



پیش‌بینی شکست صفحات گرافیتی دارای شیار کلیدی شکل با استفاده از معیار چگالی انرژی کرنشی مبتنی بر مفهوم ضریب معادل

علیرضا ترابی^{۱*}، حمیدرضا مجیدی^۲ و مجیدرضا آیت‌اللهی^۳

^۱ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

^۲ کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

^۳ استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۸/۱۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۶/۰۱/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۴/۱۸

چکیده

در این پژوهش، معیار چگالی انرژی کرنشی به منظور پیش‌بینی بار شکست در قطعات مهندسی ضعیف شده با شیار کلیدی شکل، تحت بارگذاری مود ترکیبی کششی برشی، اصلاح شده است. این معیار جدید بر اساس مفهوم ضریب مود، یک معادل است که در قالب یک حل دقیق جدید ارائه شده است. در واقع روش جدید ارائه شده بر پایه مفهوم مود، یک محلی معادل است که پیشتر روی شیارهای U و V شکل، اعمال شده است، اما در این پژوهش، ضریب معادل جدید به منظور کاهش حجم محاسبات معرفی شده است؛ بنابراین با اعمال ضریب مود یک معادل، می‌توان از بخش بزرگی از محاسبات قسمت انرژی حالات بارگذاری مود ترکیبی جهت پیش‌بینی بار شکست نمونه‌های شیاردار صرف‌نظر کرد. به منظور اعتبارسنجی روش جدید ارائه شده، مقادیر پیش‌بینی‌های تئوری با تعداد زیادی از داده‌های تجربی گزارش شده در مقالات مقایسه شدند که از آزمایش شکست نمونه‌های گرافیتی دارای شیار کلیدی شکل به‌دست آمده بودند. در نهایت، نشان داده شده است که مدل ارائه شده جدید با اختلاف کل حدود ۶٪، معیار شکست مناسبی است.

کلمات کلیدی: شیار کلیدی‌شکل؛ چگالی انرژی کرنشی؛ مفهوم ضریب معادل؛ بارگذاری ترکیبی مود I/II.

Fracture Prediction of Key-Hole Notched Graphite Plates by Using the Strain Energy Density Based on the Equivalent Factor Concept

A.R. Torabi^{1*}, H.R. Majidi², M.R. Ayatollahi³

¹ Assoc. Prof., Faculty of New Sciences & Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.

² M.Sc. Graduated, Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

³ Prof., Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

Abstract

In this research, the strain energy density criterion is modified to predict the fracture load in engineering components weakened by key-hole notches under tensile-shear mixed mode loading. This new approach is based on the equivalent mode I factor concept as presented in a new closed-form solution. In fact, the new proposed method is the governing idea of the equivalent local mode I concept, which has been formerly applied to U- and V-notches; but in this investigation the new equivalent factor is introduced in order to reduce the numerical analyses. Therefore, by applying the equivalent mode I factor, one can eliminate the large part of the energy section calculation to predict the fracture load of the notched specimens. To verify the validity of the presented new method, the theoretical predictions are compared with a large bulk of experimental data reported in the literature which obtained from the fracture tests on the key-hole notched graphite specimens. Finally, it is shown that new proposed model with a total discrepancy of about 6 % is an appropriate failure criterion.

Keywords: Key-Hole Notch; Strain Energy Density; Equivalent Factor Concept; Mixed Mode I/II Loading.

۱- مقدمه

شکست قطعات به عنوان یکی از عوامل مهم و ماندگاری سازه‌ها، از اهمیت بالایی در صنعت برخوردار است که بررسی این مسئله، در حوزه علم مکانیک شکست است. پدیده خرابی در بسیاری از سازه‌های مهندسی پهن پیکر نظیر، مخازن و لوله‌های نفتی، سازه‌های دریایی و سازه‌های هوایی مانند هواپیماها، محققان را بر این داشته است تا پژوهش‌های علمی خود را معطوف به مکانیک شکست کنند. یکی از گرایش‌های مهم در حوزه مکانیک شکست، گرایش جدیدی با عنوان مکانیک شکست شیارها^۱ است که طبعاً متمرکز بر پیش‌بینی و بررسی چگونگی شکست در قطعات شیاردار است. از آنجایی که شکست ترد، ناگهانی است، لذا بسیاری از محققان در این حوزه، تحقیقات خود را معطوف به حوزه‌ی شکست قطعات ترد شیاردار و خصوصاً شیارهای U و V شکل کرده‌اند [۱-۴]. یکی از معیارهای بسیار شناخته شده در زمینه مکانیک شکست شیارها، معیار چگالی انرژی کرنشی^۲ است. برای اولین بار، سیه^۳ برای نمونه‌های ترک‌دار ضریب چگالی انرژی کرنشی^۴ را ارائه کرد [۵]. سیه در معیار خود این طور بیان کرد که شکست در قطعات ترد ترک‌دار موقعی رخ می‌دهد که مقدار ضریب چگالی انرژی کرنشی، به یک مقدار بحرانی برسد [۵]. با این که معیار سیه برای قطعات ترک‌دار مطرح شده بود، اما شروع خوبی برای محققان دیگر به حساب می‌آمد تا این معیار را برای قطعات شیاردار گسترش دهند. از این رو مفهوم چگالی انرژی کرنشی برای انواع شیارها نظیر شیارهای U و V شکل با در نظر گرفتن میانگینی از مقادیر چگالی انرژی کرنشی در یک حجم کنترل مشخصی از نوک شیار جهت ارزیابی ظرفیت شکست در قطع ات ترد شیاردار تحت انواع مختلفی از بارگذاری صورت گرفت [۶-۱۱].

تاکنون این معیار روی نمونه‌های مختلفی از لحاظ جنس، هندسه شیار و همچنین مودهای مختلف بارگذاری صورت گرفته است. در میان انواع مختلف بارگذاری، مود یک کششی خالص و همچنین مود ترکیبی به علت کاربرد عملی

گسترده، بیشتر مورد توجه پژوهشگران بوده است. برای نمونه می‌توان به تحقیقاتی اشاره کرد که ترابی و برتو، به منظور پیش‌بینی مقادیر بار شکست برای نمونه‌های دیسک برزیلی از جنس گرافیت و حاوی شیار U شکل تحت بارگذاری مود I کششی خالص [۱۲]، مود II برشی خالص [۱۳] و بارگذاری مود ترکیبی I/II [۱۴] انجام دادند؛ همچنین از این معیار، جهت پیش‌بینی شکست شیار V شکل نوک گرد در نمونه‌هایی از جنس گرافیت تحت بارگذاری مود یک خالص استفاده شده است [۱۵].

تاکنون معیارهای مختلفی جهت ارزیابی شکست ترد در قطعات شیاردار معرفی شده است که می‌توان به تعدادی از آن‌ها شامل، معیار تنش محیطی بیشینه^۵ و تنش متوسط^۶ [۱۶-۱۸]، مدل ناحیه چسبناک^۷ [۱، ۱۹]، انتگرال J^۸ [۲۰-۲۲] و همچنین روش فواصل بحرانی^۹ [۲۳-۲۵] اشاره کرد. شیارها عمدتاً به واسطه ضرورت‌های طراحی در قطعات مهندسی ایجاد می‌شوند. از آنجایی که نوک شیارها به علت داشتن تمرکز تنش بالا، اغلب برای جواهرزنی و رشد ترک مستعد هستند، این احتمال وجود دارد تا قطعات زودتر از رسیدن به مقدار بار نامی خود بشکنند؛ لذا بررسی و رفتار شکست در قطعات ترک‌دار، از اهمیت بالقوه‌ای برخوردار است [۲۶-۳۰].

بعضی از انواع شیارها در عمل از تعمیر شیار دیگری ایجاد می‌شوند که در نوک آن ترک به وجود آمده است. برای نمونه، هنگامی که ترک در نوک شیار U شکل شروع به رشد کند و از طرفی نسبت اندازه شعاع نوک شیار به طول ترک ایجاد شده کمتر از یک باشد، آنگاه معمول‌ترین روش جهت تعمیر این نوع شیار، این است که به کمک سوپردریل، محدوده ایجاد شده ترک را با ایجاد سوراخی با شعاعی به اندازه طول ترک از میان می‌برند، در نتیجه یک شیار جدید موسوم به شیار کلیدی شکل^{۱۰} به دست می‌آید. توضیح این مفهوم در شکل ۱ بیان شده است. مهار رشد ترک با استفاده از شیار کلیدی شکل، به علت کم‌هزینه بودن و در دسترس

⁵ Maximum Tangential Stress (MTS)

⁶ Mean Stress (MS)

⁷ Cohesive Zone Model (CZM)

⁸ J-Integral

⁹ Theory of Critical Distances (TCD)

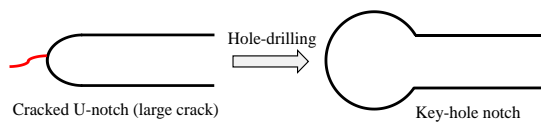
¹⁰ Key-Hole Notch

¹ Notch Fracture Mechanics (NFM)

² Strain Energy Density (SED)

³ Sih

⁴ Strain Energy Density Factor (SEDF)



شکل ۱- روش سوراخ کاری برای از بین بردن ترک شروع شده از مرز شیار U شکل

تجربی با نتایج پیش‌بینی شده مشخص گردید که دقت کلی در هر دو معیار بر پایه تنش قابل قبول است [۳۹]. در پژوهش آزمایشگاهی دیگری که توسط ترابی و عابدی‌نسب صورت گرفت [۱۸]؛ شکست ترد در نمونه‌های دیسک برزیلی، از جنس پلکسی و دارای شیار دمبلی شکل که در اصل حاصل از اتصال دو شیار کلیدی شکل است، تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II مورد بررسی قرار گرفته، در نهایت به کمک معیارهای مذکور، نتایج تجربی شکست در قالب نمودارهایی از چقرمگی شکست ارائه داده شد که دقت نتایج پیش‌بینی شده، حاکی از موثر بودن این دو معیار تنش‌پایه‌ای بود [۱۸].

معیار چگالی انرژی کرنشی، پیشتر در تحقیقات مختلف پژوهشی برای پیش‌بینی بار شکست قطعات دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفته بود [۳۳، ۳۴، ۴۰]، ولی در پژوهش حاضر، معیار چگالی انرژی کرنشی، به‌صورت تقریبی و در قالب یک فرمول‌بندی جدید از جنس انرژی و همچنین تحلیل تنش بر پایه یک ضریب جدید به ازای بارگذاری مود I ارائه می‌شود. در واقع با برقراری یک رابطه منطقی میان مقادیر تنش محیطی در نوک شیار برای نمونه‌های تحت مود I و نمونه‌های تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II، رابطه جدیدی بر پایه مود یک حاصل می‌شود و با اعمال فرمول‌بندی جدید، می‌توان از نتایج مقدار چگالی انرژی کرنشی متوسط در نمونه‌های تحت مود کششی خالص، جهت پیش‌بینی مقادیر بار شکست در دیگر نمونه‌های تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II بهره برد.

روش جدید ارائه شده، موسوم به چگالی انرژی کرنشی مبتنی بر مفهوم ضریب مود I معادل^۷ است. نکته دیگر اینکه ضرایب معادل ارائه شده در این مقاله، به مراتب بسیار ساده‌تر

بودن آن، در صنایع هوایی، کشتی‌سازی، راه‌سازی و خطوط ریلی کاربردهای بسیاری دارد. میکی،^۱ چگونگی اعمال این روش تعمیراتی پرکاربرد را روی سازه‌های فلزی آسیب‌دیده بررسی کرده است [۳۱]. امروزه استفاده از شیار کلیدی شکل به علت محدودیت مکانی در ایجاد شیار جدید در قطعات حساس، جهت تعمیر ترک افزایش یافته است و اخیراً تحقیقات بسیاری در این زمینه صورت گرفته است [۳۲-۳۶]. کولمر^۲ و ریچارد در یک مقاله [۳۷]، شکست ترد را در نمونه‌هایی از جنس پلکسی مورد ارزیابی قرار دادند که حاوی شیار کلیدی شکل بودند. آنها در آزمایش‌های خود از نمونه‌های شیاردار برشی کششی فشرده،^۳ جهت اندازه‌گیری میزان بار شکست استفاده کردند و در نهایت با موفقیت نتایج آزمایشگاهی بار شکست را به کمک معیارهای شکست ترد تنش پایه‌ای^۴ پیش‌بینی کردند [۳۷].

در پژوهشی دیگر لازارین^۵ و همکارانش، شکست ترد را روی شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود ترکیبی برشی کششی بررسی کردند [۳۳]. آنها روی ورق‌هایی مستطیلی از جنس گرافیت و به ازای شعاع‌های مختلفی از نوک شیار آزمایش‌هایی را انجام دادند. در نهایت آنها مقادیر بار شکست را به کمک تئوری چگالی انرژی کرنشی پیش‌بینی کردند [۳۳]. علاوه بر این‌ها، اخیراً ترابی جهت پیش‌بینی نتایج بار شکست در نمونه‌های دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود I، دو معیار تنش پایه‌ای به نام‌های تنش محیطی بیشینه و تنش متوسط را ارائه کرد [۳۸]. در پژوهش دیگری، ترابی و پیرهادی [۳۹]، نتایج تجربی شکست مرجع [۳۳] را به کمک دو معیار تنش پایه‌ای مذکور با دقت بالایی پیش‌بینی کردند. در پایان به کمک دو تئوری تنش متوسط و تنش محیطی بیشینه، روابط تئوری را جهت محاسبه مقادیر چقرمگی شکست مود I و چقرمگی شکست مود II و در قالب یک فرمول‌بندی ارائه دادند و در نهایت، نتایج حاصل از این معیارها را در قالب منحنی‌های چقرمگی شکست^۶ و زاویه شروع شکست ارائه کردند و از مقایسه نتایج

¹ Miki

² Kullmer

³ Compact-Tension-Shear-Notched Specimens (CTSN)

⁴ Stress-Based

⁵ Lazzarin

⁶ Fracture Toughness

⁷ Equivalent Mode I Factor Concept

۲-۱- ماده و نمونه‌ی آزمایش‌شده

ماده‌ای که لازارین و همکارانش [۳۳] مورد آزمایش قرار داده‌اند، نوعی گرافیت و از شاخه ایزواستاتیک پلی‌گرانولار^۲ است. این نوع گرافیت تجاری، به طور عمد کاربردهای مکانیکی زیادی دارد و بیشتر در درجه حرارت‌های بالا مورد استفاده قرار می‌گیرد. بیشتر همین ماده در دو تحقیق پژوهشی دیگر توسط برتو و همکارانش، مورد بررسی قرار گرفته است [۴۱، ۴۲]. در مرجع [۴۱]، نمونه‌های گرافیتی حاوی شیار U شکل تحت بارگذاری پیچشی و در مرجع [۴۲]، ظرفیت بار شکست در صفحات مستطیلی گرافیتی حاوی شیار U شکل تحت بارگذاری مرکب کششی-برشی ارزیابی شدند. از این رو و با توجه به استفاده مجدد این نوع از گرافیت در مرجع [۳۳]، خواص این ماده را مطابق با مراجع [۴۱، ۴۲] اقتباس کرده‌اند. در ادامه خواص مکانیکی ماده مذکور، در جدول ۱ آمده است.

قطعه آزمایش شده توسط لازارین و همکارانش [۳۳]، نمونه‌ای مستطیلی دارای شیار دمبلی شکل بوده که از دو طرف تحت کشش قرار گرفته است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، حالات مختلفی از بارگذاری داخل صفحه‌ای با تغییر زاویه بارگذاری β به دست می‌آید. در واقع با افزایش زاویه بارگذاری از صفر تا مقادیر بالاتر، مود بارگذاری از کشش خالص به سمت بارگذاری ترکیبی کششی برشی^۳ تغییر می‌کند. در مقادیر بالاتری از زاویه β ، نوک شیار تنش‌های کششی برشی را تحمل می‌کند. به منظور بررسی اثرات تغییر شعاع گردشدگی شیار بر میزان بار شکست، مقادیر ۰/۲۵، ۰/۵، ۱، ۲ و ۴ میلی‌متر، به عنوان اندازه شعاع-های نوک شیار کلیدی شکل در نظر گرفته شده است؛ همچنین فاصله بین مراکز دو شیار کلیدی شکل برای همه نمونه‌ها، برابر با ۱۰ میلی‌متر هستند. نمونه‌های تجربی در چهار مدل بارگذاری شامل، حالت کششی خالص (زاویه‌ی بارگذاری صفردرجه) و همچنین زوایای بارگذاری مرکب ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه مورد آزمایش قرار گرفتند [۳۳].

از روابطی هستند که بیشتر لازارین و همکارانش، در مقالات خود برای شیارهای U شکل ارائه کرده بودند و آن پیچیدگی‌های قبلی در این روابط مشهود نیست.

به منظور بررسی میزان کارآمدی روش پیشنهادی در این مقاله، از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۳۳] استفاده شده است. در مرجع [۳۳]، لازارین و همکارانش جهت صحت‌سنجی روی نتایج آزمایشگاهی خود، از معیار چگالی انرژی کرنشی استفاده کردند، اما در پژوهش حاضر، معیار چگالی انرژی کرنشی با اعمال یک ضریب جدید تا حدودی بهبود داده می‌شود، ضمن اینکه حجم محاسبات جهت پیش‌بینی بار شکست، به طرز قابل توجهی کاهش می‌یابد.

در عین حال ذکر این نکته بسیار ضروری است که هدف اصلی در این مقاله، ارائه یک روش جدید بر مبنای انرژی کرنشی است. در پایان با اعمال روش جدید روی نتایج تجربی مرجع [۳۳] مشخص گردید که اگرچه میزان دقت معیار جدید پیش‌بینی شده حدوداً برابر با معیار ارائه شده در مرجع مذکور (معیار چگالی انرژی کرنشی) است، ولی استفاده از معیار جدید پیشنهادی (معیار چگالی انرژی کرنشی بر اساس مفهوم ضرایب معادل) از حیث کمتر شدن حجم محاسبات در قیاس با معیار مورد استفاده در مرجع [۳۳] اهمیت می‌یابد؛ همچنین تئوری جدید با دقت بالای ۹۴ درصد، نتایج تجربی مرجع [۳۳] را پیش‌بینی می‌کند.

در بخش ۳، معیار پیشنهادی در قالب یک فرم حل بسته برای شیارهای کلیدی شکل ارائه می‌شود. در عین حال، ذکر این نکته ضروری است که ایده محاسبه ضرایب معادل، بیشتر برای شیارهای کلیدی شکل ارائه نشده است.

۲- بررسی نتایج آزمایشگاهی گزارش شده جهت

صحت سنجی

به منظور ارزیابی دقت روش پیشنهادی، از نتایج آزمایشگاهی که لازارین و همکارانش روی صفحات گرافیتی مستطیلی دارای شیار کلیدی شکل^۱ تحت بارگذاری کششی خالص و همچنین مود ترکیبی کششی برشی انجام داده بودند [۳۳]، استفاده شده است. مشخصات ماده و نمونه استفاده شده توسط این گروه تحقیقاتی، به تفصیل در ادامه این بخش ارائه می‌شود.

² Isostatic poly-granular graphite

³ Combined Tension-Shear Loading

¹ Key-hole notched rectangular graphite plates

جدول ۱- خواص مکانیکی [۳۳]

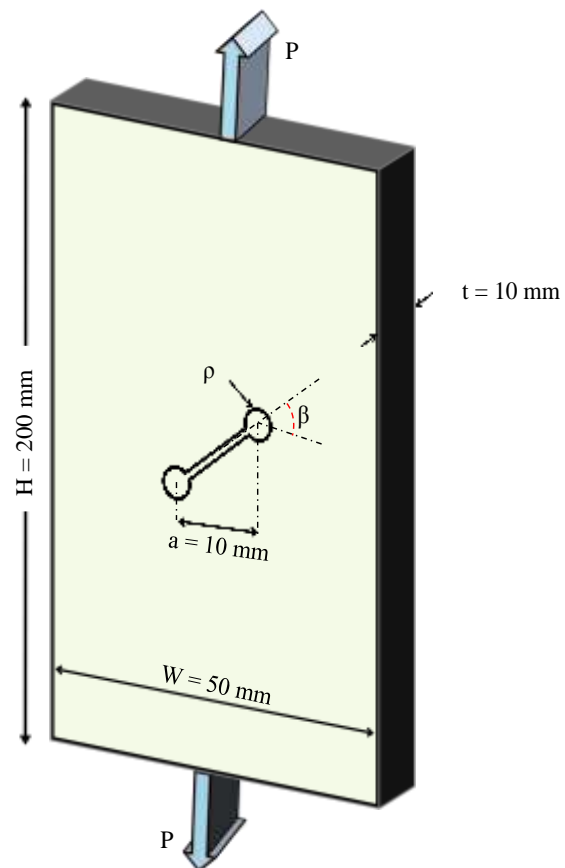
مقدار	خصوصیت
۸۰۵۰ MPa	مدول الاستیسیته
۳۳۶۴ MPa	مدول برشی
$۱/۰۶ \text{ MPa}\cdot\text{m}^{-۱/۲}$	چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای
۰/۲	ضریب پواسون
۴۶ MPa	استحکام کششی نهایی
۱۱۰ MPa	استحکام فشاری نهایی
۳۰ MPa	استحکام پیچشی نهایی
$۱/۸۵ \text{ km}\cdot\text{dm}^{-۳}$	چگالی

۲-۲- عملیات و شرایط آزمایشگاهی

به منظور تولید نمونه‌های تجربی، از تعدادی بلوک گرافیتی ایزواستاتیکی به ضخامت ۱۰ میلی‌متر استفاده شده است. سپس نمونه‌های مستطیلی حاوی شیار کلیدی شکل با دقت بالایی به کمک ماشین برش آب^۱، ساخته شدند. قبل از انجام آزمایش‌ها، به منظور کاهش زبری سطح و همچنین جلوگیری از شروع زودرس ترک‌های سطحی در نمونه‌ها، سطوح خارجی نمونه‌ها با استفاده از یک سری کاغذ ساینده خوب، تمیز شدند. لازارین و همکارانش، در کل ۶۰ نمونه گرافیتی را آزمایش کردند که نتایج بار شکست کلیه نمونه‌ها، در جدول ۲ آمده است.

شرایط بارگذاری به صورت کرنش‌کنترل و نرخ بارگذاری $۰/۰۵$ میلی‌متر در دقیقه بوده است. آزمایش‌ها به کمک یک دستگاه تست محوری انجام شدند [۳۳]. نکته بسیار مهمی که لازارین و همکارانش [۳۳] در پژوهش مذکور مورد تاکید قرار دادند، این است که منحنی‌های بار-جابجایی به‌دست آمده از آزمایش‌های شکست نمونه‌های گرافیتی، نشان می‌دهند که شکست در تمامی نمونه‌ها به صورت الاستیک خطی، ناگهانی و البته بدون ایجاد ناحیه پلاستیک در اطراف نوک شیار بوده است؛ بنابراین انتظار می‌رود که بتوان از تئوری‌های مربوط به مکانیک شکست شیار الاستیک خطی^۲ بهره برد؛ لذا با توجه به اینکه معیار ارائه شده در این تحقیق، پژوهشی بر پایه الاستیک خطی است، پس می‌توان جهت صحت‌سنجی روش جدید از نتایج تجربی بار شکست گزارش شده در مرجع [۳۳] استفاده کرد که به اختصار در جدول ۲ آمده است. در جدول ۲، منظور از بار شکست ۱، ۲ و ۳، همان مقادیر بار شکست تجربی به ازای هر مرتبه از انجام آزمایش‌هاست.

در بخش بعدی، ابتدا معیار چگالی انرژی کرنشی توضیح داده می‌شود و سپس، معیار اصلاح شده‌ای مبتنی بر چگالی انرژی کرنشی در قالب یک فرمول‌بندی جدید، جهت پیش‌بینی نتایج تجربی بار شکست روی نمونه‌های گرافیتی دارای شیار کلیدی شکل، به صورت کامل ارائه می‌شود.



شکل ۲- هندسه‌ی نمونه‌ی آزمایش شده

^۲ Water-Jet Machine

^۳ Linear Elastic Notch Fracture Mechanics

جدول ۲- خلاصه نتایج تجربی بار شکست گزارش شده توسط لازارین و همکارانش برای نمونه‌های گرافیتی شیاردار [۳۳]

زاویه‌ی بارگذاری (degrees)	شعاع نوک شیار (mm)	بار شکست ۱ (N)	بار شکست ۲ (N)	بار شکست ۳ (N)	بار میانگین (N)
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۷۶۸	۴۰۳۲	۴۱۰۰	۳۹۶۷
۰/۵	۰/۵	۴۰۶۹	۳۹۱۶	۴۱۹۳	۴۰۶۰
۱	۱	۴۲۰۰	۳۷۵۸	۴۰۳۵	۳۹۹۸
۲	۲	۵۲۸۵	۴۷۸۹	۴۸۲۷	۴۹۶۷
۴	۴	۴۸۸۹	۴۹۹۲	۴۸۴۸	۴۹۱۰
۰/۲۵	۰/۲۵	۴۰۴۲	۳۸۴۳	۴۰۸۷	۳۹۹۱
۰/۵	۰/۵	۴۲۰۰	۳۷۵۱	۴۱۱۴	۴۰۲۲
۱	۱	۴۲۰۷	۴۰۴۴	۴۱۲۵	۴۱۲۵
۲	۲	۴۷۴۴	۴۴۷۴	۴۶۰۹	۴۶۰۹
۴	۴	۵۱۳۴	۴۴۱۷	۴۷۷۵	۴۷۷۵
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۵۷۸	۳۹۰۴	۳۸۷۷	۳۷۸۶
۰/۵	۰/۵	۳۷۲۵	۳۸۸۳	۴۰۶۹	۳۸۹۳
۱	۱	۳۹۶۰	۴۲۸۳	۴۱۲۱	۴۱۲۱
۲	۲	۴۹۰۱	۴۰۵۵	۴۹۷۲	۴۹۷۲
۴	۴	۴۴۶۱	۵۰۹۲	۴۷۷۷	۴۷۷۷
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۸۰۹	۳۹۹۷	۴۱۸۰	۳۹۹۵
۰/۵	۰/۵	۳۷۳۲	۳۸۳۲	۴۰۰۴	۳۸۵۶
۱	۱	۳۹۴۸	۴۲۸۰	۴۱۱۴	۴۱۱۴
۲	۲	۴۴۶۴	۴۵۲۷	۴۴۹۶	۴۴۹۶
۴	۴	۴۳۴۸	۴۷۵۸	۴۵۵۳	۴۵۵۳

ضریب مود یک معادل همراه با فرم دقیق معادله‌ای آن ارائه می‌شود. بر طبق معیار چگالی انرژی کرنشی، شکست ترد هنگامی رخ می‌دهد که مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی در یک حجم کنترل مشخصی از نوک شیار به یک مقدار بحرانی یعنی \overline{W}_{cr} برسد.

در واقع مقدار چگالی انرژی کرنشی بحرانی، به هندسه شیار و شرایط بارگذاری بستگی ندارد و جزء خواص ذاتی ماده آزمایش شده است؛ اما ذکر این نکته ضروری است که اندازه حجم کنترل مشخص در نوک شیار، به سه پارامتر ضریب پواسون، چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای و مقدار استحکام نهایی ماده وابسته است. حجم کنترل ناحیه بحرانی، همواره به صورت یک ناحیه هلالی شکل در نوک شیار به دست می‌آید. شکل ۳ بیانگر شماتیکی از حجم کنترل مربوط به شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود I کششی خالص و همچنین مود ترکیبی I/II است؛ همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، مرکز دایره حجم کنترل روی خط شروع شکست شیار قرار می‌گیرد، زیرا در اصل حداکثر تنش-های محیطی در همین محدوده حجم کنترل هلالی شکل قرار دارند. از آنجا که معیار چگالی انرژی کرنشی به اندازه شبکه المان‌ها وابسته نیست، لذا این نکته را می‌توان از مزیت‌های این تئوری نسبت به سایر روش‌ها نظیر، روش‌های تنش پایه‌ای به حساب آورد. رابطه (۱) بیانگر، اندازه حجم کنترل بحرانی در نوک شیار تحت شرایط کرنش صفحه‌ای است [۶].

$$R_c = \frac{(1 + \nu)(5 - 8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (1)$$

در واقع K_{Ic} مقدار چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای، σ_u استحکام نهایی ماده و ν ضریب پواسون ماده می‌باشند. همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، شعاع بیرونی حجم کنترل برابر با $R_c + r_0$ است. مقدار عددی r_0 نیز، طبق رابطه (۲) به دست می‌آید [۳۳، ۳۴]. در رابطه (۲)، ρ شعاع نوک شیار است.

$$r_0 = \frac{q - 1}{q} \rho \quad (2)$$

q که تابعی از زاویه بازشدگی دهانه شیار است، از رابطه (۳) به دست می‌آید؛ بنابراین شعاع بیرونی تابعی از شعاع نوک شیار و زاویه بازشدگی دهانه شیار است [۳۳، ۳۴].

$$q = \frac{2\pi - 2\alpha}{\pi} \quad (3)$$

۳- تئوری معیار

۳-۱- معرفی معیار چگالی انرژی کرنشی

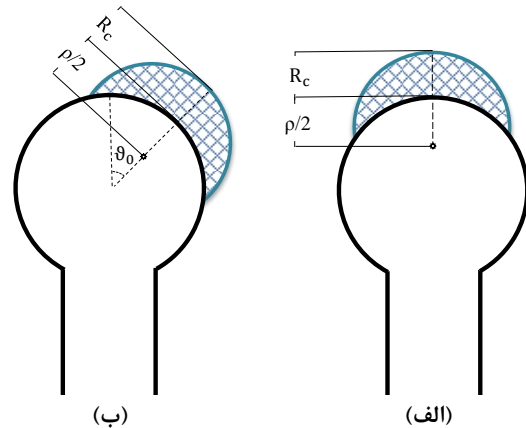
در این پژوهش، معیار چگالی انرژی کرنشی بر پایه مفهوم ضریب مود I معادل و به منظور پیش‌بینی مقادیر بار شکست در نمونه‌های گرافیتی دارای شیار کلیدی شکل، مورد استفاده قرار گرفته است. در واقع این تئوری پیشنهادی، مدلی توسعه یافته از معیار شناخته شده چگالی انرژی کرنشی است با این تفاوت که بر پایه تحلیل تنش‌ها در نوک شیار فرمول‌بندی شده است. در این بخش، ابتدا معیار چگالی انرژی کرنشی برای شیارهای کلیدی شکل توضیح داده شده و در ادامه، روش جدید موسوم به چگالی انرژی کرنشی بر پایه مفهوم

گره‌ای مرتبه دوم در شرایط کرنش صفحه‌ای استفاده شده است.

شکل ۴ نحوه المان‌بندی جهت محاسبات چگالی انرژی کرنشی و همچنین شرایط بارگذاری و مرزی را در مدل سازی‌های المان محدود نشان می‌دهد. شرایط بارگذاری روی نمونه مستطیلی، با فرض در نظر گرفتن اثرات فک دستگاه بوده است. در واقع، تمامی گره‌های محل تماس گیره کششی به کمک قید معادلاتی^۱ موجود در نرم افزار آباکوس، به گونه ای مقید شده است که کلیه گره‌های تحت کشش با جابجایی یکسان و فقط در راستای جهت کششی حرکت داشته باشند، ضمن اینکه طرف دیگر نمونه که در واقع با فک دیگر دستگاه ثابت شده است، به کمک شرایط مرزی مطابق با شکل ۴ به گونه‌ای بسته شده است تا هیچگونه حرکتی در هیچ راستایی نداشته باشد؛ همچنین نحوه اعمال بار در حل المان محدود، به صورت یکنواخت کششی (بار بر سطح مقطع تحت کشش) است.

یکی دیگر از نکات مهمی که در معیار SED لازم است به آن توجه کرد، این است که تعداد المان‌های درون حجم کنترل، پاسخ چگالی انرژی کرنشی را تغییر چندانی نمی‌دهد؛ یعنی، حتی می‌توان با تعداد ۱۵ المان درون حجم کنترل نیز، به پاسخ صحیح دست یافت. در پژوهش‌های سایر محققان نیز، این موضوع قبلاً گزارش شده است [۳۳، ۴۰]. با توجه به توضیحات مذکور، بار شکست بر مبنای معیار چگالی انرژی کرنشی محاسبه می‌شود.

در عین حال ذکر این نکته بسیار ضروری است که بر خلاف محاسبات بخش انرژی، برای انجام تحلیل‌های بخش تنشی لازم است تا حساسیت به شبکه المان خصوصاً در حول نوک شیار بررسی شود؛ زیرا اساساً پاسخ تحلیل تنشی در حوزه شیارها بر خلاف محاسبات SED با تعداد کم المان صحیح نیست؛ بنابراین در ادامه این بخش، نمودار همگرایی المانی به صورت نمونه در شکل ۵ برای حالت $\rho=1\text{mm}$ و $\beta=45^\circ$ ارائه می‌شود. شکل ۵ بیانگر، مقادیر تنش محیطی بیشینه در مرز شیار در مقابل تعداد المان‌ها برای نمونه $\rho=1\text{mm}$ و $\beta=0^\circ$ است. محاسبات انجام شده برای بررسی حساسیت به شبکه المانی، به ازای یک بار دلخواه صورت



شکل ۳- حجم کنترل برای نمونه‌های دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری (الف) مود I و (ب) مود ترکیبی I/II

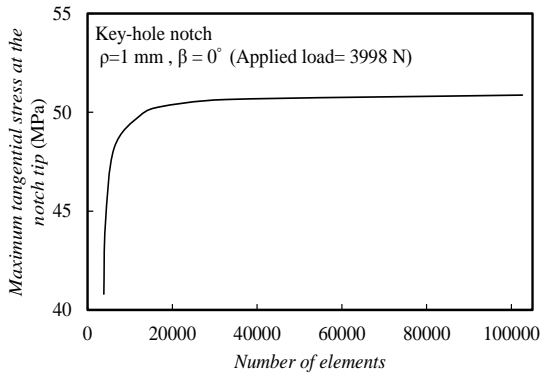
بنابراین طبق روابط (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت که مقدار q و r_0 برای شیارهای کلیدی شکل به ترتیب برابر با ۲ و $\rho/2$ است؛ همچنین مقدار بحرانی چگالی انرژی کرنشی نیز، از رابطه بلترامی و به شرح رابطه (۴) محاسبه می‌شود [۴۳، ۶].

$$\overline{W}_{cr} = \frac{\sigma_u^2}{2E} \quad (4)$$

بنابراین دو پارامتر مستقل معیار SED یعنی، شعاع حجم کنترل و چگالی انرژی کرنشی بحرانی برای ماده گرافیت، با توجه به جدول ۱ و بر طبق روابط (۱) و (۴) به ترتیب برابر با ۰/۱۷ میلی‌متر و ۰/۱۳ مگاژول بر متر مکعب می‌باشند. نحوه محاسبه بار شکست در نمونه‌های شیاردار، به این صورت است که ابتدا لازم است، مرکز حجم کنترل هلالی شکل مشخص و سپس محاسبات عددی با فرض این انجام می‌شود که نمونه تحت بار ۱ نیوتن باشد. در نهایت مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی را به عنوان یک خروجی متداول از نرم افزار آباکوس در حجم کنترل به ازای بار واحد اعمال شده به نمونه می‌توان گزارش کرد. در پایان بار اعمالی به نمونه آنقدر افزایش می‌یابد تا جایی که مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی در حجم کنترل افزایش یابد و به مقدار بحرانی خود یعنی \overline{W}_{cr} برسد. به عبارت دیگر، بار متناظر با شرایط $\overline{W}_{cr} = \overline{W}$ در واقع بار شکست پیش‌بینی شده توسط معیار چگالی انرژی کرنشی است.

ذکر این نکته ضروری است که تمامی تحلیل‌های المان محدود با استفاده از تحلیل‌های الاستیک خطی برای هر نمونه صورت گرفته است. در همه تحلیل‌ها، از المان هشت

¹ Equation Constraint



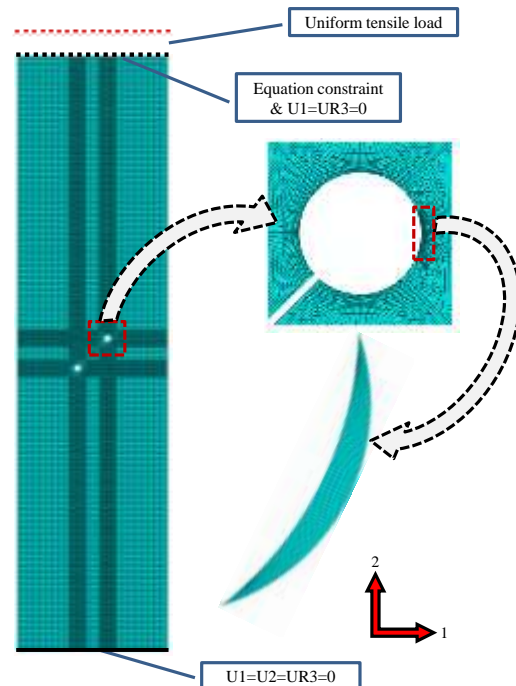
شکل ۵- نمودار همگرایی المانی برای نمونه‌ی مستطیلی دارای شیار کلیدی شکل ($\beta=0^\circ$, $\rho=1$ mm)

مبنای فرضیه مکانیک شکست الاستیک خطی است، لذا می‌توان در محاسبات عددی المان محدود، هر مقدار بار دلخواهی را در محاسبات اعمال کرد، ولی در انتهای محاسبات لازم است، تا با ضرب عدد اعمالی بار مذکور در نسبت انرژی کرنشی به دست آمده، اثر بار را حذف شود؛ به این معنی که گویی در تحلیل‌ها از اعمال بار یک نیوتنی استفاده شده است.

در ادامه این پژوهش، ضریب مود یک معادل بر مبنای یک روش جدید و با هدف کاهش حجم محاسبات عددی جهت پیش‌بینی بار شکست در نمونه‌های دارای شیار کلیدی شکل ارائه می‌شود. در بخش بعدی به صورت کامل، مفهوم ضریب مود یک معادل در قالب فرمول‌هایی بر اساس چگالی انرژی کرنشی توضیح داده می‌شود. اگرچه این روابط در اصل بر پایه تحلیل تنش می‌باشند و با توجه به داشتن مقادیر چگالی انرژی کرنشی برای همه نمونه‌ها نیازی به محاسبه قسمت انرژی نبوده است، ولی با توجه به این نکته که برتو و همکارانش، از یک کد APDL در نرم افزار انسیس بهره بردند که طبیعتاً حجم محاسبات بالایی را شامل بوده است؛ بنابراین با هدف یکنواخت شدن نتایج، در این مقاله مقادیر چگالی انرژی کرنشی این بار به صورت مستقیم و بدون کد برای همه نمونه‌ها محاسبه شدند.

شکل ۶ کانتورهای تنش محیطی و توزیع انرژی کرنشی در نوک شیار را برای نمونه با شعاع ۱ میلی‌متری تحت بارگذاری ۴۵ درجه نشان می‌دهند. در بخش بعدی که به تفصیل و در قالب یک حل دقیق روش جدید ارائه می‌شود، به

گرفته است. با توجه به شکل ۵ مشخص شد که با تعداد حداکثر ۲۰۰۰۰ المان، همگرایی حاصل می‌شود. اندازه مناسب برای هر المان در اطراف نوک شیار به مقدار ۰/۱۵ میلی‌متر است. نتایج حل المان محدود شامل، زاویه شروع شکست، تنش محیطی بیشینه و همچنین مقادیر چگالی انرژی کرنشی برای هر نمونه به ازای اعمال مقادیر بار شکست تجربی در جدول ۳ ارائه شده است. هدف از جدول ۳، نمایش یک روند کلی از تغییر داده‌ها به ازای جایگذاری عدد بار شکست در حل المان محدود بوده است تا به کمک این جدول مشخص گردد که چه مقدار فاصله عددی میان چگالی انرژی کرنشی به ازای بار شکست تجربی متوسط و مقدار چگالی انرژی کرنشی بحرانی گرافیت آزمایش شده وجود دارد. پیشتر نیز برتو و همکارانش در حوزه معیار SED، جدولی را تحت همین شرایط و به ازای جایگذاری مقادیر بار شکست تجربی میانگین محاسبه و در قالب یک جدول ارائه کردند (برای نمونه مراجعه شود به مراجع [۳۴] و [۴۱]). با نظر به اینکه کلیه محاسبات عددی چگالی انرژی کرنشی بر



شکل ۴- نمونه‌ی مستطیلی دارای شیار کلیدی شکل که در نرم افزار اجزای محدود المان‌بندی شده است ($\beta=45^\circ$, $\rho=1$ mm)

۳-۲- معرفی روش جدید بر پایه‌ی مفهوم ضرایب معادل ایده معادل‌سازی بین مود I و دیگر مودهای ترکیبی برای نمونه‌های شیاردار نوک‌گرد، توسط لازارین و همکارانش در سال ۲۰۰۹ ارائه شد [۸]. آنها به کمک توابع تنش و همچنین محاسباتی بر پایه انرژی برای شیارهای U و V شکل نوک‌گرد، ضرایب معادل مختلفی را ارائه کرده، در پایان نشان دادند که حجم کنترل هلالی شکل به ازای حالت مود ترکیبی به صورت صلب است و تنها با تغییر حالت مود بارگذاری، مقدار هلالی شکل صلب بدون تغییر در اندازه حجم کنترل، چرخش می‌کند. این فرضیه به طور گسترده برای تعدادی از مواد مختلف ترد و شبه‌ترد تایید شده است [۴۳]؛ اما در تحقیق حاضر، ایده‌های قبلی ساده‌تر شده که در واقع برای شیارهای U شکل ارائه شده بودند و در نهایت با تعریف ضرایب مود معادل جدید برای شیار کلیدی شکل، حجم محاسبات به طرز چشم‌گیری کاهش یافته است.

در ادامه نشان داده می‌شود که با استفاده از مفهوم ضریب مود I معادل، می‌توان مقادیر بار شکست را به ازای دیگر حالت‌های بارگذاری مود ترکیبی پیش‌بینی کرد. برای شیارهای کلیدی شکل تحت بارگذاری مود کششی خالص، می‌توان رابطه (۵) را به عنوان رابطه‌ای بین تنش محیطی بیشینه در نوک شیار و چگالی انرژی کرنشی در حجم کنترل مشخص ارائه کرد.

$$\overline{W}_I = H(R_c/\rho) \frac{(\sigma_{max(I)})^2}{2E} \quad (5)$$

به طور مشابه می‌توان برای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II رابطه (۶) را ارائه کرد.

$$\overline{W}_{I/II} = H^*(R_c/\rho) \frac{(\sigma_{max(I/II)})^2}{2E} \quad (6)$$

در روابط (۵) و (۶)، σ_{max} در واقع مقادیر تنش محیطی بیشینه در مرز شیار است؛ همچنین ضرایب مود معادل $H(R_c/\rho)$ و $H^*(R_c/\rho)$ که به ترتیب مربوط به بارگذاری‌های مود I و مود ترکیبی I/II می‌باشند، در واقع ضرایب معادل، تابع سه مورد شامل، هندسه نمونه تحت بارگذاری، نسبت (R_c/ρ) و همچنین ضریب پواسون می‌باشند. همانطور که از روابط (۵) و (۶) مشخص است، در حقیقت ضرایب H و H^* رابطه‌ای را بین مقادیر تنش محیطی و کرنش‌های موجود در حجم کنترل مشخص را خلاصه‌سازی می‌کند. مقادیر ضرایب معادل بر کل نمونه‌های تحت بارگذاری در این مسئله، در جدول ۴ آمده است.

وضوح نشان داده خواهد شد که بر اساس معیار اصلاح شده، هیچگونه نیازی مبنی بر محاسبه مقادیر چگالی انرژی کرنشی برای همه نمونه‌ها نیست و تنها تحلیل انرژی نمونه‌های تحت کشش خالص به علاوه گزارش کردن مقادیر تنش محیطی بیشینه برای کل نمونه‌ها به ازای اعمال بار واحد، محاسبات را جهت پیش‌بینی بار شکست در کل نمونه‌های شیاردار تمام می‌کند؛ بنابراین ذکر این نکته بسیار ضروری است که تمامی محاسبات جدول ۳، صرفاً جهت یکنواختی نتایج در نرم‌افزار انجام شده است.

جدول ۳- خلاصه نتایج حاصل از حل المان محدود

زاویه بارگذاری	شعاع نوک شیار	بار شکست میانگین	چگالی انرژی کرنشی	زاویه تنش محیطی	تنش محیطی بیشینه (MPa)
(Degree)	(mm)	(N)	(MJ/m ³)	(Degree)	(MPa)
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۹۶۷	۰/۱۱۸۱	۰	۸۶/۱
۰/۵	۰/۵	۴۰۶۰	۰/۱۲۱۲	۰	۶۶/۷
۱	۱	۳۹۹۸	۰/۱۰۰۲	۰	۵۱/۰
۲	۲	۴۹۶۷	۰/۱۲۴۸	۰	۵۱/۴
۴	۴	۴۹۱۰	۰/۱۰۶۹	۰	۴۵/۱
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۹۹۱	۰/۱۳۲۴	۳۷/۱	۹۱/۰
۰/۵	۰/۵	۴۰۲۲	۰/۱۲۸۴	۳۲/۷	۶۷/۹
۱	۱	۴۱۲۵	۰/۱۱۶۰	۳۰/۹	۵۳/۳
۲	۲	۴۶۰۹	۰/۱۱۰۳	۳۰/۰	۴۸/۲
۴	۴	۴۷۷۵	۰/۱۰۱۰	۳۰/۰	۴۲/۹
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۷۸۶	۰/۱۲۳۷	۵۲/۵	۸۸/۳
۰/۵	۰/۵	۳۸۹۳	۰/۱۲۸۱	۵۰/۰	۶۷/۵
۱	۱	۴۱۲۱	۰/۱۱۷۵	۴۷/۵	۵۴/۵
۲	۲	۴۹۷۲	۰/۱۳۴۸	۴۶/۲	۵۳/۲
۴	۴	۴۷۷۷	۰/۱۰۹۲	۴۵/۰	۴۵/۵
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۹۹۵	۰/۱۲۹۹	۶۷/۳	۹۱/۹
۰/۵	۰/۵	۳۸۵۶	۰/۱۲۶۵	۶۳/۳	۶۷/۵
۱	۱	۴۱۱۴	۰/۱۲۴۲	۶۱/۶	۵۶/۱
۲	۲	۴۴۹۶	۰/۱۱۹۸	۶۱/۶	۵۰/۰
۴	۴	۴۵۵۳	۰/۱۰۹۲	۶۰/۰	۴۵/۳

بسیار ضروری است که کلیه محاسبات عددی لازم است، به ازای بارگذاری بار ۱ نیوتنی انجام شوند. با ساده‌سازی رابطه (۷)، رابطه‌ی (۸) و در نهایت رابطه (۹) حاصل می‌شود که به شرح زیر است.

$$P_{cr} = \frac{1}{t_k^*} \sqrt{\frac{2E\overline{W}_{cr}}{H(R_c/\rho)}} \quad (۸)$$

$$P_{cr} = \frac{\sigma_{max(l)}}{t_k^*} \sqrt{\frac{\overline{W}_{cr}}{W_I}} \quad (۹)$$

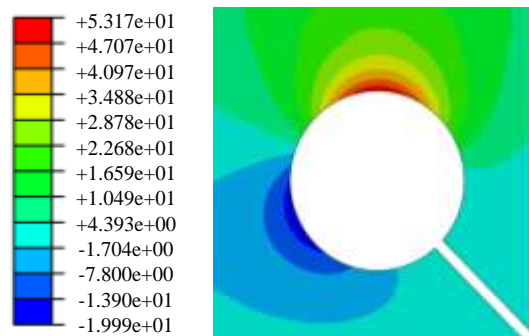
در رابطه (۹) نیز، t_k^* در واقع همان نسبت تنش محیطی بیشینه به بار یک نیوتن یعنی ($t_k^* = \sigma_{max}/1N$) برای هر نمونه است؛ زیرا تحلیل‌های المان محدود در واقع به ازای اعمال بار واحد انجام می‌شوند.

در واقع جدول ۴ از این رو ارائه شده است که نشان دهد، می‌توان به جای ضریب مود معادل ترکیبی از ضریب معادل مود کششی بهره برد. فلذا، این جدول در واقع جزئی ارائه شده در مسیر اثبات روش پیشنهادی است. از این رو اگر قرار باشد که این معیار روی داده‌های جدید دیگری اعمال گردد، هیچگونه نیازی مبنی بر محاسبه مقادیر جدول ۴ نبوده، تنها محاسبه مقادیر تنش محیطی بیشینه حول شیار به علاوه محاسبه مقادیر چگالی انرژی کرنشی مود کششی خالص کافی است، تا مقادیر پیش‌بینی بار شکست به کمک رابطه ۹ و به ازای تمامی حالات بارگذاری‌ها بدست آید و این بدان معنی است که روش جدید ارائه شده، در واقع مدلی توسعه‌یافته از معیار چگالی انرژی کرنشی است. روش جدید موسوم به چگالی انرژی کرنشی بر پایه مفهوم ضریب مود یک معادل، حجم محاسبات عددی را کاهش می‌دهد که این در واقع همان مزیت اصلی روش جدید ارائه شده نسبت به اصل تئوری معیار چگالی انرژی کرنشی است.

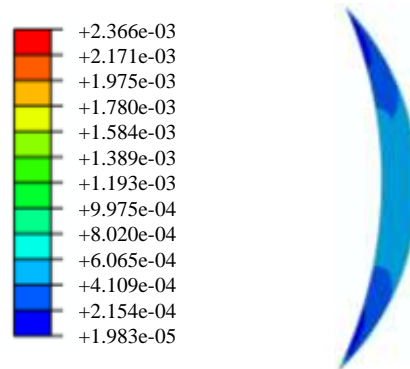
جدول ۴- مقادیر ضرایب H و H^* برای نمونه‌های آزمایش‌شده

شعاع نوک شیار	ضریب H^*			ضریب H
	$\beta = 60^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 30^\circ$	
۰/۲۵	۰/۲۴۷۶	۰/۲۵۵۳	۰/۲۵۷۴	۰/۲۵۶۵
۰/۱۵	۰/۴۴۶۹	۰/۴۵۲۵	۰/۴۴۸۴	۰/۴۳۸۶
۱	۰/۶۳۵۶	۰/۶۳۶۷	۰/۶۵۷۳	۰/۶۲۰۲
۲	۰/۷۷۱۵	۰/۷۶۶۶	۰/۷۶۴۳	۰/۷۶۰۵
۴	۰/۸۵۶۵	۰/۸۴۹۰	۰/۸۸۳۴	۰/۸۴۶۲

(a) Tangential stress distribution (MPa)



(b) Strain energy distribution (mJ)



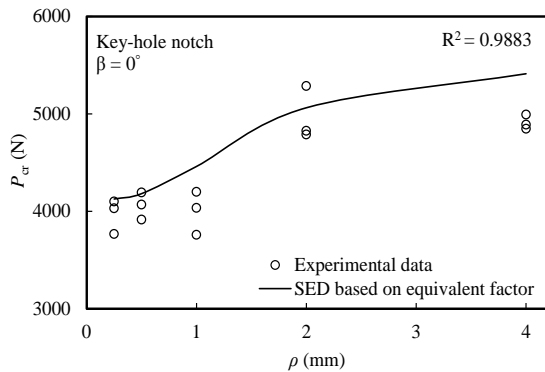
شکل ۶- نمونه کانتورهای الف) تنش‌های محیطی و ب) توزیع انرژی کرنشی در مرز شیار مربوط به بار 4972 نیوتن ($\beta=45^\circ, \rho=2$)

همانطور که در نتایج جدول ۴ مشاهده می‌شود، تفاوت عددی میان ضرایب معادل H و H^* بسیار ناچیز است، لذا می‌توان از ضرایب معادل H به جای ضرایب H^* استفاده کرد. نکته دیگر اینکه طبق معیار چگالی انرژی کرنشی، شکست در نمونه شیاردار هنگامی رخ می‌دهد که مقدار چگالی انرژی کرنشی در حجم کنترل مشخص در نوک شیار به مقدار بحرانی خود یعنی \overline{W}_{cr} برسد؛ بنابراین می‌توان با توجه به نتایج حاصل از روابط قبلی، رابطه (۷) را به صورت زیر بازنویسی کرد.

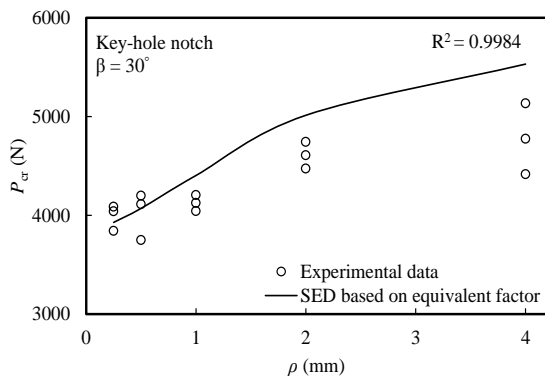
$$\overline{W}_{cr} = H(R_c/\rho) \frac{[\sigma_{max}^*(P_{cr})]^2}{2E} \quad (۷)$$

در رابطه (۷)، \overline{W}_{cr} همان مقدار بحرانی چگالی انرژی کرنشی یعنی $0/13$ مگاژول بر متر مکعب است؛ همچنین σ_{max}^* مقدار تنش محیطی بیشینه در مرز شیار برای هر نمونه مورد بررسی، فارغ از مود بارگذاری است. ذکر این نکته

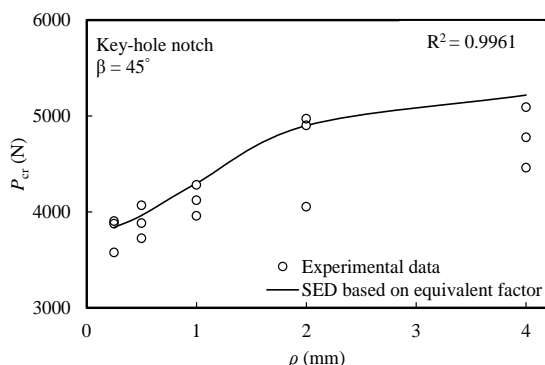
ارائه شده در حوزه مکانیک شکست شیار، اساساً بر مبنای بررسی شیارهایی با شعاع نوک نسبتاً کوچک استوار است.



شکل ۷- مقایسه بین مقادیر بار شکست پیش‌بینی شده و تجربی برای شعاع‌های نوک شیار مختلف از حالت $\beta=0^\circ$



شکل ۸- مقایسه بین مقادیر بار شکست پیش‌بینی شده و تجربی برای شعاع‌های نوک شیار مختلف از حالت $\beta=30^\circ$



شکل ۹- مقایسه بین مقادیر بار شکست پیش‌بینی شده و تجربی برای شعاع‌های نوک شیار مختلف از حالت $\beta=45^\circ$

در بخش بعدی بحث و نتیجه‌گیری روی داده‌های تئوری بار شکست به تفصیل آمده است. مزیت روش جدید ارائه شده در واقع کمتر شدن حجم محاسبات عددی جهت پیش‌بینی بار شکست همراه با ارائه درصد خطای قابل قبول در پیش‌بینی نتایج تجربی است. در این مقاله، روش جدید برای شیار کلیدی شکل نتایج بسیار خوبی را ارائه کرده است که از دیگر مزیت‌های این روش به حساب می‌آید.

۴- نتایج و بحث

بر اساس توضیحاتی که در بخش قبلی ارائه شده، بار شکست بر مبنای چگالی انرژی کرنشی و با جایگذاری ضریب مود یک معادل به دست می‌آید. نتایج پیش‌بینی بار شکست بر اساس مدل توسعه یافته به همراه مقادیر میانگین نتایج آزمایشگاهی همراه با درصد اختلاف بین نتایج تئوری و تجربی، در جدول ۵ آمده است. به منظور صحت‌سنجی بهتر از نتایج آزمایشگاهی شکست نمونه‌های گرافیتی حاوی شیار کلیدی شکل، منحنی‌های مقادیر بار شکست پیش‌بینی شده بر اساس چگالی انرژی کرنشی مبتنی بر ضریب مود معادل در برابر شعاع نوک شیار به تفکیک هر چهار حالت بارگذاری در شکل‌های ۷ تا ۱۰ ترسیم گردیده است.

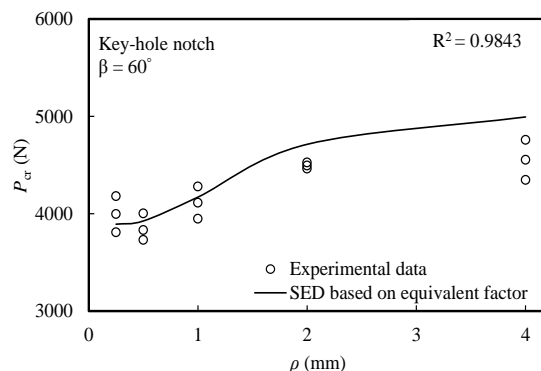
همانطور که از منحنی‌ها مشخص است، نتایج حاصل از تئوری با تطابق بالا داده‌های آزمایشگاهی را پوشش می‌دهد؛ همچنین ضریب تعیین R^2 برای منحنی پیش‌بینی تئوری بار شکست محاسبه و به صورت جداگانه برای هر نمودار ارائه شده است. معادله‌ای خوب است که ضریب تعیین آن نزدیک به عدد ۱ باشد. همانطور که در شکل‌های ۷ تا ۱۰ مشاهده می‌شود، ضریب تعیین برای هر چهار منحنی پیش‌بینی شکست بیانگر، موثر بودن معیار پیشنهادی است. به صورت کلی از منحنی‌های بار شکست می‌توان این نتیجه را گرفت که به ازای افزایش شعاع نوک شیار، میزان بار شکست افزایش می‌یابد، ضمن اینکه دقت معیار پیشنهادی کاهش می‌یابد. به ازای شعاع نوک شیار ۴ میلی‌متر معیار پیشنهادی با درصد خطای قابل قبول ۹ درصد، نتایج آزمایشگاهی را پیش‌بینی کرده است؛ اما می‌توان با توجه به پراکندگی داده‌ها این نتیجه را گرفت که احتمالاً معیار پیشنهادی در شعاع‌های بالاتر با درصد خطای بالاتری، بار شکست را پیش‌بینی می‌کند. نکته بسیار مهم این است که معیارهای

همانطور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، میانگین درصد خطاها برای معیار پیشنهادی و معیار مرجع [۳۳] به ترتیب برابر با ۵/۷۶ و ۵/۵ درصد است. نزدیک بودن این دو مقدار درصد خطا با توجه به کمتر شدن حجم محاسباتی نسبت به معیار مرجع [۳۳]، نشان از کارآمدی معیار پیشنهادی است.

دیگر تحقیق‌ها در این حوزه توسط ترابی و همکارانش روی نمونه‌های دیسک برزلی دارای شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود I کششی خالص [۳۲] و مود II برشی خالص صورت گرفت [۴۰]. در پژوهش‌های مذکور، ابتدا آزمایش‌های شکست ترد روی نمونه‌ها انجام شد و سپس بار شکست و زاویه‌ای شروع شکست برای نمونه‌ها ثبت و در نهایت با استفاده از معیارهای تنش‌پایه‌ای، نتایج بار شکست مرجع [۳۲] و به کمک معیار چگالی انرژی کرنشی، نتایج تجربی مرجع [۴۰] با موفقیت پیش‌بینی شدند؛ همچنین اخیراً، شیار کلیدی شکل در نمونه‌های دیسک برزلی تحت بارگذاری برشی فشاری آزمایش گردید و مقادیر بار شکست تجربی نمونه‌های آزمایش‌شده با استفاده از مفاهیم اساسی مبتنی بر معیارهای تنش‌پایه‌ای، پیش‌بینی شدند [۳۵]. در این پژوهش، چگونگی شروع رشد ترک و محاسبه فواصل بحرانی در نمونه‌های آزمایش‌شده برای حالات تحت کشش و فشار با استفاده از تحلیل‌های متعدد اجزای محدود ارائه شد [۳۵].

۵- نتیجه‌گیری نهایی

- (۱) در پژوهش حاضر، روشی جدید موسوم به چگالی انرژی کرنشی بر پایه‌ی ضریب مود یک معادل در قالب یک بسته حل دقیق ارائه شد. به منظور صحت‌سنجی معیار پیشنهادی جدید، از داده‌های تجربی شکست بر روی نمونه‌های مستطیلی دارای شیار کلیدی‌شکل و از جنس گرافیت که بیشتر توسط لازارین و همکارانش به‌دست آمده بودند، استفاده شد.
- (۲) معیار چگالی انرژی کرنشی بیشتر و بلکه بارها مورد استفاده‌ی محققین جهت پیش‌بینی بار شکست در نمونه‌های شیاردار ترد و شبه ترد بوده است، اما در مقاله‌ی فعلی معیار چگالی انرژی کرنشی با یک سری از ساده‌سازی‌ها به کمک روابطی جدید در روند محاسبات عددی بهبود داده شد.



شکل ۱۰- مقایسه بین مقادیر بار شکست پیش‌بینی شده و تجربی برای شعاع‌های نوک شیار مختلف از حالت $\beta=60^\circ$

در واقع برای شعاع‌های بالاتر یا مساوی حدود ۴ میلی‌متر، نیازی به استفاده از معیارهای شکست حوزه‌ی شیارها نیست. این نکته پیشتر در پژوهش‌های گسترده‌ای به اثبات رسیده است که توسط محققان انجام شده بود [۴۰, ۴۴].

همچنین به کمک معیارهایی بر پایه ضریب تمرکز تنش، می‌توان رفتار شکست را در نمونه‌های شیاردار پیش‌بینی کرد. علت این امر نیز در این است که طبیعتاً با افزایش شعاع شیار، میزان گرا دیان تنش کاهش می‌یابد؛ لذا دیگر نیازی به استفاده از معیارهای حوزه مکانیک شکست شیارها وجود ندارد. از طرفی، در شعاع ۰/۲۵ میلی‌متر که در حقیقت بیشترین نزدیکی را به وضعیت ترک دارد، به دلیل وجود گرا دیان تنش بالا در حومه نوک شیار، استفاده از معیار پیشنهادی در حجم کنترل مشخص در اطراف نوک شیار، نتایج پیش‌بینی بسیار خوبی را به دنبال دارد. آخرین تحقیقاتی که روی شکست شیارهای کلیدی شکل انجام شده است، می‌توان به پژوهش‌های ترابی و همکارانش که روی نمونه‌های دیسک برزلی دارای شیار کلیدی شکل اشاره کرد که تحت بارگذاری برشی کششی و برشی خالص بودند [۳۴]. ترابی و همکارانش در این تحقیقات، از معیار چگالی انرژی کرنشی جهت صحت‌سنجی داده‌های تجربی بهره بردند [۳۴]. در پژوهشی دیگر، ترابی و امینی‌نژاد روی شکست نمونه‌های شیاردار از جنس پلکسی که تحت بارگذاری کششی خالص بودند، تحقیقاتی را صورت دادند و در پایان با ارائه دو معیار تنش‌پایه‌ای به نام‌های تنش محیطی بیشینه و تنش میانگین، داده‌های تجربی را در قالب مقادیر چقرمگی شکست با دقت بالایی پیش‌بینی کردند [۴۴].

جدول ۵- مقایسه بین مقادیر پیش‌بینی تئوری بار شکست بر مبنای معیار پیشنهادی با نتایج گزارش شده در مرجع [۳۳]

خطای معیار مرجع (%) [۳۳]	پیش‌بینی بار شکست مرجع (N) [۳۳]	خطای معیار پیشنهادی (%)	پیش‌بینی بار شکست معیار پیشنهادی (N)	میانگین بار شکست تجربی (N) [۳۳]	زاویه بارگذاری (deg.)	شعاع شیار (mm)
۴/۵۱	۴۱۴۶	۴/۹۲	۴۱۶۲	۳۹۶۷	۰	۰/۲۵
۳/۴۵	۴۲۰۰	۳/۵۷	۴۲۰۵	۴۰۶۰	۰	۰/۵
۱۲/۱	۴۴۸۳	۱۳/۹	۴۵۵۴	۳۹۹۸	۰	۱
۲/۴۶	۵۰۸۹	۲/۰۵	۵۰۶۹	۴۹۶۷	۰	۲
۱۰/۷	۵۴۳۴	۱۰/۳	۵۴۱۵	۴۹۱۰	۰	۴
۰/۲۵	۳۹۸۱	۰/۷۳	۳۹۶۲	۳۹۹۱	۳۰	۰/۲۵
۰/۲	۴۰۳۰	۱/۷۴	۴۰۹۲	۴۰۲۲	۳۰	۰/۵
۸/۵۸	۴۴۷۹	۸/۹۹	۴۴۹۶	۴۱۲۵	۳۰	۱
۱۰/۲	۵۰۸۰	۸/۸۳	۵۰۱۶	۴۶۰۹	۳۰	۲
۱۵/۲	۵۵۰۱	۱۵/۹	۵۵۳۶	۴۷۷۵	۳۰	۴
۱/۸۸	۳۸۵۷	۲/۳	۳۸۷۳	۳۷۸۶	۴۵	۰/۲۵
۴/۳۴	۴۰۶۲	۲/۳۴	۳۹۸۴	۳۸۹۳	۴۵	۰/۵
۴/۵۶	۴۳۰۹	۶/۶	۴۳۹۳	۴۱۲۱	۴۵	۱
۰/۶۸	۵۰۰۶	۱/۳۹	۴۹۰۳	۴۹۷۲	۴۵	۲
۹/۷۶	۵۲۴۳	۹/۳۲	۵۲۲۲	۴۷۷۷	۴۵	۴
۰/۸	۴۰۲۷	۱/۷	۳۹۲۷	۳۹۹۵	۶۰	۰/۲۵
۵/۴۵	۴۰۶۶	۲/۳۳	۳۹۴۶	۳۸۵۶	۶۰	۰/۵
۱/۱۲	۴۱۶۰	۳/۵۵	۴۲۶۰	۴۱۱۴	۶۰	۱
۳/۸۵	۴۶۶۹	۴/۹۲	۴۷۱۷	۴۴۹۶	۶۰	۲
۱۱/۵	۵۰۷۸	۹/۸	۴۹۹۹	۴۵۵۳	۶۰	۴
۵/۵۸	درصد خطای میانگین	۵/۷۶	درصد خطای میانگین			

(۵) بر اساس معیار جدید پیشنهادی، حجم محاسبات عددی به میزان بسیار زیادی کاهش یافته است. ضمن اینکه تئوری پیشنهادی با میانگین درصد خطای ۵/۷٪ داده‌های تجربی بار شکست را پیش‌بینی کرده است که بیانگر، موفق بودن معیار جدید پیشنهادی در حوزه شیارهای کلیدی شکل است.

۶- فهرست علائم

مدول الاستیسیته
ضریب مود یک معادل
ضریب مود ترکیبی معادل

E
 $H(R_c/\rho)$
 $H^*(R_c/\rho)$

(۳) با توجه به کم بودن میزان درصد خطای روش جدید، این نتیجه حاصل شد که به کمک معیار شکست ارائه شده‌ی جدید در این مقاله می‌توان برای قطعات و سازه‌های ترد و شبه‌ترد حاوی شیار کلیدی شکل ظرفیت باربری را تخمین زد.

(۴) به کمک جدول ضرایب معادل نشان داده شد که در روش پیشنهادی می‌توان به کمک نتایج چگالی انرژی کرنشی مود یک و همچنین اعمال نسبت تفاوت تنش محیطی در نوک شیار به ازای هر دو نوع مود بارگذاری، یعنی مود I و مود II، از محاسبه مقادیر چگالی انرژی کرنشی برای مودهای ترکیبی صرف نظر کرد.

- | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------|
| [8] Lazzarin P, Berto F, Elices M, Gomez FJ (2009) Brittle failures from U-and V-notches in mode I and mixed, I+ II, mode: a synthesis based on the strain energy density averaged on finite-size volumes. <i>Fatigue Fract Eng Mater Struct</i> 32(8): 671-684. | چقرمگی شکست کرنش صفحه‌ای | K_{Ic} |
| | بار شکست | P_{cr} |
| | تابعی از زاویه بازشدگی دهانه‌ی شیار است | q |
| | اندازه شعاع حجم کنترل بحرانی | R_c |
| [9] Berto F, Lazzarin P (2009) A review of the volume-based strain energy density approach applied to V-notches and welded structures. <i>Theor Appl Fract Mec</i> 52 (3): 183-194. | مرکز مختصات شعاع درونی حجم کنترل | r_0 |
| | نسبت تنش محیطی بیشینه به بار یک نیوتن | t_k^* |
| | چگالی انرژی کرنشی بحرانی | \overline{W}_{cr} |
| [10] Lazzarin P, Berto F, Zappalorto M (2010) Rapid calculations of notch stress intensity factors based on averaged strain energy density from coarse meshes: theoretical bases and applications. <i>Int J Fatigue</i> 32(10): 1559-1567. | چگالی انرژی کرنشی مود I | \overline{W}_I |
| | I/II چگالی انرژی کرنشی مود ترکیبی | $\overline{W}_{I/II}$ |
| | علایم یونانی | |
| | زاویه بازشدگی دهانه‌ی شیار | α |
| [11] Torabi AR, Amininejad SH, Berto F (2015) Fracture prediction of V-notches with end holes under combined tension-shear loading using the strain energy density criterion. <i>Modares Mechanical Engineering</i> 15(9): 389-395. (In Persian) | زاویه بارگذاری | β |
| | ضریب پواسون | ν |
| | شعاع نوک شیار | ρ |
| [12] Torabi AR, Berto F, (2014) Notch fracture toughness evaluation for a brittle graphite material. <i>Mater Perform Charact</i> 3(3): 398-413. | تنش محیطی بیشینه برای مود I | $\sigma_{max/(I)}$ |
| | تنش محیطی بیشینه برای مود ترکیبی I/II | $\sigma_{max/(I/II)}$ |
| | تنش محیطی بیشینه به ازای هر نوع بارگذاری | σ_{max}^* |
| [13] Torabi AR, Berto F (2014) Strain energy density to assess mode II fracture in U-notched disk-type graphite plates. <i>Int J Damage Mech</i> 23(7): 917-930. | استحکام نهایی ماده | σ_u |
| [14] Torabi AR, Berto F (2014) Mixed mode fracture assessment of U-notched graphite Brazilian disk specimens by means of the local energy. <i>Struct Eng Mech</i> 50(6): 723-740. | | |
| [15] Torabi AR, Berto F (2013) Fracture assessment of blunt V-notched graphite specimens by means of the strain energy density. <i>Strength Mater</i> 45(6): 635-647. | | |
| [16] Ayatollahi MR, Torabi AR (2010) Brittle fracture in rounded-tip V-shaped notches. <i>Mater Des</i> 31(1): 60-67. | | |
| [17] Torabi AR, Ayatollahi MR (2014) Compressive brittle fracture in V-notches with end holes. <i>Eur J Mech A Solids</i> 45: 32-40. | | |
| [18] Torabi AR, Abedinasab SM (2015) Brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading: experimental study and theoretical predictions. <i>Eng Fract Mech</i> 134: 35-53. | | |
| [19] Gomez FJ, Elices M, Valiente A (2000) Cracking in PMMA containing U-shaped notches. <i>Fatigue Fract Eng Mater Struct</i> 23(9): 795-803. | | |
| [20] Barati E, Alizadeh Y, Aghazadeh J, Berto F (2010) Some new practical equations for rapid calculation of J-integral in plates weakened by U-notches under bending. <i>Mater Des</i> 31(6): 2964-2971. | | |
-
- ۷- مراجع**
- [1] Gomez FJ, Elices M (2003) A fracture criterion for sharp V-notched samples. *Int J Fract* 123(3-4): 163-175.
 - [2] Gomez FJ, Elices M, Berto F, Lazzarin P (2008) A generalised notch stress intensity factor for U-notched components loaded under mixed mode. *Eng Fract Mech* 75(16): 4819-4833.
 - [3] Berto F, Lazzarin P, Gomez FJ, Elices M (2007) Fracture assessment of U-notches under mixed mode loading: two procedures based on the 'equivalent local mode I' concept. *Int J Fract* 148(4): 415-433.
 - [4] Zappalorto M, Lazzarin P (2011) In-plane and out-of-plane stress field solutions for V-notches with end holes. *Int J Fract* 16(2): 167-180.
 - [5] Sih GC (1974) Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. *Int J Fract* 10(3): 305-321.
 - [6] Lazzarin P, Zambardi R (2001) A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches. *Int J Fract* 112(3): 275-298.
 - [7] Lazzarin P, Berto F (2005) Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches. *Int J Fract* 135(1-4): 161-185.

- [33] Lazzarin P, Berto F, Ayatollahi MR (2013) Brittle failure of inclined key-hole notches in isostatic graphite under in-plane mixed mode loading. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 36(9): 942-955.
- [34] Torabi AR, Campagnolo A, Berto F (2015) Experimental and theoretical investigation of brittle fracture in key-hole notches under mixed mode I/II loading. *Acta Mech* 226(7): 2313-2322.
- [35] Torabi AR, Majidi HR, Ayatollahi MR (2016) Brittle failure of key-hole notches under mixed mode I/II loading with negative mode I contributions. *Eng Fract Mech* 168: 51-72.
- [36] Ayatollahi MR, Torabi AR, Majidi HR (2017) Brittle fracture in key-hole notched Polymer specimens under combined compressive-shear loading. *Amirkabir J Mech Eng*, In press. (In Persian)
- [37] Kullmer G, Richard H (2006) Influence of the root radius of crack-like notches on the fracture load of brittle components. *Arch Appl Mech* 76(11-12): 711-723.
- [38] Torabi AR (2014) Closed-form expressions of mode I apparent notch fracture toughness for key-hole notches. *J Strain Analysis Eng Des* 49(8): 583-591.
- [39] Torabi AR, Pirhadi E (2015) Stress-based criteria for brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading. *Eur J Mech A Solids* 49: 1-12.
- [40] Torabi AR, Berto F, Campagnolo A (2014) Mode II brittle fracture assessment of key-hole notches by means of the local energy. *J Test Eval* 44(3): 1261-1270.
- [41] Berto F, Lazzarin P, Ayatollahi MR (2012) Brittle fracture of sharp and blunt V-notches in isostatic graphite under torsion loading. *Carbon* 50(5): 1942-1952.
- [42] Berto F, Lazzarin P, Marangon C (2012) Brittle fracture of U-notched graphite plates under mixed mode loading. *Mater Des* 41: 421-432.
- [43] Berto F, Lazzarin P, (2014) Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches. *Mater Science Eng R Reports* 75: 1-48
- [44] Torabi AR, Amininejad SH (2015) Brittle fracture in V-notches with end holes. *Int J Damage Mech* 24(4): 529-545.
- [21] Matvienko YG, Morozov E (2004) Calculation of the energy J-integral for bodies with notches and cracks. *Int J Fract* 125(3-4): 249-261.
- [22] Barati E (2011) J integral evaluation of U notched specimens under bending load. Department of Mechanical Engineering, PhD Thesis, Amir Kabir University of Technology, Tehran. (In Persian)
- [23] Taylor D (2006) The theory of critical distances applied to the prediction of brittle fracture in metallic materials. *Struct Integr Durab* 1(2): 145-154.
- [24] Susmel L, Taylor D (2008) The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading. *Eng Fract Mech* 75 (3): 534-550.
- [25] Taylor D (2008) The theory of critical distances. *Eng Fract Mech* 75(7): 1696-1705.
- [26] Asemi O, Nazari M (2015) Evaluation of the stress intensity factor for circumferential cracked cylinders under non-classical thermal shock. *J Struct Fluid Mech* 5(3): 101-112. (In Persian)
- [27] Sarvestan V, Mirdamadi H, Ghayour M (2015) Free and forced vibration analysis of cracked Euler-Bernoulli beam with spectral finite element method. *J Struct Fluid Mech* 5(2): 57-70. (In Persian)
- [28] Jafari M, Nazari M, Hajimohammadi M (2013) Dynamic analysis of the fixed crack in 2D orthotropic media by the extended finite element method. *J Struct Fluid Mech* 3(3): 149-160. (In Persian)
- [29] Khalili Kh, Ahmadi Brooghani SY, Bagherian M, (2014) Experimental and numerical study of the ceramic drying process and cracking. *J Struct Fluid Mech* 4(1): 119-129. (In Persian)
- [30] Shafaeizadeh I, Forouzan M, Faramarzi L (2014) Simulation of crack initiation and propagation in hydraulic fracturing of oil wellbore by maximum principal stress criterion. *Modares Mech Eng* 14(5): 164-174. (In Persian)
- [31] Miki C (2010) Retrofitting engineering for fatigue damaged steel structures. *IIW Doc*, XIII-2284r1-09.
- [32] Torabi AR, Abedinasab SM, (2015) Fracture study on key-hole notches under tension: two brittle fracture criteria and notch fracture toughness measurement by the disk test. *Exp Mech* 55(2): 393-401.