



## بررسی اثر تحریک الکترواستاتیکی بر رفتار الکترومکانیکی میکرو حسگرهای فشار خازنی

مسعود رهائی فرد\*

استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی گلپایگان

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۰۳، تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۳/۱۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰۵

### چکیده

هدف از این پژوهش، بررسی رفتار الکترومکانیکی میکرو حسگرهای فشار خازنی و مطالعه اثر تحریک الکترواستاتیکی بر عملکرد و دقت این سیستم‌ها است. حسگر به صورت یک صفحه دایره‌ای انعطاف پذیر در نظر گرفته شده که یک فاصله اولیه از یک صفحه صلب دارد. در اثر فشار محیط و همچنین اعمال ولتاژ، ورق انعطاف پذیر خیز برداشته و به پایه ثابت نزدیک می‌شود و ظرفیت خازنی بین آنها تغییر می‌کند که این تغییر وابسته به خیز صفحه انعطاف پذیر و یا به عبارتی وابسته به فشار محیط است؛ بنابراین در صورت معلوم بودن رابطه میان فشار و ظرفیت خازنی، می‌توان با اندازه‌گیری ظرفیت خازنی فشار محیط را محاسبه کرد. از این رو در کار حاضر، رابطه میان ظرفیت خازنی و فشار خارجی مطالعه گردیده است. نخست معادله حاکم بر خیز میکرو ورق تحت بار الکترواستاتیکی و همچنین فشار خارجی استخراج شده است. این معادله با استفاده از روش گلرکین به یک معادله جبری تبدیل شده و با بکارگیری یک روش مبتنی بر تکرار حل شده است. در بخش نتایج، اثر پارامترهای مختلف مانند، ولتاژ اعمالی و فشار محیط روی ظرفیت خازنی و حساسیت دستگاه مطالعه شده و همگرایی و دقت الگوریتم مبتنی بر تکرار نیز بررسی شده است.

**کلمات کلیدی:** حسگر فشار؛ میکرو صفحه؛ روش گلرکین؛ ظرفیت خازنی.

## Investigation of the Effect of Electrostatic Actuation on the Electromechanical Behavior of Capacitive Pressure Microsensors

M. Rahaeifard\*

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Golpayegan University of Technology, Golpayegan, Iran.

### Abstract

In this study, electromechanical behavior of the micro scaled capacitive pressure sensors is investigated and the effect of electrostatic actuation on the performance of the device is analyzed. The sensor is considered as a circular microplate with an initial distance from a fixed substrate. Due to electrostatic load and external pressure, the plate deflects and the capacitance of the device changes. The external pressure can be estimated by measuring this change of capacitance. Hence, in this research, the relation between the capacitance and external pressure is studied. To this goal, the equation governing static deflection of the microplate is derived in polar coordinates. This equation is converted to an algebraic equation using Galerkin approach and then solved utilizing an iterative method. Finally, the effects of external pressure and applied voltage on the capacitance and sensitivity of the device are investigated and the convergence of the proposed iterative algorithm is analyzed.

**Keywords:** Pressure Sensor; Microplate; Galerkin Approach, Capacitance.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۳۱۵۷۲۴۰۰۶۵، فکس: ۰۳۱۵۷۲۴۰۰۶۷

آدرس پست الکترونیک: [rahaeifard@gut.ac.ir](mailto:rahaeifard@gut.ac.ir)

## ۱- مقدمه

ساخت و توسعه سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی در دهه‌های اخیر، تحول بزرگی در زمینه‌های مختلف علوم و تکنولوژی ایجاد کرده است. بسیاری از تجهیزات پیشین، با استفاده از این فن‌آوری در ابعاد بسیار کوچک و با عملکرد قابل قبول ارائه شده‌اند. شتاب‌سنج‌ها [۱]، میکرو پمپ‌ها [۲] حسگرهای جرم [۳]، میکرو ژيروسکوپ‌ها [۴] و میکرو هیترها [۵]، چند نمونه از سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی هستند با ابعاد بسیار کوچکتر، قیمت ارزانتر و عملکرد بهتر جایگزین سیستم‌های پیشین شده‌اند. امروزه این سیستم‌ها در زمینه‌های مختلف علوم و مهندسی مانند، هوافضا، ژنتیک، مخابرات و پردازش سیگنال کاربرد فراوانی دارند. اساس کار این سیستم‌ها، تغییر شکل استاتیکی و یا دینامیکی سازه‌های کوچک مکانیکی مانند میکرو تیرها و میکرو ورق‌ها است [۶]، [۷]. به منظور ایجاد تغییر شکل در این میکرو سازه‌ها، از روش‌های تحریک مختلفی مانند الکترواستاتیک [۸]، [۹]، الکترومغناطیس [۱۰]، پیزوالکتریک [۱۱-۱۳] و حرارتی [۱۴] استفاده می‌شود.

از جمله سیستم‌های میکروالکترومکانیکی پرکاربرد، میکرو حسگرهای فشار هستند [۱۵]، [۱۶]. در این حسگرها از یک میکرو سازه انعطاف پذیر (مانند یک میکرو صفحه) برای اندازه گیری فشار استفاده می‌شود. روش کار به این صورت است که در یک سمت میکرو سازه خلاء بوده و سمت دیگر در معرض فشار محیط قرار می‌گیرد. این اختلاف فشار موجب تغییر شکل میکرو سازه می‌شود. این تغییر شکل می‌تواند با استفاده از لایه‌های پیزوالکتریک نصب شده روی سازه [۱۷] و یا با اندازه گیری کمیت‌های فیزیکی مانند ظرفیت خازنی [۱۸] و فرکانس طبیعی سازه [۱۹] محاسبه گردد. با محاسبه تغییر شکل، می‌توان اختلاف فشار در دو سمت میکرو سازه و یا به عبارتی فشار محیط را تخمین زد.

تا کنون تحقیقات متنوعی بر روی مدلسازی، ساخت و آزمایش انواع میکرو حسگرهای فشار انجام شده است. به عنوان نمونه ژانگ و همکاران، یک نمونه میکرو حسگر فشار خازنی را ساختند و آزمایش کردند [۲۰]. ایشان نشان دادند که رابطه میان فشار و ظرفیت خازنی در محدوده قابل توجهی از فشار خطی است. یک نمونه حسگر فشار خازنی برای کار در محیط‌های گرم، توسط ماری و همکاران

طراحی و ساخته شد [۲۱]. ایشان حسگر ساخته شده را آزمایش نمودند و نشان دادند، این حسگر نسبت به نمونه‌های قبلی دقت بالاتری دارد. لین و همکاران با استفاده از دو صفحه انعطاف پذیر به جای یک صفحه، حسگر فشاری با حساسیت بالا ساختند [۲۲]. نتایج پژوهش ایشان نشان داد که این حسگر در محدوده فشار ۲۰ تا ۱۱۰ کیلو پاسکال دقت قابل قبولی دارد.

علاوه بر حسگرهای خازنی، حسگرهای فشار پیزوالکتریک نیز، توسط محققان شبیه سازی و طراحی شده است. به عنوان نمونه شتار و همکاران، یک نمونه از حسگرهای فشار پیزوالکتریک را مدلسازی کردند [۲۳]. در مدل ایشان، حسگر از یک صفحه دایره‌ای تشکیل شده که یک لایه پیزوالکتریک روی کل صفحه قرار گرفته است. در صورتی که در دو سمت صفحه اختلاف فشار وجود داشته باشد، صفحه تغییر شکل داده و این تغییر شکل در لایه پیزوالکتریک تبدیل به ولتاژ الکتریکی می‌شود. با اندازه گیری این ولتاژ الکتریکی، مقدار فشار محاسبه می‌شود. مونس و همکاران با استفاده از میکروصفحات مستطیلی، یک میکرو حسگر فشار برای سنجش فشار سیالات در میکرو کانال‌ها طراحی کردند [۲۴]. ایشان یک لایه پیزوالکتریک روی ورق در نظر گرفتند و با استفاده از روش اجزاء محدود، این میکرو حسگر را تحلیل کردند.

تحلیل رفتار ارتعاشی سازه نیز، روش دیگری برای تخمین فشار است. بر این اساس، بانرجی و همکاران یک میکرو حسگر فشار صفحه‌ای طراحی کرده و ساختند [۲۵]. ایشان حسگر را در شرایط مختلف دما و فشار آزمایش کردند و عملکرد آن را بررسی نمودند. حسن و همکاران از ارتعاشات یک میکرو تیر خمیده به عنوان حسگر فشار استفاده کردند [۲۶]. این حسگر به گونه‌ای طراحی شده بود که در صورت رسیدن فشار به یک حد معین، میکروتیر خمیده دچار وارونگی می‌شد. حسگر طراحی شده توسط ایشان می‌تواند به عنوان سویچ فشاری مورد استفاده قرار گیرد و هنگام رسیدن فشار به مقدار بحرانی، عملکردی را فعال یا غیر فعال کند.

با توجه به ابعاد کوچک و وزن کم، میکرو حسگرهای فشار انتخابی مناسب برای کاربردهای پزشکی و سنجش فشار داخل بدن هستند. یو و همکاران، یک نمونه حسگر فشار

صلب دارد و با اعمال ولتاژ بین صفحه و پایه، ورق به سمت پایه خم می‌شود؛ همچنین اعمال فشار خارجی به ورق نیز، موجب خم شدن آن می‌شود و ظرفیت خازنی میان ورق و پایه تغییر می‌کند. با اندازه گیری این تغییرات ظرفیت خازنی، می‌توان اندازه فشار خارجی را بدست آورد. قابل ذکر است، در یک حسگر فشار، فضای بین ورق و پایه، از محیط اطراف جدا شده و معمولاً بین ورق و پایه خلاء است (در شکل ۱ برای وضوح بیشتر، دیواره‌های جدا کننده این دو فضا حذف شده‌اند). در عمل، حسگر اختلاف فشار محیط اطراف و فشار بین ورق و پایه را اندازه گیری می‌کند. در اینجا نیز، منظور از فشار خارجی، همان اختلاف فشار در دو سمت ورق است.

در ادامه، خیز ورق به صورت متقارن در نظر گرفته می‌شود (چون بار و هندسه متقارن است). در این حالت معادله حاکم بر خیز استاتیکی ورق دایره‌ای، به صورت رابطه (۱) قابل بیان است [۲۹، ۳۰].

$$D(\nabla^4 w) = q \quad (1)$$

در رابطه بالا،  $w$  بیانگر خیز عرضی ورق،  $q$  بار بر واحد سطح ورق و عملگر  $\nabla^4$  بیانگر گرادیان مرتبه چهارم در مختصات قطبی است و به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود [۳۱، ۳۲].

$$\nabla^4 = \nabla^2(\nabla^2) = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right) \\ = \frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \quad (2)$$

پارامتر  $D$  نیز بیانگر سختی خمشی ورق بوده و به صورت رابطه (۳) قابل بیان است.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

که  $h$  ضخامت ورق،  $E$  مدول الاستیک و  $\nu$  نسبت پواسون است. بار وارد بر واحد سطح ورق، ترکیبی از بار الکترواستاتیک و فشار خارجی (اختلاف فشار بین دو سمت ورق) بوده و از رابطه (۴) بدست می‌آید.

$$q = f_e + p \quad (4)$$

قابل ذکر است، جهت مثبت بار و خیز، به سمت پایین در نظر گرفته شده است. در اثر اعمال ولتاژ، بار الکترواستاتیک به ورق وارد می‌شود که مقدار این بار بر واحد سطح ورق به صورت رابطه (۵) است [۳۳].

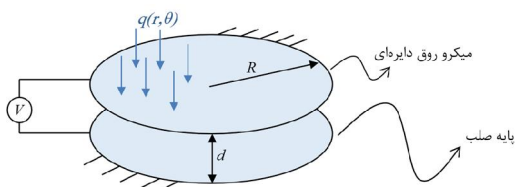
خازنی به منظور اندازه گیری فشار داخل بدن طراحی کردند [۲۷]. این حسگر با استفاده از ظرفیت خازنی، فشار را اندازه‌گیری و اطلاعات را به صورت بی سیم به خارج از بدن ارسال می‌کند. ژو و همکاران نمونه‌ای از حسگرهای فشار بی سیم را برای نظارت بر فشار داخل چشم طراحی کرده و ساختند [۲۸]. ایشان حسگر ساخته شده را آزمایش نمودند و نشان دادند، دقت آن در حدود ۱ میلی متر جیوه است.

در پژوهش حاضر، یک میکرو حسگر فشار خازنی تحت تحریک الکترواستاتیک مطالعه شده است. حسگر به صورت یک صفحه دایره‌ای است که تحت اثر فشار محیط و همچنین نیروی الکترواستاتیک تغییر شکل می‌دهد. معادله دیفرانسیل حاکم بر خیز استاتیکی میکرو ورق استخراج شده و با استفاده از روش گلرکین به یک معادله جبری تبدیل شده است. برای حل این معادله جبری، یک روش مبتنی بر تکرار ارایه شده و دقت و همگرایی این روش بررسی گردیده است. با حل معادله حاکم، کمیت‌هایی مانند خیز ورق، ظرفیت خازنی و همچنین دقت و حساسیت حسگر محاسبه و تحلیل شده است. بر اساس نتایج، نشان داده شده است که استفاده از تحریک الکترواستاتیک، موجب بالا رفتن حساسیت حسگر گردیده و در نتیجه دقت اندازه‌گیری را بهبود می‌بخشد؛ همچنین با استفاده از تحریک الکترواستاتیک می‌توان از حسگر به عنوان سوئیچ فشاری استفاده کرد.

## ۲- مدل‌سازی میکرو حسگر فشار

### ۲-۱- استخراج معادله حاکم

در شکل ۱ یک میکرو حسگر فشار خازنی نشان داده شده است.



شکل ۱- میکرو حسگر فشار صفحه‌ای

سیستم از یک میکرو ورق دایره‌ای با شرط مرزی ثابت و یک پایه صلب تشکیل شده است. ورق یک فاصله اولیه از پایه

به منظور ساده سازی انتگرال، پارامترهای (۱۲-۱۳) معرفی می‌شود.

$$\bar{W}(\lambda) = \int_0^R r(\varphi_1)^2 dr \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}(\lambda) &= \int_0^R r(f_e + p)\varphi_1 dr \\ &= \int_0^R r \left( \frac{\varepsilon_0 V^2}{2(d - A\varphi_1)^2} + p \right) \varphi_1 dr \end{aligned} \quad (13)$$

سمت چپ معادله (۱۱) به صورت زیر ساده می‌شود [۳۴].

$$A \int_0^R \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^2 \varphi_1(r\varphi_1) dr = A\lambda^4 \bar{W}(\lambda) \quad (14)$$

بنابراین بر اساس روابط (۱۱)، (۱۳) و (۱۴) می‌توان نوشت:

$$A = \frac{\bar{F}(\lambda)}{D\lambda^4 \bar{W}(\lambda)} \quad (15)$$

نکته قابل توجه این است که با توجه به معادله (۱۳)، پارامتر  $\bar{F}(\lambda)$  خود تابعی از ثابت  $A$  است؛ بنابراین معادله (۱۵) به صورت مستقیم قابل حل نیست. برای حل این معادله از یک روش مبتنی بر تکرار استفاده می‌شود. بر این اساس، نخست با فرض  $A=0$ ، پارامتر  $\bar{F}(\lambda)$  حساب می‌شود. در ادامه سمت راست معادله با استفاده از انتگرال گیری عددی محاسبه می‌شود و یک تخمین اولیه برای  $A$  بدست می‌آید. با استفاده از این تخمین، مقدار جدیدی برای  $\bar{F}(\lambda)$  محاسبه شده و تخمین دوم  $A$  بدست می‌آید. این روند ادامه پیدا می‌کند تا زمانی که همگرایی در مقدار  $A$  مشاهده شود. همگرایی زمانی اتفاق می‌افتد که رابطه (۱۶) برقرار گردد.

$$\left| \frac{A_n - A_{n-1}}{A_n} \right| < 10^{-6} \quad (16)$$

که  $n$  تعداد دفعات تکرار الگوریتم حل است. با مشخص شدن مقدار  $A$ ، خیز ورق محاسبه می‌شود و ظرفیت خازنی نیز از رابطه (۱۷) بدست می‌آید [۳۵].

$$\begin{aligned} C &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \left( \frac{\varepsilon_0}{d - w(r)} \right) r d\theta dr \\ &= 2\pi\varepsilon_0 \int_0^R \frac{r}{d - w(r)} dr \end{aligned} \quad (17)$$

قابل ذکر است انتگرال گیری عددی، با در نظر گرفتن ۱۰۰۰ نقطه در راستای شعاع ورق انجام شده است.

$$f_e = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2(d - w)^2} \quad (5)$$

که  $d$  فاصله اولیه میان ورق و پایه،  $\varepsilon_0$  ضریب گذر دهی خلأ ولتاژ اعمالی است.  $V$  و  $(\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2})$  پس در نهایت معادله حاکم بر خیز ورق را می‌توان به صورت رابطه (۶) نوشت.

$$\begin{aligned} D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \\ = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2(d - w)^2} + p \end{aligned} \quad (6)$$

همانگونه که در رابطه بالا دیده می‌شود، بار وارد به ورق خود تابع خیز ورق است و خیز هم که به صورت طبیعی تابع بار است؛ بنابراین معادله بالا با انتگرال گیری مستقیم قابل حل نیست.

## ۲-۲- روش حل معادله حاکم

برای حل معادله حاکم، از روش گلرکین استفاده شده است. در این راستا، خیز استاتیکی میکرو ورق به صورت رابطه (۷) در نظر گرفته می‌شود.

$$w(r) = A\varphi_1(r) \quad (7)$$

که  $A$  یک ضریب ثابت بوده و  $\varphi_1$  شکل مود اول ورق دایره‌ای با شرط مرزی ثابت است و با رابطه (۸) بیان می‌شود [۳۴].

$$\varphi_1(r) = I_0(\lambda R)J_0(\lambda r) - J_0(\lambda R)I_0(\lambda r) \quad (8)$$

که  $R$  شعاع ورق و  $J_0$  و  $I_0$  به ترتیب توابع بسل و بسل تعمیم یافته نوع اول هستند. ثابت  $\lambda$  نیز از رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$\lambda = \frac{3.196}{R} \quad (9)$$

با قرار دادن معادله (۷) در معادله (۶)، رابطه (۱۰) حاصل می‌شود.

$$A \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^2 \varphi_1(r) = \frac{1}{D} (f_e + p) \quad (10)$$

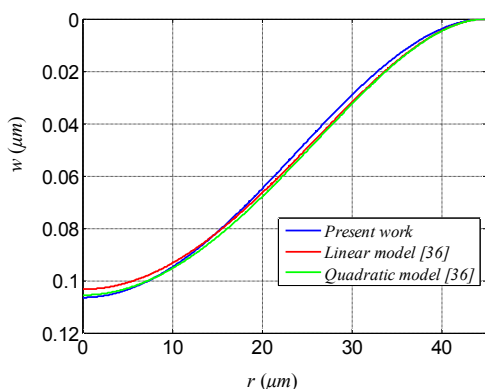
با استفاده از روش گلرکین می‌توان این معادله را به یک معادله جبری تبدیل کرد. بدین منظور، با ضرب شکل مود ورق در این معادله و انتگرال گیری روی سطح ورق، رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} A \int_0^R \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^2 \varphi_1(r\varphi_1) dr \\ = \frac{1}{D} \int_0^R r(f_e + p)\varphi_1 dr \end{aligned} \quad (11)$$

### ۳- نتایج

به منظور بررسی اعتبار روش حل ارائه شده، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با نتایج پژوهش احمد و پراتاپ [۳۶] مقایسه می‌شود. در پژوهش ایشان، خیز استاتیکی میکرو ورق دایره‌ای تحت تحریک الکترواستاتیک بررسی گردیده و یک حل بسته<sup>۱</sup> برای خیز ورق در دو حالت مختلف ارائه شده است. در حالت اول بار الکترواستاتیک با یک تابع خطی تقریب زده شده و در حالت دوم از یک تابع درجه دو برای تقریب بار الکترواستاتیک استفاده شده است. قابل ذکر است، این مورد (میکرو ورق تحت بار الکترواستاتیک)، حالت خاص مساله بررسی شده در این پژوهش است و با حذف فشار خارجی از مساله حاضر، نتایج ارائه شده توسط ایشان بدست می‌آید. مشخصات میکرو صفحه بررسی شده در پژوهش ایشان در جدول ۱ ارائه شده است.

در شکل ۲، خیز استاتیکی این میکرو ورق تحت ولتاژ ۶۰ ولت محاسبه و با نتایج پژوهش احمد و پراتاپ [۳۶] مقایسه گردیده است.



شکل ۲- مقایسه خیز میکرو ورق تحت تحریک الکترواستاتیک با نتایج پژوهش احمد و پراتاپ [۳۶]

جدول ۲- خیز بیشینه میکرو ورق تحت تحریک الکترواستاتیک

اختلاف با پژوهش حاضر	خیز بیشینه ( $\mu m$ )	
-	۰/۱۰۶۴	پژوهش حاضر
۲/۹ %	۰/۱۰۳۳	مدل خطی [۳۶]
۰/۸۵ %	۰/۱۰۵۵	مدل درجه دو [۳۶]

در ادامه به منظور استخراج نتایج پژوهش حاضر، یک حسگر فشار از جنس سیلیکون با مشخصات هندسی و مکانیکی مطابق جدول ۳ در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است، در شکل های ۷، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ برخی پارامترهای هندسی با مقادیر ذکر شده در جدول ۳ متفاوت است که مقادیر آنها در شکل مربوطه ذکر شده است. در شکل ۳، خیز میکرو صفحه در اثر فشار خارجی ترسیم شده است. به منظور نشان دادن اثر ولتاژ اعمالی بر

جدول ۱- مشخصات هندسی و مکانیکی میکرو صفحه بررسی شده توسط احمد و پراتاپ [۳۶]

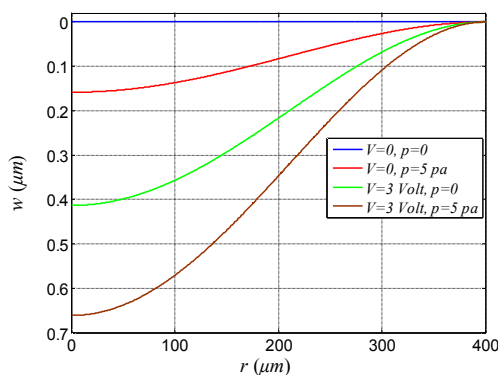
مشخصه	مقدار
شعاع ورق ( $R$ )	$45 \mu m$
ضخامت ( $h$ )	$1 \mu m$
فاصله هوایی اولیه ( $d$ )	$1 \mu m$
مدول الاستیک ( $E$ )	$130 GPa$
نسبت پواسون ( $\nu$ )	۰/۲۳

با توجه به شکل می‌توان گفت، تطبیق خوبی میان نتایج پژوهش حاضر با یافته های احمد و پراتاپ [۳۶] وجود دارد. به منظور مقایسه دقیق تر نتایج، خیز بیشینه میکرو ورق (خیز نقطه وسط) در جدول ۲ بررسی شده است.

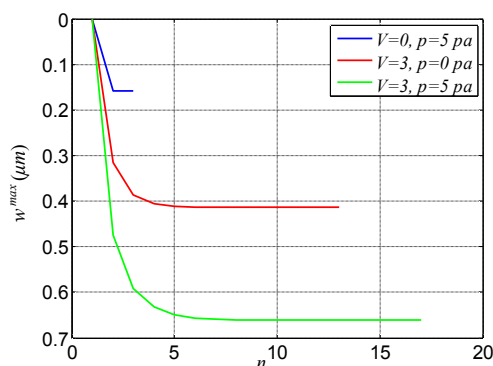
<sup>1</sup> Closed Form Solution

پیکو فاراد (بیش از دو برابر حالت بدون ولتاژ) خواهد بود؛ بنابراین اعمال ولتاژ موجب می‌شود، فشار خارجی اثر بیشتری بر ظرفیت خازنی بگذارد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری را بالا می‌برد.

پیشتر گفته شد که به منظور حل معادله حاکم بر خیز ورق، از یک الگوریتم مبتنی بر تکرار استفاده شده است. در شکل ۴، همگرایی این الگوریتم بررسی گردیده است. در این شکل، ولتاژ و فشار اعمالی مشابه شکل ۳ در نظر گرفته شده و خیز بیشینه ورق بر حسب تعداد دفعات تکرار الگوریتم نشان داده شده است.



شکل ۳- خیز میکرو ورق در اثر اعمال فشار



شکل ۴- همگرایی الگوریتم حل خیز استاتیکی ورق

در شکل دیده می‌شود که خیز ورق در کمتر از ۲۰ مرحله همگرا شده است. علاوه بر این، در پژوهش حاضر برای انتگرال‌گیری عددی، ۱۰۰۰ نقطه در راستای شعاع ورق در نظر گرفته شده

عملکرد میکرو حسگر، نتایج شکل برای دو حالت ولتاژ (صفر و ۳ ولت) ترسیم شده است.

همانگونه که در شکل دیده می‌شود، اعمال مقدار کمی فشار (۵ پاسکال) موجب ایجاد خیز قابل توجهی در ورق می‌شود و این خیز ظرفیت خازنی حسگر را تغییر می‌دهد؛ همچنین، خیز ایجاد شده در اثر فشار، در حالتی که ولتاژ به حسگر اعمال شده، بیشتر از حالت بدون ولتاژ است؛ بنابراین اندازه‌گیری فشار در حضور ولتاژ می‌تواند با دقت بالاتری انجام گیرد. برای روشن تر شدن اثر ولتاژ، تغییرات ظرفیت خازنی حسگر در اثر اعمال فشار و ولتاژ در جدول ۴ ارائه شده است.

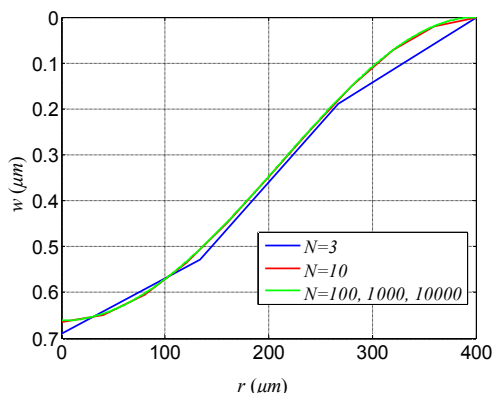
جدول ۳- مشخصات هندسی و مکانیکی

میکرو حسگر فشار	
مقدار	مشخصه
۴۰۰ $\mu\text{m}$	شعاع ورق ( $R$ )
۱ $\mu\text{m}$	ضخامت ( $h$ )
۲ $\mu\text{m}$	فاصله هوایی اولیه ( $d$ )
۱۵۰ GPa	مدول الاستیک ( $E$ )
۰/۲۲	نسبت پواسون ( $\nu$ )

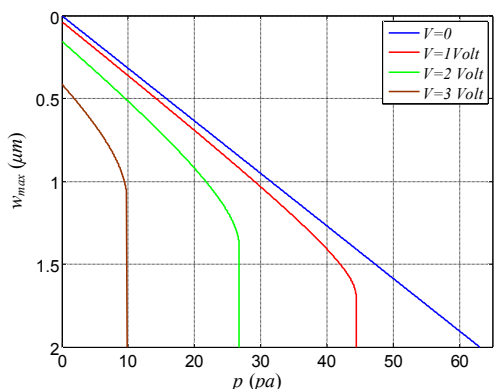
جدول ۴- ظرفیت خازنی حسگر در اثر اعمال ولتاژ و فشار

خارجی			
ولتاژ ( $Volt$ )	ظرفیت خازنی در فشار صفر ( $pF$ )	ظرفیت خازنی در فشار ۵ پاسکال ( $pF$ )	تغییرات ظرفیت خازنی در اثر فشار ( $pF$ )
۰	۲/۲۲۵۳	۲/۲۸۲۹	۰/۰۵۷۶
۳	۲/۳۸۹۰	۲/۵۱۳۲	۰/۱۲۴۲

اگر ولتاژی به حسگر وارد نشود، اعمال فشار ۵ پاسکال، ظرفیت خازنی را به مقدار ۰/۰۵۷۶ پیکو فاراد افزایش می‌دهد. حال اگر ولتاژ ۳ ولت به حسگر اعمال شود، افزایش ظرفیت خازنی در اثر همین مقدار فشار، برابر با ۰/۱۲۴۲



شکل ۵- خیز میکرو ورق تحت ولتاژ ۳ ولت و فشار ۵ پاسکال با در نظر گرفتن تعداد نقاط مختلف در جهت شعاع



شکل ۶- خیز بیشینه صفحه در اثر اعمال فشار خارجی

در شکل ۷، اثر پارامترهای هندسی حسگر (شامل شعاع ورق، ضخامت ورق و فاصله اولیه بین ورق و پایه صلب) بر روی خیز حسگر بررسی شده است. بدین منظور، هر کدام از پارامترها به صورت جداگانه و به مقدار ۱۰٪ افزایش یافته‌اند و اثر این افزایش بر روی خیز بیشینه میکرو حسگر بررسی شده است. قابل ذکر است در این شکل ولتاژ اعمالی به حسگر برابر ۲ ولت فرض شده است.

با توجه به شکل می‌توان گفت، افزایش شعاع ورق موجب افزایش خیز استاتیکی و افزایش ضخامت ورق موجب کاهش خیز می‌شود. دلیل این مساله این است که افزایش شعاع موجب کاهش سختی میکرو ورق و افزایش ضخامت، موجب افزایش سختی می‌شود؛ بنابراین خیز با شعاع ورق رابطه مستقیم و با ضخامت آن رابطه معکوس دارد. علاوه بر این

است. در شکل ۵، خیز ورق تحت ولتاژ ۳ ولت و فشار ۵ پاسکال و با در نظر گرفتن تعداد نقاط متفاوتی در راستای شعاع، نشان داده شده است. قابل ذکر است در این شکل، پارامتر  $N$  بیانگر تعداد نقاط در راستای شعاع است.

در شکل دیده می‌شود که در نظر گرفتن ۳ نقطه، منجر به تقریب قابل توجهی در محاسبه خیز ورق می‌شود. با افزایش تعداد نقاط به ۱۰ عدد، تقریب بهتری از خیز بدست می‌آید. در نهایت با در نظر گرفتن ۱۰۰ نقطه، تخمین بسیار خوبی از خیز بدست می‌آید؛ بگونه‌ای که افزایش بیشتر تعداد نقاط، تاثیر ناچیز و نامحسوسی بر دقت نتایج دارد؛ بنابراین، در نظر گرفتن ۱۰۰۰ نقطه در راستای شعاع ورق (که در این پژوهش انجام شده)، منجر به نتایجی با دقت بالا می‌شود.

در شکل ۶، بیشینه خیز میکرو صفحه (خیز نقطه وسط) بر حسب فشار خارجی نشان داده شده است.

اگر ولتاژی به حسگر وارد نشود، افزایش فشار موجب افزایش خیز ورق می‌شود تا جایی که ورق با پایه ثابت تماس پیدا کند. اما اگر ولتاژ به حسگر اعمال شود، در یک فشار مشخص، ناپایداری در سیستم اتفاق می‌افتد و ورق به یکباره به پایه می‌چسبد. دلیل وقوع ناپایداری، وابستگی بار الکترواستاتیک به خیز ورق است. بر اساس رابطه (۵) می‌توان گفت که هرچه ورق به پایه نزدیک تر شود، بار الکترواستاتیک افزایش می‌یابد بگونه‌ای که در نزدیکی پایه صلب، بار الکترواستاتیک به سمت بینهایت می‌رود. بنابراین اگر ورق به اندازه کافی به پایه ثابت نزدیک شود، بار الکترواستاتیک به قدری بزرگ می‌شود که بر سختی سازه غلبه کرده و سیستم را ناپایدار می‌کند که در این حالت ورق با پایه ثابت تماس پیدا می‌کند. فشاری که در آن ناپایداری اتفاق می‌افتد وابسته به ولتاژ اعمالی است و هر چه ولتاژ اعمالی بالاتر باشد، ناپایداری در فشار کمتری اتفاق می‌افتد. بنابراین، اگرچه اعمال ولتاژ دقت حسگر را بالا می‌برد، اما از طرف دیگر به دلیل وقوع ناپایداری، موجب کاهش دامنه کاری سیستم می‌شود. در شکل ۶ می‌توان دید که اعمال ولتاژ ۲ ولت دامنه کاری را به کمتر از نصف و اعمال ولتاژ ۳ ولت آن را به کمتر از یک ششم کاهش می‌دهد.

اعمال ولتاژ موجب افزایش خیز ورق می‌شود و طبق معادله (۱۷)، ظرفیت خازنی با خیز ورق رابطه مستقیم دارد، پس قابل پیش بینی است که اعمال ولتاژ موجب افزایش ظرفیت خازن شود. از طرفی، در شکل دیده می‌شود که با افزایش ولتاژ و همچنین فشار، علاوه بر افزایش مقدار ظرفیت خازنی، شیب نمودار هم افزایش می‌یابد. هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، افزایش مقدار مشخصی از فشار، موجب تغییرات بیشتری در ظرفیت خازنی می‌شود و در نتیجه دقت حسگر بالاتر می‌رود. برای واضح تر شدن این موضوع، از پارامتری به نام حساسیت استفاده می‌شود که با رابطه (۱۸) تعریف می‌شود.

$$S = \left| \frac{\partial C}{\partial p} \right| \quad (18)$$

این پارامتر همان قدر مطلق شیب نمودار ظرفیت خازنی بر حسب فشار است و هر چه مقدار آن بیشتر باشد، دقت اندازه‌گیری بالاتر است. در شکل ۹، حساسیت حسگر بر حسب فشار اعمالی ترسیم شده است.

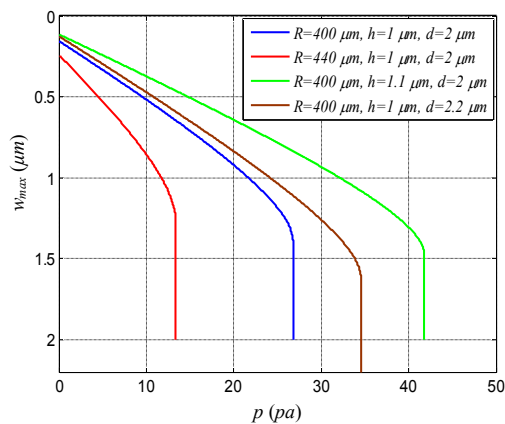
همانگونه که در شکل دیده می‌شود، حساسیت حسگر در فشارهای بالاتر بیشتر است؛ همچنین اعمال ولتاژ موجب می‌شود، حساسیت سیستم به مقدار قابل توجهی افزایش یابد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری را بالا می‌برد. از طرفی اعمال ولتاژ موجب نزدیک شدن سیستم به محدوده ناپایداری می‌شود و ممکن است، موجب تماس ورق با پایه گردد.

اثر پارامترهای هندسی روی ظرفیت خازنی و حساسیت حسگر تحت ولتاژ ۲ ولت، در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.

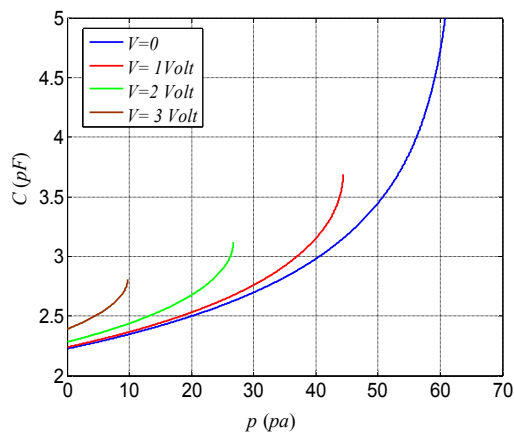
با توجه به رابطه (۱۷)، ظرفیت خازنی با فاصله اولیه ورق و پایه رابطه معکوس و با خیز ورق رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین افزایش شعاع موجب افزایش ظرفیت خازنی گردد و افزایش ضخامت و یا افزایش فاصله تیر و پایه، ظرفیت خازنی را کاهش دهد. در مورد حساسیت نیز مساله به همین صورت قابل توضیح است. هرچه سختی سازه بالاتر باشد، خیز ایجاد شده در اثر افزایش اندک فشار، کمتر می‌شود و در نتیجه حساسیت سیستم کاهش می‌یابد. پس حساسیت با سختی سازه رابطه معکوس دارد. از این رو افزایش شعاع موجب افزایش حساسیت و افزایش ضخامت موجب کاهش حساسیت

افزایش فاصله تیر و پایه، موجب کاهش مقدار بار الکترواستاتیک می‌شود؛ بنابراین خیز ورق را کاهش می‌دهد.

همانگونه که پیشتر گفته شد، تخمین خیز ورق و فشار اعمالی با اندازه‌گیری ظرفیت خازنی حسگر انجام می‌شود؛ بنابراین، در این حسگرها ظرفیت خازنی اهمیت زیادی در اندازه‌گیری فشار و همچنین دقت حسگر دارد. در شکل ۸، ظرفیت خازنی میکرو حسگر بر حسب فشار اعمالی و با در نظر گرفتن ولتاژهای مختلف ترسیم شده است.



شکل ۷- اثر پارامترهای هندسی بر خیز بیشینه میکرو حسگر تحت ولتاژ ۲ ولت

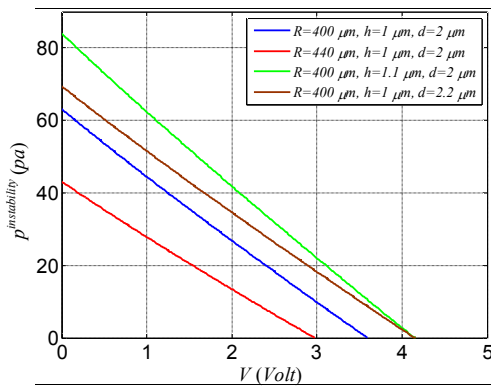


شکل ۸- ظرفیت خازنی میکرو حسگر بر حسب فشار اعمالی



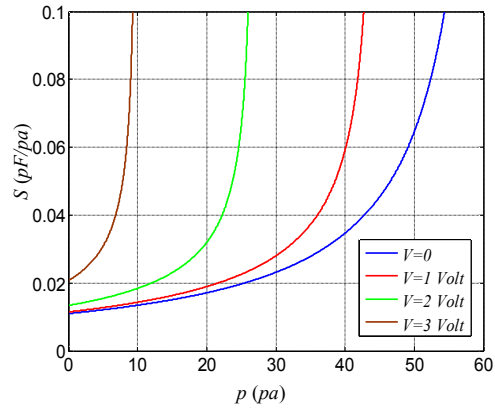
می‌شود؛ همچنین با توجه به شکل ۱۱ می‌توان گفت که افزایش فاصله تیر و پایه نیز، موجب کاهش حساسیت سیستم می‌شود.

همانگونه که در شکل های ۶ تا ۱۱ دیده می‌شود و بیشتر نیز گفته شد، اگر فشار اعمالی به میکرو ورق از حد مشخصی بیشتر شود، میکرو ورق ناپایدار شده و به پایه صلب می‌چسبد. اگر چه ناپایداری می‌تواند موجب توقف عملکرد حسگر گردد، از طرف دیگر با استفاده از این پدیده، می‌توان حسگر را به صورت یک سوئیچ فشاری به کار گرفت. با توجه به شکل ۶، فشاری که موجب ناپایداری می‌شود، تابع مقدار ولتاژ اعمالی است؛ بنابراین، با تغییر ولتاژ اعمالی می‌توان فشار ناپایداری را تنظیم کرد. در این صورت اگر فشار به یک مقدار معلوم برسد، ورق با پایه تماس پیدا می‌کند و این تماس می‌تواند عملکردی را در سیستم فعال یا غیر فعال کند. در این حالت، فشار ناپایداری به وسیله ولتاژ اعمالی تنظیم می‌شود؛ بنابراین رابطه میان ولتاژ اعمالی و فشار ناپایداری، یک مشخصه مهم و کاربردی خواهد بود. در شکل ۱۲، فشار ناپایداری حسگر بر حسب ولتاژ اعمالی ترسیم شده است.

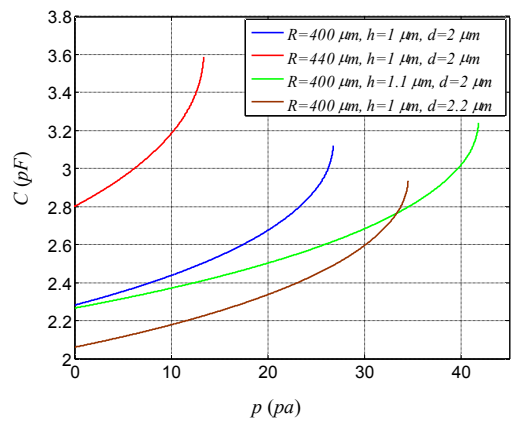


شکل ۱۲- فشار ناپایداری بر حسب ولتاژ اعمالی

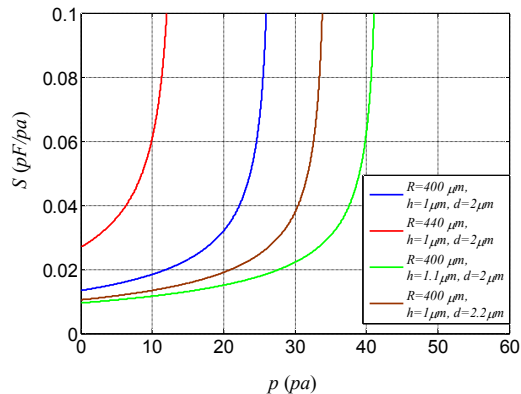
در شکل دیده می‌شود که با افزایش ولتاژ، فشار ناپایداری به صورت خطی کاهش می‌یابد. این کاهش خطی موجب سادگی ساز و کار میکرو سوئیچ فشاری می‌شود و با تنظیم ولتاژ، می‌توان فشار عملکرد سوئیچ را روی مقدار دلخواه تنظیم کرد؛ همچنین دیده می‌شود که پارامترهای هندسی روی فشار ناپایداری و همچنین محدوده کاری سیستم تاثیر



شکل ۹- حساسیت حسگر بر حسب فشار اعمالی



شکل ۱۰- اثر پارامترهای هندسی بر ظرفیت خازنی میکرو حسگر تحت ولتاژ ۲ ولت



شکل ۱۱- اثر پارامترهای هندسی بر حساسیت میکرو حسگر تحت ولتاژ ۲ ولت

[3] Wood GS, Zhao C, Pu SH, Boden SA, Sari I, Kraft M (2016) Mass sensor utilising the mode-localisation effect in an electrostatically-coupled MEMS resonator pair fabricated using an SOI process. *Microelectron Eng* 159: 169-173.

[۴] مجاهدی م، بینا ر (۱۳۹۷) بررسی ناپایداری و رفتار ارتعاشی میکروتیرزئروسکوپی با در نظر گرفتن گستردگی جرم گواه. *مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۱۰۶-۹۳: ۸(۲).

[۵] سمعی فر ف، عفیفی ا، عبداللهی ح (۱۳۹۵) طراحی و ساخت میکروهیتر بهبود یافته با الکترودهایی از جنس طلا و مقایسه عملکرد آن با میکروهیتر پلاتینی. *مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۲۷۲-۲۵۹: ۶(۱).

[۶] موسی پور م، حاج عباسی م ع (۱۳۹۵) تحلیل اثر میرایی ترموالاستیک بر ارتعاشات خمشی میکرو-نانو تشدیدگرها. *مهندسی مکانیک امیرکبیر* ۱۳۶-۱۲۵: ۴۸(۲).

[7] GHorbanpour Arani A, Soleimani Jafari G, Kolahchi R (2018) Vibration analysis of nanocomposite microplates integrated with sensor and actuator layers using surface SSDPT. *Polymer Composites* 39(6): 1936-1949.

[۸] اندخشیده ع، مالکی س، مرعشی س ص (۱۳۹۷) بررسی پدیده‌ی غیرخطی ولتاژ کشیدگی در میکروتیرهای هدفمند تحت بارگذاری الکترواستاتیک. *مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۱۵۱-۱۳۷: ۸(۳).

[۹] ویسی گرگ آباد ا، رضازاده ق، شعبانی ر (۱۳۹۶) بررسی ارتعاشات غیر خطی میکرو تیر تحت تحریک نیروی الکترواستاتیک با رفتار تنش-کرنش انالاستیک. *مهندسی مکانیک مدرس* ۲۰۶-۱۹۷: ۱۷(۷).

[10] Lee C-Y, Chang H-T, Wen C-Y (2008) A MEMS-based valveless impedance pump utilizing electromagnetic actuation. *J Micromech Microeng* 18(3): 035044.

[۱۱] عطار ع، طهماسبی پور م، دهقان م (۱۳۹۷) بررسی تأثیر پارامترهای هندسی بر جابه‌جایی خارج از صفحه میکروتیر پیزوالکتریکی با سطح مقطع T شکل. *مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۹-۱: ۸(۴).

[12] Ghorbanpour Arani A, Mosayyebi M, Kolahdouzan F, Kolahchi R, Jamali M (2017) Refined zigzag theory for vibration analysis of viscoelastic functionally graded carbon nanotube reinforced composite microplates integrated with piezoelectric layers. *IMEchE Part G: J Aerospace Eng* 231(13): 2464-2478.

گذار است. به عنوان نمونه میکرو سوئیچ با شعاع ۴۰۰ میکرومتر، ضخامت ۱ میکرومتر و فاصله هوایی ۲ میکرومتر، می‌تواند در محدوده فشار کمتر از ۶۰ پاسکال به کار گرفته شود؛ در حالی که با افزایش شعاع به میزان ده درصد، دامنه کاری به حدود ۴۰ پاسکال کاهش می‌یابد.

#### ۴- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، رفتار الکترومکانیکی میکرو حسگر فشار خازنی بررسی شده است و اثر اعمال ولتاژ الکتریکی بر دقت و حساسیت سیستم مطالعه گردیده است. حسگر به صورت یک میکرو صفحه دایره‌ای در نظر گرفته شده که یک فاصله اولیه با یک پایه صلب دارد و تحت تحریک الکترواستاتیک و همچنین فشار خارجی قرار دارد. معادلات حاکم بر خیز استاتیکی میکرو ورق در مختصات قطبی استخراج گردیده و با استفاده از یک الگوریتم مبتنی بر تکرار حل شده است. بررسی همگرایی این الگوریتم و همچنین مقایسه نتایج با یافته‌های دیگر محققان، نشان می‌دهد که روش حل ارائه شده، رفتار الکترومکانیکی حسگر را با دقت بسیار خوبی پیش بینی می‌کند. در بخش نتایج، ظرفیت خازنی و همچنین حساسیت سیستم محاسبه گردیده و اثر پارامترهای هندسی روی نتایج بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که اعمال ولتاژ به حسگر از یک طرف موجب افزایش حساسیت و دقت حسگر می‌شود و از طرف دیگر، به دلیل وقوع ناپایداری، دامنه کاری حسگر را کاهش می‌دهد؛ همچنین نشان داده شد که با اعمال ولتاژ، حسگر می‌تواند به صورت یک سوئیچ فشاری به کارگیری شود و فشار عملکرد سوئیچ با تغییر ولتاژ قابل تنظیم است.

#### ۵- مراجع

[۱] قادری ش، طهماسبی پور م، عباسپور ثانی ا، مدرس م (۱۳۹۷) طراحی و شبیه سازی شتاب سنچ حرارتی MEMS با حساسیت بهینه شده و قابلیت اندازه گیری شتاب در دو محور. *مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۲۴-۱۳: ۸(۲).

[2] Sateesh J, Sravani KG, Kumar RA, Guha K, Rao KS (2018) Design and flow analysis of MEMS based piezo-electric micro pump. *Microsyst Technol* 24(3): 1609-1614.

- capacitive pressure sensor using double deformable diaphragms with trenches. Proc. IEEE 19th International Actuators and Microsystems Conference (TRANSDUCERS 2017), Kaohsiung.
- [23] Shettar V, Kotin SB, Kirankumar B, Sheeparamatti B Simulation of Different MEMS Pressure Sensors. Int J Multi Dis Res Advcs Eng 6: 77-81.
- [24] Munas F, Amarasinghe Y, Kumarage P, Dao D, Dau V (2018) Design and Simulation of MEMS Based Piezoresistive Pressure Sensor for Microfluidic Applications. 4th International Multidisciplinary Engineering Research Conference (MERCon), Sri Lanka.
- [25] Banerji S, Fernández D, Madrenas J (2017) Characterization of CMOS-MEMS resonant pressure sensors. IEEE Sens J 17(20): 6653-6661.
- [26] Hasan MH, Alsaleem FM, Ouakad HM (2018) Novel threshold pressure sensors based on nonlinear dynamics of MEMS resonators. J Micromech Microeng 28(6): 065007.
- [27] Yu L, Kim BJ, Meng E (2014) Chronically implanted pressure sensors: challenges and state of the field. Sens 14(11): 20620-20644.
- [28] Xue N, Chang S-P, Lee J-B (2012) A SU-8-based microfabricated implantable inductively coupled passive RF wireless intraocular pressure sensor. J Microelectromech Sys 21(6): 1338-1346.
- [29] Reddy JN (2006) Theory and analysis of elastic plates and shells. 2nd edn. CRC press.
- [30] Timoshenko SP, Woinowsky-Krieger S (1959) Theory of plates and shells. 2nd edn. McGraw-hill, London.
- [31] Lai WM, Rubin DH, Rubin D, Krepl E (2009) Introduction to continuum mechanics. 4th edn. Butterworth-Heinemann, London.
- [32] Reddy JN (2013) An introduction to continuum mechanics. Cambridge university press, New York.
- [33] Talebian S, Rezazadeh G, Fathalilou M, Toosi B (2010) Effect of temperature on pull-in voltage and natural frequency of an electrostatically actuated microplate. Mechatron 20(6): 666-673.
- [34] Rao SS (2007) Vibration of continuous systems. John Wiley & Sons, New Jersey .
- [13] Rahimipour H, Ghorbanpour Arani A, Sheikhzadeh G (2014) Nonlocal vibration behaviour of a pasternak bonded double-piezoelectric-DWBNNT-reinforced microplate-system. International conference on machine learning, electrical and mechanical engineering (ICMLEME'2014) Dubai UAE.
- [۱۴] عبداللہی ح، سمائی فر ف، حق نگہدار ا (۲۰۱۵) بررسی اثر بہ کارگیری SiO2/Al در بالا بردن حساسیت آشکارسازهای مادون قرمز بر پایه میکروکانٹیلیور و مقایسہ آن با Si3N4/Au. مکانیک سازہا و شمارہها ۱۶۳-۱۵۱: (۳) ۵.
- [15] Ge Y, Cai K, Wang T, Zhang J (2018) MEMS pressure sensor based on optical Fabry-Perot interference. Optik 165: 35-40.
- [16] Liang B, Chen W, He Z, Yang R, Lin Z, Du H, Shang Y, Cao A, Tang Z, Gui X (2017) Highly sensitive, flexible MEMS based pressure sensor with photoresist insulation layer. Small 13(44): 1702422.
- [17] Mohan A, Malshe AP, Aravamudhan S, Bhansali S (2004) Piezoresistive MEMS pressure sensor and packaging for harsh oceanic environment. Proc. IEEE 54th conference on Electronic components and Technology, Las Vegas.
- [18] Jang M, Yun K-S (2017) MEMS capacitive pressure sensor monolithically integrated with CMOS readout circuit by using post CMOS processes. Micro Nano Sys Lett 5(1): 4 .
- [19] Banerji S, Michalik P, Fernández D, Madrenas J, Mola A, Montanyà J (2017) CMOS-MEMS resonant pressure sensors: optimization and validation through comparative analysis. Microsys Technol 23(9): 3909-3925 .
- [20] Zhang Y, Howver R, Gogoi B, Yazdi N (2011) A high-sensitive ultra-thin MEMS capacitive pressure sensor. in Solid-State Sensors, Proc. IEEE 16th International Actuators and Microsystems Conference (TRANSDUCERS 2011), Beijing.
- [21] Marsi N, Majlis BY, Hamzah AA, Mohd-Yasin F (2015) Development of high temperature resistant of 500° C employing silicon carbide (3C-SiC) based MEMS pressure sensor. Microsys Technol 21(2): 319-330 .
- [22] Lin W-C, Cheng C-L, Wu C-L, Fang W (2017) Sensitivity improvement for CMOS-MEMS

[36] Ahmad B, Pratap R (2010) Elasto-electrostatic analysis of circular microplates used in capacitive micromachined ultrasonic transducers. *IEEE Sens J* 10(11): 1767-1773.

[35] Nishiyama H, Nakamura M (1994) Form and capacitance of parallel-plate capacitors. *IEEE Trans. Compon Packag Manuf Technol Part A* 17(3): 477-484.