



بهینه سازی چند هدفه رفتار استاتیکی ورق چند لایه ای FGM بر پایه حل دقیق با استفاده از روش عصبی - ژنتیک

محمد مهدی صفارزاده^{۱*} و علی اصغر عطائی^۲

^۱ فوق لیسانس مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی، کرج-رجائی شهر- بلوار مودن-دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

^۲ عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج، کرج-رجائی شهر- بلوار مودن-دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

چکیده

در این مقاله، ابتدا روابط جدیدی برای خمش ورق چند لایه ای دارای لایه های FGM به صورت تغییر خواص طبق قانونی توانی، به روش حل دقیق الاستیسیته سه بعدی مواد ناهمگن، ارائه می شود. با استفاده از تغییر خواص طبق قانون توانی و نمایی برای یک ورق ۶ لایه ای تحت بار خمشی سینوسی و با استفاده از متغیرهایی شامل ثابت های رابطه تغییر خواص توانی و نمایی در هر لایه و همچنین ضخامت لایه ها، بر پایه حل دقیق، تابع هدف بهینه سازی توسط کد نویسی در نرم افزار متلب تعریف می شود. تابع هدف دارای دو هدف جرم و حداکثر تغییر شکل قائم ورق می باشد که باید حداقل شوند. قید بهینه سازی در تابع هدف، حداقل ضریب اطمینان تنش موضعی است که باید همواره بزرگتر از یک باشد. سپس تابع هدف به وسیله شبکه عصبی مدل سازی می شود. در نهایت با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب سازی غیرمغلوب بهینه سازی چند هدفه برای تابع هدف مذکور انجام می پذیرد. نتایج نشان می دهد که ورق با هسته نرم و رویه های سخت به طوریکه تغییر خواص در راستای ضخامت ورق پیوسته باشد، اهداف مورد نظر را بهینه تر می نماید.

کلمات کلیدی: حل دقیق خمش ورق چند لایه ای FGM؛ بهینه سازی خیز و جرم ورق؛ روش عصبی - ژنتیک؛ جبهه پارتو.

Multi objective optimization of static behavior of FGM multi-layered plate based on exact solution and using neural-genetic method

M. M. Saffarzadeh^{1*} and A. A. Atai²

¹ MSc. Graduated, Mech. Eng., Islamic Azad Univ. (Karaj Branch), Karaj, Iran

² Assistant Prof., Mech. Eng., Islamic Azad Univ. (Karaj Branch), Karaj, Iran

Abstract

In this paper, a new formulation for exact bending analysis of FGM multi-layered plate with power-law distribution of properties in the each layer based on three-dimensional inhomogeneous elasticity is presented. Multi objective optimization is implemented for the plate under sinusoidal and uniform transverse load. Variables are the thickness of each layer and exponential or power law inhomogeneous parameters in the each layer. Objectives of optimization are taken to be mass and maximum transverse deflection of the plate. Constraint of optimization is the local safety factor based on stress criteria, that must always be larger than 1. Objective functions are coded in MATLAB software. The plate has 6 layers with power-law distribution of properties at faces and exponential properties at layers of the core. Objective functions is simulated with neural network because of the computational cost involved. Also, in this thesis, non-dominated sorting genetic algorithm method is used for multi objective optimization. Results show that the use of faces with high stiffness an core with low stiffness instead of homogeneous plate reduces the mass and the maximum normal deformation significantly.

Keywords: Exact solution for bending of FGM laminated plate; Optimization of deflection and mass of the plate; Genetic-neural method; Pareto front.

۱- مقدمه

ورق های چند لایه ای دارای خواص تابعی در لایه ها، به طور وسیع در صنایع ساختمان سازی، صنایع حمل و نقل، صنایع هوا فضا، صنایع نفت و گاز و ... استفاده می شوند. این ساختار ها دارای وزن کم، مقاومت مکانیکی مناسب، مقاومت در برابر خوردگی شیمیایی و همچنین به علت استفاده از مواد سرامیکی در آنها، عایق می باشند. بنابراین این سازه ها قادرند اهداف مورد نیاز طراحی را بر آورده کنند. در مواردی که وزن کم سازه اهمیت بالایی دارد (همانند صنایع هوافضا) از این سازه ها استفاده می شود. مواد تابعی معمولاً از ترکیب پودر فلز و سرامیک بوجود می آیند به طوری که خواص مکانیکی و حرارتی برخلاف مواد همگن، به صورت تابعی در جهات مختلف تغییر می یابد. با توجه به وجود سرامیک در ساختار این مواد، می توان از ورق های چند لایه ای با خواص تابعی در ساخت تاسیسات فراساحلی (محیط های خورنده) مربوط به صنایع نفت و گاز استفاده کرد زیرا سرامیک مقاومت بالایی در برابر خوردگی شیمیایی دارد. از طرفی برخلاف ورق های چند لایه ای با لایه های همگن، ناپیوستگی خواص در محل اتصال لایه ها با استفاده از مواد نا همگن دارای خواص تابعی مرتفع می گردد و در نتیجه وجود چند لایه تابعی باعث ایجاد شکل مناسب تر و متنوع تری برای تغییر خواص می شود که این امر منجر به بهبود قابل توجه رفتار مکانیکی سازه می گردد. باید خاطر نشان کرد که ناپیوستگی خواص در محل اتصال لایه ها باعث پدیده لایه لایه شدن در این محل ها می شود. مطرح شدن و کاربرد اصلی این سازه ها در زمینه صنایع هوا فضا می باشد. با توجه به اهمیت وزن سازه ها در این صنعت و نیز محدود ماندن تغییر شکل ها برای پایداری این سازه ها، بررسی این دو ویژگی در صفحات تشکیل دهنده بدنه سیستمهای پرنده و بهینه سازی آنها اهمیت خاصی می یابد. به منظور کاهش چشمگیر وزن می توان از ورق های چند لایه ای نا همگن با خواص تابعی استفاده کرد. در ادامه مروری بر برخی از تحقیقات انجام شده در زمینه ورق چند لایه ای با خواص تابعی در لایه ها خواهد شد. در سال ۲۰۰۵، زنکور^۱ حل دو بعدی برای ورق ساندویچی با خواص تابعی براساس تئوری های ورق (حل دو

بعدی) انجام داد. در این تحلیل هسته (لایه و یا لایه های درونی) همگن و تغییرات مدول الاستیسیته در لایه های رویی^۲ بر اساس قانون توانی فرض شده است [۱]. در سال ۲۰۰۷، کاشتالیان و منشیکوا^۳ [۲] حل سه بعدی دقیق را بر اساس تئوری الاستیسیته سه بعدی برای مواد نا همگن برای ورق ساندویچی (چند لایه ای) با هسته نا همگن دارای خواص تابعی به صورت تابع نمای انجام دادند. آنها لایه های رویی را همگن و هسته را دو لایه ای و تغییرات مدول برشی را در هسته به صورت تابع نمای فرض کردند. در سال ۲۰۰۹، ایکاردی و فررو^۴ [۳] بهینه سازی تیرساندویچی نا همگن دارای خواص تابعی به روش اجزای محدود را انجام دادند و تغییر خواص مکانیکی مناسب را که صلبیت خمشی را حد اکثر می کند، بدست آوردند. در سال ۲۰۱۰، جلالی، نائی و پورصلح جوی [۴] پایداری حرارتی ورق مدور ضخامت متغیر با لایه های رویی نا همگن و هسته همگن را بررسی کردند. این تحقیق بر اساس تئوری های ورق انجام پذیرفته است. هسته همگن و ضخامت متغیر و لایه های رویی ضخامت ثابت فرض شده اند. لایه های رویی دارای تغییر خواص براساس قانون توانی می باشند. مقاله زنکور در سال ۲۰۱۰ در مورد تحلیل کماتش حرارتی ورق ساندویچی نامتقارن با هسته همگن و ایزوتروپیک و لایه های رویی غیر همگن می باشد. در این تحقیق تغییرات مدول یانگ و ضریب انبساط حرارتی بر اساس قانون توانی در راستای ضخامت ورق برای رویه ها فرض شده است. هسته همگن است. نسبت پواسون ثابت فرض شده است. حل تحلیلی بوسیله تئوری تغییر شکل برشی سینوسی انجام شده است [۵]. در سال ۲۰۱۱، وانگ^۵ به همراه شن شن^۶ [۶] تحلیل غیر خطی ارتعاشات، کماتش و خمش ورق ساندویچی با لایه های بیرونی غیر همگن روی بستر الاستیک را انجام دادند. همانطور که گفته شد در سال ۲۰۰۷، کاشتالیان و منشیکوا حل دقیق سه بعدی برای ورق چند لایه ای با لایه هایی دارای تغییر خواص نمایی و بر پایه تئوری الاستیسیته مواد نا همگن را انجام داده اند. در این

² Face sheet³ Kashtalyan and Menshykoa⁴ U. Icardi and L. Ferrero⁵ Hwang⁶ Hui, Shen Shen¹ A.M Zenkour

۲- فرمول بندی

در سال ۱۹۷۱ پلواکو^۹ نشان داد برای یک محیط پیوسته متشکل از چند ناحیه متصل به هم دارای رفتار الاستیک خطی که در آن مدول برشی در هر ناحیه فقط در یک راستا (به عنوان مثال راستای z) تغییر می کند، می توان میدان جایجایی را برحسب توابع اولیه L و N به صورت زیر بیان کرد [۷]:

$$u_x^{(k)} = \frac{-1}{2G^{(k)}(z)} \left(v^{(k)} \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial L^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial N^{(k)}}{\partial y} \quad (1-1)$$

$$u_y^{(k)} = \frac{-1}{2G^{(k)}(z)} \left(v^{(k)} \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial L^{(k)}}{\partial y} - \frac{\partial N^{(k)}}{\partial x} \quad (2-1)$$

$$u_z^{(k)} = \frac{-1}{G^{(k)}(z)} \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial L^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{2G^{(k)}(z)} \left(v^{(k)} \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) L^{(k)} \right] \quad (3-1)$$

در روابط (۱)، Δ لاپلاسیان سه بعدی، k شماره ناحیه، $v^{(k)}$ نسبت پواسون لایه شماره k و ثابت است. L و N توابع اولیه و $G^{(k)}(z)$ تغییرات مدول برشی در راستای ضخامت برای ناحیه k ام است. با قرار دادن روابط (۱) در معادلات تعادل تنش ها در حالت سه بعدی بر حسب میدان جایجایی، معادلات تعادل تنش به دو معادله دیفرانسیل جزئی زیر بر حسب توابع اولیه تبدیل می شوند [۷]:

$$\Delta \left(\frac{1}{G^{(k)}} \Delta L^{(k)} \right) - \frac{1}{1 - \nu^{(k)}} \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) L^{(k)} \frac{d^2}{dz^2} \left(\frac{1}{G^{(k)}} \right) = 0 \quad (1-2)$$

$$\Delta N^{(k)} + \frac{d}{dz} \ln G^{(k)}(z) \frac{\partial N^{(k)}}{\partial z} = 0 \quad (2-2)$$

برای حل معادلات (۲) از روش جداسازی متغیرها استفاده می شود [۷]:

$$L^{(k)}(x, y, z) = \Psi_1^{(k)}(x, y) \Phi_1^{(k)}(z) \quad (1-3)$$

$$N^{(k)}(x, y, z) = \Psi_2^{(k)}(x, y) \Phi_2^{(k)}(z) \quad (2-3)$$

مقاله، ابتدا فرمولبندی جدیدی جهت حل دقیق سه بعدی برای این نوع سازه ها در حالتی که تغییر خواص در لایه ها بر اساس قانون توانی می باشد ارائه شده است. در نهایت می توان روشهای مذکور را برای حالتی که ورق چند لایه ای در هر لایه به طور دلخواه دارای تغییر خواص نمایی و یا توانی باشد، تعمیم داد. سپس برای ورق ۶ لایه ای دارای بارگذاری روی سطح فوقانی به صورت سینوسی و تکیه گاه های ساده در چهار لبه، با استفاده از حل دقیق الاستیسیته سه بعدی در حالت نمایی و توانی، بهینه سازی دو هدفه به منظور کاهش قابل توجه وزن ورق مورد نظر و همچنین خیز آن ارائه شده است. برای بهینه سازی، چهار لایه درونی دارای تغییرات مدول برشی در هر لایه از آن به صورت تابع نمایی فرض شده است. دو لایه رویی دارای تغییرات مدول برشی به صورت توانی فرض می شود. به عنوان قید بهینه سازی ضریب اطمینان در هر نقطه از ورق باید همواره بزرگتر از یک باشد (معیار تنش فون میسز^۷). تابع هدف توسط کد نویسی در نرم افزار متلب ایجاد می شود. متغیرهای تابع هدف شامل پارامترهای ناهمگنی موجود در روابط تغییر خواص نمایی و یا توانی در لایه ها و ضخامت لایه ها می باشند. این در حالی است که ضخامت کل ورق ثابت فرض می شود. اهداف شامل جرم ورق و حداکثر تغییر شکل قائم ورق تحت بار مذکور می باشند که باید کمینه گردند. با توجه به پیچیدگی روابط ارائه شده برای خمش ورق چند لایه ای FGM بر پایه حل دقیق سه بعدی و زمان قابل توجه اجرای تابع هدف مورد نیاز بهینه سازی در نرم افزار متلب، تابع هدف مورد نظر توسط شبکه عصبی مدل سازی می شود و سپس توسط الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب سازی غیر مغلوب (جبهه پارتو^۸) بهینه سازی می شود. به طور کلی سعی شده است که با چند لایه ای کردن ورق و استفاده از مواد ناهمگن در لایه ها ضمن رعایت پیوستگی خواص در محل اتصال لایه ها، رفتار استاتیکی ورق تحت خمش را بهبود بخشید.

⁷ Von Mises stress

⁸ Pareto front

⁹ Plevako

ورق شکل ۱ دارای هندسه محدود به بازه های مختصاتی به صورت $0 \leq x \leq a$ ، $0 \leq y \leq b$ و $0 \leq z \leq h$ می‌باشد. شماره گذاری لایه های ورق به ترتیب و در راستای محور z می باشد. h_j ها ($j=1,2,\dots,D+1$) بیانگر مختصات z مربوط به صفحات محل اتصال لایه ها و سطح بالا و پایین ورق می باشند. ورق روی سطح فوقانی دارای بارگذاری سینوسی مطابق رابطه زیر است :

$$Q(x,y) = q_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (۸)$$

در رابطه (۸) ، m و n اعداد صحیح هستند و q_0 حداکثر بار می باشد. البته در شکل ۱ بارگذاری برای حالت $m=n=1$ نشان داده شده است. رابطه (۸) این امکان را ایجاد می کند که برای انواع بارگذاری، از طریق نوشتن سری فوریه سینوسی بار مورد نظر و استفاده از اصل برهم نهی، به پاسخ مناسب دست یافت. تکیه گاه های ورق در چهار لبه ساده هستند. بالانویس k شماره لایه دلخواه است. بنابراین با توجه به شرط تکیه گاهی ناوبر می توان نوشت [۲] :

$$x = 0, a : \sigma_{xx}^{(k)} = 0 , u_y^{(k)} = u_z^{(k)} = 0 \quad (۹)$$

$$y = 0, b : \sigma_{yy}^{(k)} = 0 , u_x^{(k)} = u_z^{(k)} = 0 \quad (۱۰)$$

شرطهای مرزی بردار تنش روی سطوح فوقانی و تحتانی ورق به صورت زیر بیان می شوند:

$$z = h : \sigma_{xz}^{(D)} = \sigma_{yz}^{(D)} = 0 , \sigma_{zz}^{(D)} = -Q(x,y) \quad (۱۱)$$

$$z = 0 : \sigma_{xz}^{(1)} = \sigma_{yz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(1)} = 0 \quad (۱۲)$$

با توجه به شرطهای مرزی تکیه گاهی و شرط مرزی بردار تنش روی سطوح فوقانی و تحتانی ورق و نیز بارگذاری رابطه (۸) ، پاسخ معادلات (۴) به صورت زیر است [۲]:

$$\alpha = \pi \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (۱۳)$$

$$\Psi_1^{(k)} = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (۱-۱۴)$$

$$\Psi_2^{(k)} = \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (۲-۱۴)$$

در مواد تابعی تغییرات خواص معمولاً بر اساس قانون توزیع نمایی و یا توانی در نظر گرفته می شود. ابتدا فرض می‌شود ورق شکل ۱ در لایه دلخواه شماره k ام دارای خواص تابعی و تغییرات مدول برشی در آن لایه مطابق رابطه نمایی زیر است [۲]:

$$G^{(k)}(z) = g^{(k)} \exp \left[\gamma^{(k)} \left(\frac{z}{h} - 1 \right) \right] \quad (۱۵)$$

با فرض روابط (۳) ، معادلات (۲) به دو دسته معادله دیفرانسیل تبدیل می شوند . دسته اول شامل معادلات هولمهلتز و دسته دوم شامل معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه چهار و مرتبه دو می باشند [۷]:

$$\frac{\partial^2 \Psi_i^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_i^{(k)}}{\partial y^2} + \alpha^2 \Psi_i^{(k)} = 0 , i = 1,2 \quad (۴)$$

که در رابطه (۴) ، α ثابت مربوط به جداسازی متغیرها است. از طرفی معادلات حاکم بر $\Phi_1^{(k)}(z)$ و $\Phi_2^{(k)}(z)$ به ترتیب معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه چهار و مرتبه دو بدست می آیند. بنابراین بدست می آید :

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 \Phi_1^{(k)}}{dz^4} - 2q^{(k)}(z) \frac{d^3 \Phi_1^{(k)}}{dz^3} + \{ [q^{(k)}(z)]^2 \\ & - \frac{d}{dz} [q^{(k)}(z)] - 2\alpha^2 \} \frac{d^2 \Phi_1^{(k)}}{dz^2} \\ & + 2\alpha^2 q^{(k)}(z) \frac{d \Phi_1^{(k)}}{dz} + \alpha^2 \left\{ \alpha^2 + \frac{\nu^{(k)}}{\nu^{(k)} - 1} \times \right. \\ & \left. \left[[q^{(k)}(z)]^2 - \frac{d}{dz} [q^{(k)}(z)] \right] \right\} \Phi_1^{(k)} = 0 \end{aligned} \quad (۵)$$

$$\frac{d^2 \Phi_2^{(k)}}{dz^2} + q^{(k)}(z) \frac{d \Phi_2^{(k)}}{dz} - \alpha^2 \Phi_2^{(k)} = 0 \quad (۶)$$

$$q^{(k)}(z) = \frac{d}{dz} (\ln(G^{(k)}(z))) \quad (۷)$$

با یافتن توابع L و N ، از طریق رابطه (۱) میدان جابجایی مشخص می شود. در نهایت با استفاده از روابط جابجایی - کرنش و همچنین قانون هوک میدان تنش ها مشخص می شود. در ادامه فرمول بندی خمش ورق چند لایه ای دارای لایه هایی با خواص تابعی توسط روابط الاستیسیته مواد ناهمگن ارائه خواهد شد. ورقی چند لایه ای با تعداد لایه های دلخواه و برابر D مطابق شکل زیر مفروض است.



شکل ۱- ساختار ورق چند لایه ای

در رابطه (۲۰)، $E^{(k)}$ ، $F^{(k)}$ و $p^{(k)}$ پارامترهای تغییر خواص توانی و ثابت می باشند. $p^{(k)}$ توان ناهمگنی نام دارد. با قرار دادن رابطه (۲۰) در معادله دیفرانسیل (۵) و پس از ساده سازی یک معادله فوق هندسی مرتبه چهار بدست می‌آید که پاسخ آن به صورت زیر است [۷]:

$$z_1^{(k)} = z + F^{(k)} \quad (21)$$

$$\zeta^{(k)} = \frac{1}{2} \sqrt{(p^{(k)} + 1) \frac{(1 - \nu^{(k)} p^{(k)})}{1 - \nu^{(k)}}} \quad (22)$$

$$\eta^{(k)} = -1 - \frac{p^{(k)}}{2} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(k)} &= [z_1^{(k)}]^{\frac{p^{(k)}+1}{2}} \\ &\times \left\{ A_1^{(k)} M_{\zeta^{(k)}, \eta^{(k)}}(2\alpha z_1^{(k)}) \right. \\ &+ A_2^{(k)} M_{-\zeta^{(k)}, \eta^{(k)}}(2\alpha z_1^{(k)}) \\ &+ A_3^{(k)} W_{\zeta^{(k)}, \eta^{(k)}}(2\alpha z_1^{(k)}) \\ &\left. + A_4^{(k)} W_{-\zeta^{(k)}, \eta^{(k)}}(2\alpha z_1^{(k)}) \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

در رابطه (۲۴)، M و W توابع ویتاکر هستند. این توابع برحسب توابع فوق هندسی بیان می شوند [۸]. با قرار دادن رابطه (۲۰) در معادله دیفرانسیل (۶) و استفاده از تغییر متغیر رابطه (۲۱) به دست می‌آید:

$$\frac{d^2 \Phi_2^{(k)}}{dz_1^{(k)2} + \frac{p^{(k)}}{z_1^{(k)}} \frac{d\Phi_2^{(k)}}{dz_1^{(k)}} - \alpha^2 \Phi_2^{(k)} = 0 \quad (25)$$

طرفین معادله (۲۵) در $z_1^{(k)2}$ و سپس تغییر متغیر زیر اعمال می‌شود:

$$\Phi_2^{(k)} = [z_1^{(k)}]^{\Omega^{(k)}} \tau^{(k)} \quad (26)$$

بنابراین معادله دیفرانسیل (۲۵) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} z_1^{(k)2} \frac{d^2 \tau^{(k)}}{dz_1^{(k)2} + [p^{(k)} + 2\Omega^{(k)}] z_1^{(k)} \frac{d\tau^{(k)}}{dz_1^{(k)}} \\ + \left[\Omega^{(k)} (\Omega^{(k)} - 1 + p^{(k)}) \right. \\ \left. - \alpha^2 z_1^{(k)2} \right] \tau^{(k)} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

با در نظر گرفتن $\Omega^{(k)}$ به صورت زیر، معادله دیفرانسیل (۲۷) برای تابع $\tau^{(k)}$ به معادله شبه بسل تبدیل می‌شود:

$$\Omega^{(k)} = \frac{1 - p^{(k)}}{2} \quad (28)$$

در رابطه (۱۵)، $g^{(k)}$ و $\gamma^{(k)}$ پارامترهای نمایی و ثابت می‌باشند. کاشتالیان و منشیکوا نشان دادند که با قرار دادن رابطه (۱۵) در معادلات (۵) و (۶)، این معادلات تبدیل به معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه چهار و مرتبه دو با ضرایب ثابت می‌شوند. در این معادلات α ، توسط رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود. بنابراین با فرض رابطه (۱۵)، پاسخ معادلات (۵) و (۶) به صورت زیر است [۲]:

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(k)} &= h^4 \exp\left(\frac{\gamma^{(k)} z}{2h}\right) \times \\ &\left\{ A_1^{(k)} \cosh\left(\frac{\lambda^{(k)} z}{h}\right) \cos\left(\frac{\mu^{(k)} z}{h}\right) \right. \\ &+ A_2^{(k)} \sinh\left(\frac{\lambda^{(k)} z}{h}\right) \cos\left(\frac{\mu^{(k)} z}{h}\right) \\ &+ A_3^{(k)} \cosh\left(\frac{\lambda^{(k)} z}{h}\right) \sin\left(\frac{\mu^{(k)} z}{h}\right) \\ &\left. + A_4^{(k)} \sinh\left(\frac{\lambda^{(k)} z}{h}\right) \sin\left(\frac{\mu^{(k)} z}{h}\right) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2^{(k)} &= h^2 \exp\left(-\frac{\gamma^{(k)} z}{2h}\right) \\ &\times \left\{ A_5^{(k)} \cosh\left(\frac{\beta^{(k)} z}{h}\right) + A_6^{(k)} \sinh\left(\frac{\beta^{(k)} z}{h}\right) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

در روابط (۱۶) و (۱۷)، $A_j^{(k)}$ ها ($j=1,2,\dots,6$) ثابت های نامعلوم حاصل از حل معادلات دیفرانسیل (۵) و (۶) می‌باشند. همچنین $\lambda^{(k)}$ ، $\mu^{(k)}$ و $\beta^{(k)}$ ریشه های معادله مشخصه معادلات دیفرانسیل مذکور می باشند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۲]:

$$\beta^{(k)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(k)2}}{4} + (h\alpha)^2} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{matrix} \lambda^{(k)} \\ \mu^{(k)} \end{matrix} \right) &= \pm \beta^{(k)2} \\ &+ \sqrt{\beta^{(k)4} + \frac{\nu^{(k)}}{1 - \nu^{(k)}} h^2 \alpha^2 \gamma^{(k)2}} \end{aligned} \quad (19)$$

اینک فرض می‌شود ورق شکل ۱ در لایه دلخواه شماره k دارای خواص تابعی و تغییرات مدول برشی در آن لایه مطابق رابطه توانی زیر است:

$$G^{(k)}(z) = E^{(k)}(z + F^{(k)})^{p^{(k)}} \quad (20)$$

$$M_{tot} = ab \sum_{k=1}^D \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)}(z) \cdot dz \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)، $\rho^{(k)}(z)$ توزیع چگالی در لایه k ام است. $\rho^{(k)}(z)$ توسط قانون ترکیب مواد مرکب برای مواد تابعی برحسب نسبت های حجمی فلز و سرامیک محاسبه می‌شود [۹]:

$$\rho^{(k)}(z) = V_m^{(k)}(z) \cdot \rho_m + V_c^{(k)}(z) \cdot \rho_c \quad (33)$$

در رابطه (۳۳)، $V_m^{(k)}(z)$ و ρ_m به ترتیب توزیع نسبت حجمی فلز در لایه شماره k در راستای ضخامت ورق و چگالی فلز می باشند و نیز $V_c^{(k)}(z)$ و ρ_c به ترتیب توزیع نسبت حجمی سرامیک در لایه شماره k در راستای ضخامت ورق و چگالی سرامیک می باشند. توزیع نسبت های حجمی توسط روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$G^{(k)}(z) = V_m^{(k)}(z) \cdot G_m + V_c^{(k)}(z) \cdot G_c \quad (34)$$

$$V_m^{(k)}(z) + V_c^{(k)}(z) = 1 \quad (35)$$

در رابطه (۳۴)، $G^{(k)}(z)$ توزیع مدول برشی در راستای ضخامت ورق برای لایه شماره k ، G_m مدول برشی فلز و G_c مدول برشی سرامیک موجود در ماده تابعی لایه ها می باشد. در مواد تابعی استحکام تنشی نقطه به نقطه تغییر می کند. توزیع استحکام توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود [۹]:

$$S^{(k)}(z) = V_m^{(k)}(z) \cdot S_m + V_c^{(k)}(z) \cdot S_c \quad (36)$$

در رابطه (۳۶)، S_m استحکام تنشی فلز و S_c استحکام تنشی سرامیک می باشد. معیار تنش مورد استفاده در این تحقیق برای یافتن ضریب اطمینان، تنش فون میسر می‌باشد که در تمام نقاط سازه مورد نظر باید همواره کوچکتر از استحکام موضعی آن نقطه باشد [۹]. از این موضوع به عنوان قید بهینه سازی در این تحقیق استفاده شده است. به علت اهمیت پیوستگی خواص در محل اتصال لایه ها، مقادیر مدول برشی در سطح فوقانی، تحتانی و محل اتصال لایه های ورق به صورت زیر تعریف می شوند:

$$G_k = G^{(k)}(h_k), G_{D+1} = G^{(D)}(h_{D+1}), k = 1, \dots, D \quad (37)$$

در رابطه (۳۷)، G_j ها ($j=1,2,\dots,D+1$) تک مقدره بودن مدول برشی در محل اتصال لایه ها را تضمین می نمایند. همانطور که قبلا گفته شد، اهداف بهینه سازی شامل جرم و حداکثر تغییر شکل قائم ورق می باشند که باید حداقل شوند.

با حل معادله (۲۷) و قرار دادن در رابطه (۲۶) بدست می‌آید:

$$\Phi_2^{(k)} = [z_1^{(k)}] \left(\frac{1-p^{(k)}}{2} \right) \left\{ A_5^{(k)} I_{\left| \frac{1-p^{(k)}}{2} \right|} (\alpha z_1^{(k)}) + A_6^{(k)} K_{\left| \frac{1-p^{(k)}}{2} \right|} (\alpha z_1^{(k)}) \right\} \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)، I و K توابع شبه بسل هستند. در روابط (۲۴) و (۲۹)، $A_j^{(k)}$ ها ($j=1,2,\dots,6$) ثابت های نامعلوم حاصل از حل معادلات دیفرانسیل مرتبه چهار و مرتبه دو می‌باشند. بنابراین در حالت کلی فرض می شود که لایه دلخواه شماره k برای ورق چند لایه ای شکل ۱ دارای تغییرات مدول برشی نمایی و یا توانی است. باتوجه به نمایی و یا توانی بودن لایه مذکور، توابع L و N برای لایه مورد نظر توسط روابط ارائه شده در این بخش مشخص می شود. سپس با استفاده از روابط (۱) میدان جابجایی و از آنجا تنش ها تعیین می گردد. به این ترتیب میدان تنش و جابجایی ها برای تک تک لایه ها (نمایی و یا توانی) بدست می آید. سپس با استفاده از شرطهای بردار تنش معلوم روی سطوح فوقانی و تحتانی ورق مطابق روابط (۱۱) و (۱۲) و همچنین شرطهای پیوستگی جابجایی ها و تنشهای داخل صفحه در محل اتصال لایه ها، ثابت های نامعلوم $A_j^{(k)}$ ها ($j=1,2,\dots,6$) برای همه لایه ها بدست می آید. شرطهای پیوستگی به صورت زیر بیان می شوند:

$$z = h_k : \sigma_{iz}^{(k)} = \sigma_{iz}^{(k-1)}, k = 2, 3, \dots, D, i = x, y, z \quad (30)$$

$$z = h_k : u_i^{(k)} = u_i^{(k-1)}, k = 2, 3, \dots, D, i = x, y, z \quad (31)$$

به علت حجم بسیار زیاد روابط مربوط به جابجایی ها و تنش ها توسط روش ارائه شده در این بخش، روابط جابجایی و تنش ها برای لایه های نمایی و توانی را در این مقاله ارائه نداده ایم. اما روش مذکور در این بخش، جهت محاسبه جابجایی و تنش ها و ایجاد تابع هدف بهینه سازی در بخش بعد مورد استفاده قرار می گیرد. بنابراین به عنوان راهنمایی باید توجه داشت برای یافتن میدان تنش و جابجایی از طریق روش ارائه شده، نیاز به آشنایی با خواص توابع فوق هندسی و توابع ویتاکر از جمله مشتقات آنها می باشد. جرم کل ورق شکل ۱ به صورت زیر محاسبه می شود:

(۲۰)، با معلوم بودن $p^{(k)}$ ، مقادیر $E^{(k)}$ و $F^{(k)}$ را بر حسب G_k, G_{k+1}, h_k و h_{k+1} بیان کرد. در عین حال ضخامت کل ورق ثابت است. اهداف طبق تعریف بخش قبل به صورت obj1 و obj2 می باشند. بنابراین تابع هدف به صورت زیر تعریف می شود:

$$\text{objectives} = \text{objfun}(\text{variables})$$

$$\text{objectives} = [\text{obj1}, \text{obj2}] \quad (41)$$

$$\text{variables} = [h_2, h_3, \dots, h_6, G_1, \dots, G_7, p^{(1)}, p^{(6)}]$$

تابع هدف فوق دارای قیدهای هندسی به صورت زیر است:

$$h_{i+1} > h_i, h_1 = 0, h_7 = h, i = 1, \dots, 6 \quad (42)$$

در ساختار مواد تابعی لایه ها از فلز آلومینیوم و سرامیک آلومینای ۹۵٪ استفاده شده است. برخی از خواص این مواد در جدول زیر ارائه شده است:

جدول ۱- خواص آلومینا و آلومینیوم

مواد	چگالی (kg/m ³)	مدول برشی (GPa)	استحکام کششی (MPa)
آلومینیوم	۲۷۰۰	۲۷	۲۷۶
آلومینا (۹۵٪)	۳۸۸۰	۱۳۵	۱۰۵

محدوده تغییرات متغیرهای موجود در روابط (۴۱) به صورت زیر تعریف می شود:

$$27 \text{ GPa} \leq G_j \leq 135 \text{ GPa}, j = 1, \dots, 7$$

$$-15 \leq p^{(1)}, p^{(6)} \leq 15 \quad (43)$$

$$0 \leq h_i \leq h, i = 2, 3, \dots, 6$$

نسبت پواسون برای همه لایه ها برابر ۰/۳ در نظر گرفته شده است. بارگذاری روی سطح فوقانی ورق و مطابق رابطه زیر بر حسب مگاپاسکال بیان می شود:

$$Q(x, y) = 3 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (44)$$

تابع هدف توسط کد نویسی در نرم افزار متلب ایجاد می شود. به علت پیچیدگی روابط مربوط به جابجایی ها، برای یافتن حداکثر تغییر شکل قائم جهت محاسبه obj2، مقدار تغییر شکل قائم حداکثر از طریق بررسی این مقادیر در نقاط محدود بدست می آید. باید توجه داشت که میدان تغییر شکل

به منظور کلی تر کردن نتایج، اهداف مذکور به صورت پارامترهای بی بعد زیر تعریف می شوند:

$$\text{obj1} = \frac{M_{tot}}{abh\rho_m} \quad (38)$$

$$\text{obj2} = \frac{0.01 \cdot \max[u_z(x, y, z)] \cdot G_c}{h \cdot q_0} \quad (39)$$

باید توجه داشت که روابط (۳۸) و (۳۹)، برای ورقهای چند لایه ای با نسبتهای a/b ، b/h ، G_j و h_j/h (j=1,2,...,D+1) یکسان و همچنین $p^{(k)}$ یکسان در لایه های توانی، نتایج یکسانی را ارائه می دهند. این موضوع باعث کلی تر شدن نتایج بهینه سازی می شود. ضریب اطمینان نقطه به نقطه در لایه k ام به صورت زیر تعریف می شود:

$$SF^{(k)}(x, y, z) = \frac{S^{(k)}(z)}{\sigma_{von}^{(k)}(x, y, z)} \quad (40)$$

در رابطه (۴۰)، $\sigma_{von}^{(k)}$ تنش فون میسر می باشد.

۳- فرضیات بهینه سازی

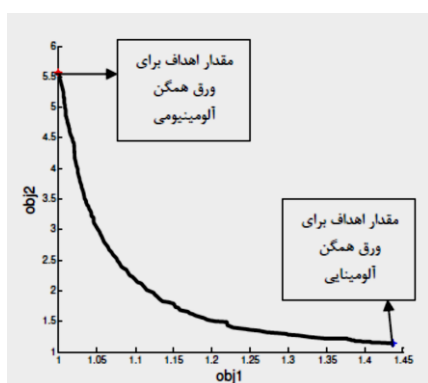
ورقی مطابق شکل ۱، دارای چهار تکیه گاه ساده در لبه ها و با تعداد ۶ لایه در نظر گرفته می شود. فرضیات هندسی ورق مطابق بخش قبل می باشد. برای بهینه سازی فرض می شود لایه های رویی (k=1,6) و دارای تغییرات مدول برشی توانی مطابق رابطه (۲۰) و لایه های درونی (هسته) تابعی و دارای تغییرات مدول برشی نمایی مطابق رابطه (۱۵) می باشند. فرض رویه های توانی ناشی از شرایط بحرانی رویه ها در مورد ضریب اطمینان تنش است. زیرا مرتبه بالای تنشهای خمشی در رویه ها وضعیت این نواحی را بحرانی تر می نماید. تنشهای خمشی نسبت به سایر مولفه های تنش از مرتبه قابل توجهی برخوردارند و در نتیجه نقش تعیین کننده ای در تعیین تنش فون میسر دارند. از طرفی توزیع توانی خواص دارای سه متغیر و توزیع نمایی خواص دارای دو متغیر طراحی برای هر لایه است. پس توزیع توانی در رویه ها می تواند با تعداد متغیرهای بیشتری برای این نواحی، تغییر خواص مناسب تری را ایجاد و احتمال نقض قید ضریب اطمینان تنشی را کاهش دهد. متغیرهای بهینه سازی شامل پارامترهای نمایی (برای هسته) و پارامترهای توانی (برای رویه ها) و همچنین ضخامت تک تک لایه ها می باشند. از طرفی می توان در رابطه نمایی (۱۵)، $\gamma^{(k)}$ و $g^{(k)}$ را بر حسب G_k, G_{k+1}, h_k و h_{k+1} و همچنین در رابطه توانی

باشد. شبکه های عصبی مربوط به obj2 برای نسبت اضلاع مختلف توسط ۱۸۰۰ نقطه نمونه آموزش داده می شود و توسط ۱۴۰۰ نقطه نمونه تست می شود که دقت تست، ۹۸ درصد بدست آمده است. شبکه های عصبی مربوط به مینیمم SF برای نسبت اضلاع مختلف توسط ۲۰۰۰ نقطه نمونه آموزش داده می شود و توسط ۱۶۰۰ نقطه نمونه تست می شود که دقت تست، ۹۶ درصد بدست آمده است.

در نهایت تابع هدف مورد نظر که توسط شبکه های عصبی مدل شده است، توسط الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب سازی غیر مغلوب بهینه سازی می شود. برای هر سه مسئله بهینه سازی (بر حسب نسبت اضلاع ورق) از ۵۰۰ نسل با تعداد جمعیت ۳۲۵ استفاده شده است. پاسخ های بهینه توسط جبهه نقاط پارتو بدست می آیند. جبهه پارتو نموداری است که کمینه هر یک از اهداف بهینه سازی را به ازای مقدار مشخصی از هدف یا اهداف دیگر، در مسئله کمینه سازی ارائه می دهد.

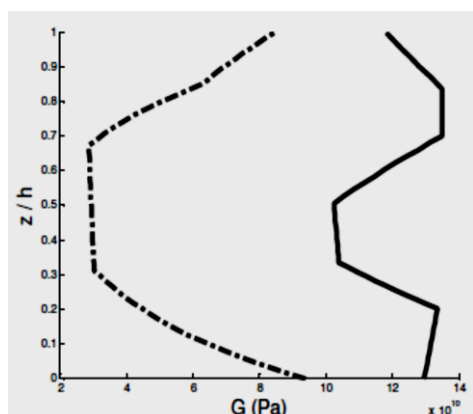
۴- نتایج بهینه سازی

با توجه به محدوده تغییرات متغیرهای بهینه سازی، اهداف بهینه سازی در محدوده ای ما بین ورق همگن آلومینیومی و ورق همگن آلومینایی تغییر می کنند. در ادامه و در شکل های ۲ و ۳ نمودار جبهه پارتو برای مسائل بهینه سازی ورق ۶ لایه ای بر حسب نسبت اضلاع ورق ارائه شده است:



شکل ۲- جبهه پارتو برای ورق شش لایه ای با $a/b=1$

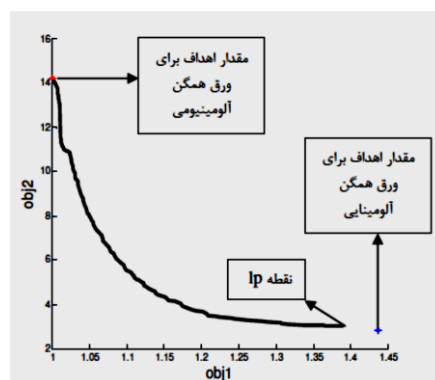
قائم (u_z) بر اساس روش حل ارائه شده در بخش قبل، برخلاف تئوری های ورق، میدانی سه بعدی است. حداکثر تغییر شکل قائم با توجه به تقارن بارگذاری رابطه (۴۴)، روی محور تقارن قائم ورق واقع است. بنابراین روی محور مذکور (محور قائم گذرنده از نقطه $x=a/2, y=b/2$) با تقسیم محدوده به ۱۰۰ قسمت، مقادیر u_z در ۱۰۱ نقطه گره ای محاسبه شده و حداکثر مقدار گره ای، ملاک حداکثر تغییر شکل قائم می باشد. اگر بارگذاری نامتقارن فرض می شد برای یافتن حداکثر تغییر شکل قائم باید ورق به صورت سه بعدی و در هر جهت مختصاتی، مثلا با ۱۰۱ گره، گره بندی می شد و نهایتا با احتساب مقادیر جابجایی قائم در این نقاط حداکثر u_z یافته می شد (روش Search). بنابراین فرض تقارن بار یک فرض ساده کننده است. با توجه به قید بهینه سازی، باید در تابع هدف، مینیمم SF همواره بزرگتر از یک باشد. به علت پیچیدگی روابط تنش ها، برای یافتن مینیمم SF، ورق در هر سه جهت مختصاتی به نقاط محدودی شبکه بندی می شود. در هر جهت ۱۰۰ تقسیم بندی اعمال می شود. بنابراین شبکه ای از نقاط گره ای به صورت $[101 \times 101 \times 101]$ بدست می آید. SF در این نقاط محاسبه شده و مینیمم مقدار گره ای مربوط به آن، به عنوان قید بهینه سازی و بزرگتر یک قرار داده می شود. بهینه سازی در قالب دو مسئله بهینه سازی و برای ورقی با نسبت های اضلاع $a/b=1$ ، $a/b=2$ انجام شده است. درحالات مذکور نسبت $b/h=10$ می باشد. پس از ایجاد تابع هدف به همراه قید بهینه سازی، تابع هدف توسط شبکه عصبی مدل سازی می شود. علت این است که تابع هدف بدست آمده به علت وجود توابع ویتاکر که بارها مقدار گذاری می شوند، دارای زمان اجرای قابل توجهی در محیط نرم افزار می باشد. از طرفی چون در الگوریتم ژنتیک این تابع باید بارها مقدار گذاری شود، جهت انجام بهینه سازی زمان زیادی لازم است. شبکه عصبی این امکان را فراهم می سازد که با دقتی مناسب تابع با نقاط نمونه محدودی مدل سازی شود. obj1 به علت سادگی روابط مستقیما محاسبه می شود و نیازی به شبکه عصبی ندارد. اما obj2 و مینیمم SF (قید بهینه سازی) توسط دو شبکه عصبی مجزا مدل شده و در نهایت با فراخوانی این دو شبکه عصبی به همراه obj1 که مستقیما محاسبه می شود، تابع هدف جدیدی کد نویسی می شود. تابع هدف دارای ۱۴ متغیر می



شکل ۵- نمودار تغییرات مدول برشی در راستای ضخامت ورق بر حسب z/h برای نقطه MP (خط چین) و نقطه LP (خط سیاه) متعلق به جبهه پارتو برای ورق با $a/b=2$

نمودار تغییرات مدول برشی برای نقطه LP از جبهه پارتوی ورق با نسبت اضلاع $a/b=1$ ارائه نشده است. زیرا در این حالت نقطه LP مطابق شکل ۲ نشان دهنده ورق همگن آلومینایی است. در ادامه و در شکل‌های ۶ الی ۹ نمودارهای طیف رنگی برای توزیع ضریب اطمینان در صفحه $y=b/2$ ورق برای نقاط MP و LP جبهه‌های پارتو موجود در شکل‌های ۲ و ۳ ارائه خواهد شد. به منظور ایجاد محدودیت در مقادیر SF و افزایش وضوح نمودارهای توزیع ضریب اطمینان، به جای SF از $1/SF$ استفاده می‌شود. این امر مقادیر مذکور را بین صفر تا یک محدود می‌نماید.

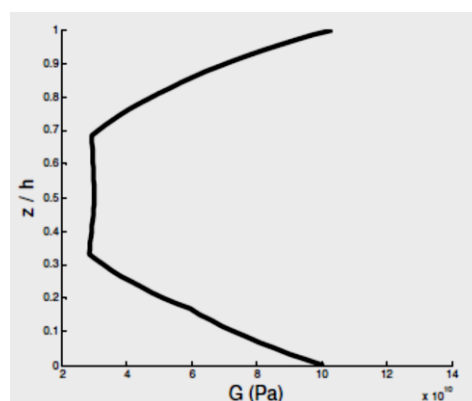
یکی از معیارهای مهم مناسب بودن جبهه پارتو گستردگی آن می‌باشد. مطابق شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود که با توجه به معلوم بودن مقادیر مرزی اهداف (ورق همگن آلومینیومی و ورق همگن آلومینایی)، جبهه‌های پارتو از گستردگی مناسبی برخوردار می‌باشند. در شکل ۲ جبهه پارتو به طور کامل محدوده اهداف را پوشش داده است. در شکل ۳ جبهه پارتو از قسمت تحتانی تا حالت ورق همگن آلومینایی پیش نرفته است. در شکل ۳ برای حالت ورق همگن آلومینایی قید ضریب اطمینان نقض می‌شود. به همین علت در شکل ۳ فضایی خالی میان حالت ورق همگن آلومینایی و نقطه LP جبهه پارتو بوجود آمده است. علت این مسئله این است که با توجه به جدول ۱ استحکام کششی آلومینا به طرز محسوسی کمتر از آلومینیوم است. از طرفی با افزایش a/b تنش‌های خمشی افزایش می‌یابند. تنش‌های



شکل ۳: جبهه پارتو برای ورق شش لایه ای با $a/b=2$. نقطه تحتانی جبهه پارتو (نقطه LP) تا وضعیت ورق همگن آلومینایی پیشروی نکرده است

در اینجا نقاط مهمی از جبهه پارتو قابل تعریف هستند:

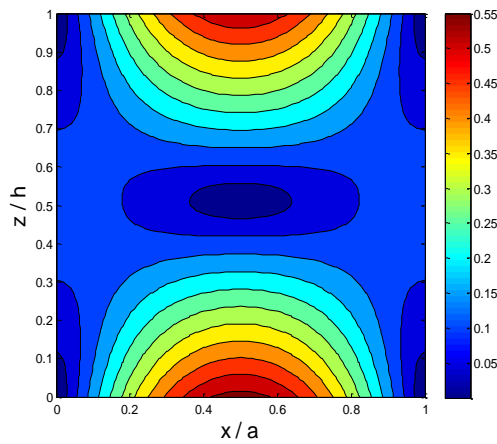
- ۱- نقطه LP: نقطه تحتانی جبهه پارتو
- ۲- نقطه Utopia: اگر از نقطه فوقانی جبهه پارتو خطی به موازات محور قائم و از نقطه LP خطی به موازات محور افقی رسم شود، محل تلاقی این دو خط نقطه Utopia نام دارد.
- ۳- نقطه MP: نقطه ای از جبهه پارتو که حداقل فاصله را از نقطه Utopia داراست. در ادامه و در شکل‌های ۴ و ۵ نمودارهای بدست آمده مربوط به تغییرات مدول برشی در راستای ورق برای نقاط LP و MP از جبهه‌های پارتوی شکل-های ۲ و ۳ ارائه خواهد شد.



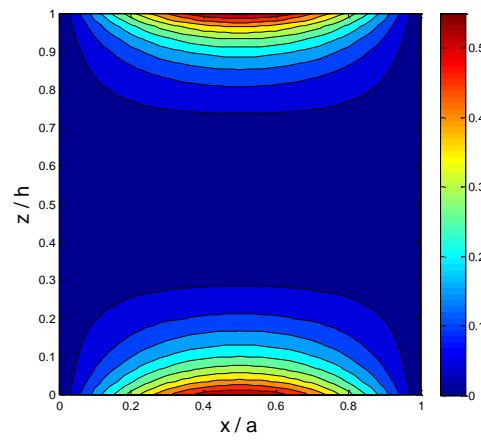
شکل ۴- نمودار تغییرات مدول برشی در راستای ضخامت ورق بر حسب z/h برای نقطه MP از جبهه پارتوی ورق با نسبت اضلاع $a/b=1$

همزمان و بهینه دو هدف مورد نظر را کمینه می نماید. در نمودارهای تغییرات مدول برشی مطابق شکل‌های ۴ و ۵، مشاهده می‌شود که شکستگی‌های قابل توجهی در این نمودارها وجود دارد. با توجه به این نمودارها، در نقاط MP از جبهه‌های پارتوی شکل‌های ۲ و ۳، مدول برشی به طور کلی در رویه‌ها دارای مقادیر بزرگتر و به سمت وسط ضخامت ورق (نواحی میانی هسته ورق) کاهش می یابد. بنابراین افزایش مدول برش در رویه‌ها تاثیر قابل توجهی بر کاهش حداکثر تغییر شکل قائم دارد. در مقابل برای کاهش هدف

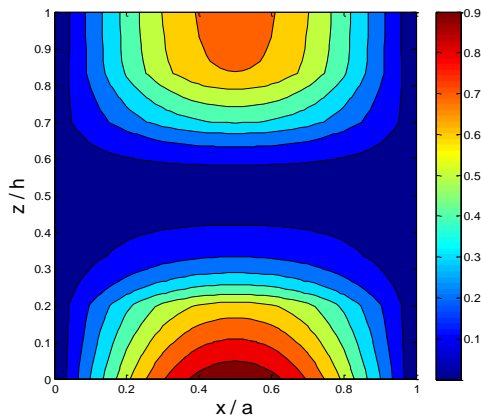
خمشی بر روی محور تقارن قائم ورق و به سمت رویه‌ها از مرتبه قابل توجهی نسبت به سایر تنش‌ها برخوردارند. به همین جهت با افزایش a/b ، در جبهه پارتو و در نزدیکی شرایط ورق همگن آلومینایی به دلیل افزایش تنش فون میسز و کاهش استحکام کششی، احتمال نقض قید ضریب اطمینان افزایش می یابد و این امر منجر به قطع پیشروی جبهه پارتوی شکل ۳ به سمت آلومینایی شدن ورق می‌گردد. کلیه نقاط پارتو دارای خصوصیت بهینه اند، اما بهینه ترین نقطه از نقاط این جبهه نقطه MP است چرا که به طور



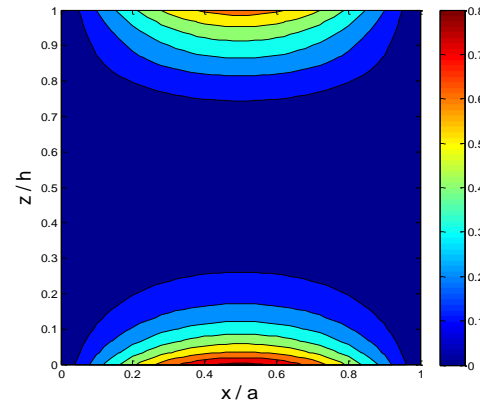
شکل ۷- نمودار توزیع $\frac{1}{SF(x, \frac{b}{2}, z)}$ در نقطه LP (ورق همگن آلومینایی) جبهه پارتوی برای $a/b=1$



شکل ۶- نمودار توزیع $\frac{1}{SF(x, \frac{b}{2}, z)}$ در نقطه MP جبهه پارتوی برای $a/b=1$



شکل ۹- نمودار توزیع $\frac{1}{SF(x, \frac{b}{2}, z)}$ در نقطه LP جبهه پارتوی برای $a/b=2$



شکل ۸- نمودار توزیع $\frac{1}{SF(x, \frac{b}{2}, z)}$ در نقطه MP جبهه پارتوی برای $a/b=2$

کاهش یافته و به طور همزمان مقدار obj2 در نقطه MP نسبت به مقدار بیشینه اش (۵/۵۶۵۱) حدود ۵۸ درصد کاهش یافته است.

۵- نتیجه گیری

با توجه به نتایج این تحقیق، استفاده از مواد تابعی در ساخت ورق‌ها می‌تواند ضمن تضمین پیوستگی خواص مکانیکی، رفتار استاتیکی ورق تحت خمش را تا حد زیادی بهبود بخشد. بر این اساس اگر سطوح فوقانی و تحتانی ورق دارای سختی الاستیک بالا و نواحی میانی ضخامت ورق (هسته) دارای سختی الاستیک پایین تری باشد می‌توان ضمن کاهش چشمگیر تغییر شکل قائم ورق، وزن ورق را به میزان قابل توجهی کاهش داد. این در صورتی است که فرم مذکور برای تغییر خواص، وضعیت مناسب ضریب اطمینان نقطه به نقطه را تضمین نماید. در غیر این صورت، اگر سختی بسیار بالا در نواحی رویه‌های ورق چند لایه ای منجر به نقض قید ضریب اطمینان تنشی در نقاط بحرانی شود، این نوع تغییر خواص نا کار آمد است و تغییرات خواص بهینه برای اهداف مذکور به شکل غیر قابل پیش بینی تری در خواهد آمد و به اجبار نواحی رویه ای ورق باید سختی کمتری داشته باشند. باید توجه داشت که بهینه سازی انجام شده در این تحقیق برای ورقی تحت بار عرضی سینوسی (بار گنبدی شکل) با تکیه گاه‌های ساده و براساس حل دقیق تئوری الاستیسیته ناهمگن انجام شده است. انتخاب اهداف بهینه سازی برای زمانی است که کاهش جرم سازه و تغییر شکل آن از اهمیت بالایی برخوردار است (به عنوان مثال در کاربرد های مربوط سازه های هوافضا که جرم کم و محدود بودن تغییر شکل ها برای افزایش پایداری سازه اهمیت زیادی دارد). شایان ذکر است که استفاده از ورق چند لایه ای FGM با تغییر خواص مشابه نتایج بدست آمده در این تحقیق اگرچه رفتار خمشی مناسبی را تحت بار عرضی و بر اساس اهمیت اهداف مورد نظر در این تحقیق، ارائه می دهد اما افزایش هزینه ساخت و افزایش احتمال آسیب پذیری ورق تحت بار ضربه ای و رشد ترک های سطحی را افزایش می دهد و ممکن است تاثیر منفی بر رفتار کمانشی ارتعاشاتی ورق به همراه داشته باشد. همچنین حل دقیق ارائه شده برای تکیه گاه های ساده است

دیگر که مستقیماً با جرم سازه ارتباط دارد، باید مدول برشی در نواحی میانی (هسته ورق) کاهش یابد تا کمینه شده جرم نیز تضمین گردد. فرم عمومی مذکور برای تغییر خواص در راستای ضخامت ورق در نقطه MP، در نقطه LP جبهه پارتوی شکل ۳ وجود ندارد. علت این تفاوت این است که در نقاط LP به علت شرایط بحرانی تر از نظر ضریب اطمینان فرم تغییر خواص مذکور دچار تغییر شده و بر خلاف نقاط امن MP، ابتدا در رویه ها با افزایش سختی به طور محلی از سطوح به سمت داخل ضخامت ورق روبرو هستیم. با توجه به شکل های ۶ الی ۹ مشاهده می شود که حداقل ضریب اطمینان همواره روی محور تقارن قائم ورق و در نواحی رویه های ورق واقع است. همانطور که قبلاً گفته شد تنش های خمشی روی محور تقارن قائم ورق و اطراف رویه های ورق از مقدار قابل توجهی برخوردارند. این امر باعث می شود که تنش های خمشی در نواحی مذکور سهم عمده ای در تعیین تنش معادل فون میسر داشته باشند. بنابراین با توجه به نمودارهای توزیع ضریب اطمینان در رویه ها ضریب اطمینان کاهش یافته و نقاط بحرانی ترند. در ادامه برای اینکه بتوان مقایسه مناسبی برای نتایج بهینه سازی و تاثیر آن در کاهش اهداف مذکور داشت، به نکاتی اشاره می شود.

به طور کلی مقدار بیشینه برای پارامتر بی بعد شده جرم (obj1) برای حالتی است که ورق همگن و از جنس آلومیناست. در این حالت مقدار مذکور برابر ۱/۴۳۷ است. البته در این شرایط حداکثر تغییر شکل قائم ورق (obj2) کمینه و برابر ۱/۱۳۱۷ (برای $a/b=1$) و ۲/۸۴۶۱ (برای $a/b=2$) می باشد. از طرفی به طور کلی مقدار بیشینه برای حداکثر تغییر شکل قائم ورق (obj2) برای حالتی است که ورق همگن و از جنس آلومینیوم است. در این حالت مقدار مذکور برابر ۵/۵۶۵۱ (برای $a/b=1$) و ۱۴/۲۲۱۴ (برای $a/b=2$) است. البته در این شرایط پارامتر بی بعد شده جرم ورق (obj1) کمینه و برابر ۱ می باشد. به وضوح در شکل های ۳ و ۲ مشاهده می شود که مقادیر اهداف مورد نظر در نقطه MP مربوط به جبهه های پارتو، همزمان و به طور مناسبی کاهش یافته اند، چرا که استفاده از ورق همگن فلزی و یا سرامیکی بیشینه شدن یکی از اهداف را به همراه دارد. به عنوان نمونه در جبهه پارتوی شکل ۲، مقدار obj1 در نقطه MP نسبت به مقدار بیشینه (۱/۴۳۷) حدود ۲۴ درصد

- [2] Kashtalyan M , Menshykoa M (2007) Three-dimensional elasticity solution for sandwich panels with a functionally graded core. *Composite structures* 87(1): 36–43
- [3] Icardi U , Ferrero L (2009) Optimization of sandwich panels with functionally graded core and faces. *Composite science and technology* 69(5): 575–585
- [4] Jalali SK, Naei MH, Poorsolhjoui A (2010) Thermal stability analysis of circular functionally graded sandwich plates of variable thickness using pseudo-spectral method . *Material and design* 31(10): 4755–4763
- [5] Zenkour AM , Sobhy M (2010) Thermal buckling of various types of FGM sandwich plates. *Composite Structures* 93(1): 93–102
- [6] Wang ZX , ShenShen H (2011) Nonlinear analysis of sandwich plate with FGM face sheets resting on elastic foundation. *Composite Structures* 93(10): 2521–2532
- [7] Plevako VP (1971) On the theory of elasticity of inhomogeneous media. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 35(5): 806–813
- [8] Abramowitz M , Stegun A (1972) *Handbook of mathematical functions , formulas , graphs and mathematical tables*. National science foundation and the Massachusetts institute of technology 55: 503–507
- [9] Lee CS, Kim SG, Ahn SH, DeJonghe LC, Thomas G (2007) Three dimensional analysis of thermal stress and prediction of failure of polytypoidally joined $\text{Si}_3\text{N}_4\text{-Al}_2\text{O}_3$ functionally graded material. *Materials Transactions* 48(9): 2489–2493.

و برای تکیه گاه های گیردار یا لبه آزاد باید تحقیق جداگانه ای برای یافتن توابع پتانسیل جایجایی انجام داد.

بر اساس نتایج این تحقیق، استفاده از روش ترکیبی عصبی - ژنتیک برای مدل سازی و بهینه سازی توابع هدف بسیار پیچیده با زمان اجرای قابل توجه در محیط نرم افزاری، بسیار کارگشا خواهد بود. همچنین روش بهینه سازی چند هدفه قادر است بجای ارائه یک نقطه بهینه، مجموعه ای از نقاط بهینه را ارائه دهد . مسئله هزینه ساخت بالا برای این نوع سازه ها باید بر اساس نیاز طراحی و شدت اهمیت کاهش وزن و محدود بودن تغییر شکل عرضی مورد توجه قرار گیرد. چه بسا در کاربرد هایی که کاهش اهداف مذکور اهمیت چندانی ندارند، ساخت ورق براساس این روش صرفه اقتصادی نداشته باشد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله لازم می دانند که از حمایت های مادی و معنوی شرکت ملی نفت ایران (NIOC) و شرکت نفت و گاز پارس (POGC) تشکر و قدردانی نمایند.

مراجع

- [1] Zenkour AM (2005) A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates(part 1- deflection and stresses). *International journal of solids and structures* 42(18-19): 5225–5242