



## بررسی لایه مرزی جریان و حرارت بر روی یک صفحه افقی در حال کشش در محیط متخلخل، با فرض عدم تعادل حرارتی

محمدحسن کیهانی<sup>۱\*</sup> و اسماعیل شاکری نژاد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

### چکیده

در این مطالعه، انتقال حرارت و جریان سیال در یک محیط متخلخل روی یک صفحه در حال کشش افقی، بررسی شده است. در این بررسی از فرض عدم تعادل حرارتی برای معادلات انرژی و از مدل غیر داری برای معادله مومنوم استفاده شده است. مساله در حالت وجود گرمای تولیدی نیز مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. معادلات شامل معادله مومنوم، معادله انرژی برای فاز سیال و معادله انرژی برای فاز جامد می باشد که با استفاده از روش تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و با روش عددی حل می شوند. دمای صفحه به صورت خطی تغییر می کند و جریان سیال دوبعدی، ویسکوز و تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است. نتایج دمای فازهای سیال و جامد، مقادیر شار حرارتی روی صفحه برای فاز سیال و جامد در حالت وجود (و عدم وجود) گرمای داخلی، مقادیر عددی پرانتل بحرانی و اثر پارامتر مکش / دهش بر مساله مورد بررسی قرار گرفته است. استخراج معادلات تشابهی در حالت عدم تعادل حرارتی بین فازها و تحلیل حرارتی مساله از جمله نوآوری های این پژوهش است.

**کلمات کلیدی:** لایه مرزی؛ محیط متخلخل؛ عدم تعادل حرارتی؛ صفحه افقی در حال کشش.

### ۱- مقدمه

فیبرهای شیشه ای، تولید کاغذ، خنک کردن صفحات فلزی و چیپ های الکترونیکی اشاره کرد. ساکیادیس<sup>۱</sup> [۲ و ۳] برای اولین بار جریان لایه مرزی روی یک صفحه جامد در حال

رفتار لایه مرزی روی یک صفحه جامد که به طور پیوسته در حال حرکت است، یکی از جریان های مهمی است که در پروسه های مهندسی اتفاق می افتد [۱]. علاوه بر این می توان به کاربرد انتقال حرارت بین نورد و مواد قرار گرفته روی آن،

<sup>۱</sup> Sakiadis

رامردی<sup>۱۲</sup> و سرینیواساچاریا<sup>۱۳</sup> [۱۰] به بررسی اثر سورت<sup>۱۴</sup> و دفور<sup>۱۵</sup> بر روی انتقال جرم و حرارت بر روی یک صفحه عمودی کش آمده پرداختند. در این بررسی توزیع سرعت، دما و غلظت به صورت نمایی در نظر گرفته شده است.

باچوک<sup>۱۶</sup> و ایشاک [۱۱] به بررسی جریان و انتقال حرارت بر روی یک استوانه کش آمده پرداختند و توزیع سرعت صفحه را به صورت خطی در نظر گرفتند. در این بررسی شرط مرزی حرارتی روی صفحه به صورت شار حرارتی در نظر گرفته شده است.

حرکت سیال در اثر کش آمدن صفحه دارای کاربردهای عملی زیادی در پروسه‌های ساختی است که دو قسمت فلزی و یک صفحه دارد و کیفیت محصول تولیدی به نرخ انتقال حرارت در صفحه کش آمده بستگی دارد [۶]. بنابراین بررسی انتقال حرارت در این مسئله بسیار حائز اهمیت است.

در این مطالعه به بررسی جریان و انتقال حرارت در حالت عدم تعادل حرارتی روی یک صفحه جامد به طور پیوسته در حال حرکت پرداخته شده است. هدف از این مطالعه، محاسبه دمای فازه‌های سیال و جامد، مقادیر شار حرارتی روی صفحه برای فاز سیال و جامد در حالت وجود (و عدم وجود) گرمای داخلی، بررسی مقادیر پیرانتل بحرانی و اثر پارامتر مکش/دهش بر مساله است. نوآوری خاص این مسئله در بررسی آن به صورت عدم تعادل حرارتی و همچنین بررسی اثر پارامترهای عدم تعادل و دیگر پارامترها روی مسئله است.

## ۲- معادلات حاکم

این مطالعه مربوط به یک صفحه کش آمده با سرعت  $u_0x$ ، با فرض جریان دو بعدی، پایا و آرام می‌باشد. هندسه مورد نظر در شکل ۱ نمایش داده شده است.

دو نیرو به صفحه وارد می‌شود، یکی در مبدا که باعث ثابت نگاه داشتن آن می‌شود و نیروی دوم باعث کش آمدن آن می‌شود که این دو نیرو در جهت مخالف هم اعمال می‌شوند. امتداد صفحه جهت  $x$  و عمود بر آن  $y$  در نظر

حرکت با سرعت ثابت را بررسی کرد. بعد از آن جنبه‌های مختلف مساله توسط نویسندگان زیادی بررسی شد.

گروپکا<sup>۱</sup> و بوبا<sup>۲</sup> [۴] مساله کش آمدن یک صفحه متحرک با توزیع سرعت خطی و توزیع دمای مختلف را بررسی کردند در حالی که سوندالجکار<sup>۳</sup> و رامانا<sup>۴</sup> [۵] سرعت صفحه را ثابت و توزیع دمای آن را به صورت نمایی در نظر گرفتند.

جریان و انتقال حرارت روی یک صفحه کش آمده با حضور گرمای تولیدی با استفاده از روش تشابهی توسط کورتل<sup>۵</sup> [۱] در حالت تعادل حرارتی بررسی شد. در مطالعه انجام شده توسط کورتل اثر عدد پیرانتل، ضریب نفوذپذیری و پارامتر مکش و دهش بر روی مشخصات سرعت و انتقال حرارت بررسی شد.

ایشاک<sup>۶</sup> و همکارانش [۶] به بررسی جریان و حرارت روی صفحه کش آمده در حالت غیر پایا پرداختند و اثر پارامترهای غیر پایا و دیگر پارامترهای موجود را بر مسئله بررسی کردند.

ماکیند<sup>۷</sup> [۷] اثر انتقال حرارت ترکیبی، انتقال حرارت تشعشع و انتقال جرم را روی لایه مرزی جریان برای یک صفحه نفوذپذیر عمودی متحرک مورد مطالعه قرار داد و به بررسی پارامترهای موجود در مساله بر روی توزیع سرعت، دما و غلظت پرداخت.

راسیش کومار<sup>۸</sup> و شالینی<sup>۹</sup> [۸] به بررسی جابجایی طبیعی با معادله مومنتوم غیر داری بر روی یک حفره عمودی موج‌دار در یک محیط متخلخل پرداختند و مشاهده کردند که با حضور صفحات موج‌دار اثرات غیر داری که به صورت جمله فورچهمیر نشان داده شده است، باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود.

مقدم<sup>۱۰</sup> و همکارانش [۹] با استفاده از روش هموتوبی پرتوربیشن<sup>۱۱</sup> به بررسی یک صفحه افقی در محیط متخلخل پرداختند.

<sup>1</sup> Groubka

<sup>2</sup> Bobba

<sup>3</sup> Soundalgekar

<sup>4</sup> Ramana

<sup>5</sup> Cortell

<sup>6</sup> Ishak

<sup>7</sup> Makinde

<sup>8</sup> Rathish Kumar

<sup>9</sup> Shalini

<sup>10</sup> Moghaddam

<sup>11</sup> Homotopy perturbation

<sup>12</sup> RamReddy

<sup>13</sup> Srinivasacharya

<sup>14</sup> Soret

<sup>15</sup> Dufour

<sup>16</sup> Bachok

پارامترهای تشابهی مساله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \Psi = \sqrt{\frac{\mu u_0}{\rho_f}} x f(\eta),$$

$$\eta = \sqrt{\frac{u_0 \rho_f}{\mu}} y, T = T_\infty + Ax \theta(\eta), \quad (7)$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = u_0 x f'(\eta), v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\sqrt{\frac{\mu u_0}{\rho_f}} f(\eta),$$

$$\theta_f = \frac{T_f - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \theta_s = \frac{T_s - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

در معادلات بالا  $\theta$  دمای بدون بعد می‌باشد. معادلات (۱) تا (۴) با استفاده از روابط بالا به صورت زیر در می‌آیند:

$$f''' + ff'' - f'^2 - k_1 f' = 0 \quad (8)$$

$$\theta_f'' + pr(f\theta_f' - f'\theta_f) + prH(\theta_s - \theta_f) + e^{-\eta} = 0 \quad (9)$$

$$\theta_s'' + prH\gamma(\theta_f - \theta_s) = 0 \quad (10)$$

در روابط بالا  $H$  و  $\gamma$  به صورت  $\gamma = \varepsilon k_f / (1 - \varepsilon) k_s$  و  $H = h / u_0 (\rho c_p)_f$  تعریف می‌شوند.

همچنین  $pr$  و  $k_1$  (پارامتر نفوذپذیری) به صورت  $pr = \mu / \varepsilon \rho_f \alpha_f$  و  $k_1 = \mu_e / K u_0 \rho_f$  تعریف می‌شوند. شرایط مرزی بدون بعد به صورت زیر خواهند شد:

$$\theta_f(\eta=0) = 1, \theta_f(\eta=\infty) = 0$$

$$\theta_s(\eta=0) = 1, \theta_s(\eta=\infty) = 0 \quad (11)$$

$$f(\eta=0) = f_w, f'(\eta=0) = 1, f'(\eta=\infty) = 0$$

سرعت مکش یا دهش روی دیواره به صورت زیر بیان می‌شود:

$$v_w = -\sqrt{\frac{\mu u_0}{\rho_f}} f(0) \quad (12)$$

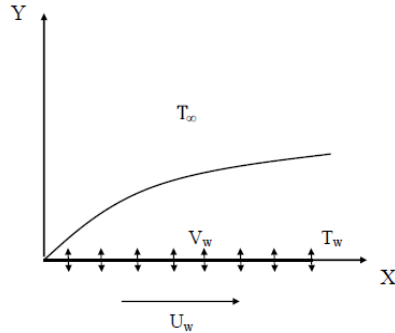
در رابطه بالا  $f(0)$  برابر  $f_w$  است که همان پارامتر بدون بعد مکش/دهش است. بنابراین  $f_w = 0$  مربوط به صفحه نفوذناپذیر است. اگر  $f_w > 0$  یا  $f_w < 0$  آنگاه صفحه نفوذپذیر است که اگر  $f_w < 0$  و  $v_w > 0$  حالت دهش و اگر  $f_w > 0$  و  $v_w < 0$  حالت مکش اتفاق می‌افتد.

شار حرارتی سطحی محلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q_w = -k_w \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -k_w (T_w - T_\infty) \theta'(0) \sqrt{\frac{u_0 \rho_f}{\mu}} = \quad (13)$$

$$-k_w Ax \theta'(0) \sqrt{\frac{u_0}{\nu}} \quad (14)$$

گرفته می‌شود. توزیع دمای صفحه به صورت  $T_w = T_\infty + Ax$  در نظر گرفته شده است که برای مقادیر مثبت  $A$  صفحه گرم و برای مقادیر منفی صفحه سرد می‌باشد. در این بررسی  $A$  مثبت است. معادلات حاکم با فرض عدم تعادل حرارتی و فرم غیر داری به صورت زیر است:



شکل ۱- شماتیک هندسه مورد نظر.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_f (u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\mu_e}{K} u \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} = \varepsilon \alpha_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + \frac{h}{(\rho c_p)_f} (T_s - T_f) + \frac{q''}{(\rho c_p)_f} \quad (3)$$

$$(1 - \varepsilon) k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} + h(T_f - T_s) = 0 \quad (4)$$

که  $u$  و  $v$  مربوط به سرعت در جهات  $x$  و  $y$  است.  $T$  دما،  $\varepsilon$  ضریب تخلخل،  $\nu$  ویسکوزیته سینماتیکی،  $K$  ضریب نفوذپذیری،  $\mu_e$  ویسکوزیته موثر،  $\alpha$  ضریب پخش و  $h$  ضریب انتقال حرارت بین دو فاز سیال و جامد است.

شرایط مرزی مساله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$T_f(x, 0) = T_w(x), T_f(x, \infty) = T_\infty$$

$$T_s(x, 0) = T_w(x), T_s(x, \infty) = T_\infty \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u_0 x, u(x, \infty) = 0, v(x, 0) = v_w$$

گرمای تولیدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q'' = \frac{\varepsilon k_f (T_w - T_\infty) \rho_f u_0}{\mu} e^{-\eta} = \frac{(\rho c_p)_f (T_w - T_\infty) u_0}{Pr} e^{-\eta} \quad (6)$$

حالت وجود گرمای داخلی، وقتی  $f_w$  کوچک است نمودار دما برای هر دو فاز سیال و جامد یک مقدار ماکزیمم پیدا می‌کند.

شکل ۸ توزیع دمای سیال و جامد را برای مقادیر مختلف  $\gamma$  در حالت با و بدون گرمای داخلی نشان می‌دهد. افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث کاهش دمای هر دو فاز سیال و جامد در دو حالت با و بدون گرمای داخلی می‌شود.

شکل ۹ نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر مکش/دهش دمای هر دو فاز کاهش می‌یابد و در حالت بدون گرمای داخلی دمای فاز جامد بزرگتر یا مساوی دمای فاز سیال است. در حالت با گرمای داخلی محیط به دو قسمت تقسیم می‌شود.

بخش اول که مربوط به نقاطی است که فاصله آنها تا دیواره ناچیز است، دمای فاز سیال بزرگتر از دمای فاز جامد است و ناحیه دوم که مربوط به نقاط دور از صفحه است که در این نقاط دمای فاز جامد بزرگتر یا مساوی دمای فاز سیال است. در یک فاصله‌ای از دیواره دمای دو فاز با هم برابر است که این فاصله، با افزایش پارامتر مکش/دهش کاهش می‌یابد.

شکل ۱۰ مربوط به شار حرارتی سطحی محلی بر حسب  $\gamma$  برای مقادیر مختلف  $f_w$  برای دو حالت با و بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد است. افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث افزایش در مقادیر شار حرارتی سطحی محلی برای هر دو فاز در حالت بدون گرمای داخلی می‌شود. در حالت با گرمای داخلی، افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث افزایش در شار حرارتی سطحی محلی برای فاز سیال می‌شود ولی برای فاز جامد ابتدا باعث افزایش سپس باعث کاهش آن می‌شود.

در حالت با گرمای داخلی شار حرارتی سطحی محلی برای فاز جامد بزرگتر از شار حرارتی برای فاز سیال است ولی در حالت بدون گرمای داخلی شار حرارتی سطحی محلی برای فاز سیال بزرگتر از فاز جامد است. همچنین در هر دو حالت با و بدون گرمای داخلی با افزایش  $f_w$  شار محلی برای هر دو فاز افزایش می‌یابد.

شکل ۱۱ مربوط به شار حرارتی سطحی محلی بر حسب Pr برای مقادیر مختلف  $k_1$  برای دو حالت با و بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد است. افزایش پارامتر Pr باعث افزایش در مقادیر شار حرارتی سطحی محلی برای هر دو فاز در حالت با و بدون گرمای داخلی می‌شود.

### ۳- نتایج و بحث

برای حل معادلات (۸) تا (۱۰) با شرایط مرزی (۱۱) از نرم افزار متلب<sup>۱</sup> استفاده شده است که از روش شوتینگ در امتداد امتداد رانج‌گوتا مرتبه چهار و بر پایه روش سیمپسون<sup>۲</sup> انجام می‌شود. بهبود حدس، در هر مرحله از پیشروی (روش شوتینگ) بر اساس روش سکانت انجام شده است. مساله برای مقادیر مختلف  $f_w, H, \gamma, Pr, k_1$  و با استفاده از ۱۰۰ گره در جهت  $\eta$  بررسی شده است.

شکل‌های ۲ و ۳ توزیع دمای سیال و جامد بر حسب  $\eta$  برای مقادیر مختلف ضریب نفوذپذیری برای حالت با و بدون گرمای داخلی برای مقادیر  $Pr = 0.72, \gamma = 0.6, H = 1000$  را نشان می‌دهد. با توجه به شکل هر چه مقدار  $f_w$  کمتر باشد، تغییرات ضریب نفوذپذیری تاثیر بیشتری بر توزیع دما دارد.

شکل‌های ۴ و ۵ توزیع دمای سیال و جامد را بر حسب  $\eta$  برای مقادیر مختلف عدد پرانتل برای حالت با و بدون گرمای داخلی نشان می‌دهد. شکل ۴ مربوط به  $f_w = -0.1$  و شکل ۵ مربوط به  $f_w = 0.1$  می‌باشد. با توجه به شکل هر چه مقدار  $f_w$  کمتر باشد، تغییرات ضریب نفوذپذیری تاثیر بیشتری بر توزیع دما دارد. در هر دو حالت با و بدون گرمای داخلی، با افزایش Pr دما کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که دمای سیال و جامد در حالتی که مقادیر عدد پرانتل کوچک است در حالت با گرمای داخلی یک مقدار ماکزیمم دارد که این ماکزیمم از دمای سطح هم بیشتر است.

شکل ۶ توزیع دمای سیال و جامد را برای مقادیر مختلف  $\gamma$  در حالت با و بدون گرمای داخلی نشان می‌دهد. افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث کاهش دمای هر دو فاز سیال و جامد در هر دو حالت با و بدون گرمای داخلی می‌شود.

اثر تغییرات مکش/دهش بر روی دمای فاز سیال و جامد در دو حالت با و بدون گرمای داخلی برای مقادیر زیاد  $H$  در شکل ۷ نشان داده شده است. با توجه به شکل، دما در حالت تولید گرمای داخلی بیشتر از بدون گرمای داخلی است و افزایش پارامتر  $f_w$  باعث کاهش دمای دو فاز در هر دو حالت با و بدون گرمای داخلی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که در

<sup>۱</sup> Matlab

<sup>۲</sup> Simpson Method

برای معتبر سازی نتایج بدست آمده، شار حرارتی روی صفحه در حالت بدون گرمای تولیدی و در حالت تعادل حرارتی برای مقادیر  $k_1 = 0, f_w = -1.5, Pr = 0.72$  با نتایج عددی ایشاک و همکارانش [۶] و حل تحلیلی آنها مقایسه شده است.

جدول ۱- معتبر سازی نتایج بدست آمده

| $-\theta'(0)$ | حل تحلیلی [۶] | ایشاک و همکارانش [۶] | مطالعه حاضر |
|---------------|---------------|----------------------|-------------|
| مقادیر        | ۰/۴۵۷۰۲۶۸۳۲۸  | ۰/۴۵۷۰               | ۰/۴۵۶۸۵     |

### ۳- نتیجه‌گیری

در این مطالعه به بررسی جریان و حرارت روی یک صفحه افقی در محیط متخلخل در حالت با و بدون گرمای داخلی در حالت عدم تعادل حرارتی پرداخته شده است.

دما در حالت با و بدون گرمای داخلی برای هر دو فاز سیال و جامد با افزایش عدد پرانتل کاهش می‌یابد. همچنین افزایش عدد پرانتل باعث افزایش شار حرارتی سطحی محلی در حالت با و بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد می‌شود.

افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث می‌شود دما در حالت با و بدون گرمای داخلی در هر دو فاز سیال و جامد کاهش می‌یابد. همچنین افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث افزایش شار حرارتی سطحی محلی در حالت بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد می‌شود. در حالت با گرمای داخلی افزایش پارامتر  $\gamma$  باعث افزایش شار حرارتی سطحی محلی برای فاز سیال می‌شود ولی برای فاز جامد ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

افزایش  $f_w$  باعث کاهش دمای هر دو فاز و افزایش شار حرارتی سطحی محلی برای هر دو فاز در دو حالت با و بدون گرمای داخلی می‌شود.

دما در حالت با و بدون گرمای داخلی برای هر دو فاز با افزایش  $k_1$  افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش  $k_1$  شار حرارتی سطحی محلی در حالت با و بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد کم می‌شود.

در حالت بدون گرمای داخلی شار حرارتی سطحی محلی برای فاز سیال بزرگتر از فاز جامد است ولی در حالت با گرمای داخلی یک مقدار پرانتل بحرانی ( $Pr_c$ ) که تابعی از ضریب نفوذپذیری است وجود دارد که برای پرانتل‌های کمتر از پرانتل بحرانی  $Pr < Pr_c$ ، شار حرارتی سطحی محلی برای فاز جامد بزرگتر از فاز سیال است و برای پرانتل‌های بزرگتر از پرانتل بحرانی  $Pr > Pr_c$ ، شار حرارتی سطحی محلی برای سیال بزرگتر از فاز جامد است. در حالتی که پرانتل با پرانتل بحرانی برابر  $Pr = Pr_c$  است، شار حرارتی سطحی محلی برای سیال برابر با فاز جامد است. این مقدار پرانتل بحرانی با افزایش  $k_1$  افزایش می‌یابد.

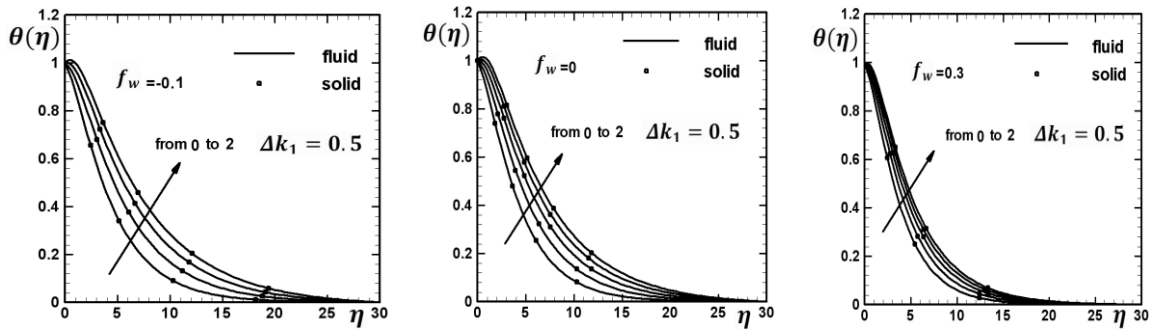
شکل ۱۲ مربوط به شار حرارتی سطحی محلی بر حسب  $H$  برای مقادیر مختلف  $f_w$  برای دو حالت با و بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد است. افزایش پارامتر  $H$  باعث افزایش در مقادیر شار حرارتی سطحی محلی برای فاز سیال و کاهش آن برای فاز جامد در حالت با گرمای داخلی می‌شود.

در حالت بدون گرمای داخلی با افزایش پارامتر  $H$  شار حرارتی سطحی محلی برای فاز جامد افزایش و برای فاز سیال کاهش می‌یابد. در حالت با گرمای داخلی شار حرارتی سطحی محلی برای جامد بزرگتر از سیال است ولی در حالت بدون گرمای داخلی شار حرارتی سطحی محلی برای سیال بزرگتر از جامد است.

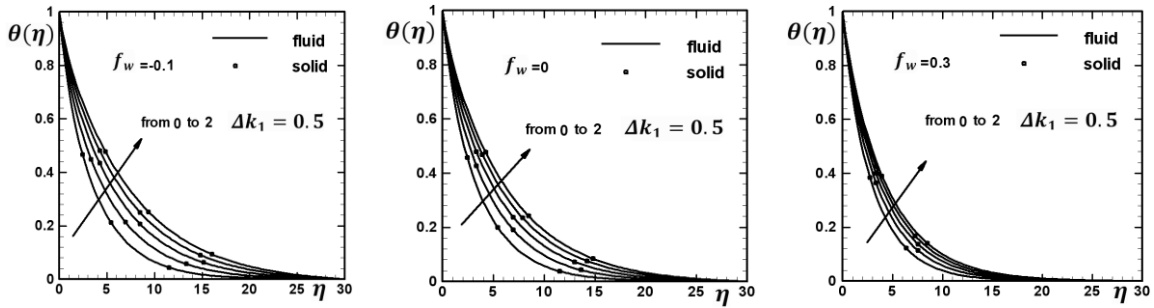
شکل ۱۳ مربوط به شار حرارتی سطحی محلی بر حسب  $k_1$  برای مقادیر مختلف  $f_w$  برای دو حالت با و بدون گرمای داخلی برای فاز سیال و جامد است. افزایش پارامتر  $k_1$  باعث کاهش در مقادیر شار حرارتی سطحی محلی برای فاز سیال و جامد در حالت با و بدون گرمای داخلی می‌شود.

شکل ۱۴ مقادیر بحرانی پرانتل بر حسب  $k_1$  در حالت با گرمای داخلی برای مقادیر  $\gamma = 0.5, H = 0.5$  و  $f_w = -0.1$  را نشان می‌دهد.

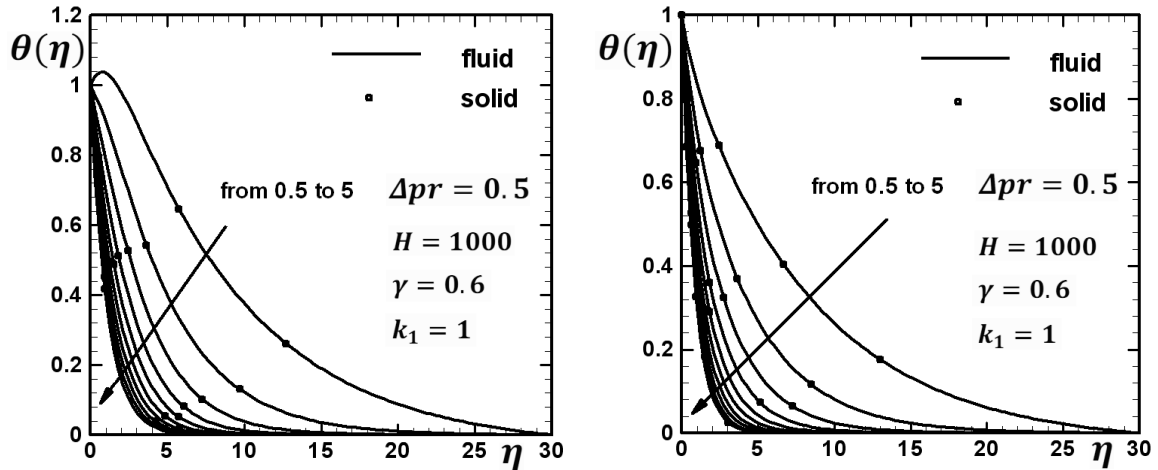
در حالت عدم تعادل حرارتی (مطالعه حاضر) اگر پارامترهای ضریب انتقال حرارت ( $H$ ) و نسبت ضرایب هدایت ( $\gamma$ ) به سمت بینهایت میل کنند، مسئله به تعادل حرارتی میل می‌کند. پس ما از این نکته استفاده کرده و به بررسی درستی مسئله می‌پردازیم.



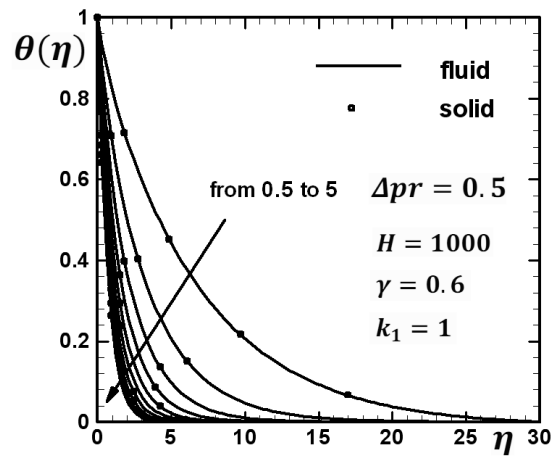
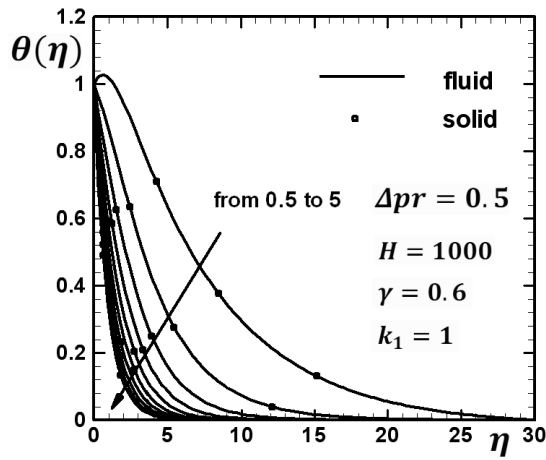
شکل ۲- توزیع دمایی دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $f_w$ ,  $k_1$  در حالت با گرمای داخلی با مقادیر  $Pr = 0.72, \gamma = 0.6, H = 1000$



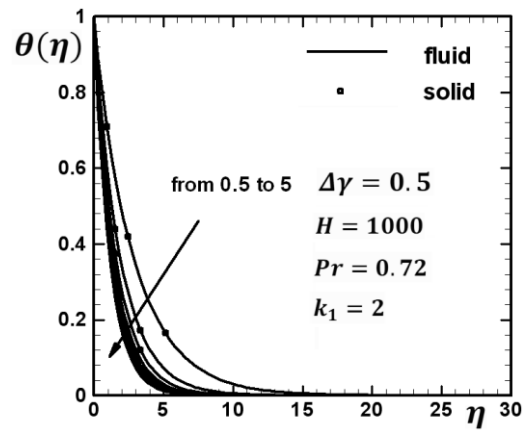
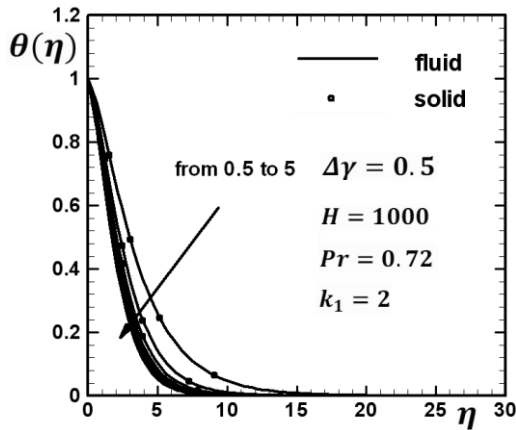
شکل ۳- توزیع دمایی دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $f_w$ ,  $k_1$  در حالت بدون گرمای داخلی با مقادیر  $Pr = 0.72, \gamma = 0.6, H = 1000$



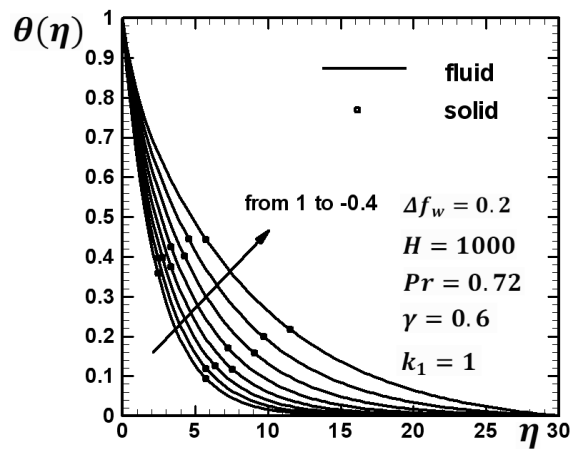
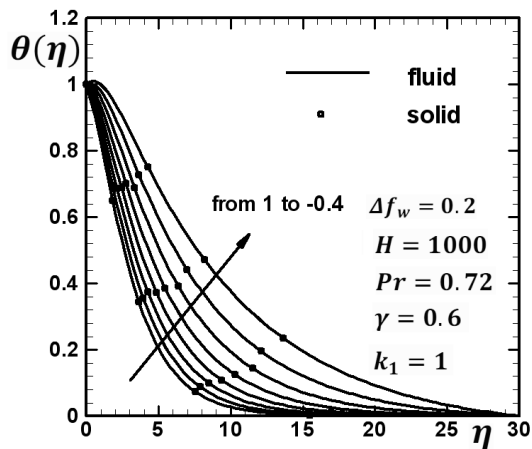
شکل ۴- توزیع دمایی دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $Pr$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی در حالت  $f_w = -0.1$



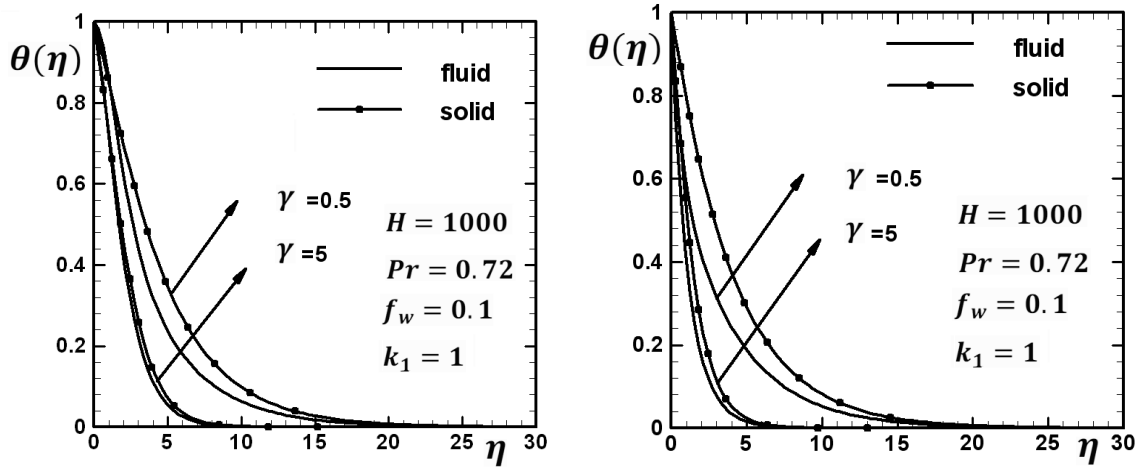
شکل ۵- توزیع دمای دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $Pr$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی در حالت  $f_w = 0.1$



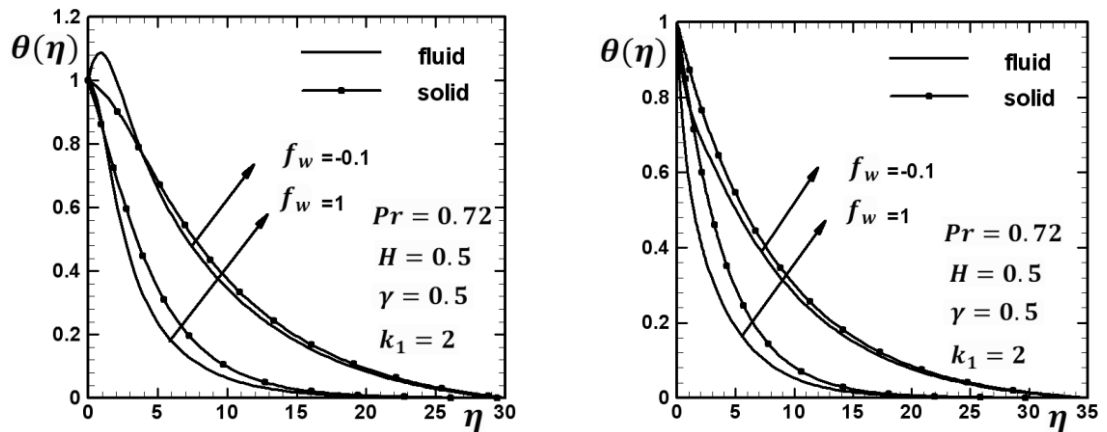
شکل ۶- توزیع دمای دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $\gamma$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی در حالت  $f_w = 1$



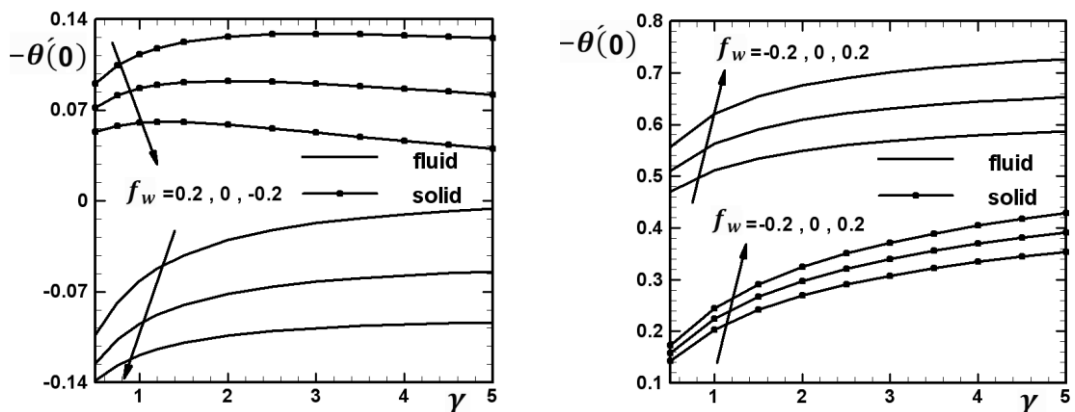
شکل ۷- توزیع دمای دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $f_w$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی



شکل ۸- توزیع دمای دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $\gamma$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی

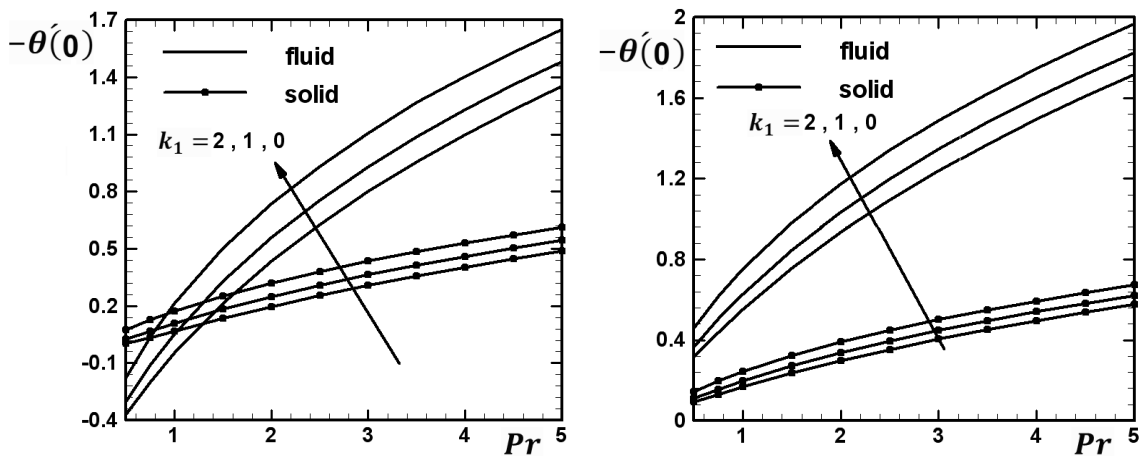


شکل ۹- توزیع دمای دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $f_w$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی



شکل ۱۰- توزیع شار حرارتی سطحی محلی دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف  $f_w$  در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی با مقادیر  $Pr = 0.72, k_1 = 1, H = 0.5$





شکل ۱۱- توزیع شار حرارتی سطحی محلی دو فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف Pr در حالت با (شکل چپ) و بدون (شکل راست) گرمای داخلی با مقادیر  $f_w = -0.1, \gamma = 0.5, H = 0.5$

- Real World Applications 10: 2909 ariable temperature. *Warme Stoffubertrag.* 14: 91–2913.
- [7] Makinde OD (2005) Free convection flow with thermal radiation and mass transfer past a moving vertical porous plate. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32: 1411–1419.
- [8] Rathish Kumar, Shalini BV (2003) Free convection in a non-Darcian wavy porous enclosure. *International Journal of Engineering Science* 41: 1827–1848.
- [9] Moghaddam MM, Ghazizadeh HR, Mansouri A (2009) Homotopy analysis solution of free convection flow on a horizontal impermeable surface embedded in a saturated porous medium. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* 14: 3833–3843.
- [10] RamReddy CH, Srinivasacharya D (2012) Soret and Dufour Effects on Mixed Convection from an Exponentially Stretching Surface in Non-Darcy Porous Medium. 2012 *International Conference on Fluid Dynamics and Thermodynamics Technologies* 33.
- [11] Bachok N, Ishak A (2010) Flow and Heat Transfer over a Stretching Cylinder with Prescribed Surface Heat Flux. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences* 4(2): 159–169.
- [1] Cortell R (2005) Flow and heat transfer of a fluid through a porous medium over a stretching surface with internal heat generation/absorption and suction/blowing. *Fluid Dynamics Research* 37: 231–245.
- [2] Sakiadis BC (1961) Boundary layer behavior on continuous solid surfaces: I. Boundary layer equations for two-dimensional and axisymmetric flow. *AIChE J.* 7(1): 26–28.
- [3] Sakiadis BC (1961) Boundary layer behavior on continuous solid surface: II. Boundary layer behavior on continuous flat surface. *AIChE J.* 7 (1): 221–225.
- [4] Grubka LJ, Bobba KM (1985) Heat transfer characteristics of a continuous stretching surface with variable temperature. *J. Heat Transfer* 107: 248–250.
- [5] Soundalgekar VM, Ramana TV (1980) Heat transfer past a continuous moving plate with variable temperature. *Warme Stoffubertrag.* 14: 91–93.
- [6] Ishak A, Nazar R, Pop I (2009) Heat transfer over an unsteady stretching permeable surface with prescribed wall temperature, *Nonlinear Analysis:*

## مراجع



