



بهبود پارامترهای اثرگذار بر همزن سلول فلوتاسیون کانسنگ مس کارخانه تغلیظ مجتمع مس درآلو

عبدالله خالویی^۱، سید امیرعباس علوم^{۲*}، سید علی آقا میرجلیلی^۲، محمد حسن زارع^۳

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یزد، یزد، ایران.

^۲ دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یزد، ایران.

^۳ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یزد، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۲۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۱/۰۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۵/۱۹

چکیده

مؤلفه‌های هیدرودینامیکی فلوتاسیون ستونی تأثیر زیادی بر عملکرد فرایند دارند. دینامیک سیالات محاسباتی روشی توانمند برای تحلیل و پیش‌بینی فرایند است. از این رو، در پژوهش فلوتاسیون با نرم‌افزار آنسیس فلونت مدل‌سازی شده است. مدل‌سازی دوفازی با استفاده از مدول حجم سیال (VOF) انجام شده است. استقلال حل از شبکه و اعتبارسنجی مدل عددی توسعه یافته بررسی شده است. برای روش‌های مختلف تیغه‌گذاری، میدان جریان، قطر حباب‌ها و ماندگی گاز بررسی شده است. نتایج نشان داد تیغه‌گذاری افقی بهترین عملکرد را در کاهش اختلاط محوری ستون دارد و می‌تواند سرعت محوری را تا ۷۵ درصد کاهش دهد. افزایش سرعت گردش همزن از ۷۰۰ دور بر دقیقه موجب افزایش نیروهای جدایش و کاهش بازیابی ذرات مس می‌شود. همچنین افزایش سرعت چرخش همزن، ناپایداری فاز کف را افزایش می‌دهد که علت آن تولید حباب‌های با قطر بیشتر است. حباب‌های بزرگ‌تر انرژی سطحی بیشتری دارند و بنابراین بازیابی ذرات مس کاهش می‌یابد. نزدیک‌تر شدن همزن به بخش تحتانی سلول نیز اثر اغتشاش را بر فاز کف افزایش داده و آن را ناپایدارتر و بازیابی مس را کمتر می‌کند. با افزایش غلظت کف‌ساز، اندازه حباب‌ها کاهش، پایداری فاز کف افزایش و بنابراین بازیابی ذرات مس بیشتر می‌شود. افزایش درصد جامد پالپ موجب افزایش بازیابی ذرات مس می‌شود.

کلمات کلیدی: فلوتاسیون؛ تغلیظ مس؛ دینامیک سیالات محاسباتی؛ مجتمع مس درآلو.

Improving the parameters affecting the agitator of the copper ore flotation cell of the Daralo copper complex concentration plant

Abdollah Khaloei¹, Seyed Amir Abbas Oloomi^{2,*}, Seyed Ali Agha Mirjalili², Mohammad Hasan Zare³

¹ Ph.D. Student, Mech. Eng., Ya.C, Islamic Azad Univ., Yazd, Iran.

² Assist. Prof., Mech. Eng., Ya.C, Islamic Azad Univ., Yazd, Iran.

³ Assoc. Prof., Mech. Eng., Ya.C, Islamic Azad Univ., Yazd, Iran.

Abstract

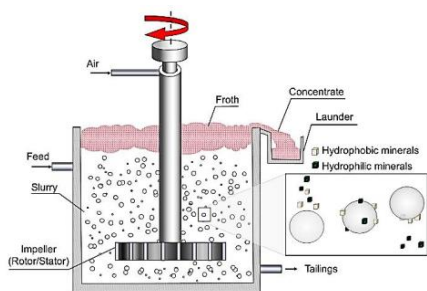
Hydrodynamic components in column flotation significantly affect process performance and efficiency. Computational fluid dynamics is a powerful numerical method for analyzing and predicting these components. Therefore, the flotation process was modeled using commercial ANSYS Fluent software. Two-phase modeling was performed using the volume of fluid (VOF) module. First, grid independence was investigated, followed by validation of the developed numerical model. For different blade arrangements inside the flotation cell, the flow field, bubble diameter, and gas holdup were evaluated. The results showed that horizontal blade placement provided the best performance in reducing axial mixing in the column and reduced axial velocity by up to 75%. Increasing mixer rotation speed above 700 rpm increased separation forces, consequently reducing copper particle recovery. It also increased foam-phase instability, which was attributed to the formation of larger bubbles. Larger bubbles have higher surface energy, resulting in lower copper recovery. Furthermore, positioning the mixer closer to the bottom of the flotation cell increased the effect of turbulence on the foam phase, making it more unstable and reducing copper recovery. Increasing the frother concentration decreased bubble size, thereby increasing foam-phase stability and copper recovery. Finally, increasing the pulp solids percentage resulted in higher copper particle recovery.

Keywords: Flotation; copper concentration; computational fluid dynamics; Daralo copper complex.

۱- مقدمه

یک از مهم‌ترین روش‌های فراوری مواد معدنی، فلوتاسیون است. استفاده از فلوتاسیون در فراوری مواد معدنی به صورت مداوم در حال افزایش است به نحوی که هر سال مقدار تناژ بیشتری از مواد معدنی در مقایسه با سال گذشته، با استفاده از روش‌های جدید فلوتاسیون فراوری می‌شود [۱]. فلوتاسیون را می‌توان یک فرایند فیزیکی - شیمیایی در نظر گرفت که با بهره‌گیری از اختلاف ویژگی‌های سطح کانی با ارزش و کانسنگ، این دو را از هم مجزا می‌کند. این اختلاف در ویژگی‌های سطحی، پس از آماده‌سازی پالپ با کمک مواد شیمیایی مختلف مانند کلکتورها، کف‌سازها، فعال‌کننده‌ها و دام‌اندازها آشکار می‌شود. برای این که فلوتاسیون ذرات موردنظر رخ بدهد، باید حباب‌های هوا خود را به سطح کانی موردنظر وصل کند و به این صورت ذره‌ها را به سطح آب حمل کند [۱]. دلیل استفاده از همزن در داخل سلول‌های فلوتاسیون نیز همین موضوع است تا امکان برخورد ذرات با حباب به صورت مؤثرتری فراهم شود. کانی‌های با ارزش متصل شده به حباب‌های هوا ایجاد یک‌فاز کف می‌کنند. بدیهی است که در هر سلول فلوتاسیون یک بیشینه اندازه ذرات وجود دارد، در صورتی که ابعاد ذره‌ها بیشتر از این حد بیشینه باشد، امکان فلوته شدن آن‌ها وجود نخواهد داشت [۲]. این حداکثر اندازه ذرات قابل فلوته شدن تابعی از عوامل مختلفی نظیر مقدار و ابعاد حباب‌های تولید شده، میزان اغتشاش به وجود آمده ناشی از همزن، میزان پایداری فاز کف، ویسکوزیته محیط، هندسه سلول، pH محلول و بسیاری فاکتورهای دیگر است [۳]. علت کم شدن بازیابی ذرات با بزرگ‌تر شدن ابعاد آن‌ها را می‌توان در مکانیزم‌های مختلف برخورد^۱، اتصال^۲ و جدایش^۳ ذرات که علت اصلی برهم‌کنش میان حباب و ذره هستند، جست‌وجو کرد. به بیان صریح‌تر، فلوتاسیون تابعی از احتمال جمع‌آوری ذرات توسط حباب‌ها است [۳ و ۴]. در حالت کلی هر ماشین فلوتاسیون باید چهار کار اصلی را انجام دهد که عبارت‌اند از [۵-۸]: ایجاد اتصال مطلوب میان حباب‌ها و ذرات، به‌وجود آوردن یک فصل مشترک پایدار میان پالپ و کف، معلق کردن ذرات جامد در پالپ، به‌وجود آوردن ظرفیت مطلوب کف‌گیری. وظیفه‌های اول تا سوم عنوان شده

در بالا در هر سلول فلوتاسیون تابعی از مشخصات و شرایط هیدرودینامیکی سلول فلوتاسیون هستند [۹] البته علاوه بر چهار وظیفه اصلی فوق می‌توان یک وظیفه پنجمی نیز برای آن‌ها تعریف کرد که فراهم کردن زمان ماند کافی برای بازیابی کانی‌های با ارزش است. زمان ماند علاوه بر ظرفیت ماشین و نرخ بازدهی، تابعی از مشخصه‌ها و شرایط هیدرودینامیکی ماشین است [۹]. با چرخش بخش متحرک همزن، هوای ورودی به حباب‌های هوای ریز تبدیل می‌شود که به‌صورت تقریباً یکنواخت در پالپ توزیع می‌شوند. اندازه حباب‌های تولید شده توسط بخش ثابت همزن کنترل می‌شود و علاوه بر آن عاملی برای پیشگیری از ایجاد تلاطم در نزدیکی منطقه کف است. نمای شماتیکی از یک ماشین فلوتاسیون مکانیکی به همراه اجزای تشکیل‌دهنده آن و نحوه عملکرد آن‌ها در شکل (۱) آورده شده است.



شکل ۱-۱- شماتیک ماشین فلوتاسیون مکانیکی [۷]

لازم به ذکر است که فلوتاسیون اغلب برای ذره‌های ریز در حدود ۱۰ تا ۱۰۰ میکرون کاربرد دارد، زیرا حباب‌های هوای ایجاد شده اغلب دارای قطری در حدود یک میلی‌متر هستند و توانایی حمل ذرات بزرگ‌تر را ندارند.

کشور ایران به دلیل وضعیت زمین‌شناسی خاص از ذخایر فراوان مس از جمله در امتداد کمربند آتشفشانی شمال غرب - جنوب شرق برخوردار است. از جمله بزرگ‌ترین معادن مس کشور، می‌توان به معدن مس سرچشمه با ذخیره قطعی ۸۲۶ میلیون تن، مس سونگون ۴۴۰ میلیون تن، مس میدوک ۱۴۴ میلیون تن و مس درآلو ۱۴۰ میلیون تن اشاره کرد. بررسی جایگاه ایران از نظر تولید و ذخایر جهانی نشان می‌دهد که پتانسیل‌های بالقوه در داخل هنوز به‌صورت بالفعل

³ Detachment

¹ Collision

² Attachment

درنیامده است و امکان افزایش تولید تا سه برابر تولید فعلی وجود دارد. هر چند ایران از حیث ذخایر معدنی مس در رتبه هفدهم جهان قرار دارد، اما به دلیل استفاده از تجهیزات استخراج قدیمی، سهم بسیار محدودی از بازار مس را دارا است.

عزیز [۱] به مطالعه پارامترهای اصلاح شده فرایند فلوتاسیون و شاخص انتخابی در فرایند فلوتاسیون مس پرداخته است. در این پژوهش شاخص انتخاب (SI) و ثابت‌های نرخ فلوتاسیون اصلاح‌شده مس و آهن در مدار فلوتا سیون مس سرچشمه با یک سری آزمایش فلوتا سیون ناپیوسته ارزیابی شده است. مدل سینتیک آگار با داده‌های تجربی برازش داده شد. نتایج نشان داد که مدل سینتیک مرتبه اول آگار منحنی‌های بازیابی تجمعی زمان آزمایش‌های فلوتاسیون را به خوبی برای مس و آهن ارائه می‌کند. بهرامی و همکاران [۲] به مطالعه اثر ترکیبی پارامترهای عملیاتی بر راندمان جداسازی و سینتیک فلوتاسیون مس پرداختند. هدف این مطالعه بررسی اثرات متغیرهای عملیاتی بر عیار کنسانتره، بازیافت، بازده جداسازی و پارامترهای جنبشی فرایند فلوتاسیون مس است. عزیز [۳] به بهینه‌سازی پارامترهای فلوتاسیون سنگ معدن مس سرچشمه با استفاده از تکنیک‌های آماری پرداخت. نمودارهای سطح پاسخ که اثر دو متغیر را بر بازیافت مس نشان می‌دهد (دو متغیر دیگر در سطح میانی نگهداری می‌شوند): (الف) pH و محتوای جامد و (ب) pH و نسبت Z11 به مرکاپتوبنزوتیازول زمانی که از آب لوله‌کشی در آزمایش‌های فلوتاسیون استفاده می‌شود. عملکرد فلوتاسیون سنگ مس سرچشمه با یک سری آزمایش فلوتاسیون ناپیوسته مورد بررسی قرار گرفت. عزیزی و همکاران [۴] به بهینه‌سازی پارامتریک بازدهی فلوتاسیون برای کانسنگ‌های مس سولفیدی ترکیبی پرداختند. آن‌ها بیان کردند که چالش غالب کارخانه‌های استخراج مس کنونی، بازیابی کم کانی‌های حاوی مس اکسیدی ترکیب شده با انواع سولفیدی است. علاوه بر این، استفاده از روش‌های مرسوم رایج اجازه نمی‌دهد تا اثرات متقابل پارامترهای حیاتی در فرایندهای شناورسازی بررسی شود که عمدتاً در پژوهش‌های گذشته نادیده گرفته می‌شود. برست و همکاران [۵] به بررسی آماری پارامترهای فلوتاسیون برای بازیافت مس سولفیدی از باطله پرداختند. این مطالعه بر روی پردازش

مجدد فلوتاسیون کف یک ماده معدنی مس از باطله متمرکز شده است. اثرات پارامترهای فلوتا سیون شامل چگالی پالپ، دوز کلکتور، دوز کف کن و دوز پخش کننده برای به‌دست‌آوردن یک رویکرد مؤثر برای تغلیظ مواد معدنی مس مورد بررسی آماری قرار گرفت. نتایج نشان داد که شرایط فلوتاسیون بهینه در دوزهای ۸۰ گرم در تن، ۳۰ گرم در تن و ۱۵۰ گرم بر تن کلکتور، کف‌ساز و پخش‌کننده به ترتیب با بازیابی مس و عیار بیش از ۶۰ درصد و ۸ درصد است. هاگا و همکاران [۶] به مطالعه و بررسی پارامترهای فلوتاسیون برای بازیافت مس از سنگ معدن مخلوط انارژیت و کالکوپیریت پرداختند. اثر اندازه ذرات، pH دوغاب، زمان شناورسازی، نوع کلکتور، افزودن یا دوز کلکتور و مواد کاهش‌دهنده مورد بررسی قرار گرفت. ران و همکاران [۷] به مطالعه تأثیر اندازه ذرات بر روی کارایی فلوتاسیون در جداسازی مس، طلا و سرب پرداختند. مدل کلاسیک مرتبه اول به عنوان مدل بهینه برای انطباق با فرایند فلوتاسیون جداسازی طلا مس - سرب در این تحقیق در نظر گرفته شد. نرخ شناورسازی ذرات درشت‌تر بیشتر از ذرات ریزتر بود، در حالی که زمان شناورسازی طولانی‌تر ممکن است به بهبود بازیابی ذرات با اندازه ریز کمک کند و تأثیر کمی بر بازیابی دانه‌های درشت داشت. بهرامی و همکاران [۸] به مطالعه کانی‌شناسی فرایند به‌عنوان یک عامل کلیدی مؤثر بر سینتیک فلوتا سیون کانی‌های سولفید مس پرداختند. هدف از این مطالعه استفاده از کانی‌شناسی فرایند به‌عنوان یک ابزار عملی برای درک بیشتر و پیش‌بینی سینتیک فلوتاسیون کانی‌های سولفید مس است. قدرتی و همکاران [۹] به مدل‌سازی و بهینه‌سازی معرف‌های شیمیایی برای بهبود عملکرد فلوتاسیون مس با استفاده از روش سطح پاسخ پرداختند. یک طرح مرکب مرکزی با سه سطح و پنج متغیر برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی فرایند فلوتاسیون مقیاس دسته‌ای آزمایشگاهی استفاده شد. چهل و هشت آزمایش ناهموازی فلوتاسیون دسته‌ای (۱۱/۵pH) برای سنگ معدن مس پورفیری میدوک متشکل از ۰/۹٪ مس در شرایط مختلف با استفاده از سلول فلوتاسیون دنور در مقیاس پنج با ظرفیت L۳ انجام شد. استانوجلوچ و همکارش [۱۰] به مطالعه بررسی مدل بهینه سینتیک شناورسازی سرباره مس معدن مس بور پرداختند. در این مطالعه اثر مخلوط سرباره مس و باطله فلوتاسیون از معدن مس Bor، صربستان

استفاده شده است. از این رو در پژوهش حاضر برای اولین بار یک مدل عددی به کمک دینامیک سیالات محاسباتی از عملکرد سلول فلوتاسیون ارائه می‌شود و به کمک این مدل تأثیر پارامترهای مختلف همزن و تزریق هوا بر روی میزان جداسازی مس از کانسنگ مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در نهایت مقادیری که منجر به بالاترین میزان جداسازی مس از کانسنگ می‌شود، به عنوان مطلوب‌ترین مقادیر برای بازطراحی سلول فلوتاسیون معرفی می‌شود. مهم‌ترین چالش بر سر راه مدل‌سازی عددی سلول فلوتاسیون، وجود پالپ و جریان‌های چند فاز در این سلول‌ها است. این فازها شامل فاز کف، حباب، کانسنگ، پالپ و غیره می‌شود.

۲- مدار فلوتاسیون کارخانه پرعیارکنی مجتمع مس دره آلو

اولین قسمت از کارخانه پرعیارکنی مجتمع مس دره آلو، بخش خردایش است. مدار خردایش متشکل از تعدادی آسیای گلوله‌ای موازی است که تناژ نامی هر آسیا بر حسب کاتالوگ حدود ۲۲۰ تن جامد خشک در ساعت است. بار خروجی از هر آسیا با استفاده از پمپ هیدروسیکلون وارد یک خوشه متشکل از ۸ هیدروسیکلون می‌شود و سربز هیدروسیکلون با دانه‌بندی ۷۰ درصد عبوری از سرنده ۷۴ میکرون، خوراک واحد فلوتاسیون را شکل می‌دهد. در هر یک از مدارهای فلوتاسیون ۱۴ سلول پرعیارکنی اولیه، ۷ سلول رمق‌گیر، ۷ سلول شستشوی اولیه، ۴ سلول شستشوی ثانویه وجود دارد. همچنین برای خردایش مجدد کنسانتره سلول‌های پرعیارکنی اولیه و رمق‌گیر، از آسیای گلوله‌ای نوع سربز شونده با توان حدود ۹۰۰ اسب بخار استفاده می‌شود. در این مدار ابتدا کنسانتره پرعیارکنی اولیه و رمق‌گیر با محصول آسیاهای خردایش مجدد مخلوط و سپس برای جدایش ذرات ریز از درشت به هیدروسیکلون‌های ثانویه فرستاده می‌شود. سربز هیدروسیکلون‌های ثانویه با دانه‌بندی ۸۶ درصد عبوری از سرنده ۴۴ میکرون، خوراک مرحله شستشوی اول را تشکیل می‌دهد. درصد جامد خوراک، سربز و ته ریز هیدروسیکلون‌ها طبق طراحی اولیه به ترتیب ۳۹، ۱۵ و ۶۵ درصد است.

بر نتایج فلوتاسیون بازیابی مس و پارامترهای سینتیک فلوتاسیون در یک سلول فلوتاسیون ناپیوسته بررسی شده است. میسا و همکاران [۱۱] رابطه میان هندسه بخش متحرک مورد استفاده با بازیابی هوا و قطر متوسط حباب در سرعت‌های ظاهری مختلف را بررسی کرده‌اند. آن‌ها نشان دادند که با زیاد شدن سرعت ظاهری گاز، قطر متوسط حباب‌ها و بازیابی هوا به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابند. میسا و همکاران [۱۲] در پژوهشی دیگر به مطالعه تأثیر طراحی پره - استاتور همزن بر روی توزیع اندازه حباب‌ها در مخزن‌های هوادهی پرداختند. آن‌ها در مطالعه خود تأثیر دو نوع پروانه که یکی دارای قسمت استاتور و دیگری فاقد قسمت استاتور بود را بر روی اندازه حباب مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که یک مقدار سرعت چرخش بحرانی وجود دارد که در صورت افزایش سرعت چرخش پروانه از این حد بدون در نظر گرفتن جریان هوا، اندازه حباب کوچک‌تر نمی‌شود. گوریان و همکاران [۱۳] به مطالعه تأثیر هندسه و سرعت پروانه و سرعت جریان هوا در یک سلول فلوتاسیون در مقیاس صنعتی پرداختند. برای این منظور آن‌ها یک سلول فلوتاسیون صنعتی قابل حمل با ابعاد ۲/۸ متر مکعب را مورد بررسی قرار دادند. برای سلول چهار نوع سیستم پروانه - استاتور مختلف در نظر گرفته شده بود. اندازه‌گیری‌های برای یک بازه از مقادیر جریان هوا و سرعت پروانه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان داد که برای هر چهار نوع پروانه مورد بررسی، متوسط اندازه حباب‌های تولید شده با زیاد شدن سرعت جریان هوا افزایش پیدا می‌کند. بادوی [۱۴] به بررسی هندسه جدید روتور - استاتور همزن برای تولید فوم گاز - مایع پرداخت. آن‌ها نشان دادند که با افزایش سرعت پروانه و همچنین ویسکوزیته محلول؛ حباب‌های تولید شده کوچک‌تر و در نتیجه فوم ایجاد شده پایدارتر می‌شود. همچنین با افزایش زمان اختلاط به دلیل ادغام حباب‌ها با همدیگر اندازه آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. باتوجه به بررسی‌های انجام شده و مطالعه پیشینه پژوهش می‌توان دریافت که تا به امروز هیچ پژوهشی بر روی مدل‌سازی عددی سلول فلوتاسیون و بررسی تأثیر پارامترهای مختلف عملکردی آن بر روی میزان بازیابی مس از کانسنگ و تولید کنسانتره صورت نگرفته است. در معدود پژوهش‌هایی صورت گرفته نیز به دلیل پیچیدگی مدل‌سازی عددی سلول‌های فلوتاسیون، از روش‌های تجربی

۳- روش تحقیق

روابط ارائه شده بر اساس مدل جریان همگن تفاوت چندان با رابطه‌های حکام بر جریان تک‌فاز ندارد و تنها تفاوت در خواص سیال است که در این حالت خواص سیال دو یا چند فازی بر اساس ترکیب خواص فازهای تشکیل‌دهنده آن و با در نظر گرفتن نسبت کسر حجمی هر فاز، محاسبه می‌شود [۱۵] و [۱۶].

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} \vec{V}) = 0 \quad (۱)$$

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla \vec{V}) \quad (۲)$$

خواص سیال دوفاز که در این روش به‌عنوان یک سیال جدید در نظر گرفته می‌شود نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{eff} = (1 - \alpha)\rho_f + \alpha\rho_p \quad (۳)$$

$$\mu_{eff} = (1 - \alpha)\mu_f + \alpha\mu_p \quad (۴)$$

در رابطه‌های فوق $\vec{V}$ بیان گر بردار سرعت، ∇P گرادیان فشار، ρ چگالی سیال، μ ویسکوزیته دینامیکی، زیر نویس eff مربوط به سیال چندفازی، زیر نویس f مربوط به مایع که فاز پیوسته را تشکیل می‌دهد و زیر نویس p مربوط به فاز جامد گسسته می‌باشد. α کسر جرمی نانوذرات در سیال پایه می‌باشد.

روابط توسعه داده شده بر اساس مدل جریان جدا، با در نظر گرفتن حرکت مستقل هر فاز در یک حجم کنترل و تأثیرگذاری فازها بر روی همدیگر، انجام شده است. از این رو می‌توان از دو دیدگاه اولر - اولر و یا اولر - لاگرانژ برای ارائه معادلات حاکم استفاده کرد.

در دیدگاه اولر - لاگرانژ برای فاز پیوسته از معادلات ناویر - استوکس استفاده می‌شود و برای بررسی فاز ثانویه یا همان فاز پراکنده از روش لاگرانژ (ردیابی ذرات در میدان حل) استفاده می‌شود. با استفاده از دو رابطه زیر می‌توان مکان، سرعت ذره را در میدان حل به دست آورد [۱۷].

$$\frac{d\vec{X}_p}{dt} = \vec{U}_p \quad (۵)$$

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = m_p \vec{g} + \sum \vec{F}_i \quad (۶)$$

در رابطه فوق $\vec{X}_p$ بردار مکان ذره و $\vec{U}_p$ بردار سرعت ذره می‌باشد. m_p جرم ذره، $\vec{g}$ بردار شتاب گرانش و $\vec{F}_i$ بردار نیروی وارد بر سیال است. t نیز نشان دهنده زمان است.

در تحلیل جریان‌های چند فازی، یک سری نیروهایی وجود دارد که باید عملکرد آن‌ها مورد بررسی قرار گیرد. در اصطلاح به این نیروها، نیروهای بین فازی گفته می‌شود. در اثر حرکت نسبی دوفاز نسبت به یکدیگر، نیروهای بین فازی شکل می‌گیرد که وظیفه اصلی آن منتقل کردن مومنوم میان دوفاز در جریان سیال دوفازی است. به‌طور کلی برای یک رژیم جریان حبابی در داخل یک ستون می‌توان شش نوع نیروی بین فازی را در نظر گرفت که شامل نیروی درگ، نیروی لیفت، نیروی لغزش دیوار^۱، نیروی انتشار آشفتگی^۲، نیروی کشش سطحی و نیروی جرم مجازی^۳ است.

برای محاسبه نیروی درگ میان فازی با فرض این که حباب‌ها کروی شکل هستند می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\vec{F}_D = \frac{1}{2} C_D \rho_L (\vec{u}_L - \vec{u}_b) |\vec{u}_L - \vec{u}_b| \frac{\pi D^2}{4} \quad (۷)$$

ضریب درگ (C_D) در رابطه فوق به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۷]:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re_b^{0.687}), & Re_b \leq 1000 \\ 0.438, & Re_b > 1000 \end{cases} \quad (۸)$$

در رابطه فوق Re_b بیان گر عدد رینولدز برای حباب می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Re_b = \frac{|\vec{u}_L - \vec{u}_b| d}{\nu_l} \quad (۹)$$

در رابطه فوق ν_l ویسکوزیته سینماتیکی سیال می‌باشد. در اثر برهم‌کنش میان حباب‌ها و تنش‌های برشی داخل مایع، نیروی لیفت یا برآ شکل می‌گیرد. مقدار نیروی برآ تابعی از سرعت نسبی بین دوفاز و سرعت فاز مایع است و به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\vec{F}_L = C_L \rho_L \alpha (\vec{u}_L - \vec{u}_b) \times \nabla \times \vec{u}_L \quad (۱۰)$$

در رابطه فوق C_L بیان گر ضریب برآ می‌باشد که مقدار آن را می‌توان با استفاده از مدل تومیاما و همکاران [۱۸] محاسبه کرد.

باتوجه به این که نرخ جریان مایع بین حباب و دیوار کمتر از نرخ جریان بین مایع و دیوار است، یک اختلاف فشار هیدرودینامیک تولید می‌شود که عامل اصلی شکل‌گیری نیروی لغزش دیواره است. این نیرو باعث دور شدن حباب از دیوار می‌شود و به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

^۱ Wall Lubrication Force

^۲ Turbulent Dispersion Force

^۳ Virtual Mass Force

بیشتر نتایج به دست آمده به نتایج واقعی شود. برای همین منظور در شبیه سازی از مدل توازن جمعیت استفاده می شود. توازن جمعیت را می توان یک روش مطلوب برای محاسبه پراکندگی حباب ها در فاز اولیه در نظر گرفت. در این مدل اندازه حباب ها و تأثیر شکست و اتصال حباب ها بر روی رژیم جریان حبابی در نظر گرفته می شود. رابطه معادله توازن جمعیت در حالت کلی به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial n_{\emptyset}}{\partial t} + \nabla \cdot (u_G n_{\emptyset}) = B_B + B_C - D_B - D_C \quad (16)$$

در رابطه بالا u_G نشان دهنده سرعت گاز، $n_{\emptyset}$ چگالی عددی ذرات با قطر $\emptyset$ است. در سمت راست معادله فوق ترم B_B نشان دهنده ذرات ایجاد شده به دلیل فروپاشی دیگر ذرات، B_C نشان دهنده ذرات تولید شده در اثر به هم پیوستن دیگر ذرات، D_B بیان گر ذرات از بین رفته در اثر متلاشی شدن و D_C نشان دهنده ذرات از بین رفته به دلیل به هم پیوستن ذرات دیگر می باشد.

چگالی عددی ذرات ($n_{\emptyset}$) را می توان با استفاده از رابطه زیر و بر اساس کسر حجمی فاز ثانویه محاسبه کرد:

$$\alpha_G f_{\emptyset} = n_{\emptyset} V_{\emptyset} \quad (17)$$

در رابطه بالا $f_{\emptyset}$ نشان دهنده کسر حجمی ذرات با قطر $\emptyset$ و $V_{\emptyset}$ بیان گر حجم ذرات با قطر $\emptyset$ می باشد.

محاسبه موقعیت مکانی هر ذره برای مدل سازی جریان دوفازی بسیار لازم می باشد. برای این منظور از بردار مکان ذره استفاده می شود. این بردار بر اساس یک مختصات خارجی ($\vec{x}$) که نشان دهنده موقعیت ذره و یک مختصات داخلی ($\vec{\emptyset}$) که بر اساس اندازه ذره می شود می شود، تعیین می گردد. بر اساس این مختصات یک تابع چگالی عددی ذرات به صورت $n(x, \emptyset, t)$ را می توان در نظر گرفت که در آن $\emptyset \in \Omega_{\emptyset}$ و $\vec{x} \in \Omega_{\vec{x}}$ از این رو تعداد متوسط ذرات در یک حجم کوچک از رابطه برای فاز پیوسته از رابطه $\vec{V} = [Y_1(x, t), Y_2(x, t), \dots, Y_c(x, t)]$ به دست می آید.

مجموع تعداد ذرات در کل سیستم را می توان با استفاده از رابطه انتگرالی زیر به دست آورد:

$$\int_{\Omega_{\emptyset}} \int_{\Omega_{\vec{x}}} n dV_{\vec{x}} dV_{\emptyset} \quad (18)$$

$$\vec{F}_{WL} = -\alpha \rho_L \frac{(u_r - (u_r n_w) n_w)}{d_s} \times \max \left[C_{w1} + C_{w2} \frac{d_s}{y_w}, 0 \right] \quad (11)$$

در رابطه فوق n_w بیان گر بردار یک عمود بر دیوار و y_w فاصله بین دیوار و حباب می باشد. ضرایب لغزش دیوار C_{w1} و C_{w2} به ترتیب برابر با 0.1 و 0.5 در نظر گرفته می شود [۱۹]. نیروی انتشار آشفتهگی اولین بار توسط لویز برتودانو^۱ معرفی شد و اساس آن حرکت مولکولی عنوان شده است. عملکرد این نیرو منجر می شود که حباب های شکل گرفته اثر شکل گیری ادی های آشفتهگی در فاز مایع پراکنده شود. مقدار این نیرو به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$F_{TD} = -C_{TD} \rho_L k \nabla \alpha_L \quad (12)$$

در رابطه فوق k نشان دهنده انرژی آشفتهگی در واحد جرم است. همچنین C_{TD} ضریب انتشار آشفتهگی می باشد که در این پژوهش برابر با 0.5 در نظر گرفته شده است.

در جریان های دوفازی عدد رینولدز بحرانی برابر با 100 است به این معنی که در رینولدز حدود 100 رژیم جریان از آرام به آشفته گذر می کند [۲۰]. عدد رینولدز در ستون فلوتاسیون با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Re_f = \frac{u_r D}{\nu_l} \quad (13)$$

در این پژوهش برای محاسبه آشفتهگی جریان و لزجت آشفتهگی در فاز پیوسته از مدل آشفتهگی کا - اپسیلون استفاده می شود. معادلات حاکم بر مدل آشفتهگی کا - اپسیلون استاندارد به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = -\rho u_j u_i \frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \rho \varepsilon \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \varepsilon)}{\partial x_j} = -C_{\varepsilon 1} \rho u_j u_i \frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

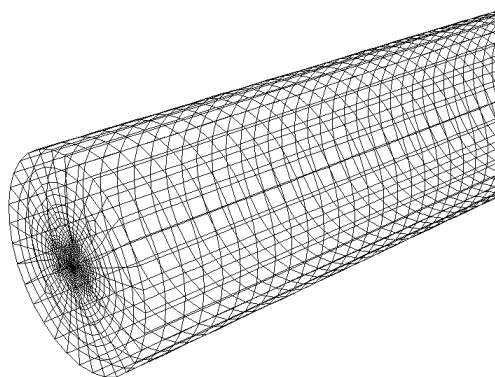
در رابطه فوق $C_{\varepsilon 1}$ و $C_{\varepsilon 2}$ ضرایب ثابت برای هر مساله هستند و k و ε پارامترهای مدل آشفتهگی می باشند.

از نقطه نظر فیزیکی می توان جریان در داخل فلوتاسیون ستونی را به صورت یک جریان دوفازی با رژیم جریان حبابی در نظر گرفت. از این رو انجام اقداماتی که منجر شود تا در شبیه سازی محاسباتی نیز دقیقاً این رژیم جریان اتفاق بیفتد می تواند منجر به کم شدن خطاهای محاسباتی و در نتیجه نزدیک شدن هر چه

^۱ Lopez de Bertodano

است. تنظیمات مسئله باتوجه به فیزیک مسئله به صورت جریان دوفازی، گذرا، سه بعدی، رژیم جریان آشفته در نظر گرفته شده است.

برای شبکه بندی از المان های سه و چهاروجهی (مثلثی و مربعی) استفاده شده است. شبکه بندی به صورتی انجام شده است که مش ها در بخش مرکزی دایره که ورودی جریان است از چگالی بالاتری برخوردار باشند. در شکل (۱) نمایی کلی از شبکه بندی استوانه فلوتاسیون نشان داده شده است.



شکل ۱- نمایی کلی از شبکه بندی استوانه فلوتاسیون

حباب های هوا از یک دایره به قطر ۰/۷ میلی متر که در مرکز صفحه پایینی استوانه تعبیه شده است وارد میدان جریان می شود. صفحه بالایی استوانه نیز محل خروج جریان می باشد. قطر استوانه ۱۰ سانتی متر و طول آن ۱/۷۰ متر در نظر گرفته شده است.

خواص فیزیکی استفاده شده برای آب و هوا در این پژوهش در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱- خواص مواد مورد استفاده (آب و هوا) در شبیه سازی

ماده	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (چگالی)	$\frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$ (ویسکوزیته)
آب	۹۹۸/۲	۰/۰۰۱۰۰۳
هوا	۱/۲۲۵	$1/7894 \times 10^{-5}$

همچنین مجموع تعداد ذرات در یک حجم واحد را می توان با استفاده از رابطه زیر به دست آورد:

$$N(\vec{x}, t) = \int_{\Omega_0} n dV_0 \quad (۱۹)$$

جمع کسر حجمی همه ذرات به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\alpha(\vec{x}, t) = \int_{\Omega_0} nV(\emptyset) dV_0 \quad (۲۰)$$

در رابطه فوق $V(\emptyset)$ نشان دهنده حجم ذره در $\emptyset$ حالت است [۲۱].

در نتیجه برخورد حباب ها با گردابه های آشفتگی ایجاد شده در داخل جریان، حباب ها دچار شکست می شوند. دو پارامتر اصلی در شکست حباب ها، انرژی و اندازه گردابه ها می باشد. این دیدگاه عنوان می کند که تنها گردابه هایی می توانند منجر به شکست حباب شوند که همه اندازه حباب باشند. برای مدل سازی فرایند شکسته شدن ذرات فاز ثانویه (در این پژوهش حباب ها) مدل های مختلفی در نرم افزار انسیس فلوئنت پیش بینی شده است. در این پژوهش باتوجه به این که هدف مدل سازی شکست حباب های فاز گاز در فاز پیوسته مایع در ستون فلوتاسیون است، از مدل لو و اسوندسن^۱ استفاده شده است.

علاوه بر مدل سازی شکسته شدن حباب ها در فرایند فلوتاسیون، باید فرایند به هم پیوستن حباب ها نیز مدل سازی شود. مدل پرینس و بلنچ^۲ عنوان می کند که فرایند به هم پیوستن حباب ها در سه مرحله اتفاق می افتد. در مرحله اول دو حباب به هم دیگر نزدیک می شوند به نحوی که یک لایه از مایع بین آن ها محبوس می شود. در گام بعدی فاصله حباب ها کم و کمتر می شود و در نتیجه آن لایه مایع نازک و نازک تر می شود تا این که ضخامت لایه مایع به یک مقدار بحرانی برسد. در گام آخر لایه نازک مایع از بین می رود و در نتیجه دو حباب به هم می پیوندند و در نتیجه آن یک حباب جدید ایجاد می شود. به هم پیوستن حباب ها می تواند نتیجه یکی از سه کنش آشفتگی، تنش برشی لایه ای و اثر بویانسی باشد.

۴- مدل سازی مسئله

در این پژوهش برای مدل سازی عددی مسئله از نرم افزار تجاری انسیس فلوئنت استفاده شده است. هندسه یک ستون فلوتاسیون با استفاده از محیط انسیس ورک بنچ رسم شده است و در محیط انسیس مش، به شبکه بندی آن پرداخته شده

² Prince and Blanch

¹ Luo and Svendsen

۵- شرایط مرزی

ستون فلوتاسیون مورد بررسی در این پژوهش شامل سه مرز می‌باشد. مرز اول ورودی جریان، مرز دوم دیوار و مرز سوم خروجی جریان می‌باشد. ورودی جریان از طریق یک دایره به قطر ۰٫۷ میلی‌متر که به صورت هم مرکز باقاعده استوانه است، وارد می‌شود. جنس این مرز از نوع ورودی سرعت^۱ در نظر گرفته می‌شود. سرعت هوای ورودی ۳/۲۹ سانتی‌متر بر ثانیه در نظر گرفته می‌شود. دو نکته مهم که باید به آن‌ها اشاره شود این است که اولاً در ورودی جریان تنها جریان هوا وارد می‌شود و برای فاز پیوسته که آب است، ورودی در نظر گرفته نمی‌شود. همچنین در ورودی فرض می‌شود که تنها حباب‌هایی با قطر ۰/۵ میلی‌متر وارد ستون فلوتاسیون شوند. خروجی جریان نیز از جنس خروجی فشار در نظر گرفته می‌شود. دیواره‌های جانبی استوانه فلوتاسیون نیز با شرط مرزی دیواره و شرط عدم لغزش مشخص می‌شوند.

۶- مدل سازی بازیابی ذره-حباب

در نتیجه برخورد حباب با گردابه های آشفتگی ایجاد شده در داخل جریان، حباب ها دچار شکست می شوند. دو پارامتر اصلی در شکست حباب ها، انرژی و اندازه گردابه ها می باشد. این دیدگاه عنوان می کند که تنها گردابه هایی می توانند منجر به شکست حباب شوند که همه اندازه حباب باشند. به بیان دیگر گردابه های بزرگتر و یا کوچکتر از حباب نمی توانند منجر به شکستن حباب شوند. علت این امر را می توان این گونه توضیح داد که گردابه های کوچکتر از حباب انرژی لازم برای شکستن آن را ندارند و گردابه های بزرگتر از حباب نیز به جای شکست حباب، آن را حمل می کنند.

برای مدل سازی فرآیند شکسته شدن ذرات فاز ثانویه (در این پژوهش حباب ها) مدل های مختلفی در نرم افزار انسیس فلوئنت پیش بین شده است. در این پژوهش با توجه به این که هدف مدل سازی شکست حباب های فاز گاز در فاز پیوسته مایع در ستون فلوتاسیون است، از مدل لو و اسوندسن استفاده شده است.

علاوه بر مدل سازی شکسته شدن حباب ها در فرآیند فلوتاسیون، باید فرآیند به هم پیوستن حباب ها نیز مدل سازی

شود. مدل پرینس و بلنچ عنوان می کند که فرآیند به هم پیوستن حباب ها در سه مرحله اتفاق می افتد. در مرحله اول دو حباب به هم دیگر نزدیک می شوند به نحوی که یک لایه از مایع بین آن ها محبوس می شود. در گام بعدی فاصله حباب ها کم و کمتر می شود و در نتیجه آن لایه مایع نازک و نازک تر می شود تا این که ضخامت لایه مایع به یک مقدار بحرانی برسد. در گام آخر لایه نازک مایع از بین می رود و در نتیجه دو حباب به هم می پیوندند و در نتیجه آن یک حباب جدید ایجاد می شود. مدل توازن جمعیت به عنوان یک مدل جانبی نسخه اصلی نرم افزار فلوئنت در نظر گرفته شده است. به بیان دیگر این مدل در نسخه اولیه نرم افزار وجود ندارد و بعد از نصب نرم افزار برای استفاده از این مدل نیاز به فراخوانی آن است. برای این منظور پس از تعریف دامنه حل، شبکه بندی و تعریف مدل چندفازی مورد استفاده باید اقدام به بارگذاری این مدل کرد. برای فراخوانی کردن این مدل باید در بخش رابط کاربری نرم افزار دستور `define/models/addon-module/` تایپ کرد. در این مرحله نرم افزار یک لیست کامل از مدل های جانبی که برای بارگیری در دسترس هستند را به کاربر نشان می دهد و در صورت نیاز به هر یک از این مدل ها کافی است که شماره مربوط به آن مدل در صفحه وارد شود. برای بارگیری مدل توازن جمعیت باید عدد پنج وارد شود. در گام بعدی منوی مربوط به مدل توازن جمعیت در بخش تنظیمات نرم افزار اضافه می شود.

در این پژوهش با در نظر گرفتن این موضوع که توزیع قطر حباب های داخل ستون معین در نظر گرفته می شود و از سوی دیگر نیاز به مدل سازی به هم پیوستن و شکست حباب های داخل ستون فلوتاسیون می باشد، از مدل توازن جمعیت گسسته استفاده شده است. در صورتی که گزینه Phenomena فعال شود، امکان مدل سازی پدیده های مختلف بین حباب ها فعال می شود. در این پژوهش اساس به هم پیوستن و شکستن حباب ها کشش سطحی و انرژی آشفتگی جریان در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که مدل های متناسب با این پدیده ها در نرم افزار فلوئنت برای به هم پیوستن حباب ها مدل آشفتگی^۲ و برای شکستن حباب ها مدل لو^۳ است.

³ Luo model

¹ Velocity Inlet

² Turbulent model

برای چهار نوع شبکه‌بندی عنوان شده در بالا، حل عددی به‌صورت مستقل انجام شده است. برای این مدل‌سازی سرعت هوا ورودی برابر با $3/29$ سانتی‌متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است و حل به‌صورت گذرا برای زمان 30 ثانیه و با گام زمانی 0.01 ثانیه انجام شده است. در نهایت در سه‌نقطه از ستون در ارتفاع‌های 0.5 ، 1 و 1.5 متر نتایج به‌دست‌آمده با همدیگر مقایسه شده است. نتایج به‌دست‌آمده در جدول‌های (۳) تا (۴) با همدیگر مقایسه شده است.

جدول ۳- نتایج استقلال حل از شبکه در ارتفاع 0.5 متر

تعداد گره	فشار (پاسکال)	سرعت هوا (متر بر ثانیه)	سرعت آب (متر) (بر ثانیه)
۴۸۹۷۰	۱۱۴۹۳/۵	۰/۳۶۸۶۸۲	۰/۲۰۵۶۵۳
۱۰۴۴۹۲	۱۱۵۰۸/۹	۰/۳۶۹۰۳۶	۰/۲۰۹۱۹۱
۱۵۳۴۲۴	۱۱۵۰۰/۲	۰/۳۶۹۱۵۸	۰/۲۰۷۴۲۸
۱۹۳۲۴۸	۱۱۵۰۲/۴	۰/۳۶۹۱۶	۰/۲۰۷۷۲۴

جدول ۴- نتایج استقلال حل از شبکه در ارتفاع 1 متر

تعداد گره	فشار (پاسکال)	سرعت هوا (متر بر ثانیه)	سرعت آب (متر) (بر ثانیه)
۴۸۹۷۰	۶۶۰۵/۵۷	۰/۳۶۹۰۶۱	۰/۲۱۰۹۷۸
۱۰۴۴۹۲	۶۶۲۱/۰۴	۰/۳۶۹۶۳۶	۰/۲۱۶۸۵
۱۵۳۴۲۴	۶۶۱۲/۲۶	۰/۳۶۸۵۰۸	۰/۱۹۵۵۸۴
۱۹۳۲۴۸	۶۶۱۳/۴۹	۰/۳۶۸۴۷۸	۰/۱۹۹۵۴۷

جدول ۵- نتایج استقلال حل از شبکه در ارتفاع 1.5 متر

تعداد گره	فشار (پاسکال)	سرعت هوا (متر بر ثانیه)	سرعت آب (متر) (بر ثانیه)
۴۸۹۷۰	۱۷۱۷/۸۷	۰/۳۵۹۵۶۶	۰/۱۱۶۹۹۷
۱۰۴۴۹۲	۱۷۳۳/۳۲	۰/۳۵۹۵	۰/۱۱۶۳۶۸
۱۵۳۴۲۴	۱۷۲۴/۵۳	۰/۳۵۸۷۰۸	۰/۱۰۸۵۵۸
۱۹۳۲۴۸	۱۷۲۳/۶۹	۰/۳۵۸۷۰۷	۰/۱۰۵۹۶۸

همان‌طور که مشاهده می‌شود برای شبکه‌بندی با تعداد 153424 گره که شامل 818 گره در صفحه پایینی می‌باشد، بهینه‌ترین شبکه‌بندی می‌باشد و برای ادامه این پژوهش انتخاب می‌شود.

در ادامه مدل‌سازی مساله باید فازهای مساله در میدان حل انتخاب شوند و نوع و اندرکنش میان این فازها مشخص شود. جریان داخل فلوتاسیون، همان‌طور که پیش‌تر نیز عنوان شد، در عمل یک جریان سه‌فازی می‌باشد. فاز پیوسته آب و فازهای گسسته حباب‌های هوا و ذرات ریز جامد (کانی‌های معدنی نظیر مس) که به شکل پالپ از ورودی بالای ستون داخل می‌شوند و به سمت پایین حرکت می‌کنند، هستند. در طول این حرکت ذرات جامد آب دوست داخل ستون ته‌نشین شده و از خروجی باطله در کف ستون خارج می‌شوند اما ذرات آبگریز به حباب‌های در حال صعود در ستون وصل می‌شوند و به سمت بالا حرکت می‌کنند و به عنوان کنسانتره استحصال می‌شوند. اما در اغلب پژوهش‌های عددی صورت گرفته، برای درک بهتر از جریان سیال داخل ستون، با ساده‌سازی فرایند جریان را به صورت دو‌فازی با فاز پیوسته آب و فاز گسسته هوا مدل‌سازی می‌کنند. در این پژوهش آب به عنوان فاز پیوسته و هوا و کانی‌های معدنی مس به عنوان دو فاز گسسته در نظر گرفته شده‌اند. برای مشخص کردن کنش‌های بین‌فازی نیز از پنجره تنظیمات کنش‌های بین‌فازی، استفاده می‌شود. در مدل‌سازی این پژوهش چهار نوع نیروی بین‌فازی در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب می‌توان تعداد ذرات متصل شده به حباب را مشخص کرد و نتیجه از روی آن مقدار بازیابی ذره-حباب را به دست آورد.

۷- استقلال حل از شبکه

باهدف مطالعه استقلال حل عددی از شبکه و دستیابی به شبکه بهینه ۴ شبکه‌بندی متفاوت بر روی ستون فلوتاسیون پیاده‌سازی شده است. این شبکه‌بندی‌ها بر مبنای صفحه پایینی استوانه صورت گرفته است که براین‌اساس باهدف زیادشدن حجم شبکه، تعداد گره‌ها در ضلع تحتانی زیاد شده است. در جدول (۲) می‌توان جزئیات مربوط به این چهار نوع شبکه‌بندی مختلف را مشاهده کرد.

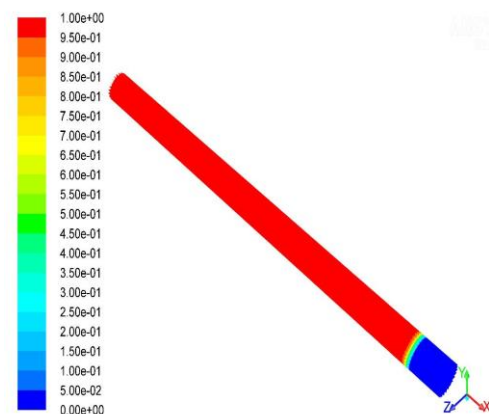
جدول ۲- جزئیات شبکه‌بندی‌های مختلف برای بررسی

استقلال حل از شبکه

تعداد گره در ضلع پایین	تعداد گره در صفحه پایین	تعداد گره در استوانه
۲۲	۳۷۰	۴۸۹۷۰
۲۸	۶۲۱	۱۰۴۴۹۲
۳۲	۸۱۸	۱۵۳۴۲۴
۳۴	۹۶۲	۱۹۳۲۴۸

۸- اعتبارسنجی مدل

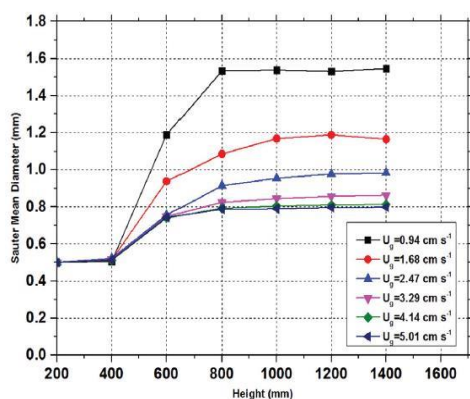
برای بررسی صحت مدل عددی توسعه داده شده در این پژوهش نیاز به اعتبارسنجی آن می‌باشد. برای این منظور نتایج به‌دست‌آمده از مدل عددی با نتایج مقاله انجام شده توسط سرهان و همکاران [۲۲] مقایسه شده است. در پژوهش انجام شده توسط سرهان و همکاران [۲۲] یک ستون فلوتاسیون با ارتفاع ۱/۶۸ متر و قطر ۱۰ سانتی‌متر مدل‌سازی شده است. آن‌ها جریان را به‌صورت سه‌فازی در نظر گرفته‌اند؛ اما نتایج مربوط به جریان دوفازی آب‌وهوا نیز در نتایج گزارش شده است که برای اعتبارسنجی پژوهش حاضر از نتایج این بخش استفاده شده است. در این شبیه‌سازی فرض شده است که سطح آزاد میان فاز مایع و گاز در ارتفاع ۱/۵۶۲ متر اتفاق می‌افتد. برای دست‌پیدا کردن به سطح آزاد در شبیه‌سازی در گام نخست کسر حجمی هوا در داخل ستون به صورتی محاسبه شده است که به ارتفاع موردنظر برای آب حاصل شود. به این شکل در شرایط اولیه حل مقدار هوا موجود داخل ستون برابر با ۰.۷٪ در نظر گرفته شد و به مدت ۲۰ ثانیه بدون هیچ‌گونه ورودی حل صورت گرفته است تا هوا و آب که در شرایط اولیه به‌صورت مخلوط در نظر گرفته شده بودند، به شکل دوفاز مجزا از یکدیگر به همراه سطح آزاد مشخص حاصل شوند. کانتور کسر حجمی فاز مایع در ستون پس از گذشت ۲۰ ثانیه، به‌صورت زیر می‌باشد.



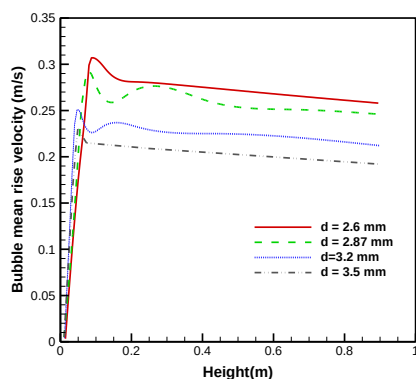
شکل ۲- تشکیل سطح آزاد در ستون فلوتاسیون

در مرحله بعدی و بعد از مشخص شدن سطح آزاد، شبیه‌سازی با در نظر گرفتن شرط ورودی هوا به داخل ستون از طریق یک

ورودی دایره‌ای شکل با قطر ۷ میلی‌متر که در قسمت تحتانی ستون تعبیه شده است در نظر گرفته می‌شود. سرعت هوای ورودی نیز برابر با ۳/۲۹ سانتی‌متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. نتایج گزارش شده توسط سرهان و همکاران [۲۲] مربوط به زمان ۳۲۰ ثانیه پس از آغاز ورود هوا به ستون آب می‌باشد به همین دلیل در مدل عددی توسعه داده شده در پژوهش حاضر نیز پس از دستیابی به سطح آزاد، زمان ۳۲۰ ثانیه با گام زمانی ۰.۰۱ ثانیه برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است. از جمله نتایج ارائه شده توسط سرهان و همکاران [۲۲] قطر متوسط حباب‌ها (قطر متوسط ساتر) در ارتفاع‌های مختلف از ستون فلوتاسیون است. از همین نتایج برای اعتبارسنجی مدل حل عددی توسعه داده شده در این پژوهش استفاده شده است. برای این منظور فراوانی هر دسته از حباب‌ها در ارتفاع موردنظر از نرم‌افزار به‌عنوان خروجی دریافت می‌شود و قطر متوسط با استفاده از این داده‌ها محاسبه می‌شود. در شکل (۳) نتایج ارائه شده توسط سرهان و همکاران [۲۲] آورده شده است و در شکل (۴) نتایج به‌دست‌آمده از مدل عددی توسعه داده شده در این پژوهش با نتایج سرهان و همکاران [۲۲] مقایسه شده است.



شکل ۳- قطر متوسط حباب‌ها محاسبه شده توسط سرهان و همکاران برای سرعت‌های مختلف ورودی [۲۲]

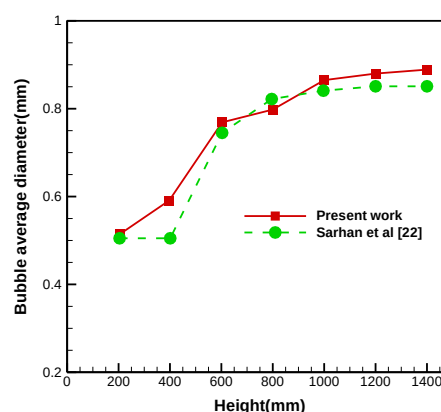


شکل ۵- پروفیل سرعت میانگین صعود حباب طبق نتیجه‌های شبیه‌سازی برای قطرهای مختلف

همان‌طور که پروفیل سرعت فوق نشان می‌دهد برای حباب با اندازه قطری در محدوده ۲/۶ تا ۳/۵ میلی‌متر، هر چه حباب بزرگ‌تر باشد، با سرعت بیشتری به بیشینه سرعت خود دست می‌یابد و این در صورتی است که مقدار بیشینه سرعت با افزایش قطر حباب کم می‌شود. این پدیده را می‌توان این‌گونه توضیح داد که با بزرگ‌شدن اندازه حباب، نیروی مقاوم با سرعت بیشتری زیاد می‌شود و به تبع آن شتاب حباب بیشتر می‌شود و زودتر به بیشینه خود می‌رسد. تأثیر تغییر سرعت گردش همزن بر روی بازیابی ذرات مس در سایت فلوتاسیون در جدول (۷) و شکل (۶) آورده شده است.

جدول ۷- میزان بازیابی ذرات مس در دوره‌های مختلف همزن و اندازه‌های مختلف ذره

سایز ذره مس (میکرون)	مس بازیابی شده (گرم)					
	1500 Rpm	1300 Rpm	1100 Rpm	900 Rpm	700 Rpm	600 Rpm
۱۱۹۰	۱/۳۰	۲/۸۰	۳/۶۰	۳/۴۰	۹/۶۳	۷/۴۲
۱۰۰۰	۳/۴۰	۶/۱۰	۸/۰۰	۷/۴۰	۱۳/۳۰	۱۱/۱۷
۸۴۰	۱/۴۰	۲/۰۰	۳/۱۰	۲/۳۰	۵/۷۰	۴/۱۳
۵۹۰	۱۶/۷	۲۱/۸۰	۲۳/۱۰	۲۶/۶۰	۳۵/۵۰	۳۲/۵۲
۴۲۰	۱۴/۸۰	۱۸/۵۰	۲۱/۴۰	۲۰/۹۰	۲۲/۷۰	۲۲/۸۶
۲۹۷	۲۳/۴۰	۲۷/۱۰	۲۹/۰۰	۲۸/۳۰	۲۹/۸۰	۳۰/۲۹
۲۵۰	۲۴/۷۰	۲۶/۶۰	۲۷/۲۰	۲۶/۵۰	۲۷/۴۰	۲۷/۴۷
۱۷۷	۱۹/۱۰	۱۸/۸۰	۱۸/۹۰	۱۸/۲۰	۱۸/۸۰	۱۸/۵۶
۱۴۹	۳۴/۴۰	۳۲/۹۰	۳۳/۱۰	۳۱/۳۰	۳۲/۵۰	۳۲/۲۲
۱۲۵	۳۲/۸۰	۳۰/۵۰	۳۰/۰۰	۲۸/۷۰	۲۸/۸۰	۲۳/۲۵



شکل ۶- مقایسه نتایج پژوهش حاضر با نتایج ارائه شده توسط سرهان و همکاران [۲۲]

۹- نتایج

برای بررسی نسبت‌های مختلف طول به قطر ستون فلوتاسیون مقدار قطر سطح مقطع دایره‌ای ثابت و برابر با ۱۰ سانتی‌متر در نظر گرفته می‌شود و نسبت‌های طول به قطر ۵، ۱۰ و ۳۲ در نظر گرفته می‌شود. در شبیه‌سازی‌های این بخش دبی هوای ورودی یک لیتر در دقیقه که معادل سرعت ظاهری ۰/۲۱ سانتی‌متر بر ثانیه است، در نظر گرفته شده است. در جدول (۶) تغییرات سرعت محوری آب در اثر استفاده از تیغه‌های مختلف در ستون با نسبت‌های مختلف طول به قطر آورده شده است.

جدول ۶: تغییرات سرعت محوری آب در ستون فلوتاسیون با تیغه و بدون تیغه

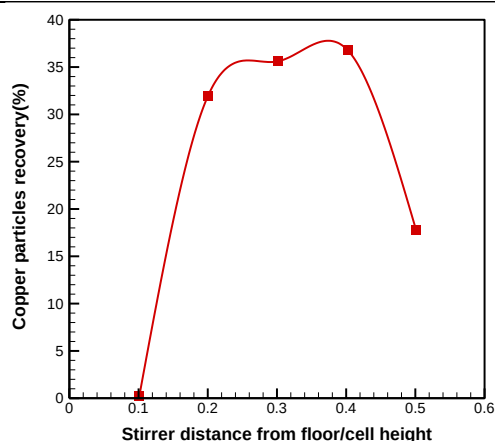
نسبت طول به قطر	کمینه سرعت محوری آب (m/s)			بیشینه سرعت محوری آب (m/s)		
	بدون تیغه	با تیغه	اختلاف	بدون تیغه	با تیغه	اختلاف
۵	۰/۴۸	۰/۳۹	۱۸/۱۱	۱/۹۵	۱/۶۳	۱۶/۴۴
۱۰	۰/۳۸	۰/۳۰	۱۹/۵۸	۱/۵۱	۱/۲۷	۱۶/۱۲
۳۲	۰/۲۳	۰/۱۹	۱۶/۳۷	۱/۱۷	۱/۰۱	۱۳/۶۸

باهدف مطالعه تأثیر قطر اولیه بر سرعت صعود حباب، پروفیل سرعت میانگین صعود در محدوده ابعاد حباب در کار حاضر در شکل (۵) آورده شده است.

تأثیر تغییر فاصله همزن از کف سلول فلوتاسیون بر روی بازیابی ذرات مس در جدول (۸) و شکل (۷) آورده شده است.

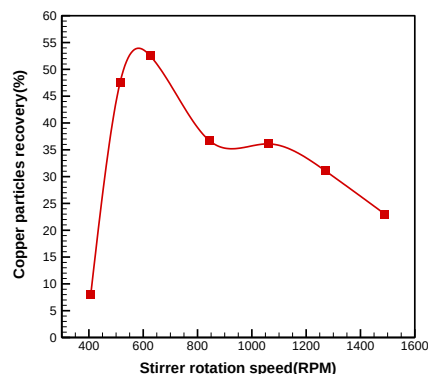
جدول ۸- میزان بازیابی ذرات مس در فاصله‌های مختلف همزن از کف و اندازه‌های مختلف ذره

سایز ذره (میکرون)	0.1H	0.2H	0.3H	0.4H	0.5H	مقدار مس بازیابی شده (گرم)
۱۱۹۰	۰/۰۰	۲/۵۰	۲/۷۰	۲/۹۰	۰/۹۰	۰/۹۰
۱۰۰۰	۰/۰۰	۶/۱۰	۶/۸۰	۷/۱۰	۲/۱۰	۲/۱۰
۸۴۰	۰/۰۰	۲/۳۰	۲/۲۰	۲/۶۰	۰/۹۰	۰/۹۰
۵۹۰	۰/۰۰	۲۲/۸۰	۲۶/۰۰	۲۶/۶۰	۱۳/۳۰	۱۳/۳۰
۴۲۰	۰/۰۰	۱۸/۳۰	۲۱/۰۰	۲۱/۲۰	۱۲/۱۰	۱۲/۱۰
۲۹۷	۰/۰۰	۲۶/۵۰	۲۹/۶۰	۲۸/۸۰	۲۲/۹۰	۲۲/۹۰
۱۷۷	۰/۰۰	۱۷/۸۰	۱۹/۳۰	۱۸/۶۰	۱۶/۴۰	۱۶/۴۰
۱۴۹	۰/۰۰	۳۱/۲۰	۳۴/۷۰	۳۲/۸۰	۲۹/۵۰	۲۹/۵۰
۱۲۵	۰/۰۰	۱۱/۰۰۱	۱۱/۵۰۶	۱۰/۳۰۴	۱۱/۹۰۴	۱۱/۹۰۴



شکل ۷. بازیابی ذرات مس برای مقادیر مختلف فاصله همزن از کف ستون فلوتاسیون برای همزن با سرعت گردش 1100 rpm، غلظت کف‌ساز 110ppm و درصد جامد ۱۰٪

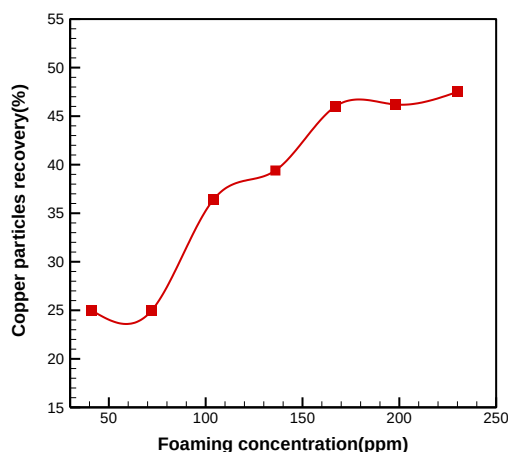
همان‌طور که می‌توان در جدول (۸) و شکل (۷) مشاهده کرد، با نزدیک شدن همزن به کف سلول بازیابی ذرات مس در سلول فلوتاسیون بیشتر می‌شود. در فاصله 0.4H که در آن H بیانگر ارتفاع سلول فلوتاسیون می‌باشد، بازیابی به بیشینه مقدار خود می‌رسد و تا ارتفاع 0.2H این مقدار به‌صورت تقریب ثابت می‌باشد و بعد از آن دوباره کم می‌شود و در آخر در فاصله 0.1H به علت عدم ورود هوا به صفر می‌رسد. بدیهی است که بیشترین مقدار اغتشاش در نواحی اطراف همزن رخ می‌دهد. از این‌رو افزایش بازیابی در حداصل 0.5H و 0.4H را می‌توان به این



شکل ۶- بازیابی ذرات مس برای مقادیر مختلف سرعت گردش همزن برای درصد جامد ۱۰٪، غلظت کف‌ساز 110ppm و فاصله از کف برابر ۰/۳ ارتفاع سلول

همان‌طور که در جدول (۷) و شکل (۶) می‌توان مشاهده کرد، با زیاد شدن سرعت چرخش همزن مقدار بازیابی ذرات مس در ستون فلوتاسیون بیشتر می‌شود. این افزایش بازیابی تا سرعت ۷۰۰ دور بر دقیقه ادامه پیدا می‌کند؛ اما پس از آن با افزایش بیشتر سرعت همزن، مقدار بازیابی کم می‌شود. علت این امر را می‌توان این‌گونه توضیح داد که تا سرعت ۷۰۰ دور بر دقیقه ذرات نیاز به وجود اندکی اغتشاش در جریان دارند تا بتوانند معلق شوند و در نتیجه برخورد مؤثر میان ذرات معلق شده و حباب‌ها شکل بگیرد. اما علت اصلی کاهش مقدار بازیابی بعد از سرعت ۷۰۰ دور بر دقیقه را می‌توان به دو دلیل دانست. اول این که افزایش سرعت همزن منجر به زیاد شدن عدد رینولدز و در نتیجه آن اغتشاش در داخل ستون فلوتاسیون می‌شود. افزایش اغتشاش نیز به نوبه خود منجر به افزایش اینرسی ذره‌ها می‌گردد. در نتیجه تعادل نیروهای مؤثر در بر همکنش بین حباب و ذره که همان نیروهای اتصال‌دهنده و جداکننده است، به سمت نیروهای جداکننده سوق پیدا می‌کند و در نتیجه احتمال جدا شدن حباب از ذره بیشتر می‌شود و به این ترتیب بازیابی ذره‌های مس کم می‌شود.

دوم این که پایداری ناحیه کف اثر مهمی بر روی بازیابی ذرات مس دارد. به بیان دیگر کم شدن پایداری این ناحیه منجر به کم شدن بازیابی ذره‌های مس می‌شود. در واقع با زیاد شدن سرعت چرخش همزن اندازه حباب‌ها بزرگ‌تر می‌شود و برای حباب‌های بزرگ‌تر انرژی سطح زیاد می‌شود و در نتیجه کف تولید شده ناپایدارتر خواهد بود و کم شدن پایداری فاز کف تولید شده به معنی کاهش بازیابی ذرات مس است.



شکل ۸- بازیابی ذرات مس برای مقادیر مختلف غلظت کف‌ساز برای همزن با سرعت گردش 1100 rpm، فاصله از کف 0.3H و درصد جامد ۱۰٪

همان‌طور که در جدول (۹) و شکل (۸) مشاهده می‌شود، با زیاد شدن غلظت کف‌سازی تا 170ppm بازیابی ذرات مس زیاد می‌شود و پس از آن تقریباً ثابت باقی می‌ماند. با زیاد شدن غلظت کف‌ساز اندازه حباب‌ها کوچک‌تر می‌شود. حباب‌های کوچک‌تر با قطر کمتر از یک میلی‌متر غالباً شکل کروی دارند و حرکت آن‌ها به‌صورت مستقیم و یکنواخت به سمت بالا می‌باشد. اما با زیاد شدن قطر حباب‌ها تا ۱۰ میلی‌متر شکل آن‌ها به‌صورت بیضوی تغییر پیدا می‌کند و ناپایدارتر می‌شوند. در صورتی که اندازه حباب‌ها به ۴۰ میلی‌متر برسد به شکل دایره‌ای بریده در می‌آیند. از این‌رو کمتر بودن قطر حباب‌ها در فرایند فلوتاسیون بهتر است.

درصد جامد پالپ در سلول فلوتاسیون تأثیر مهمی در ظرفیت دستگاه و همچنین مکانیزم سلول فلوتاسیون دارد. هر مقدار که درصد جامد بیشتر باشد، به همان میزان ظرفیت و سرعت فلوتاسیون نیز بیشتر می‌شود؛ ولی عیار کنسانتره کم می‌شود. بازیابی ذرات مس برای مقادیر مختلف درصد جامد پالپ در جدول (۱۰) و شکل (۹) آورده شده است.

صورت توضیح داد که با زیاد شدن فاصله همزن از بخش تحتانی سلول فلوتاسیون و نزدیک شدن آن به فاز کف اثر اغتشاش ایجاد شده به علت گردش همزن بر روی فاز کف زیاد می‌شود و این امر منجر به کم شدن پایداری فاز کف می‌شود و در نتیجه از بازیابی ذرات مس کاسته می‌شود. دلیل دیگری که می‌توان برای این افزایش بازیابی در فاصله 0.5H تا 0.4H آورد این است که با زیاد شدن فاصله همزن از بخش تحتانی سلول فلوتاسیون، فاصله طی شده توسط حباب‌ها از محل تولید آن‌ها، پشت تیغه‌های استاتور تا فاز کف کم می‌شود و این مسئله زمان ماند حباب‌ها سلول را کم می‌کند و احتمال برخورد و اتصال حباب‌ها و ذرات و بازیابی را کم می‌کند.

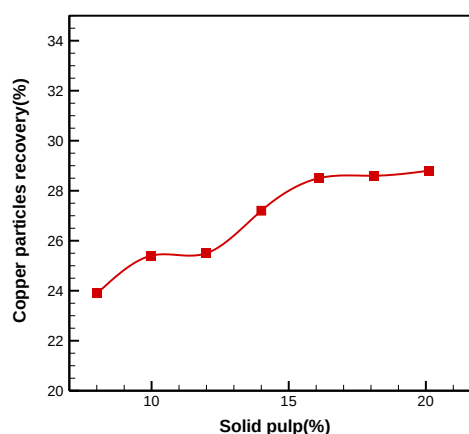
یکی از پارامترهای هیدرودینامیکی حایز اهمیت که بر روی کشش سطحی آب و در نتیجه اندازه حباب‌ها و زمان ماند آن‌ها در سلول و نیز پایداری کف اثر قابل توجهی دارد، غلظت و نوع کف‌ساز است. در جدول (۹) و شکل (۸) می‌توان تأثیر تغییرات کف‌ساز بر روی بازیابی ذره‌های مسید را مشاهده کرد.

جدول ۹- میزان بازیابی ذرات مس برای غلظت‌های مختلف کف‌ساز و اندازه‌های مختلف ذره

سایز ذره (میکرون)	مقدار مس بازیابی شده (گرم)				
	170ppm	140ppm	110ppm	80ppm	50ppm
۱۱۹۰	۴/۹۰	۳/۵۰	۳/۲۰	۱/۹۰	۱/۸۶
۱۰۰۰	۱۰/۷	۸/۳۰	۷/۱۰	۴/۴۰	۴/۴۰
۸۴۰	۳/۱۰	۲/۹۰	۱/۷۰	۱/۶۰	۱/۳۰
۵۹۰	۳۲/۸۰	۲۷/۸۰	۲۶/۳۰	۱۷/۶۰	۱۸/۱۰
۴۲۰	۲۳/۸۰	۲۲/۱۰	۲۱/۳۰	۱۵/۲۰	۱۵/۰۰
۲۹۷	۳۱،۵۸۰	۳۰،۲۰	۲۸،۷۰	۲۲،۳۰	۲۲،۲۰
۱۷۷	۱۹/۳۰	۱۸/۶۰	۱۹/۴۰	۱۸/۵۰	۱۷/۳۰
۱۴۹	۳۴/۱۰	۳۳/۵۰	۳۳/۵۰	۲۸/۱۰	۳۲/۳۰
۱۲۵	۲۸/۴۰	۳۱/۱۰	۳۰/۹۰	۲۶/۹۰	۳۰/۷۰

جدول ۱۰- میزان بازیابی ذرات مس برای درصدهای مختلف پالپ و اندازه‌های مختلف ذره

سایز ذره (میکرون)	مقدار مس بازیابی شده (گرم)				
	۸٪	۱۰٪	۱۲٪	۱۴٪	۱۶٪
۱۱۹۰	۱/۶۹	۲/۰۰	۳/۰۰	۴/۶۰	۵/۶۰
۱۰۰۰	۳/۵۹	۵/۱۰	۶/۹۰	۱۰/۱۰	۱۳/۱۰
۸۴۰	۱/۵۳	۱/۹۰	۲/۸۰	۳/۸۰	۴/۹۰
۵۹۰	۱۵/۵۶	۲۲/۲۰	۲۷/۰۰	۳۵/۴۰	۴۵/۱۰
۴۲۰	۱۳/۲۵	۱۹/۵۰	۲۳/۰۰	۲۸/۸۰	۳۵/۵۰
۲۹۷	۲۰/۲۶	۲۶/۵۰	۳۲/۸۰	۴۰/۱۰	۴۹/۲۰
۱۷۷	۱۴/۵۹	۱۷/۸۰	۲۲/۸۰	۲۵/۶۰	۳۰/۷۰
۱۴۹	۲۵/۴۱	۳۱/۶۰	۴۰/۱۰	۴۵/۶۰	۵۸/۰۰
۱۲۵	۲۳/۴۳	۲۳/۹۰	۳۳/۷۰	۳۸/۵۰	۵۱/۷۰



شکل ۹- بازیابی ذرات مس برای درصدهای مختلف جامد پالپ برای همزن با سرعت گردش 1100 rpm، فاصله از کف 0.3H و غلظت کف ساز 110ppm

همان‌طور که در جدول (۱۰) و شکل (۹) می‌توان مشاهده کرد، بازیابی ذرات مس با زیاد شدن درصد پالپ جامد به طور دایم زیاد می‌شود و تا ۱۶ درصد یک‌روند کاملاً صعودی دارد. علت زیاد شدن بازیابی ذرات مس در اثر افزایش درصد جامد پالپ را می‌توان مشابه علت تأثیر درصد جامد بر روی ویسکوزیته توضیح داد. افزایش ویسکوزیته سیال منجر به زیاد شدن مقاومت حباب ذره می‌شود و در نتیجه نوسان در خط تماس گاز-جامد-سیال را محدود می‌کند. در نتیجه برای یک فرکانس ثابت نوسان، ذره می‌تواند دامنه حرکت بیشتری را پیش از جدایش طی کند. می‌توان توجیه مشابهی را برای افزایش بازیابی ذرات مس در اثر زیاد شدن درصد جامد پالپ ارائه کرد.

۱۰- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

اقدام به طراحی و شبکه‌بندی میدان حل شامل ستون فلوتاسیون بدون تیغه و با تیغه شد. برای شبیه‌سازی میدان جریان از نرم‌افزار تجاری انسیس فلوئنت استفاده شده است و با استفاده از مدل دوفازی اولرین و مدل توازن جمعیت، مدل‌سازی در حالت گذرا انجام شده است. همچنین برای مدل‌سازی آشفستگی جریان از مدل کا-اِپسیلون استفاده شده است. سپس استقلال حل از شبکه و اعتبارسنجی مدل عددی توسعه داده شده انجام شده است. نتایج ارائه شده شامل موارد متفاوتی نظیر اختلاط محوری، توزیع قطر حباب داخل ستون، ماندگی گاز داخل ستون و غیره می‌باشد.

نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تیغه در داخل ستون فلوتاسیون منجر به بهبود عملکرد آن می‌شود. بیشترین کاهش در سرعت محوری در زمان استفاده از تیغه‌های افقی مشاهده می‌شود که در این حالت سرعت محوری در حدود ۲۵ درصد در مقایسه با ستون بدون تیغه، کم شده است. همچنین مشاهده شد که استفاده از تیغه در داخل ستون فلوتاسیون باعث زیاد شدن متوسط قطر حباب‌ها داخل ستون می‌شود. باتوجه به نتایج گزارش شده، بیشترین افزایش قطر متوسط حباب داخل ستون فلوتاسیون برای حالت تیغه گذاری عمودی در داخل ستون فلوتاسیون به دست می‌آید که در این حالت افزایش ۹۴٪ قطر حباب داخل ستون دیده می‌شود. این مقدار برای تیغه‌های افقی در حدود ۷۷٪ و برای تیغه گذاری مختلط افقی ۷۸٪ است. همچنین در صورت استفاده از تیغه‌های مختلط افقی و عمودی قطر متوسط حباب‌ها داخل ستون فلوتاسیون ۷۴٪ بیشتر می‌شود. همچنین مشاهده شد که با افزایش دبی هوای ورودی و سرعت ظاهری هوا، اختلاط محوری در ستون شدت پیدا می‌کند. به‌منظور بررسی مسیر صعود حباب در ستون، شبیه‌سازی برای سه اندازه حباب با قطر ۱/۹۲، ۲/۵۶ و ۳/۲۳ میلی‌متر انجام شدند. مقایسه مسیر حرکت حباب نشان می‌دهد که با زیاد شدن اندازه حباب، انحراف از مسیر عمودی مستقیم و حرکت‌های سینوسی زیاد می‌شود. نتایج ارائه شد نشان داد که افزایش سرعت گردش همزن از ۷۰۰ دور بر دقیقه منجر به بیشتر شدن نیروهای جدایش می‌شود و به دنبال آن بازیابی ذرات مس در داخل سلول فلوتاسیون کم می‌شود. ازسوی دیگر زیاد شدن سرعت چرخش همزن منجر به زیاد شدن ناپایداری فاز کف می‌شود. با

- Utilization, and Environmental Effects, 42(13), 1633-1648.
- [10] Stanojlovic, R. D., & Sokolovic, J. M. (2014). A study of the optimal model of the flotation kinetics of copper slag from copper mine Bor. *Archives of Mining Sciences*, 59(3).
- [11] Mesa, D., Morrison, A. J., & Brito-Parada, P. R. (2020). The effect of impeller-stator design on bubble size: Implications for froth stability and flotation performance. *Minerals Engineering*, 157, 106533.
- [12] Mesa, D., & Brito-Parada, P. R. (2020). Bubble size distribution in aerated stirred tanks: Quantifying the effect of impeller-stator design. *Chemical Engineering Research and Design*, 160, 356-369.
- [13] Gorain, B. K., Franzidis, J. P., & Manlapig, E. V. (1995). Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell—Part 1: Effect on bubble size distribution. *Minerals Engineering*, 8(6), 615-635.
- [14] Badve, M. (2021). A novel gas inducing rotor-stator impeller for gas-liquid foam generation. *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*, 159, 108216.
- [15] Foroughi, S., Bijeljic, B., Gao, Y., & Blunt, M. J. (2024). Incorporation of sub-resolution porosity into two-phase flow models with a multiscale pore network for complex microporous rocks. *Water Resources Research*, 60(4), e2023WR036393.
- [16] Dong, X., Rui, X., & Li, C. (2023). Interior ballistic two-phase flow model and its calculation for a mixed charge structure. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 144, 106788.
- [17] Schiller, L. (1933). A drag coefficient correlation. *Zeit. Ver. Deutsch. Ing.*, 77, 318-320.
- [18] Tomiyama, A., Tamai, H., Zun, I., & Hosokawa, S. (2002). Transverse migration of single bubbles in simple shear flows. *Chemical Engineering Science*, 57(11), 1849-1858.
- [19] Antal, S. P., Lahey Jr, R. T., & Flaherty, J. E. (1991). Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow. *Int. J. multiphase flow*, 17(5), 635-652.
- [20] Clift, R., Grace, J. R., & Weber, M. E. (2005). *Bubbles, drops, and particles*.
- [21] Matsson, J. E. (2023). *An introduction to ansys fluent 2023*. Sdc Publications.
- [22] Sarhan, A. R., Naser, J., & Brooks, G. (2016). CFD simulation on influence of suspended solid particles on bubbles' coalescence rate in flotation cell. *Int. J. Mineral Processing*, 146, 54-64.

زیادشدن غلظت کف ساز، اندازه حباب های تولید شده کم می شود و به دنبال آن پایداری فاز کف بیشتر می شود و با افزایش پایداری فاز کف می توان انتظار افزایش بازیابی ذرات مس را داشت. با زیادشدن درصد جامد پالپ نیز بازیابی ذرات مس بیشتر می شود.

مراجع

- [1] Azizi, A. (2017). A study on the modified flotation parameters and selectivity index in copper flotation. *Particulate science and technology*, 35(1), 38-44.
- [2] Bahrami, A., Ghorbani, Y., Hosseini, M. R., Kazemi, F., Abdollahi, M., & Danesh, A. (2019). Combined effect of operating parameters on separation efficiency and kinetics of copper flotation. *Mining, Metallurgy & Exploration*, 36, 409-421.
- [3] Azizi, A. (2015). Optimization of rougher flotation parameters of the Sarcheshmeh copper ore using a statistical technique. *J. Dispersion Science and Technology*, 36(8), 1066-1072.
- [4] Azizi, A., Masdarian, M., Hassanzadeh, A., Bahri, Z., Niedoba, T., & Surowiak, A. (2020). Parametric optimization in rougher flotation performance of a sulfidized mixed copper ore. *Minerals*, 10(8), 660.
- [5] Brest, K. K., Henock, M. M., Guellord, N., Kimpiab, M., & Kapiamba, K. F. (2021). Statistical investigation of flotation parameters for copper recovery from sulfide flotation tailings. *Results in Engineering*, 9, 100207.
- [6] Haga, K., Tongamp, W., & Shibayama, A. (2012). Investigation of flotation parameters for copper recovery from enargite and chalcopryrite mixed ore. *Materials Transactions*, 53(4), 707-715.
- [7] Ran, J. C., Qiu, X. Y., Hu, Z., Liu, Q. J., Song, B. X., & Yao, Y. Q. (2019). Effects of particle size on flotation performance in the separation of copper, gold and lead. *Powder Technology*, 344, 654-664.
- [8] Bahrami, A., Mirmohammadi, M., Ghorbani, Y., Kazemi, F., Abdollahi, M., & Danesh, A. (2019). Process mineralogy as a key factor affecting the flotation kinetics of copper sulfide minerals. *Int. J. Minerals, Metallurgy, and Materials*, 26, 430-439.
- [9] Ghodrati, S., Nakhaei, F., VandGhorbany, O., & Hekmati, M. (2020). Modeling and optimization of chemical reagents to improve copper flotation performance using response surface methodology. *Energy Sources, Part A: Recovery,*