری در توزیعین دو ورودی استفاده می‌شود، مانند راندمان، نسبت فشار، نسبت سرعت و پارامتر جرمی برابر هستند با توربین یک ورودی، اما زمانی که ورودی‌های توربین با شارژ نامساوی تغذیه می‌شوند، این پارامترها باید بازبینی شوند. مشکل اصلی در تعریف فشاری است که برای ترسیم مپ توربین از آن بهره می‌جوییم. بعضی از محققین [۱۹] از نسبت فشار متوسط برای ترسیم نتایجشان بر حسب آن استفاده کرده‌اند که البته این عدد پارامتر مناسبی برای توربین دو ورودی است؛ زیرا جریان از هر دو ورودی در جایی قبل از ورود به روتور با هم مخلوط می‌شود و کل روتور نسبت فشار متوسط را دریافت می‌کند، اما در مورد توربین با ورودی دو گانه جریان‌های دو ورودی اصلاً با هم مخلوط نمی‌شوند و هر کدام بخشی از روتور را می‌گرداند و این باعث می‌شود که روتور نسبت فشار متفاوتی را در دو قسمت خود حس کند؛ بنابراین تعریف نسبت فشار متوسط تعریف مناسبی نمی‌باشد؛ بنابراین مناسب است که برای این دو قطاع از روتور دو نسبت فشار گوناگون تعریف شود.

$$PR_{inner} = \frac{(P_{01})_{inner}}{P_4} \quad (15)$$

$$PR_{outer} = \frac{(P_{01})_{outer}}{P_4} \quad (16)$$

که در این معادلات پانویس  $inner$  به ورودی پایینی و پانویس  $outer$  به ورودی بالایی دلالت دارد. به طور مشابه پارامتر

تا ۰/۶ کورد) افزایش می‌باید ورتكس‌ها در این مکان شدیدتر هستند، سرعت جریان سیال با حرکت ورتكس به سمت وسط گذرگاه در اثر تعامل با جریان مومنتوم بالای اطراف آن افزایش می‌باید. بعد از ناحیه دیفیوژن در ابتدای سطح مکشی و جدایش جریان با مومنتوم پایین بر اثر این دیفیوژن، جریان با کاهش سطح مقطع به طور آرام و پیوسته شتاب می‌گیرد؛ بنابراین  $C_p$  کاهش می‌باید (شکل ۱۳)، اما بعد از آن به دلیل گرادیان فشار نامطلوب سرعت و افزایش سطح مقطع جریان کاهش می‌باید که منجر به جدایش جریان و ایجاد افت بزرگی در گذرگاه می‌شود که ناحیه دیفیوژن غیر هدایت شونده<sup>۱</sup> است. جدایش لایه مرزی در لبه انتهایی پره، منجر به ایجاد ویک و افت چشمگیر عدد ماخ در لبه انتهایی پره‌های شود. از شکل ۱۱ مشخص است که پروفیل‌های b و c دارای سرعت کمتری در سمت فشاری به همراه نوسانات بیشتر نسبت به پروفیل a هستند. با کاهش سرعت جریان در امتداد سطح پره و دیفیوژن شدن جریان، لایه مرزی ضخیم می‌شود و افزایش درگ موجب کاهش قابل توجه مومنتوم می‌شود. عدد ماخ سطحی (در سطح فشاری در نزدیکی ورودی روتور) در پروفیل‌های b و c نوسانات قوی در مقایسه با پره اصلی را نشان می‌دهد؛ همچنین مقدار دیفیوژن بیشتری به دلیل افت بیشتر سرعت در لبه انتهایی سطح فشاری در پروفیل‌های b و c نشان شده است.

### ۵- ضربی فشار پره

منحنی ضربی فشار پروفیل‌ها در چهار ارتفاع مختلف برای یک پره‌ای که در ۱۸۰ درجه روتور قرار گرفته است، در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

ضربی فشار منفی به معنای فشار کل کمتر از فشار مبنای است؛ بنابراین پروفیل‌های دارای بارگذاری بیشتر دارای ضربی فشار منفی بیشتر و جلوتری هستند. بالاترین  $C_p$  در لبه ورودی مربوط به پروفیل‌های آنگییر است که منجر به سطح بالاتر میان منحنی می‌شود، این سطح به عبارتی دیگر نشان دهنده میزان بارگذاری پره‌هاست. بالاترین نقطه  $C_p$  مربوط به اطراف نقطه استنگنیشن پره‌هاست. کمترین نقطه  $C_p$  در سطح فشاری در منطقه گلوگاه گذرگاه است که در آن سرعت جریان بالاترین است.

<sup>۱</sup> Unguided Diffusion Area

محققان مختلف از هر دو نسبت بهره جسته‌اند. نسبت فشار را زمانی که بخواهیم نسبت‌های جرمی را مطالعه کنیم و نسبت جرم زمانی که راندمان دو ورودی را بخواهیم مطالعه کنیم، مناسب است. ما در اینجا برای ترسیم نتایج از نسبت نسبت فشارهای دو ورودی استفاده می‌نماییم.

$$PR_{inlet} = \frac{(P_0)_{inner}}{(P_0)_{outer}} = \frac{PR_{inner}}{PR_{outer}} \quad (۲۴)$$

سطح مقطع موثر برابر است با سطح گلوبی یک نازل آینتروپیک در یک نسبت انبساط مشخص که جریان جرمی آن با توربین برابر است. این پارامتر ظرفیت مکش توربین را بیان می‌کند. استفاده از این مفهوم در توربوشارژرها خصوصاً در مدلسازی یک بعدی رایج است؛ زیرا با توربین شبیه یک نازل ساده رفتار می‌شود [۲۰].

$$A_{eff\ inner} = \frac{\dot{m}_{inner}}{\rho_{is\ inner}^* C_{is\ inner}^*} \quad (۲۵)$$

$$A_{eff\ outer} = \frac{\dot{m}_{outer}}{\rho_{is\ outer}^* C_{is\ outer}^*} \quad (۲۶)$$

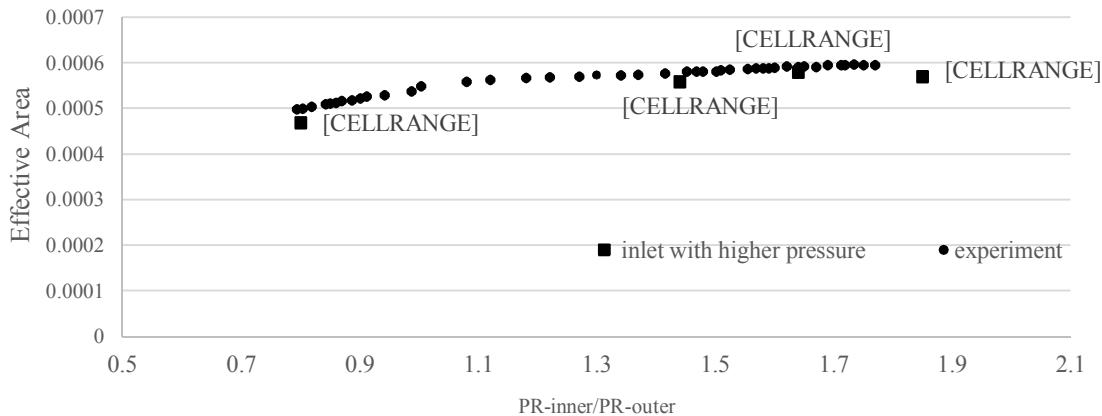
اگر چه که سطح مقطع موثر می‌تواند تقیباً ثابت در نظر گرفته شود، ولی تا حدودی به سرعت چرخش روتور و نسبت انبساط مرتبط است. شکل ۹ تغییر سطح موثر جریان در ورودی بالایی را بر حسب نسبت فشار دو ورودی نشان می‌دهد. با افزایش فشار در ورودی بالایی سطح موثر جریان در آن کم می‌شود.

در شکل ۹ سطح موثر محاسبه شده در درجات مختلف پذیرش برای ورودی بالایی با فشار بالاتر، با داده‌های اندازه گیری شده مقایسه شد. در مقایسه با نتایج حالت تعذیب مساوی، شبیه‌سازی CFD تغذیه نامساوی، اختلاف بیشتری با نتایج تجربی داشت.

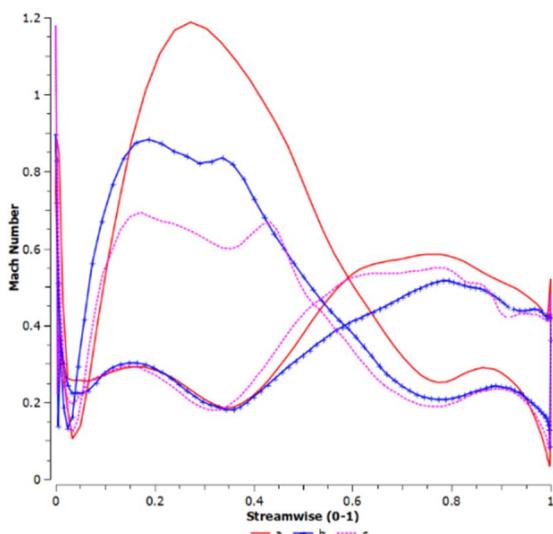
### ۵- نتایج و بحث

شبیه اتحنای پره با تعیین شکل توزیع عدد ماخ سطح روی عملکرد پره تاثیر می‌گذارد [۲۱]. گذرگاه بین دو پره همانند یک نازل همگرا و واگرا است. در شکل ۱۰ عرض مقطع عمود بر خطوط جریان نشان داده شده است که همگرا و واگرا شدن سطح جریان در آن مشخص است.

شکل ۱۱ توزیع عدد ماخ را برای سه پروفیل پره روتور در نسبت فشار ۱/۲ و نسبت سرعت ۰/۷۵ و ۰/۰ نشان می‌دهد. در سطح فشاری، سرعت جریان تا رسیدن به گلوبی (حدود ۰/۴

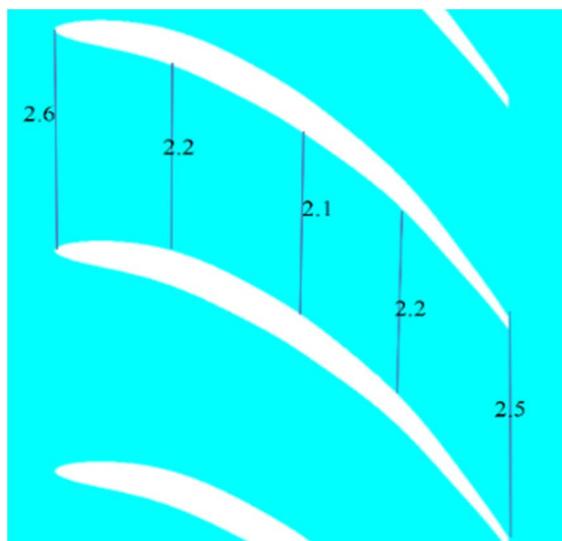


شکل ۹- تغییر سطح موثر جریان در ورودی بالایی را بر حسب نسبت فشار دو ورودی



شکل ۱۱- توزیع عدد ماخ روی ارتفاع میانی تمامی پروفیل پره‌ها

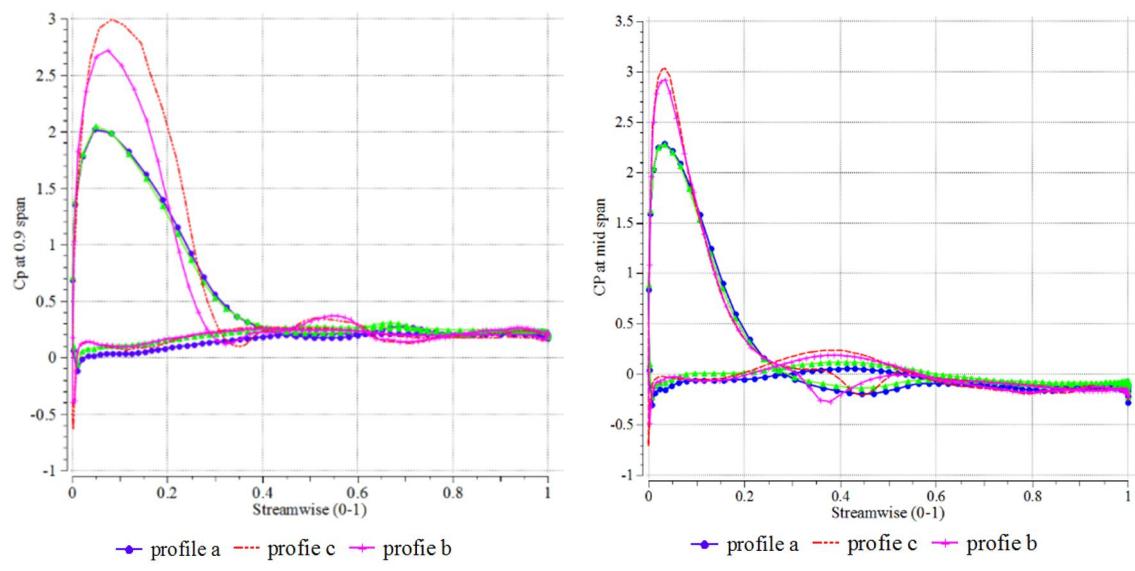
شکل ۱۵ توزیع عدد ماخ و  $C_D$  را در بار جزئی (زمانی که یکی از ورودی‌ها خالی از شارژ است) را در ارتفاع میانی پره برای تمامی پروفیل‌ها نشان می‌دهد. در حالت پذیرش جزئی، پروفیل‌های ضخیم تر افزایش فشار بیشتری نسبت به پروفیل‌های نازک‌تر نشان می‌دهند؛ همچنین جریان در خروج از پره‌های ضخیم‌تر، سرعت بیشتری نسبت به پره‌های نازک‌تر دارد که این امر نشان دهنده راندمان بیشتر پره‌های ضخیم‌تر در حالت پذیرش جزئی است.



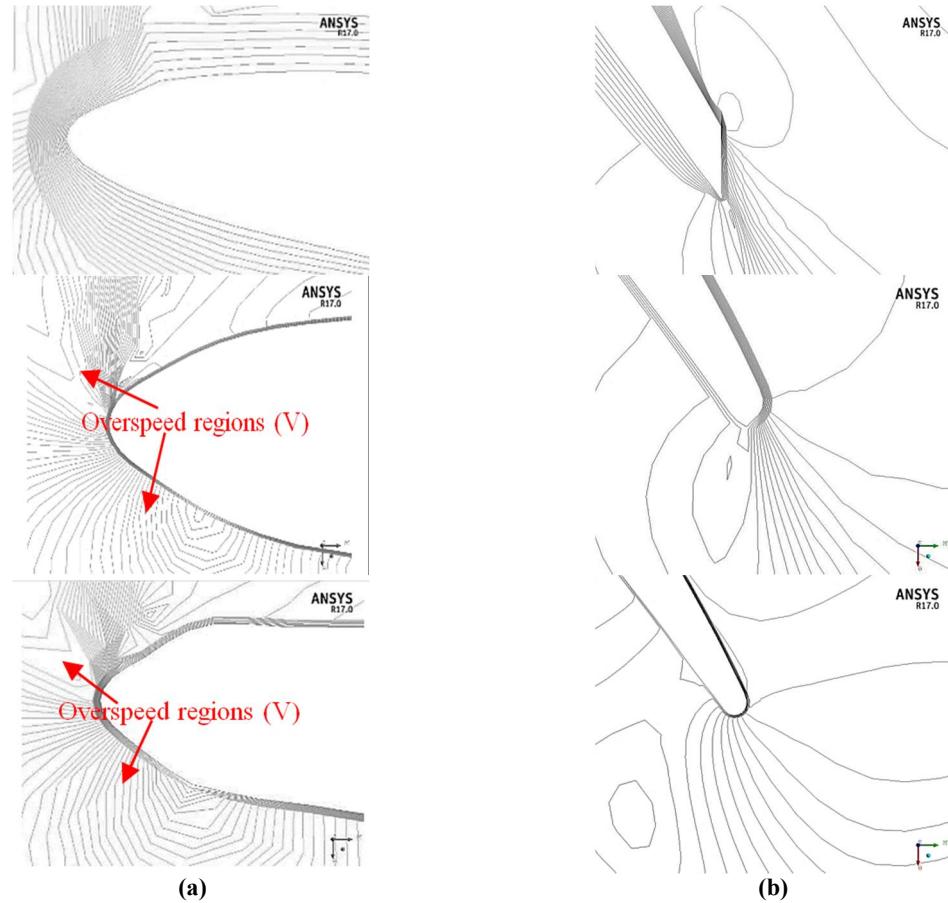
شکل ۱۰- عرض گذرگاه در مقاطع عمود بر خطوط جریان در ارتفاع ۵/۰ پره روتور

شکل ۱۳ کانتورهای سرعت در لبه ابتدایی و انتهایی پروفیل‌ها را نشان می‌دهد. در لبه ابتدایی پره‌های b و c جدایش قابل ملاحظه‌ای به دلیل ناهمواری‌های سطحی دیده می‌شود. جریان به لبه انتهایی برش خورده بهتر می‌چسبد.

شکل ۱۴ تنش برشی دیواره سطوح مکشی و فشاری را نشان می‌دهد. بدون توجه به منطقه دیفیوژن که تنش برش دیواره در آن کم است، تنش برشی کل پره‌های ضخیم‌تر، بیشتر از بقیه پره‌هایست. پروفایل b و c تنش برشی بیشتری را به دلیل سطح ناهموارتر پره خود دارند.



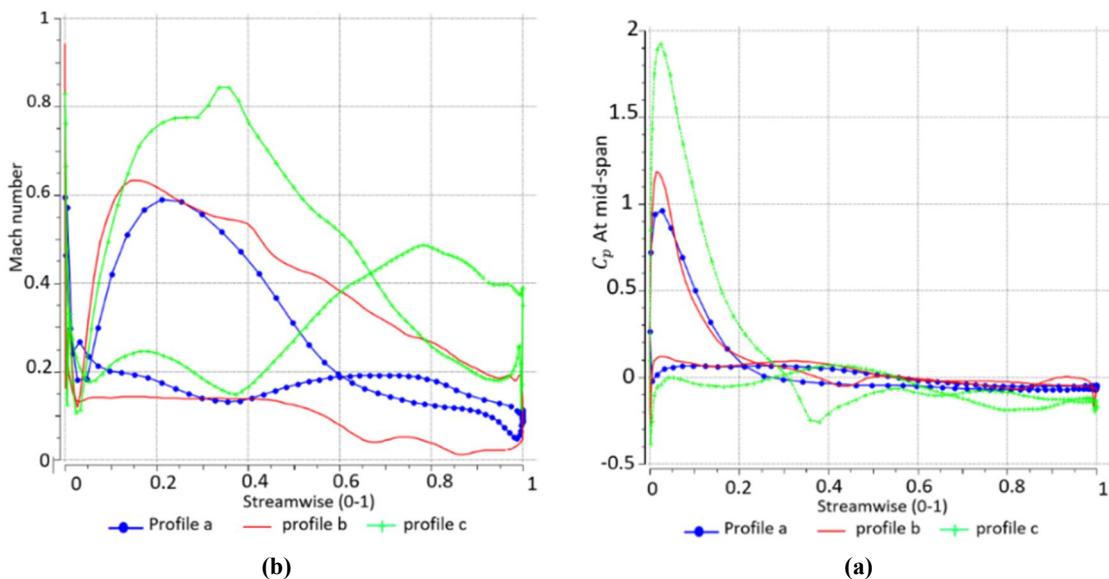
شکل ۱۲- توزیع ضریب فشار روی سطح پره در ارتفاع (a) ۰/۵ و (b) ۰/۹ برای تمامی پروفیل‌ها



شکل ۱۳- توزیع سرعت در ارتفاع میانی پره حول پروفیل‌های مختلف (a) لبه حمله و (b) لبه انتهایی



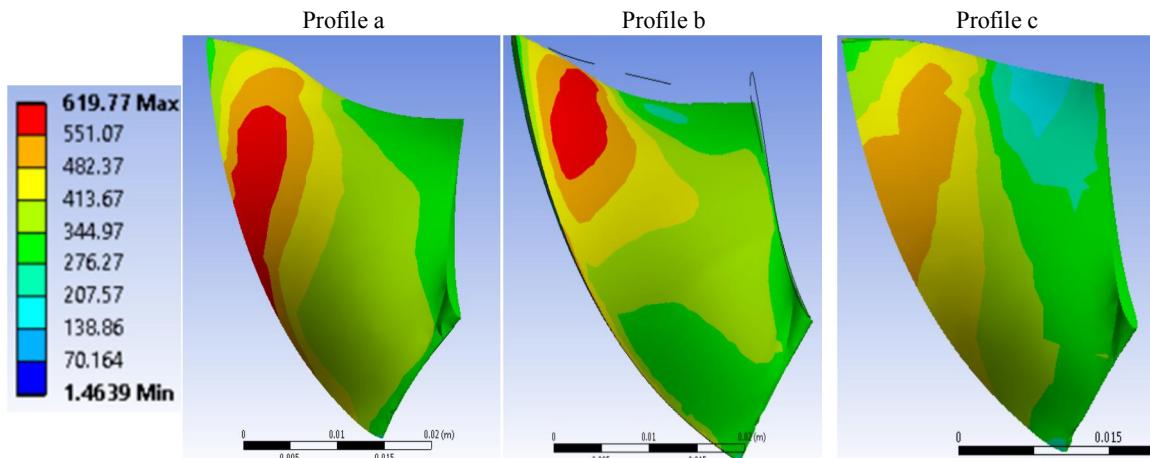
شکل ۱۴- مقایسه نیروی برشی دیواره (a) در سمت مکشی و (b) در سمت فشاری در پروفیل‌های مختلف



شکل ۱۵- (a) ضریب فشار و (b) توزیع ماخ در پذیرش جزئی برای پره‌های a, b, c

برهمکنش یک طرفه ابتدا معادلات حاکم بر میدان سیال به روش حجم محدود گستته و حل شده، مقدار سرعت و فشار در نقاط مختلف میدان محاسبه می‌شود. پس از آن فشار حاصل از حل میدان سیال در مرز مشترک بین سیال و جامد که همان دیواره‌ی پره توربین است، به صورت بار فشاری به میدان سازه انتقال می‌یابد. این بار فشاری که از میدان سیال وارد شده است، سپس به همراه بارهای حاصل از وزن و دوران به سازه پره اعمال شده و تغییر شکل پره حاصل از این بارها به وسیله حل معادلات اجزای محدود محاسبه

**۲-۵- کوپلینگ سازه و سیال**  
از روش برهمکنش یک طرفه برای محاسبه تغییر شکل پره توربین استفاده شده است. این روش زمانی از دقت لازم برخوردار است که کوپلینگ بین دو میدان به طور عمدی یک طرفه باشد. بدین معنی که یکی از میدان‌ها قویاً بر میدان دیگر تاثیرگذار بوده، اما از آن تاثیر قابل توجهی نگیرد. در مورد مساله حاضر این شرط زمانی برقرار است که تغییر شکل سازه پره اندک بوده، به طوری که این تغییر شکل بر نتایج حاصل از میدان سیال تاثیر گذار نباشد. در روش



شکل ۱۶- تنش نرمال واردہ به پرههای روتور از جانب سیال

توسط مقایسه نتایج با داده‌های آزمایشگاهی کوپلندر [۱۲] صحه گذاری شده است. این مدل با سه پروفیل متفاوت برای روتور در حالت پذیرش کامل و جزئی برای بررسی عملکرد ایرواستاتیکی به کار گرفته شد تا اثرات ضخامت نقاط مختلف پره بر عملکرد روتور مورد مطالعه قرار گیرد. نتایج زیر از مطالعه حاضر بدست آمد:

- در حالت پذیرش مساوی پرههای ضخیم‌تر در توربین توربوشارژ دارای راندمان پایین‌تری از پرههای نازک است، ولی در پذیرش جزئی پرههای ضخیم عملکرد بهتری دارند.
- تنش برشی کل پرههای ضخیم‌تر، بیشتر از بقیه پرههای است.
- پروفیل‌های نازک‌تر دچار تغییر بیشتری در عملکردشان در حالت پذیرش جزئی می‌شوند.

## ۷- فهرست علایم

سرعت آیزنتروپیک جریان، m/s	$C_{is}$
قطر متوسط ورودی روتور، m	$d_2$
جریان جرمی، kg/s	$\dot{m}$
فشار، N/m <sup>2</sup>	$P$
سرعت گردش روتور، rpm	$N$
نسبت فشار	$PR$

می‌شود. تغییر شکل محاسبه شده در این روش، تغییر شکل استاتیکی پره توربین خواهد بود.

شکل ۱۶ تنش نرمال واردہ به پرههای روتور از جانب سیال را نشان می‌دهد. حداقل تنش‌ها در نزدیکی هاب پره در کنار لبه انتهایی به وجود می‌آید.

در جدول ۳ تغییرات جریان جرمی توربین و بازده برای همه پروفیل‌ها نشان داده شده است. بازده آیرودینامیکی با ضخیم شدن تیغه‌ها کاهش می‌یابد. پروفیل "a" دارای بالاترین جریان جرمی است. محل  $t_{max}$  موثرتر از کاهش ضخامت است و ضخامت لبه ورودی، مهمترین پارامتر روی راندمان است. پروفیل "c" کمترین راندمان و پروفیل "b" کمترین جریان جرمی را دارد. بهترین عملکرد با پروفیل "a" بدست آمد.

جدول ۳- مقایسه راندمان، جریان جرمی و تنش پروفیل‌های مختلف

	Profile a	Profile b	Profile c
Efficiency%	61.55	59.71	52.16
Mass flow[kg/s]	0.517	0.490	0.454
Max Stress[kPa]	619.77	682.44	563.9

## ۶- جمع‌بندی

در این تحقیق توربین جریان مختلط توربوشارژر توسط کوپلنگ CFD و FEA مدلسازی شده است و دقت نتایج

[۴] جعفری م، افشنین ح، فرهانیه ب (۱۳۹۴) اصلاح پروفیل ایرفویل فن بدون پره و بررسی منحنی افزایش دبی فن. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۱۶۹-۱۷۹: ۵(۲).	نرخ انجام کار	$W$
[۵] Roelke RJ, Haas JE (1983) The effect of rotor blade thickness and surface finish on the performance of a small axial flow turbine. J Eng Gas Turbine Power 105: 377-382.	پارامتر جرمی	$MP$
[۷] Filsinger D, Szwedowicz J, Schaefer O (2002) Approach to unidirectional coupled CFD-FEM analysis of axial turbocharger turbine blades. J Turbomach 124(1): 125-131.	دما، $k$	$T$
[۸] Senn SM, Seiler M, Schaefer O (2009) Blade excitation in pulse-charged mixed-flow turbocharger turbines. Proceedings of ASME Turbo Expo, Orlando, USA, Power for Land, Sea and Air, GT2009.	راندمان	$\eta$
[۹] Filsinger D, Schaefer O (2003) Numerical calculation of low order blade excitation in pulse charged axial turbocharger turbines and its experimental assessment. Proceedings ASME Turbo Expo, GT2003-38182.	سطح مکشی	$S.S$
[۱۰] Filsinger D, Frank C, Schaefer O (2005) Practical use of unsteady CFD and FEM forced response calculation in the design of axial turbocharger turbines. Proceedings ASME Turbo Expo, GT2005-68439.	سطح فشاری	$P.S$
[۱۱] Copeland CD, Newton P, Seiler M, Martinez-Botas RF (2012) The effect of unequal admission on the performance and loss generation in a double-entry turbocharger turbine. J Turbomach 134(2): 021004.	ضریب بار فشاری	$C_p$
[۱۲] Copeland C (2010) The evaluation of steady and pulsating flow performance of a double-entry turbocharger turbine. Ph.D. thesis, Imperial College of Science, Technology, and Medicine, University of London, London, UK.	زیرنویس‌ها	
[۱۳] Aungier RH (2005) Turbine aerodynamics, axial-flow and radial-inflow turbine design and analysis. ASME Press, New York.	شرایط سکون	۰
[۱۴] Aungier RH (2000) Centrifugal compressors: A strategy for aerodynamic design and analysis. ASME Press, New York.	ورودی نازل	۱
[۱۵] Logan E (2003) Handbook of turbo machinery. Marcel Dekker, ISBN: 0-8247-0995-0.	ورودی روتور	۲
[۱۶] CFX 14 (2011) Theory guide, in ANSYS 14.0 Help.	خروجی روتور	۳
[۱۷] Padzillah MH (2014) Experimental and numerical investigation of an automotive mixed flow turbocharger turbine under pulsating flow conditions. Ph.D. thesis, Imperial College of Science Technology and Medicine, University of London.	تاثیر گذار	eff
[۱۸] Phillipsen B (2005) A simple inverse cascade design method. ASME paper GT- 68575.	ایزنتروپیک	Is
	مقدار مرجع	o
	شرایط کارکرد استاتیک	s
	کل به استاتیک	t-s
- مراجع -		
[۱] Filsinger D, Szwedowicz J, Schaefer O (2001) Approach to unidirectional coupled CFD-FEM analysis of axial turbocharger turbine blades. Proceedings of ASME Turbo Expo, GT-0288.		
[۲] جعفری ح، پرهیزکار ح، آقایی طوق ر، مردانی ا (۱۳۹۷) مدلسازی میدان جریان و بهبود عملکرد روتور یک توربین محوری با استفاده از روش الحاقی. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۱۳۳-۱۲۷: ۸(۱).		
[۳] نخعی م، قربانیان فرد پ، کهرم م، آیانی م (۱۳۹۵) بررسی آزمایشگاهی و عددی اثر شکل پره بر بازدهی توربین پسایی هانتر. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۳۳۹-۳۲۹: ۶(۲).		

- National Energy Technology Laboratory (NETL)-DOE, Vol. 1.0, Chap. 4.3.
- [21] Korakianitis T (1989) Design of airfoils and cascades of airfoils. AIAA J 27(4).
- [19] Copeland C, Seiler M, Martinez-Botas RF (2012) Unsteady performance of a double entry turbocharger turbine with a comparison to steady flow conditions. J Turbomach 134(2): 021022.
- [20] Acharya S, Mahmood GI (2006) Turbine blade aerodynamics. The Gas Turbine Handbook,