

## مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

### محاسبه شتاب آستانه واژگونش خودروی تانکردار تحت تلاطم سیال با استفاده از روش نگاشت

روح الله طالبی توqi<sup>۱\*</sup>, گلناز جربانی<sup>۲</sup>, محمد حسن شجاعی فرد<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد، مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

<sup>۳</sup> استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۴/۲۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۸/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۲۰

#### چکیده

با توجه به اهمیت خودروهای حمل سیال در حمل و نقل مواد سوختی و مایع و همچنین پائین بودن آستانه واژگونی این نوع خودروها استفاده از صفحات مانع در مخزن آنها و چگونگی تاثیر صفحات بر روی پایداری و رفتار دینامیکی خودرو اهمیت زیادی دارد. در این مقاله برای مشاهده نتایج و تاثیر وجود این صفحات با توجه به پیچیدگی سیستم، جهت بررسی رفتار عرضی و همچنین پاسخ گذراش دینامیکی، از روش نگاشت برای تبدیل سطح مقطع دایروی به نوار مستطیلی و از مدل مکانیکی جرم و فنر برای مدل‌سازی تلاطم سیال استفاده شده است و جرم‌های مودال نیز رسم شده است. در اثر کاربرد پره‌ها، ارتفاع سطح آزاد، نیروها و گشتاورهای وارد بر دیواره ظرف نیز کاهش می‌یابند، پره افقی نسبت به پره‌های عمودی نیروی جانی را به میزان بیشتری کاهش می‌دهد. در پره افقی بیشترین آستانه واژگونی مربوط به پرشدن ۵۰٪ و طول پره  $L/a = 0.01$  در دو زمان  $t = 1/95\text{ s}$  و  $t = 3/65\text{ s}$  برابر ( $g$ )  $ay = 0.44$  خواهد بود و در زمان‌های دیگر بیشترین آستانه شتاب در بیشترین طول پره و برابر مقدار ثابت ( $g$ )  $ay = 0.439$  است. در پره عمودی نیز بیشترین شتاب آستانه واژگونی مربوط به پرشدن ۵۰٪ و در بیشترین طول پره رخ خواهد داد و بیشینه آن برابر ( $g$ )  $ay = 0.45$  است.

**کلمات کلیدی:** خودرو؛ سیال؛ پره؛ شتاب آستانه واژگونی.

### Tank Vehicle Rollover Threshold Acceleration under Fluid Sloshing by Mapping Method

R. Talebitooti<sup>1\*</sup>, G. Jaryami<sup>2</sup>, M.H. Shojaeeefard<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Assis. Prof., Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran.

<sup>2</sup> MSc Student, Auto. Eng., Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran.

<sup>3</sup> Prof., Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran.

#### Abstract

Due to the importance of tank vehicles in carrying liquids and fuel, and also low levels of rollover threshold, studying the effects of baffles on the stability and dynamic behavior of vehicles is very important. In this work, in order to investigate the lateral acceleration of the tank vehicle as well as its transient response, the mapping method is applied to convert a circular cross-section into a rectangular strip. The mechanical spring-mass model is used to analyse the sloshing model. Then the modal masses are obtained. Using the baffles decreases the free surface elevation as well as the forces and moments acting on the walls of the container. The horizontal baffles reduce the lateral forces to a greater degree in comparison with the vertical baffles. In the horizontal baffles, a maximum rollover threshold acceleration occurs in a 50% filling and a baffle length of  $L/d = 0.01$  for the two times  $t = 1.95\text{ s}$  and  $t = 3.65\text{ s}$ , and the value is constant in  $ay = 0.439$  ( $g$ ) for other times. Also in the surface-01 piercing vertical baffle, the maximum rollover threshold acceleration of 50% filling and baffle length of  $L/d = 0.99$  is  $ay = 0.45$  ( $g$ ).

**Keywords:** Vehicle; Sloshing; Baffles; Rollover Threshold Acceleration.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۱-۷۷۲۴۰۴۸۸؛ فکس: ۰۲۱-۷۷۲۴۰۴۸۸

آدرس پست الکترونیک: rtalebi@iust.ac.ir

بر حرکت سیال باید معادله لاپلاس را در داخل دامنه سیال ارضا نماید. شرایط سینماتیکی و دینامیکی باید روی سطح آزاد برقرار باشند. سرعت‌های نرمال نسبی روی دیواره‌های صلب باید صفر باشند.

تحقیقات متعددی درباره نوسانات سیال در تانکرهای افقی در طول ۵ دهه گذشته انجام شده است از جمله مک‌آیور<sup>۴</sup> [۵] با بهره‌گیری از مختصات دو قطبی بسامدهای تلاطم دو بعدی را در یک مخزن استوانه‌ای افقی با عمق دلخواه بررسی کرد. وی در تحلیلش تلاطم را به صورت مسئله‌ی مقدار ویژه به شکل معادلات انتگرالی که با استفاده از روش‌های عددی حل می‌شوند، فرمول‌بندی کرد.

اوan<sup>۵</sup> و لینتون<sup>۶</sup> [۶] برای حالت خاصی از یک سینلندر افقی تا نیمه‌پر و کره، از بسط توابع نامتعامد کراندار فضایی بهره جستند تا یک حل قابل قبول نیمه تحلیلی به شکل سری برای مسئله‌ی مقدار ویژه تحلیل تلاطم در مخزن استوانه‌ای افقی نیمه‌پر به دست آورند و پتانسیل سرعت بر حسب توابع فضایی هارمونیک محدود غیرمتتعامد بسط دادند.

هاشمی نژاد و آقاییگی [۷] با استفاده از تئوری پتانسیل خطی و نگاشت به مطالعه نوسانات جریان گذرا در تانکرهای نیمه‌پر افقی استوانه‌ای با سطح مقطع بیضوی تحت حرکات گردشی پرداختند پس از آن هاشمی نژاد و محمدی [۸ و ۹] با استفاده از همان روش پتانسیل خطی و نگاشت به مطالعه مودهای متقاضی و نامتقاضی نوسانات سیال در تانکرهای استوانه‌ای افقی همراه با پره با هر پرشدگی دلخواه پرداختند.

بدین منظور در این مقاله سعی شده است از بین روش‌های ذکر شده، تلاطم سیال در تانکر استوانه‌ای افقی با مقطع دایره‌ای برای تمامی پرشدگی‌ها همراه با صفحات عرضی و عمودی با استفاده از روش نگاشت بررسی شود. در نهایت با در نظر گرفتن یک خودرو با ابعاد مشخص با وارد کردن شتاب جانبی معین بر آن می‌توان پرشدگی و طول پره‌ای را تعیین کرد که در آن آستانه واژگونش خودرو به بیشینه خود برسد.

## ۱- مقدمه

امروزه نوسانات ناشی از حرکت سیال در انباره وسایط نقلیه شامل کامیون‌ها، اتومبیل‌ها، نفتکش‌ها، کشتی‌ها و همچنین راکت‌ها، هواپیما و فضایپیما و بالاخص در مخازن ذخیره‌سازی، سدها، راکتور، و مخازن نیروگاه‌های هسته‌ای به عنوان یک معضل جدی محسوب می‌گردد [۱]. بدین منظور، یک تانکر حمل سیال خودرو در معرض نیروها و گشتاورهای اضافی است که ناشی از نیروی اینرسی سیال درمانورهای دورزدن، شتابگیری و ترمزگیری و یا ترکیبی از این موارد می‌باشد. میزان این نیروها و گشتاورهای اینرسی در فرکانسی نزدیک به فرکانس طبیعی سیال، می‌تواند تشدید گردیده و بر دینامیک طولی و کنترل پذیری خودرو تاثیرگذار باشد. این اندر کنش‌ها می‌تواند به صورت محری در دینامیک و پایداری وسیله تاثیرگذار بوده به عنوان مثال برهمکنش سازه و سیال در تانکرهای حمل سوخت به عنوان عامل تعداد زیادی از تصادفات این وسایل نقلیه‌ی سنتگین در جاده‌ها شناخته شده است [۲].

به طور کلی، مسئله تلاطم را می‌توان از نظر ریاضی توسط دو سری از معادلات حاکم مدلسازی کرد: سری اول معادلات، معادلات ناویر- استوکس می‌باشد (هارلو و ولج<sup>۱</sup> [۳]). در تانکرهایی که دارای شکل دلخواه بوده و در معرض انواع مختلف حرکت قرار دارند، رفتار سیال معمولاً به وسیله معادله پیوستگی، معادلات مومنتم، شرایط سینماتیکی و دینامیکی سطح آزاد و شرایط سرعت روی دیوارهای صلب توصیف می‌شود. سری دوم معادلات مربوط به مسئله تلاطم که مبتنی بر تئوری جریان پتانسیل هستند را می‌توان به وسیله تعدادی فرض ساده کننده مدلسازی نمود. این فرضیات شامل موارد ذیل می‌باشند:

تانکر صلب، جریان غیرلرج، جریان همگن، جریان غیرقابل تراکم، میدان جریان غیرچرخشی، عدم وجود چشم و چاه و پتانسیل سرعت تک مقداره در هر ناحیه همبند ساده (سیلورمن<sup>۲</sup> و آبرماسون<sup>۳</sup> [۴]), با این فرضیات، رفتار سیال را می‌توان به کمک پتانسیل سرعت بررسی نمود. معادله حاکم

<sup>4</sup> McIver

<sup>5</sup> Evans

<sup>6</sup> Linton

<sup>1</sup> Harlow & Welch

<sup>2</sup> Silverman

<sup>3</sup> Abramson

حرکت سیال است که به مثابه یک جسم صلب به همراه مخزن حرکت می‌کند و می‌توان آن را به صورت حل خصوصی مسئله تلقی نمود و  $\varphi_R$  نیز بخش همگن جواب را نشان داده و پتانسیل سرعتی است که گردایان آن سرعت سیال نسبت به مخزن را بیان می‌کند. برای حالتی که شتابی معادل مخزن را بیان می‌کند. اینکه  $x = \ddot{X}(t) = A(t)$  به مخزن موردنظر وارد شود و با توجه به اینکه  $x = \dot{\varphi}_R$  است روابط (۵) و (۶) بدست می‌آید.

$$\varphi = \varphi_s + \dot{X}(t)x \quad (5)$$

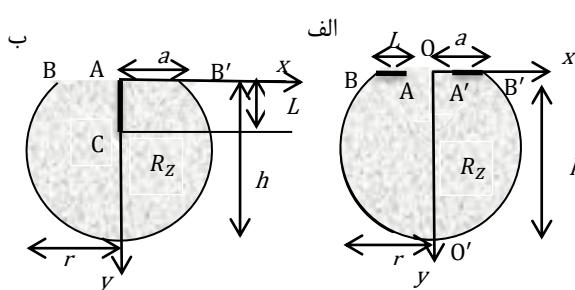
$$\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial t^2} \Bigg|_{y=0} - g \frac{\partial \varphi_s}{\partial y} \Bigg|_{y=0} = - \frac{\partial^2 \varphi_R}{\partial t^2} = - A(t)x \quad (6)$$

تنها مماسی‌های تنش و لزجت از کردن نظر صرف علت به بودن دارد، مساوی وجود پره‌ها و مخزن دیواره‌ی در که شرطی در (۶) پره و (بدنه مخزن صلب‌های قسمت و سیال سرعت بر عمود به معنی  $n$  است. (در اینجا  $V_n$  دیواره بر عمود جهت در و است ساکن مخزن آزاد، تلاطم تحلیل در باشد) می‌دیواره تابع بودن مشتق صفر ها پره و دیواره مرزی شرط نتیجه است که به صورت معادله (۷) آن‌ها بر عمود جهت در پتانسیل نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

## ۲-۲- هندسه مساله

در این تحقیق جریان غیرقابل تراکم، غیر ویسکوز در نظر گرفته شده است. در شکل ۱ تانک استوانه‌ای افقی با شعاع  $r$  با نسبت پرشدنگی  $h$  در دو حالت قرارگیری پره‌های (افقی و عمودی سطحی) نشان داده شده است.



شکل ۱- هندسه مساله (الف) ظرف با پره‌های افقی روی سطح (ب) ظرف با پره‌های عمودی سطحی [۸]

## ۲- روش تحقیق

در این پژوهش، مخازن دو بعدی با سطح مقطع دایروی مورد بررسی قرار خواهند گرفت. اما از آنجا که معادله دیفرانسیل اساسی و شرایط مرزی مربوط را در دستگاه مختصات کارتزین  $x$  و  $y$  بهتر می‌توان توصیف کرد، سطح مقطع دایروی به، سطح مستطیلی نگاشت خواهد شد. برای یک حالت کلی، شکل مخزن می‌تواند هر منحنی قطعه-به قطعه پیوسته‌ای باشد و در درون مخزن نیز چندین پره وجود داشته باشد. این پره‌ها می‌توانند سطح آزاد را بپوشانند یا در داخل سیال فرو رفته باشند. سیال مدنظر در مسئله‌ی مورد بررسی غیر لزج و بدون چرخش فرض می‌شود، سرعت تلاطم می‌تواند از یکتابع پتانسیل  $\varphi$  به دست آید. مبنای معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر مسئله شرط تراکم‌ناپذیری در تمامی نقاط مایع است.

## ۲-۱- شرایط مرزی

همانطور که گفته شد باستی تلاطم جریان غیر ویسکوز و غیر چرخشی در معادله لاپلاس رابطه (۱) صدق کند:

$$\nabla^2 \varphi(x, y) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad (1)$$

پس از آن شرط مرزی سطح آزاد سیال اعمال می‌شود که در نظر گرفتن معادله برنولی معادله (۲) بدست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + g\eta + \frac{1}{2}(V_x^2 + V_y^2) = f(t) \quad (2)$$

فرض می‌شود که سرعت‌های  $V_x$  و  $V_y$  کوچک بوده و از توان دوم آن‌ها در مقایسه با جملات خطی صرف نظر می‌شود. در نتیجه شکل خطی شده‌ی معادله (۲) به صورت معادله (۳) ساده‌سازی خواهد شد:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\eta = -\frac{p_0}{\rho} \quad (3)$$

در نهایت شرط مرزی سطح آزاد به شکل معادله (۴) نوشته می‌شود.

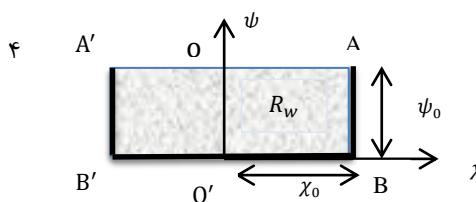
$$\lambda\varphi + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

برای یک حرکت کلی اگر مخزن حرکت داشته باشد لازم است تابع پتانسیل سرعت به صورت  $\varphi_s + \varphi_R = \varphi_s + \varphi_R = \varphi_s + \varphi_R$  تجزیه شود که در آن  $\varphi_s$  پتانسیل سرعت مربوط به آن بخشی از

$$w = \chi + i\psi = \operatorname{Sn}^{-1}\left\{-\coth\left[\left(\frac{\pi}{\alpha_0}\right)\tanh^{-1}\left(\frac{z}{a}\right)\right]k^2\right\} \quad (8)$$

در نهایت ناحیه مستطیلی  $R_w$  حاصل از نگاشت به عرض  $\psi$  و طول  $2\chi_0$  در شکل ۳ نمایش داده است. که در آن  $\chi_0$  و  $\psi_0$  به ترتیب انتگرال کامل بیضی نوع اول با پارامترهای  $k^2$  و  $1 - k^2$  هستند، به طوری که  $k^{-1} = \coth[\pi \tanh^{-1}(1 - \frac{L}{a})/\alpha_0]$  است و مقادیر  $\psi_0$  و  $\chi_0$  به صورت رابطه (۹) بدست می‌آیند.

$$\begin{cases} \chi_0 = \int_0^1 [(1-t^2)(1-k^2t^2)^{-1/2}] \\ \psi_0 = i \int_1^{k^{-1}} [(1-t^2)(1-k^2t^2)^{-1/2}] \end{cases} \quad (9)$$



شکل ۳- نوار مستطیلی حاصل از نگاشت برای پره‌های افقی

با استفاده از تغییر متغیر مختصات  $x-y$  به مختصات  $\chi-\psi$  و با توجه به این نکته که در تحلیل از نگاشتهای همدیس استفاده شده است، شکل کلی معادله لaplاس در حوزه‌ی محاسباتی و حوزه‌ی فیزیکی یکسان می‌باشد. در نتیجه معادلات لaplاس و شرایط مرزی به صورت روابط (۱۰) تا (۱۲) نوشتند می‌شوند.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} = 0, \quad -\chi_0 \leq \chi \leq \chi_0; \quad 0 \leq \psi \leq \psi_0 \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} \right|_{\chi=\pm\chi_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \right|_{\psi=0} = 0 \quad (11)$$

$$\lambda \gamma(\chi) \varphi|_{\psi=\psi_0} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \right|_{\psi=\psi_0} = 0 \quad (12)$$

معادله (۶) نیز با در نظر گرفتن دستگاه مختصات جدید و نگاشت همدیس به صورت معادله (۱۳) بدست می‌آید:

$$\gamma(\chi) \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right|_{\psi=\psi_0} - g \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \right|_{\psi=\psi_0} = -\dot{A}(t)x(\chi, \psi_0) \quad (13)$$

به طوری که  $(\chi) \gamma$  طبق رابطه (۱۴) تعریف خواهد شد:

$$\gamma(\chi) = \frac{\alpha \alpha_0 \operatorname{cn}(\chi + i\psi_0 | k^2) \operatorname{dn}(\chi + i\psi_0 | k^2) \operatorname{sech}^2\left[\left(\frac{\alpha_0}{\pi}\right) \coth^{-1}[\operatorname{sn}(\chi + i\psi_0 | k^2)]\right]}{\pi [-1 + \operatorname{sn}^2(\chi + i\psi_0 | k^2)]} \quad (14)$$

از آن جایی که هیچ دستگاه مختصات شناخته شده‌ای وجود ندارد که در آن دیواره و سطح آزاد هرکدام با یک مختصه بیان شوند، می‌توان از روش نگاشتهای همدیس استفاده نمود. در حقیقت با این روش با معرفی و باز تولید مختصات جدید مناسب، حل مسئله به شکل انتگرال‌های فوریه نوشته خواهد شد و شرایط مسئله بر روی مرزهای ناحیه‌ی مورد نظر ارضا می‌شود.

## ۲-۱- پره افقی روی سطح

در حالت اول سطح مقطع دایره‌ای با دو پره افقی روی سطح در طی سه مرحله نگاشت همانند شکل ۲، به یک ناحیه مستطیلی تبدیل می‌شود.

-۱- سطح مقطع دایروی با پره افقی(شکل ۱)  
(الف)

$$u = 2 \tanh^{-1}\left(\frac{z}{a}\right)$$

-۲- ناحیه مستطیلی با دو پره افقی مجزا در ضلع پایینی

$$v = -\coth\left(\frac{\pi u}{2\alpha_0}\right)$$

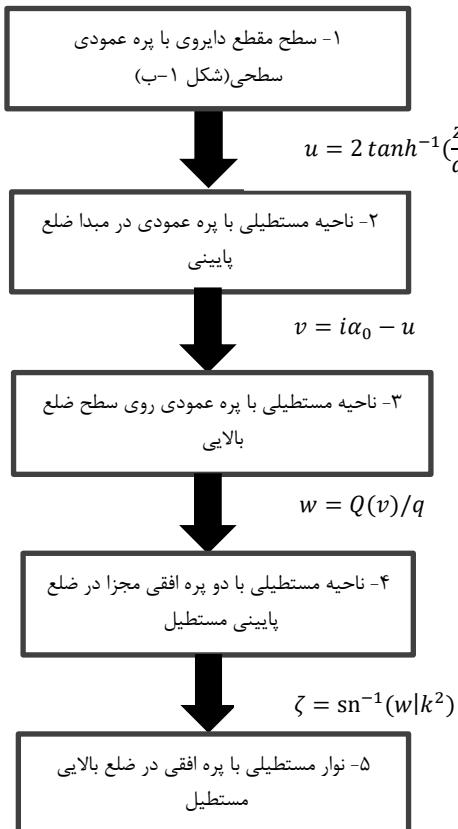
-۳- ناحیه مستطیلی با یک پره افقی در مبدا  
ضلع پایینی

$$w = \operatorname{sn}^{-1}(v|k^2)$$

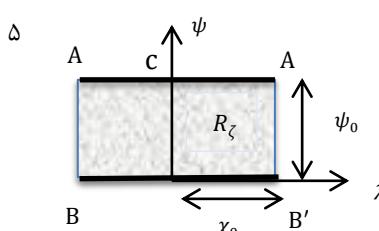
-۴- نوار مستطیلی با دو پره در دو ضلع عمودی مستطیل

شکل ۲- دیاگرام تبدیلات پی در پی برای سطح دایروی در سطحی از برش‌گشی با وجود پره‌های افقی

با ترکیب نگاشتهای شکل ۲ یک نیم دایره به مستطیل تحت معادله (۸) تبدیل شده است.



شکل ۴- دیاگرام تبدیلات پی در پی برای سطح دایروی در سطحی از پرشدگی با وجود پره‌های عمودی سطحی



شکل ۵- نوار مستطیلی حاصل از نگاشت برای پره‌های عمودی سطحی

با ترکیب نگاشتهای شکل ۴ یک نیم دایره به مستطیل تبدیل می‌شود. جهت مقایسه روابط تبدیل برای این دو حالت پره، توابع نگاشت و پتانسیل مطابق جدول ۱ گردآوری شده‌اند.

برای نوسان‌های متقارن و پاد متقارن، جواب کلی معادله (۱۰) که شرط مرزی (۱۱) و (۱۲) را ارضامی کند، با استفاده از روش جداسازی متغیرها به ترتیب به صورت معادله (۱۵) خواهد بود.

$$\begin{cases} \varphi_s(\chi, \psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n \cos(\mu_n^s \chi) \cosh(\mu_n^s \psi)}{\cosh(\mu_n^s \psi_0)}, \mu_n^s = \frac{n\pi}{\chi_0} \\ \varphi_A(\chi, \psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n \sin(\mu_n^A \chi) \cosh(\mu_n^A \psi)}{\cosh(\mu_n^A \psi_0)}, \mu_n^A = \frac{n\pi}{\chi_0} \end{cases} \quad (15)$$

اکنون با جایگزینی روابط (۱۵) در معادله (۱۳) و ایجاد بسط فوریه برای حالت‌های متقارن و نا متقارن می‌توان یک مدل مکانیکی شامل جرم و فنر به فرم معادله (۱۶) برای تلاطم سیال در نظر گرفته می‌شود.

$$\sum_{m=1}^{\infty} M_{nm} \ddot{\varphi}_n(t) - K_{nn} \varphi_n(t) = \dot{A}(t) f_n, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (16)$$

ماتریس جرم و فنر برای حالت متقارن و نا متقارن در روابط (۱۷) و (۱۸) آمده است، با در نظر گرفتن  $N$  جمله نخست سری در معادله (۱۶) یک دستگاه معادلات دیفرانسیل به فرم زیر به دست می‌آید. ماتریس جرم ماتریس مربعی  $N \times N$  و ماتریس فنر ماتریس قطری  $N \times N$  هستند. ماتریس:

$$M_{nm} = \frac{\chi_0^{-1}}{(1 + \delta_{n0})} \int_{-\chi_0}^{\chi_0} \gamma(\chi) \cos(\mu_m^s \chi) \cos(\mu_n^s \chi) d\chi \quad (17)$$

$$K_{nn} = g \mu_n^s \tanh(\mu_n \psi_0) \quad \text{نامتقارن:}$$

$$M_{nm} = \chi_0^{-1} \int_{-\chi_0}^{\chi_0} \gamma(\chi) \cos(\mu_m^s \chi) \cos(\mu_n^s \chi) d\chi \quad (18)$$

$$K_{nn} = g \mu_n^A \tanh(\mu_n \psi_0)$$

## ۲-۲-۲- پره عمودی سطحی

سطح مقطع دایره‌ای با پره عمودی سطحی در طی چهار مرحله نگاشت در شکل ۴ همانند شکل ۲ به یک ناحیه مستطیلی  $R_\zeta$  تبدیل می‌شود.

در نهایت ناحیه مستطیلی  $R_\zeta$  حاصل از نگاشت به عرض  $\psi$  و طول  $2\chi_0$  در شکل ۵ نمایش داده شده است.

جدول ۱- توابع مورد نیاز برای تحلیل تلاطم در دو حالت پره

$w = \chi + i\psi = Sn^{-1}\{-\coth[(\frac{\pi}{\alpha_0}) \tanh^{-1}(\frac{z}{a})] k^2\}$	نگاشت
$\frac{\alpha\alpha_0 cn(\chi + i\psi_0 k^2) dn(\chi + i\psi_0 k^2) sech^2[(\frac{\alpha_0}{\pi}) \coth^{-1}[sn(\chi + i\psi_0 k^2)]]}{\pi[-1 + sn^2(\chi + i\psi_0 k^2)]}$	$\gamma(\chi)$
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n \cos(\mu_n^s \chi) \cosh(\mu_n^s \psi)}{\cosh(\mu_n^s \psi_0)}, \mu_n^s = \frac{n\pi}{\chi_0}$	$\varphi_s(\chi, \psi)$ مخزن با پره افقی
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n \sin(\mu_n^A \chi) \cosh(\mu_n^A \psi)}{\cosh(\mu_n^A \psi_0)}, \mu_n^A = \frac{n\pi}{\chi_0}$	$\varphi_A(\chi, \psi)$
$\zeta = \chi + i\psi = Sn^{-1}\left(Q[i\alpha_0 - 2 \tanh^{-1}(\frac{z}{a})]/q  k^2 \right)$	نگاشت
$\frac{\alpha\sigma cn(\chi_0 + i\psi k^2) dn(\chi_0 + i\psi k^2) sech^2[\frac{Q^{-1}[qsn(\chi_0 + i\psi k^2)] - i\alpha_0}{2}]}{2q[1 - sn^2(\chi_0 + i\psi k^2)]\sqrt{-p^2 + q^2 sn^2(\chi_0 + i\psi k^2)}}$	$\gamma(\psi)$
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n \cos(\mu_n^s \chi) \cosh(\mu_n^s \psi)}{\cosh(\mu_n^s \chi_0)}, \mu_n^s = \frac{n\pi}{\psi_0}$	$\varphi_s(\chi, \psi)$ مخزن با پره عمودی سطحی
$\varphi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi_n \cos(\mu_n^A \psi) \sinh(\mu_n^A \chi)}{\sinh(\mu_n^A \chi_0)}, \mu_n^A = \frac{(2n-1)\pi}{\psi_0}$	$\varphi_A(\chi, \psi)$

در رابطه (۲۰)  $A_0 = \frac{v^2}{R} = 0.3g$  که در آن  $v$  سرعت

ثبت خودرو و  $R$  ساعت پیج است.  $t_0$  نیز زمان ورودیتابع ضربه تعريف می شود.

با به کارگیری رابطه  $\frac{\partial \eta}{\partial t} = (\frac{1}{\gamma(\chi)}) \frac{\partial \varphi_s}{\partial \psi} \Big|_{\psi=\psi_0}$  و جایگزینی

برای هر حالت می توان  $\eta(\chi, t) = \eta$  را محاسبه کرد و به روابط (۲۱) و (۲۲) رسید.

پره افقی:

$$\eta(\chi, t) = \frac{1}{\gamma(\chi)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(t) \mu_n \tanh(\mu_n \psi_0) \sin(\mu_n \chi) \quad (21)$$

پره عمودی سطحی:

$$\begin{aligned} \eta(\psi, t) &= +\frac{1}{\gamma(\psi)} \left( \frac{\eta_{n=0}(t)}{\chi_0} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(t) \mu_n \coth(\mu_n \chi_0) \cos(\mu_n \psi) \right) \quad (22) \end{aligned}$$

به طوری که  $\eta_n(t) = \int_0^t \varphi_n(t) dt$  است. فشار هیدرودینامیکی وارد بر دیواره ظرف با جایگزینی معادله  $\varphi_s$  در هر حالت و با استفاده از معادله برنولی خطی شده در روی دیواره و سطح سیال می توان معادلات فشار

ماتریس جرم و فتر در این حالت نیز برای نوسان های متقارن و نامتقارن همانند معادلات (۱۷) و (۱۸) است.

### ۳- محاسبه فرکانس طبیعی، ارتفاع سطح آزاد سیال، نیرو و گشتاور

برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی (۱۶) روش های شناخته شده ای وجود دارند که از میان آن ها تکنیک تبدیل لaplas برای حل این مسئله برای یافتن تابع زمانی ( $t$ ) برگزیده شده است. با فرض صفر بودن کلیه شرایط مرزی در  $t=0$  و استفاده از تبدیل laplas معادله (۱۹) بدست می آید.

$$\varphi(t) = f^{-1}[s\bar{A}(s)(s^2 M - K)^{-1}f] \quad (19)$$

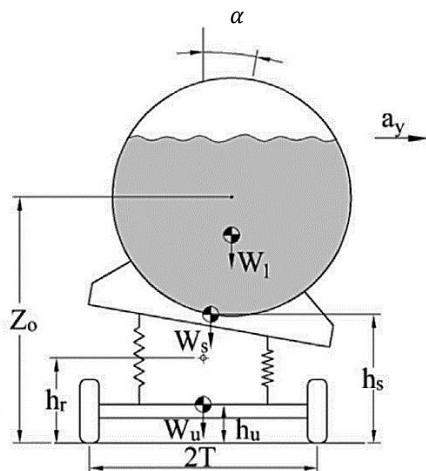
در این پژوهش تانکری با هندسه مساله مربوط به تانکر استوانه ای به ساعت  $r=1m$ ، حاوی آب با چگالی  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  است تحت شتاب عرضی تابع ضربه مطابق رابطه (۲۰) قرار گرفته و تاثیر ارتفاع پرشدگی و طول پره ها در فرکانس های طبیعی، تغییر سطح آزاد سیال، نیرو و گشتاور وارد بر تانکر بررسی شده است.

$$A(t) = \begin{cases} \frac{A_0 t}{t_0} & (t \leq t_0) \\ A_0 & (t > t_0) \end{cases} \quad (20)$$

$$M_O(t) = \int_{B'0'B} P_{wall}[xdx + (y-h)dy] + \int_{ACA} P_{baffle}[xdx + (y-h)dy] \quad (27)$$

#### ۴- محاسبه شتاب آستانه واژگونش

اکنون می‌توان در صفحه رول یک خودرو مطابق شکل ۷ با ابعاد و هندسه مشخص مطابق پیوست گشتاور واژگونی و شتاب آستانه واژگونش را محاسبه کرد.



شکل ۷- مدل رول یک خودروی تانکردار فربنده شده [۱۰]

با توجه به شکل ۷ با فرض زاویه رول بسیار کوچک می‌توان گشتاور نیروهای وارد شده بر تانکر را حول مرکز رول مطابق معادله (۲۸) نوشت:

$$(w_s h_s + w_u h_u) a_y + M_d \alpha + M_O = W T \quad (28)$$

در معادله (۲۸)  $a_y$  شتاب جانبی وارد شده بر چرخ خودرو با واحد  $g$  است،  $M_O$  گشتاور واژگونی تلاطم سیال است که در روابط (۲۶) و (۲۷) محاسبه شد،  $w_s$  جرم فربنده شده،  $w_u$  وزن کل خودرو،  $h_s$  و  $h_u$  به ترتیب ارتفاع مرکز جرم سیستم فربنده شده و فربنده نشده و  $M_d$  گشتاور جابجائی جانبی بر واحد زاویه رول است که به صورت رابطه (۲۹) نوشتہ می‌شود:

$$M_d = W_s(h_s - h_r) + W_l(z_0 - h_r) \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)  $W_l$  وزن بار محموله مایع،  $h_r$  ارتفاع مرکز رول و  $z_0$  ارتفاع مرکز ثقل هندسه تانکر است. بنابراین گشتاور اتلافی که به علت سیستم تعلیق وابسته به گشتاور بازگرداننده است را می‌توان به فرم معادله (۳۰) نوشت:

دیواره و فشار وارد بر پره را در هر حالت محاسبه کرد. همچنین می‌توان با استفاده از تئوری انتقال لابلس (۲۳) و  $\bar{P}_n(s) = s\bar{\varphi}_n(s)$  استفاده از رابطه (۱۹) معادله (۲۳) بدست می‌آید.

$$P(t) = f^{-1}[s^2 \bar{A}(s)(s^2 M - K)^{-1} f] \quad (23)$$

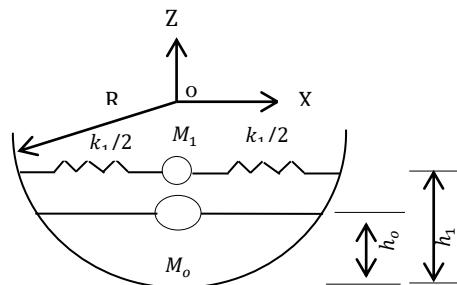
نیرو افقی کل وارد بر دیواره ظرف بر واحد طول به طور مستقیم از انتگرال‌گیری فشار دیواره به صورت رابطه (۲۴) بدست می‌آید.

$$F_x(t) = \int_B P_{wall} dy = F_R(t) + F_s(t) \quad (24)$$

$$F_R(t) = -\rho A(t) \int_B x(\chi, 0) dy = -mA(t) \quad (24)$$

$$F_s(t) = -2\rho \sum_{n=1}^{\infty} G_n P_n(t) \quad (24)$$

حال اگر سیستم به صورت جرم و فنرهای پیوسته همانند شکل ۶ در نظر گرفته شود، نیروی افقی وارد بر دیواره ظرف را به صورت مجموعه‌ای از آن‌ها به فرم روابط (۲۵) نوشتہ می‌شود.



شکل ۶- مدل معادل جرم و فنر

$$F_x(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} M_{nc} \ddot{\varphi}_n(t) - M_I A(t) \quad (25)$$

$$M_C = \sum_{n=1}^{\infty} M_{nc} \quad (25)$$

که با مساوی قرار دادن معادله (۲۴) و (۲۵) می‌توان جرم‌های مودال را بدست آورد.

در نهایت گشتاور حول نقطه O' را بر واحد طول تانکر توسط انتگرال‌گیری روی سطح مقطع توسط نیروی اعمالی بر ظرف به کمک روابط (۲۶) و (۲۷) بدست خواهد آمد.

پره افقی:

$$M_O(t) = \int_{ABB'A'} (P_{wall} + P^-_{baffle} + P^+_{baffle}) [xdx + (y-h)dy] \quad (26)$$

پره عمودی سطحی:

فرکانس طبیعی و مقدار  $\tilde{\varphi}_n$  نیز از بدست آوردن مقادیر ویژه و بردارهای ویژه معادله  $(K + M\omega_n^2)\tilde{\varphi}_n = 0$  بدست خواهد آمد.

واضح است که در حالت اول یعنی پره افقی افزایش طول پره در یک پرشدگی مشخص منجر به افزایش فرکانس در تمامی مودها می‌شود. در پره عمودی سطحی، افزایش طول پره تاثیر قابل توجهی در افزایش فرکانس مودهای متقارن ندارد در حالی که فرکانس مودهای نامتقارن کاهش می‌یابند. از دید فیزیکی از آنجا که پرههای عمودی نسبت به پره افقی سطح آزاد مایع را پوشش نمی‌دهند فرکانس طبیعی پرههای عمودی محدود باقی خواهد ماند. پس به طور کلی می‌توان گفت افزایش طول پره در پره افقی نسبت به پرههای عمودی، تاثیر بیشتری بر روی فرکانس طبیعی تلاطم خواهد داشت.

$$k_s \alpha = WT - Wa_y h_r + W_u a_y (h_r - h_u) \quad (30)$$

در معادله (۳۰)  $k_s$  سفتی رول معادل سیستم تعليق است. با جایگزینی رابطه (۲۸) در (۳۰) می‌توان به معادله (۳۱) رسید:

$$a_y [W_S h_s + W_u h_u + \frac{M_d}{K_s} (W_u (h_r - h_u) - Wh_r)] + M_o = \\ WT (1 - \frac{M_d}{K_s}) \frac{1}{2} \quad (31)$$

## ۵- نتایج عددی

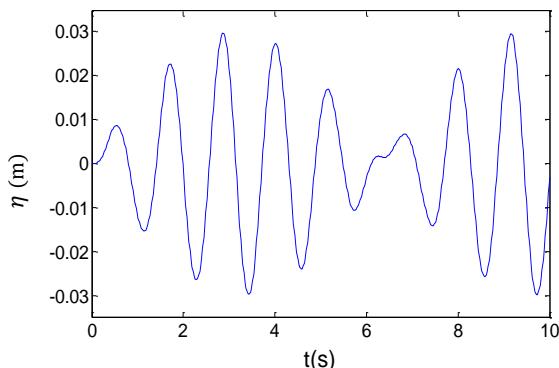
فرکانس‌های طبیعی برای پره افقی در پرشدگی‌های متفاوت و طول پرههای مختلف بدست آمده و در جدول ۲ برای پره افقی و جدول ۳ برای پره عمودی سطحی گردآوری شده است، صحت سنجی آن با کار مک‌آیور [۵] اوان [۶] و هاشمی‌نژاد [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است. مقادیر

جدول ۲- بسامدهای تلاطم برای پره افقی در سه حالت پرشدگی در طول پره نزدیک به صفر

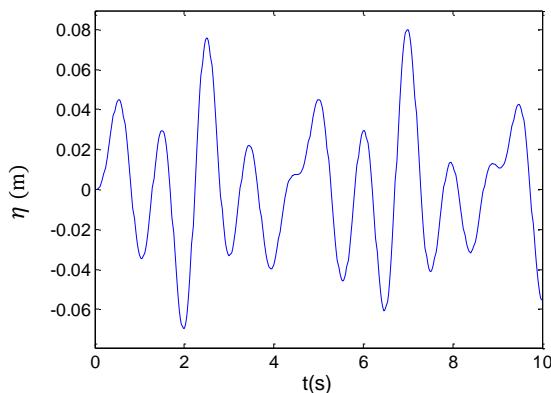
مک‌آیور [۵]		کار حاضر ( $L/a \approx 0.001$ )								
بدون پره	پره افقی	n	نامتقارن	n	متقارن	n	نامتقارن	n	متقارن	h/r
۱	۱/۰۹۶۹۸	۲	۲/۸۹۰۵۴	۱	۱/۰۹۵۲	۲	۲/۸۹۱۳			
۳	۴/۹۳۷۰۴	۴	۶/۹۹۰۵۸	۳	۴/۹۴۳۸	۴	۷/۰۰۴۵			.۴
۵	۹/۰۰۷۴۹	۶	۱۱/۰۰۱۳۴	۵	۹/۰۲۸۳	۶	۱۱/۰۲۸۹			
۱	۱/۳۵۵۷۳	۲	۳/۰۰۳۳۱۰	۱	۱/۳۵۸۵	۲	۳/۰۳۹۴			
۳	۴/۶۵۱۰۵	۴	۶/۲۳۹۲۰	۳	۴/۶۶۰۳	۴	۶/۲۵۱۵			۱
۵	۷/۸۱۹۸۶	۶	۹/۳۹۶۸	۵	۷/۸۳۵۲	۶	۹/۴۱۶۰			
۱	۲/۱۲۳۷۲	۲	۴/۱۴۳۲۸	۱	۲/۱۲۷۰	۲	۴/۱۴۹۱			
۳	۶/۱۳۹۳۲	۴	۸/۱۰۳۱۴	۳	۶/۱۴۸۱	۴	۸/۱۱۴۵			۱/۶
۵	۱۰/۰۸۷۴	۶	۱۲/۰۴۱۸۹	۵	۱۰/۰۹۵۰	۶	۱۲/۰۶۲۰			

جدول ۳- بسامدهای تلاطم برای پره عمودی سطحی در حالت حدی طول پره

پره عمودی سطحی $L/h \approx 0.99$						h/r
n	کار حاضر (نامتقارن)	[۱۱]	هاشمی نژاد و آقاییگی	کار حاضر (متقارن)	[۶]	اوan و لیننتون
۱	۰/۲۶۱۵		۰/۲۶۰۸	۳/۰۳۵۴		۳/۰۳۳۹
۲	۳/۰۴۷۵		۳/۰۳۵۴	۶/۲۴۴۲		۶/۲۴۰۹
۳	۶/۲۴۴۳		۶/۲۲۳۱	۹/۴۰۴۱		۹/۳۹۹۲



شکل ۹- تغییر ارتفاع سطح آزاد سیال بر حسب زمان برای پره افقی



شکل ۱۰- تغییر ارتفاع سطح آزاد سیال بر حسب زمان برای پره عمودی سطحی

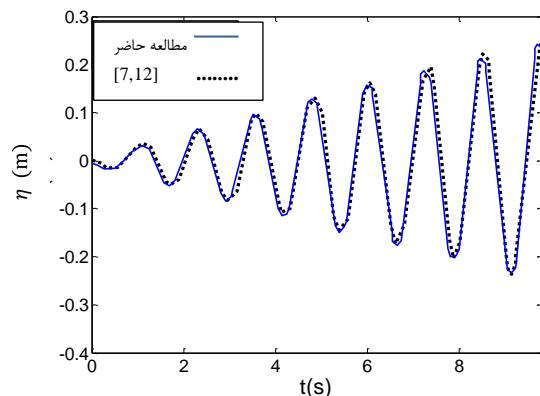
اکنون جرم‌های بدست آمده از رابطه (۲۵) برای هر حالت محاسبه شده و نمودار نسبت جرم‌ها رسم شده است. در شکل ۱۱ نمودار جرم‌های مودال بر حسب پرشدگی برای طول پره صفر رسم شده و برای اعتبارسنجی از مرجع [۱۳] که به کمک توابع گرین جرم‌ها بدست آمده، کمک گرفته شده است.

از جمله نتایج شکل ۱۱، کاهش جرم مودال اول یعنی  $M_{IC}/ML$  و در نتیجه افزایش جرم ثابت  $ML/M_{IC}$ ، با افزایش پرشدگی است، در واقع با افزایش پرشدگی بایستی جرم ثابت که در انتهای تانکر قرار دارد افزایش یافته و جرم‌های مودال کاهش می‌یابند، مشاهده می‌شود که بیشترین تاثیر را جرم اول در جرم کل تانکر دارد، به همین علت نمودار مجموع جرم‌های مودال ( $MC/ML$ ) به نمودار  $M_{IC}/ML$  بسیار نزدیک است.

برای محاسبه ارتفاع سطح آزاد سیال در این مقاله در یک تانکر نیمه پر با  $r/h=1$  در هر دو حالت قرارگیری پره با تحریک عرضی  $X(t) = A_0 \sin(\omega_0 t)$  با استفاده از معادلات (۲۱) و (۲۲) برای هر حالت، ارتفاع سطح آزاد با پارامترهای مشخص شده در جدول ۴ بدست آمده و نمودارها در شکل ۸ تا ۱۰ بر حسب زمان رسم شده است.

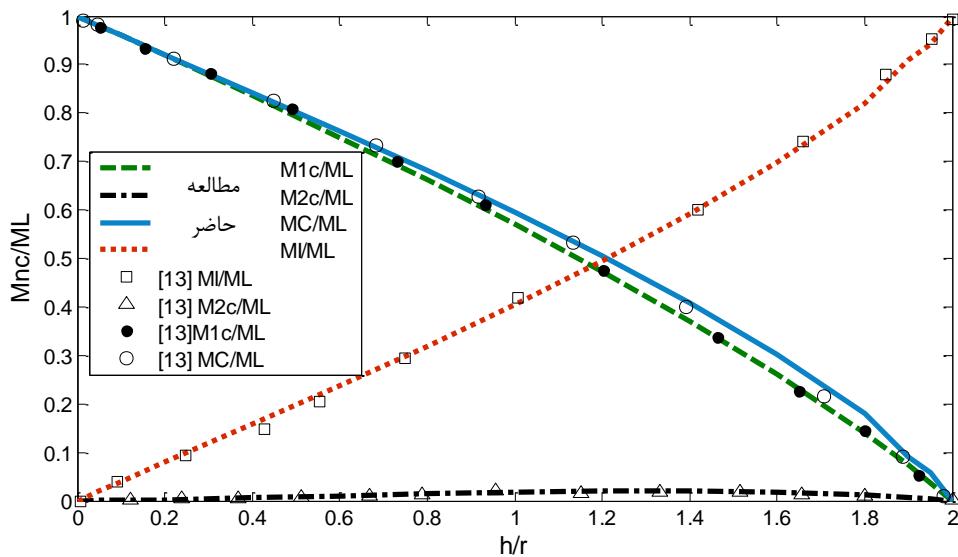
جدول ۴- مشخصات ارتفاع سطح آزاد سیال

نوع پره	مشخصات حریک شده	مشخصات نقطه در نظرگرفته	ابعاد
پره افقی	$A_0 = 0.005 \frac{m}{s^2}$ , $\omega_0 = 5 \frac{rad}{s}$	$x = -0.4$ , $y = 0$	هندسی
پره عمودی	$A_0 = 0.01 \frac{m}{s^2}$ , $\omega_0 = 7 \frac{rad}{s}$	$x = -0.49$ , $y = 0$	تانکر
سطحی			

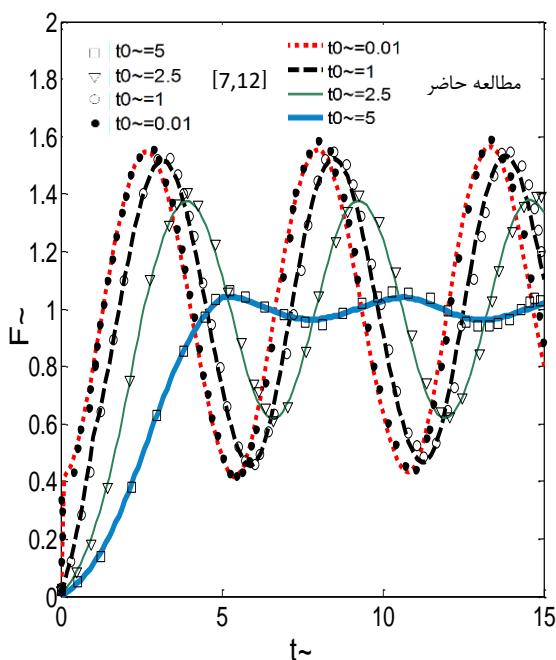


شکل ۸- تغییر ارتفاع سطح آزاد سیال بر حسب زمان برای طول پره

در شکل ۸ همانطور که مشاهده می‌شود صحت سنجی انجام گرفته نشان می‌دهد تطابق نزدیکی با کار نظامی و همکاران در منبع [۱۲] وجود دارد. مشاهده می‌شود دامنه نوسان سطح آزاد سیال با افزایش زمان برای یک تحریک سینوسی، افزایش می‌یابد بدین منظور برای کاهش ارتفاع تلاطم سطح آزاد از پره‌های نام برده شده استفاده می‌شود و نمودارهای تغییر ارتفاع سطح آزاد در شکل ۹ و ۱۰ نمایش داده شده است.

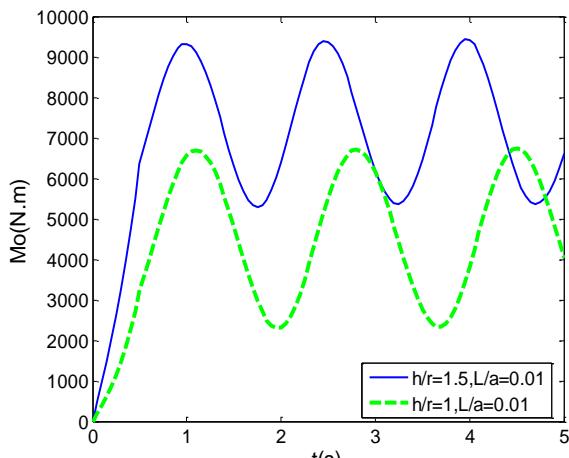


شکل ۱۱- جرم‌های مودال بر جرم کل سیال بر حسب پرشدگی برای استوانه بدون پره

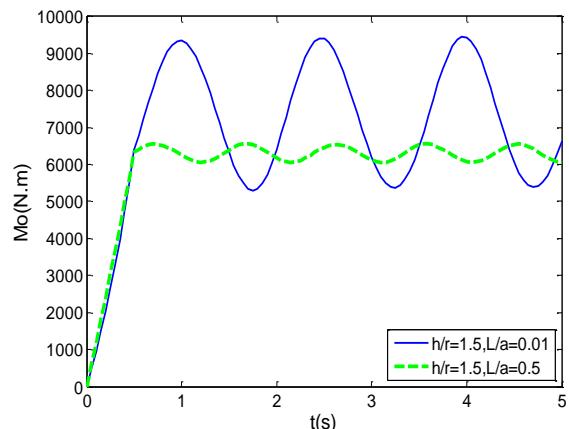
شکل ۱۲- نیروی جانبی بی بعد شده در پرشدگی ۰.۵۰٪  
بر حسب زمان بی بعد برای هردو پره ( $L/a=0.01$ )

همانطور که گفته شد مخزن تحت نیروی جانبی ناشی از فشار سیال بر دیواره و پره است قرار می‌گیرد. اکنون نمودار نیروی بی بعد شده برای شتاب ضربه در پرشدگی در طول پره‌های مختلف برای پره افقی و عمودی سطحی در شکل‌های ۱۲ تا ۱۴ ارائه گردیده است. در این بخش برای صحت سنجی کد نوشته شده از مقالات منبع [۷] و [۱۲] استفاده شده است و با نمودارهای مطالعه حاضر مقایسه شده است. نویسندهان در منبع [۷] برای سطح مقطع بیضوی با ابعاد مختلف و نسبت طول پره‌های متفاوت نسبت نیروی بی بعد شده را بر حسب زمان برای هر حالت پره ارائه کرده‌اند، حال می‌توان برای نسبت  $b/a=0.99$  که سطح مقطع به دایره نزدیک است نتایج را با این تحقیق مقایسه کرد. همچنین می‌توان در منبع [۱۲] که برای یک استوانه توخالی بدون پره بررسی شده در حالتی خاص که نسبت شعاع کوچک به بزرگ، کوچک باشد ( $r_2/r_1=0.3$ ) و خروج از مرکز آن‌ها هم نزدیک به دیواره باشد ( $e=0.8$ ) نتایج نیروی بی بعد شده را بر حسب زمان با کار این پژوهش در شکل ۱۲ مقایسه کرد.

پره در شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ رسم شده و سپس با توجه به مشخصات خودرو بررسی می‌شود تانکر در چه پرشدگی و چه طول پره‌ای بیشترین آستانه واژگونی را خواهد داشت.

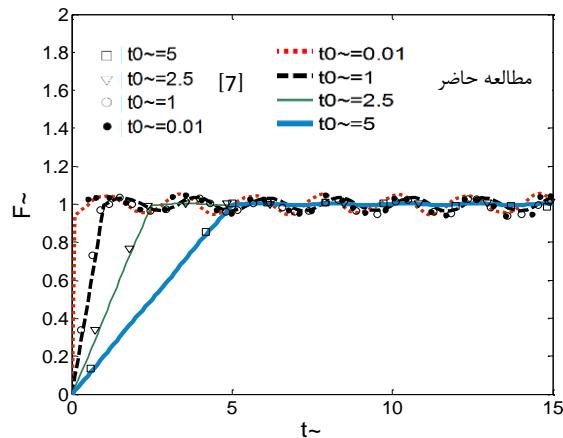


شکل ۱۵- گشتاور واژگونی بر حسب زمان برای پره افقی ( $L/a=0.01$ )

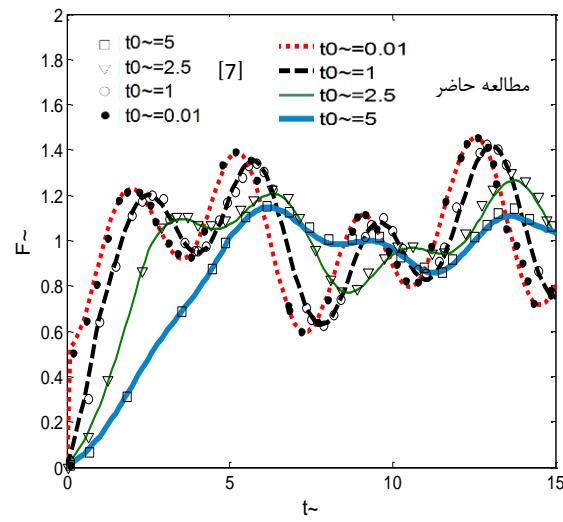


شکل ۱۶- گشتاور واژگونی بر حسب زمان برای پره افقی ( $h/r=1.5$ )

از مقایسه نمودارهای شکل ۱۵ برای پره افقی در یک طول پره ثابت، مشاهده می‌شود با افزایش پرشدگی، گشتاور واژگونی افزایش می‌یابد همچنین با مقایسه نمودارهای شکل ۱۶ برای یک پرشدگی ثابت، مشاهده می‌شود با افزایش طول پره، گشتاور واژگونی کاهش می‌یابد.

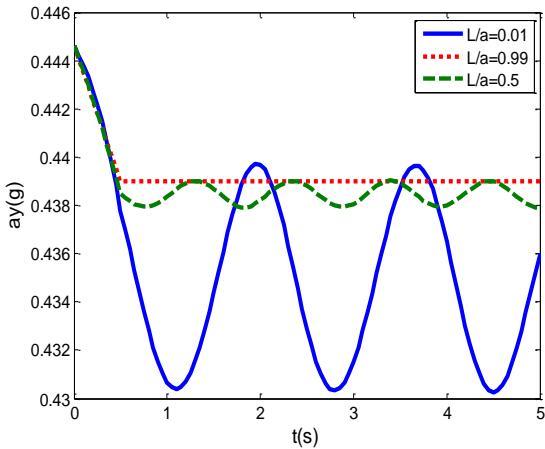


شکل ۱۳- نیروی جانبی بی بعد شده در پرشدگی %۵۰  
بر حسب زمان بی بعد برای پره افقی ( $L/a=0.75$ )

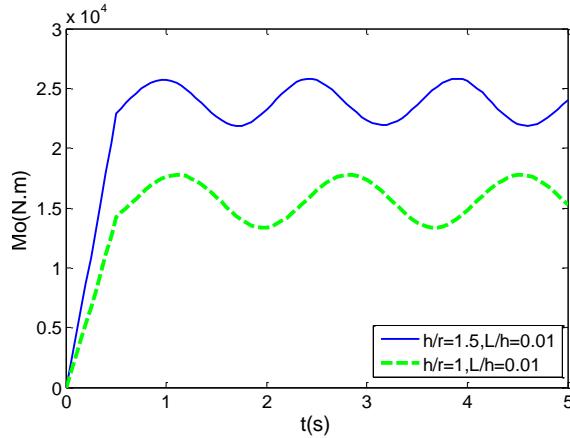


شکل ۱۴- نیروی جانبی بی بعد شده در پرشدگی %۵۰  
بر حسب زمان بی بعد برای پره عمودی سطحی ( $L/a=0.75$ )

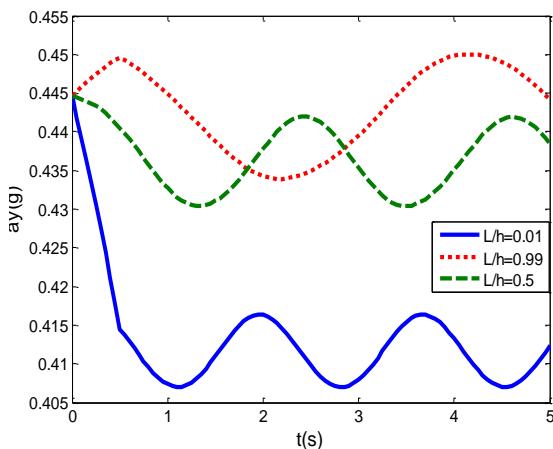
با افزایش زمان ورودی تابع ضربه نمودار نیرو در هر دو حالت، شکل یکنواخت‌تری پیدا کرده است. همچنین در یک پرشدگی خاص (%۵۰) متناظر با نمودارهای شکل ۱۲ تا ۱۴ با افزایش طول پره، دامنه تغییرات نیرو کوچکتر شده و در نتیجه نیروی جانبی کمتری به تانکر وارد می‌شود. مشاهده می‌شود پره افقی نسبت به پره عمودی نیرو را به میزان بیشتری کاهش می‌دهد. اکنون با توجه به روابط (۲۶) و (۲۷) نمودارهای گشتاور برای  $t_0=0.5s$  دو حالت قرارگیری



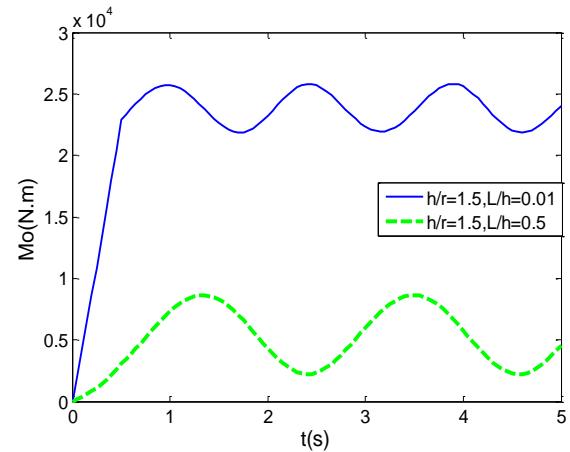
شکل ۱۹- شتاب آستانه واژگونی بر حسب زمان برای پره افقی ( $h/r=1$ )



شکل ۱۷- گشتاور واژگونی بر حسب زمان برای پره عمودی سطحی ( $L/h=0.01$ )



شکل ۲۰- شتاب آستانه واژگونی بر حسب زمان برای پره عمودی سطحی ( $h/r=1$ )



شکل ۱۸- گشتاور واژگونی بر حسب زمان برای پره عمودی سطحی ( $h/r=1.5$ )

از شکل‌های ۱۹ و ۲۰ مشخص است که برای پره افقی، بیشترین آستانه واژگونی در پرشدگی  $\approx 50\%$  و در کمترین طول پره و در دو زمان  $1/958$  و  $3/658$  برابر با مقدار  $(g/44)$  بود و در زمان‌های دیگر بیشترین مقدار مربوط به خواهد بود و در زمان‌هایی دیگر بیشترین طول پره خواهد بود. برای پره عمودی سطحی نیز بیشترین آستانه شتاب مربوط به پرشدگی  $\approx 50\%$  و در طول پره‌های بزرگ‌تر رخ خواهد داد و بسته به زمان تغییر خواهد کرد.

همچنین برای پره عمودی سطحی از مقایسه نمودارهای شکل ۱۷ برای یک طول پره ثابت مشاهده می‌شود ، با افزایش پرشدگی، گشتاور واژگونی افزایش می‌یابد و از نمودارهای شکل ۱۸ برای یک پرشدگی ثابت مشاهده می‌شود، با افزایش طول پره، گشتاور واژگونی کاهش می‌یابد. اکنون نمودار شتاب آستانه بر حسب زمان برای حالتهای نام برده بر حسب زمان در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ ترسیم می‌شود تا بالاترین آستانه واژگونی محاسبه شود.

## ۶- نتیجه‌گیری

نیروی افقی دیواره، ( $\text{kgms}^{-2}$ )	$F_x$
بردار نرمال سطح	$N$
طول پره، ( $m$ )	$L$
شعاع تانکر، ( $m$ )	$R$
شعاع سطح تانکر، ( $m$ )	$A$
ارتفاع پرشدگی، ( $m$ )	$H$
ماتریس جرم	$M$
ماتریس فتر	$K$
گشتاور واژگونی، ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )	$M_0$
زمان ورودی تابع ضربه، ( $s$ )	$T_0$
شتاب تحریکی، ( $\text{ms}^{-2}$ )	$A$
علایم یونانی	
چگالی، ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$
ارتفاع سطح آزاد سیال، ( $m$ )	$\eta$
لزجت دینامیکی، ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu$
تابع پتانسیل سرعت	$\varphi$
زاویه رول، ( $\text{rad}$ )	$\alpha$
بالانویس‌ها	
مودهای نامتقارن	$A$
مودهای متقارن	$S$
فرنیندی شده	$s$
فرنیندی نشده	$us$
- ضمایم	
مشخصات خودرو [۱۰]	
مقدار	پارامتر
۱۲۰۹۰ N	جرم فرنیندی شده
۴۷۵۹۶ N	جرم فرنیندی نشده
۱/۱۲ m	مرکز جرم سیستم فرنیندی شده
۰/۵۳۶ m	مرکز جرم سیستم فرنیندی نشده
۰/۷۲۵ m	ارتفاع مرکز رول
۲/۱۱۶ m	ارتفاع مرکز تانکر
۰/۸۱۳ m	عرض تانکر
۱۱۱۰ KN m/rad	سفتی رول
۱۲/۵ m	طول تانکر

هدف اصلی این مقاله تعیین آستانه واژگونی خودروهای حمل سوخت در پرشدگی و طول پرههای مختلف است. برای محاسبه گشتاور و نیروهای وارد بر سیال در این تحقیق از روش نگاشت استفاده شده است. از نتایج گردآوری شده به این نکته می‌توان اشاره داشت که در اثر کاربرد پرههای ارتفاع سطح آزاد تلاطم سیال، نیروها و گشتاورهای وارد بر دیواره ظرف کاهش می‌یابند. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش زمان ورودی تابع پله نمودار نیروی بی بعد شده نسبت به زمان حالت یکنواخت‌تری پیدا می‌کند. از مقایسه نتایج نیروی بی بعد شده دو پره مشاهده می‌شود پره افقی نسبت به پره عمودی نیرو را به میزان بیشتری کاهش می‌دهد. در مدل مکانیکی ذکر شده دیده می‌شود، با افزایش پرشدگی در تانکر، جرم ثابتی که در انتهای تانکر قرار دارد افزایش یافته و جرم‌های مودال کاهش می‌یابند، نتایج نشان می‌دهد جرم اول نسبت به دیگر جرم‌ها بیشترین تاثیر را در در تلاطم سیال دارد به همین علت نمودار مجموع جرم‌های مودال تانکر به جرم سیال ( $MC/ML$ ) به نمودار جرم اول به جرم سیال ( $Mc/ML$ ) بسیار نزدیک خواهد بود.

در هر دو نوع پره با افزایش پرشدگی میزان گشتاور افزایش می‌یابد و با افزایش طول پره گشتاور کاهش خواهد یافت. در پره افقی بیشترین آستانه واژگونی مربوط به پرشدگی  $50\%$  و طول پره  $L/a=0.01$  در دو زمان  $t=3/65s$  و  $t=1/95s$  برابر ( $g$ )  $ay = 0.44$  و در زمان‌های دیگر بیشترین آستانه شتاب در بیشترین طول پره و برابر مقدار ثابت ( $g$ )  $ay = 0.439$  است. در پره عمودی سطحی نیز بیشترین شتاب آستانه واژگونی مربوط به پرشدگی  $50\%$  و بیشترین نسبت طول پره است و در زمان  $t=4.15s$  در  $L/h=0.99$  بالاترین آستانه شتاب وجود دارد و مقدار آن برابر باشد  $ay = 0.45$  ( $g$ ) است.

## ۷- فهرست علایم

فشار سیال، ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )	$P$
سرعت در راستای $x$ ، ( $\text{ms}^{-1}$ )	$V_x$
سرعت در راستای $y$ ، ( $\text{ms}^{-1}$ )	$V_y$
لابلسین	$\nabla^2$

- [8] Hasheminejad SM, Mohammadi MM (2011) Effect of anti-slosh baffles on free liquid oscillations in partially filled horizontal circular tanks. *Ocean Eng* 38: 49-62.
- [9] Hasheminejad SM, Mohammadi MM (2014) Liquid sloshing in partly-filled laterally-excited circular tanks equipped with baffles. *J Fluid Struct* 44: 97-114.
- [10] Kolaei A, Rakheja S, Richard Mj (2014) Range of applicability of the linear fluid slosh theory for predicting transient lateral slosh and roll stability of tank vehicles. *J Sound Vib* 333: 263-282.
- [11] Hasheminejad SM, Aghabeigi M (2012) Sloshing characteristics in half-full horizontal elliptical tanks with vertical baffles. *Appl Math Model* 36(1): 57-71.
- [12] Nezami M, Mohammadi MM, Oveisi A (2012) Liquid sloshing in a horizontal circular container with eccentric tube under external excitation, 1Department of Mechanical Engineering.
- [13] Patkas A, Karamanos A (2007) Variational solutions for externally induced sloshing in horizontal-cylindrical and spherical vessels. *J Eng Mech* 133(6): 641-655.

**۹- مراجع**

- [1] Bauer HF (1972) On the destabilizing effect of liquids in various vehicles (part 1). *Vehicle Syst Dyn* 1: 227-260.
- [2] Romero JA, Hildebrand R, Martínez M, Ramírez O, Fortanell JM (2005) Natural sloshing frequencies of liquid cargo in road tankers. *Int J Heavy Vehicle Syst* 12: 121-138.
- [3] Harlow FH, Welch JE (1965) Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys Fluids* 8(12): 2182-2189.
- [4] Abramson HN, Silverman S (1966) The dynamic behavior of liquids in moving containers, NASA SP-106, NASA, Washington DC, USA.
- [5] McIver P (1989) Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth. *J Fluid Mech* 201: 243-257.
- [6] Evans DV, Linton CM (1993) Sloshing frequencies. *Q J Mech Appl Math* 46(1): 71-87.
- [7] Hasheminejad SM, Aghabeigi M (2011) Transient sloshing in half-full horizontal elliptical tanks under lateral excitation. *J Sound Vib* 330(14): 3507-3525.