مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال۱۴۰۵/ دوره ۱۶/ شماره ۴/ صفحه ۳۷۹-۳۹۸

نشریه مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

DOI: **10.22044/jsfm.2026.16871.4012**

شبیه‌سازی انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی آشفته فلز مایع LBE با استفاده از مدل‌های توربولانسی و مقایسه با نتایج DNS

عباس ملائی[۱]، احمدرضا رحمتی[۲،*]، حسین خراسانی‌زاده[۳]

[۱] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران.

[۲،*] دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک ، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران.

[۳] استاد، دانشکده مهندسی مکانیک ، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۳۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۲/۰۹

چکیده

در این پژوهش، جریان آشفته و انتقال حرارت فلز مایع در یک کانال قائم با دیواره‌های گرم و سرد و تحت اثر شناوری بررسی شده است. نوآوری اصلی، ارزیابی جامع عملکرد مدل‌های مختلف توربولانسی RANS در بازتولید رفتار جریان در اعداد ریچاردسون مختلف با استفاده از داده‌های DNS و همچنین بهبود دقت مدل GEKO از طریق تنظیم هدفمند پارامتر CNW است. تحلیل‌ها برای اعداد ریچاردسون ۰٫۲۵، ۰٫۵ و ۱ انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد ریچاردسون، اثر شناوری بر ساختار سرعت و توزیع دما تشدید می‌شود. برای اعداد ریچاردسون ۰٫۲۵ و ۰٫۵، مدل‌های SST k-ω ، BSL k-ω و k-ε Re-Enhanced در نزدیکی دیواره گرم با خطای کمتر از ۲ درصد، نزدیک‌ترین انطباق را با DNS نشان می‌دهند. در دیواره سرد، مدل k-ε Re-Enhanced به دلیل اثر شناوری و کاهش سرعت جریان، مقادیر u^+ را بیش از DNS پیش‌بینی کرده و دقت کمتری دارد .در این ناحیه، مدل SST k-ω در محدوده اعداد ریچاردسون بررسی‌شده عملکرد بهتری ارائه می‌دهد. تمامی مدل‌ها روند کلی توزیع دمای DNS را بازتولید می‌کنند. همچنین، کاهش CNWتا ۲- در دیواره گرم و افزایش آن تا ۲٫۵+ در دیواره سرد، دقت مدل GEKO را به‌طور چشمگیری بهبود می‌دهد. در مجموع، مدل SST k-ωعملکرد مناسبی در بازتولید میدان‌های سرعت و دما دارد و بهینه‌سازی CNWدر مدل GEKO می‌تواند دقت پیش‌بینی را در نواحی حساس جریان افزایش دهد.

کلمات کلیدی: جریان آشفته؛ انتقال حرارت جابه جایی ترکیبی؛ مدل های توربولانسی؛ DNS.

Simulation of Turbulent Mixed Convection Heat Transfer LBE Liquid Metal Using Turbulence Models and Comparison with DNS Results

Abbas Mollaei[1], Ahmad Reza Rahmati[2,*], Hossein Khorasanizadeh[3,*]

[1] PhD Student, Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

[2,*] Assoc. Prof., Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

[3,*] Prof., Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

Abstract

This study investigates turbulent flow and heat transfer of a liquid metal in a vertical channel with hot and cold walls under buoyancy effects. The main novelty is a comprehensive evaluation of various RANS turbulence models against DNS data at different Richardson numbers, along with improving the GEKO model through targeted adjustment of the CNW parameter. Analyses were performed for Richardson numbers of 0.25, 0.5, and 1. The results show that increasing the Richardson number intensifies buoyancy effects on the velocity structure and temperature distribution. For Richardson numbers of 0.25 and 0.5, the SST k-ω, BSL k-ω, and k-ε Re-Enhanced models show the closest agreement with DNS near the hot wall, with errors below 2%. Near the cold wall, the k-ε Re-Enhanced model overpredicts u^+ due to buoyancy effects and reduced flow velocity, while the SST k-ω model provides better predictions across the examined range. All models reproduce the overall temperature trends observed in DNS. Furthermore, optimizing the GEKO CNW parameter to −2 near the hot wall and +2.5 near the cold wall significantly improves prediction accuracy, with performance approaching that of DNS in some regions. Overall, the SST k-ω model provides accurate predictions of velocity and temperature fields, while optimized CNW substantially enhances GEKO performance in sensitive flow regions.

Keywords: Turbulent Flow; Mixed Convection Heat Transfer; Turbulence Models; DNS (Direct Numerical Simulation).

*،۲ نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۳۱۵۵۹۱۳۴۲۹؛ فکس: ۰۳۱۵۵۵۱۱۱۲۱

آدرس پست الکترونیک: ar_rahmati@kashanu.ac.ir

۱- مقدمه

جریان آشفته در فلزات مایع با حرکت بی‌نظم و نوسانات پیچیده سیال مشخص می‌شود و نقش کلیدی در انتقال حرارت و اختلاط مؤثر دارد. تحلیل دقیق این نوع جریان‌ها اهمیت زیادی دارد، زیرا این نوسانات باعث افزایش سرعت انتقال انرژی و حرارت می‌شوند و عملکرد سامانه‌های حرارتی را بهبود می‌بخشند. این موضوع به ویژه در سامانه‌هایی که از فلزات مایع برای انتقال حرارت استفاده می‌کنند، مانند تجهیزات الکترونیکی و سامانه‌های انرژی با نیاز به دفع حرارت بالا، اهمیت فراوانی دارد. در دو زیربخش زیر، مطالعات پیشین در دو حوزه‌ی مرتبط با چاه‌های حرارتی میکروکانالی و جریان آشفته فلزات مایع مرور شده‌اند.

۱-۱- مطالعات پیشین در خصوص چاه‌های حرارتی میکروکانالی با فلزات مایع

هودس و همکاران [۱] هندسه بهینه چاه‌های حرارتی مبتنی بر آب و گالینستن را از نظر کاهش مقاومت حرارتی بررسی کردند. نتایج نشان داد که در پیکربندی‌های بهینه، استفاده از گالینستن به عنوان فلز مایع می‌تواند مقاومت حرارتی کل سیستم را تا حدود ۴۰ درصد نسبت به آب کاهش دهد. این یافته‌ها، پتانسیل بالای گالینستن به‌عنوان سیال کاری در چاه‌های حرارتی میکروکانالی را نشان دادند؛ زیرا کاهش قابل‌توجه مقاومت حرارتی، عملکرد حرارتی سیستم‌های خنک‌کننده را بهبود می‌دهد. ویو و همکاران [۲] با استفاده از روش‌های عددی، عملکرد جریان و انتقال حرارت چاه‌های حرارتی مبتنی بر فلز مایع را در شرایط مختلف، شامل انواع سیال کاری، شکل‌های متفاوت مقطع میکروکانال و سرعت‌های ورودی مختلف، بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که لیتیوم به‌عنوان سیال کاری بهترین عملکرد را داشت؛ زیرا کمترین افت فشار و بیشترین انتقال حرارت را دارا بود. در بین چهار نوع مقطع میکروکانال (مستطیلی، دایره‌ای، ذوزنقه‌ای و متوازی‌الاضلاعی)، مقطع دایره‌ای بالاترین ضریب انتقال حرارت متوسط و مقطع متوازی‌الاضلاعی کمترین افت فشار را داشت. با توجه به عملکرد کلی جریان و انتقال حرارت، مقطع دایره‌ای به‌عنوان بهترین انتخاب شناخته شد. همچنین، افزایش سرعت ورودی از ۱ تا ۹ متر بر ثانیه باعث افزایش چشمگیر افت فشار (تا ۶۵ برابر) و افزایش حدود ۷۴ درصدی ضریب انتقال حرارت شد.

ژو و همکاران [۳] در یک مطالعه تجربی، همرفت مختلط فلز مایع آلیاژ GaInSn را در کانال استیل با ابعاد ۵۰×۵۰ میلی‌متر و طول ۳ متر بررسی کردند. یافته‌ها حاکی از آن بود که عدد ناسلت (Nu) در همرفت مختلط، ابتدا با افزایش عدد رینولدز (Re) کاهش و سپس افزایش یافت و یک عدد رینولدز بحرانی (Rec) وجود داشت که در آن، Nuبه کمینه مقدار خود می‌رسید. این رفتار ناشی از رقابت بین نیروی بویانسی و نیروی برشی سیال بود و با عدد ریچاردسون (Ri) توصیف شد. همچنین، رابطه‌ای تجربی برای پیش‌بینی Nu در محدوده Pe >۱۰۰۰ ارائه شد و تغییرات موضعی Nu نیز شروع همرفت مختلط را در طول جریان تأیید کرد. ملائی و رحمتی [۴] با بررسی یک چاه حرارتی فعال تک‌کاناله با سیال فلز مایع گالینستن، دریافتند که جهت جریان از پایین به بالا، با عدد ریچاردسون برابر با ۱ و در نبود میدان مغناطیسی، عدد ناسلت را نسبت به جهت جریان از بالا به پایین، ۱۱/۳۲ درصد بهبود داد. رحمتی و ملائی [۵] به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری فلز مایع گالینستن در یک چاه حرارتی ده‌کانالی تحت میدان مغناطیسی با اعداد هارتمن متفاوت پرداختند. نتایج نشان داد که با اعمال میدان مغناطیسی در جهت y یعنی عمود بر جریان سیال، نیروی لورنتز تأثیر بیشتری بر جریان سیال می‌گذارد. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت‌های y و z با عدد هارتمن ۸۸، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به ترتیب ۱۵ و ۸ درصد بهبود یافت.

رحمتی و ملائی [۶] به بررسی نحوه جریان فلز مایع تحت میدان مغناطیسی در یک چاه حرارتی تک‌کانالی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که با اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت، توزیع سرعت جریان به‌صورت M شکل درآمد. این نوع توزیع سرعت سبب افزایش سرعت جریان در مجاورت دیواره‌ها شد که همین امر سبب افزایش گرادیان سرعت و به‌دنبال آن افزایش اصطکاک شد.

وانگ و همکاران [۷] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی خارجی فلز مایع تحت تأثیر میدان مغناطیسی را بررسی کردند. آن‌ها به‌واسطه اختلاف دمای زیاد در فلز مایع با دمای بالا، جریان جابه‌جایی طبیعی خارجی در دیواره اول را مورد مطالعه قرار دادند. شبیه‌سازی عددی روی یک صفحه عمودی گرم‌شده

انجام شد که تحت تأثیر میدان مغناطیسی افقی، عمود بر گرادیان دما قرار داشت. در این حالت، یک طرف صفحه گرم و دو دیوار افقی مجاور عایق حرارتی بودند، در حالی که دیوارهای دیگر دمای ثابت داشتند. نتایج نشان داد که با اعمال میدان مغناطیسی، ضخامت لایه مرزی سرعت ابتدا افزایش و سپس کاهش یافت، اما ضخامت لایه مرزی حرارتی به‌طور کلی افزایش یافت.

حاج‌محمدی و همکاران [۸] به‌صورت عددی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت و غیریکنواخت را بر عملکرد حرارتی چاه حرارتی میکروکانالی حاوی نانوسیال اکسید آهن بررسی کردند. یافته‌ها حاکی از آن بود که در هندسه‌های غیربهینه، میدان مغناطیسی یکنواخت مقاومت حرارتی را تا ۲۱ درصد کاهش داد و عملکرد سیستم را بهبود بخشید.

آباده و همکاران [۹] در یک مطالعه تجربی تأثیر میدان مغناطیسی متناوب با فرکانس‌های مختلف را بر ضریب انتقال حرارت و افت فشار جریان آرام فروسیال آب-اکسید آهن در لوله دایره‌ای بررسی کردند. نتایج نشان داد که میدان مغناطیسی با فرکانس‌های ۱۰ و ۱۰۰ هرتز باعث افزایش عدد ناسلت به‌ترتیب حدود ۱۱/۸۵ و ۱۴/۸ درصد شد، اما افزایش فرکانس تا ۱۰۰۰ هرتز تأثیری در بهبود عملکرد نداشت.

نوری و همکاران [۱۰] انتقال حرارت جابه‌جایی در یک کانال سینوسی‌شکل حاوی نانوسیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی را بررسی کردند. در این مطالعه، میدان مغناطیسی عمود بر کانال اعمال شد و نانوسیال شامل آب به‌عنوان سیال پایه و نانوذرات مس بود. بررسی‌های آنان آشکار ساخت که با افزایش پارامترهای مورد بررسی، عدد ناسلت نیز افزایش یافت.

کارگر شریف‌آباد و فلسفی [۱۱] در یک مطالعه عددی، انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در فروسیال داخل لوله مسی با بخش‌های عایق الکترومغناطیسی و تحت تأثیر میدان مغناطیسی متناوب را بررسی کردند. هدف اصلی افزایش سرعت جریان در لایه مرزی و تقویت انتقال حرارت از طریق تأثیر میدان مغناطیسی بر نانوذرات بود. نتایج نشان داد که با افزایش فرکانس میدان مغناطیسی و کسر حجمی نانوذرات، انتقال حرارت بهبود یافت و این اثر در اعداد رینولدز پایین و فرکانس‌های بالاتر قوی‌تر بود.

وانگ و لی [۱۲] در مطالعه‌ای انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی فلز مایع در یک میکروکانال عمودی گرم را تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت بررسی کردند. آنان شدت میدان مغناطیسی را بین ۰ تا ۰/۱ تسلا تغییر دادند. نتایج نشان داد که با افزایش عدد هارتمن، انتقال حرارت جابه‌جایی تا ۳۲ درصد افزایش یافت، اما هم‌زمان افت فشار و ضریب اصطکاک نیز به‌طور قابل توجهی بیشتر شد.

ایشاک و همکاران [۱۳] در مطالعه‌ای به بررسی لایه مرزی جریان جابه‌جایی ترکیبی سیال رسانا روی سطح نفوذپذیر در حضور میدان مغناطیسی پرداختند. آن‌ها تأثیر پارامترهای مختلف را تحلیل کرده و اثر مکش و تزریق بر تنش برشی سطح و نرخ انتقال حرارت را بررسی کردند. نتایج نشان داد که برای جریان کمکی و مخالف هر دو، راه‌حل‌های دوگانه وجود داشت و اعمال مکش محدوده پارامترها را گسترش داد.

سلیمان‌پور و فرهادی [۱۴] به بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت و جریان در نانوسیالات مختلف مانند آب و روغن پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، تغییرات قابل‌توجهی در دما و سرعت جریان نسبت به حالت بدون میدان ایجاد شد. این مطالعه تحلیل جامعی از رفتار دما و جریان تحت تأثیر میدان مغناطیسی ارائه کرد.

جعفری و باقری [۱۵] اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت در فروسیالات تحت جریان آرام را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از شبیه‌سازی عددی و آزمایش تجربی نشان دادند که میدان مغناطیسی می‌تواند نرخ انتقال حرارت را به‌ویژه در ناحیه لایه مرزی تغییر دهد. نتایج آن‌ها تأثیر قابل‌توجه میدان مغناطیسی بر توزیع دما و رفتار حرارتی فروسیالات را تأیید کرد و پیشنهاداتی برای بهینه‌سازی سیستم‌های خنک‌کننده با استفاده از میدان مغناطیسی ارائه دادند.

۱-۲- مطالعات پیشین در خصوص جریان آشفته و انتقال حرارت در فلزات مایع

جریان‌های سیال در طبیعت و صنعت به دو دسته کلی آرام و آشفته تقسیم می‌شوند. جریان آشفته، که با نوسانات تصادفی، گردابه‌های کوچک و اختلاط بالا شناخته می‌شود، در بسیاری از فرآیندهای مهندسی از جمله انتقال حرارت، احتراق، خنک‌سازی تجهیزات و طراحی سیستم‌های سیالاتی نقش اساسی ایفا می‌کند. در شرایط صنعتی با دبی‌های بالا و سطوح انتقال حرارت وسیع که نرخ واکنش زیاد است، اغلب جریان‌ها به‌صورت آشفته هستند. اگرچه مدل‌سازی و تحلیل جریان

آشفته پیچیده‌تر از جریان‌های آرام است، اما به‌واسطه افزایش قابل‌توجه در نرخ انتقال حرارت و جرم، برای بهینه‌سازی عملکرد تجهیزات حرارتی و مکانیکی از اهمیت بالایی برخوردار است. در کاربردهایی نظیر خنک‌سازی سیستم‌های الکترونیکی با چگالی توان بالا، راکتورهای هسته‌ای، مبدل‌های حرارتی و توربین‌ها، شناخت دقیق رفتار جریان آشفته، به‌ویژه در حضور سیالات خاص مانند فلزات مایع یا در میدان‌های مغناطیسی، می‌تواند نقش کلیدی در افزایش بازده، کاهش مصرف انرژی و افزایش ایمنی ایفا کند.

آلبتس و همکاران [۱۶] جریان آشفته فلز مایع درون یک لوله دایره‌ای تحت تأثیر میدان مغناطیسی را با استفاده از شبیه‌سازی عددی مستقیم بررسی کردند. یافته‌ها حاکی از آن بود که با اعمال میدان مغناطیسی در شدت‌های مختلف، آشفتگی جریان به‌طور قابل‌توجهی کاهش یافت و ویژگی‌های سه‌بعدی جدیدی مانند بی‌ثباتی‌های ناشی از نیروی لورنتس در ناحیه مرزی میدان مغناطیسی ظاهر شد. همچنین، تطابق نتایج عددی بدون میدان مغناطیسی با مطالعات قبلی، دقت شبیه‌سازی‌ها را تأیید کرد.

لیوچینکین و همکاران [۱۷] به بررسی تجربی انتقال حرارت در جریان صعودی فلز مایع داخل یک لوله عمودی گرم‌شونده، در دو حالت بدون میدان مغناطیسی و با میدان‌های مغناطیسی طولی و عرضی پرداختند. با استفاده از حسگرهای ریز ترموکوپل، پروفیل سرعت، دمای میانگین و نوسانات حرارتی را اندازه‌گیری کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که در نبود میدان مغناطیسی، ضریب انتقال حرارت کاهش یافت؛ مشابه رفتار همرفت ترکیبی در سیالات معمولی. در میدان مغناطیسی طولی، همرفت ترموگراویتاسیونی نقش مهمی ایفا کرد و ناپایداری‌ها و نوسانات کم‌فرکانس در جریان ایجاد شد. همچنین، در حضور میدان عرضی، اثر نیروهای الکترومغناطیسی و همرفت طبیعی به‌طور محسوسی بر دینامیک جریان و نوسانات انتقال حرارت تأثیر گذاشت.

جلیل و التاعی [۱۸] در یک مطالعه عددی به بررسی جابه‌جایی طبیعی آشفته فلز مذاب سدیم با عدد پرانتل بسیار پایین در یک محفظه مربعی پرداختند که یک طرف آن گرم و طرف مقابل سرد شده بود. آنان میدان مغناطیسی را در زوایای مختلف نسبت به جهت گرانش (موازی، عمود و مایل) اعمال کردند و تأثیر آن بر الگوی جریان و توزیع دما را تحلیل نمودند. شبیه‌سازی‌ها با عدد رایلی بالا ($Ra=10^{1}$) و مدل آشفتگی k-ε انجام شده بود. نتایج نشان داد که هرچند میدان مغناطیسی در هر زاویه‌ای عدد ناسلت را کاهش می‌داد، اما بیشترین اثر زمانی دیده شد که میدان به‌صورت عمود بر گرانش اعمال می‌شد. همچنین، در زاویه مایل، نیروی الکترومغناطیسی ضعیف‌تر بود و کمترین تأثیر را بر ساختار جریان گذاشت.

آراسکی و کوتاکه [۱۹] یک روش عددی برای تحلیل جریان آشفته فلز مایع مغناطودینامیکی در کانال مستطیلی تحت میدان مغناطیسی عرضی ارائه دادند. این روش شامل پیاده‌سازی تکراری قانون بقای چگالی جریان الکتریکی و استفاده از مدل توربولانس بولاوف برای محاسبه شدت توربولانس و تنش‌های برشی بود. نتایج این روش با داده‌های تجربی مطابقت خوبی داشت و کارایی آن تأیید شد، هرچند برخی اختلافات جزئی نیز دیده شد.

گو و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۲۵، ویژگی‌های همرفت مختلط آلیاژ سدیم-پتاسیم را به‌عنوان فلز مایع در راکتورهای هسته‌ای بررسی کردند. آن‌ها با توسعه یک مدل عددی مرتبه دوم بر پایه OpenFOAM و افزودن اثر بویانسی، تأثیر زاویه شیب لوله و شار حرارتی دیواره را بر انتقال حرارت مطالعه کردند. یافته‌ها حاکی از آن بود که در اعداد رینولدز بالا، همرفت اجباری نقش اصلی را داشت و همرفت طبیعی کم‌تأثیر بود، اما در اعداد رینولدز پایین، همرفت طبیعی غالب شد و زاویه شیب و شار حرارتی دیواره توزیع دما و جریان را به‌طور غیرهمگون تغییر داد. همچنین، با کاهش رینولدز، انرژی جنبشی آشفته کاهش و نوسانات دما افزایش یافت. عدد ناسلت موضعی با افزایش زاویه شیب تا ۱،۳ تا ۳،۵ درصد افزایش یافت و افزایش شار حرارتی در شرایط همرفت طبیعی، تأثیر آن را بر انتقال حرارت تقویت کرد. این مطالعه به درک بهتر مکانیزم‌های انتقال حرارت در فلزات مایع و بهینه‌سازی طراحی راکتورهای هسته‌ای کمک کرد.

فو و همکاران [۲۱] با استفاده از شبیه‌سازی شبه‌مستقیم در OpenFOAM-7 جریان همرفت آشفته فلز مایع در کانال را بررسی و مدل خود را با داده‌های موجود اعتبارسنجی کردند. نتایج نشان داد که عدد پرانتل آشفته برای فلز مایع بزرگ‌تر از یک بود و کاهش آن موجب افزایش اختلاف بین حوزه‌های حرارتی و مومنتم می‌شد. آن‌ها توزیع دمای بدون‌بعد را با

رگرسیون قانون توانی استخراج کردند و رابطه جدیدی برای عدد ناسلت ارائه دادند که با نتایج DNS همخوانی داشت. همچنین تأثیر عدد پراندتل بر اختلاف مقیاس‌های زمانی آشفته و اسکالر بررسی شد و مدل جدیدی برای عدد پراندتل آشفته با پارامترهای محلی ارائه شد که همراه با مدل k-ω دمای جریان آشفته را با دقت بالا شبیه‌سازی می‌کرد و برای اعداد پراندتل و رینولدز مختلف قابل استفاده بود.

فیکو و همکاران [۲۲] با استفاده از شبیه‌ساز LES، تأثیر میدان مغناطیسی عرضی یکنواخت را بر رفتار جریان آشفته فلزات مایع در هندسه‌های محدودشده مانند لوله هم‌مرکز و کانال مربعی بررسی کردند. مطالعه برای اعداد رینولدز ۵۶۰۰ و ۸۹۰۰ و اعداد هارتمن کمتر از ۱۲۵ انجام شد. نتایج نشان داد که در لوله هم‌مرکز، در حضور میدان مغناطیسی، ناهمسانگردی توربولانس باعث انحراف از رفتار معمول می‌شد و به‌ویژه ترکیب حالت‌های توربولانس شبه‌دوبعدی و سه‌بعدی مشاهده شد. همچنین در کانال، رسانایی دیواره‌های هارتمن نقش مهمی در بازتولید توربولانس در جریان‌های لامینار داشت، که علت آن بازآرایی محلی جریان‌های الکتریکی در اثر میدان مغناطیسی بود.

آلمانی و همکاران [۲۳] در یک مطالعه تجربی و نظری، به بررسی توربولانس مغناطودینامیکی (MHD) در شرایط عدد رینولدز مغناطیسی پایین پرداختند. آن‌ها تأثیر میدان مغناطیسی خارجی را بر ایجاد اتلاف ناهمسانگرد بررسی کردند که مستقل از عدد موج بود و با پارامتر تعاملی اولیه N0 (نسبت زمان چرخش گردابه‌های بزرگ به زمان اتلاف ژولی) سنجیده می‌شد. آزمایش آن‌ها در یک سیلندر عمودی پر از جیوه با قطر داخلی ۰٫۲ متر و ارتفاع ۲٫۷ متر انجام شد. شرایط آزمایش به‌گونه‌ای بود که مقدار N0 در حدود یک یا کمتر بود و بدین ترتیب تأثیرات قابل‌توجه میدان مغناطیسی بر رفتار توربولانس بررسی شد.

بلیشچیک و کنجرش [۲۴] با استفاده از LES و مدل دینامیک Smagorinsky جریان آشفته MHD در کانال مربعی با دیواره‌های با رسانایی متفاوت را بررسی کردند. نتایج نشان داد که افزایش رسانایی دیواره‌ها ابتدا توربولانس را کاهش می‌داد و جریان به حالت نزدیک لامینار می‌رسید، اما با رسانایی بالاتر توربولانس مجدداً بازتولید می‌شد. همچنین پدیده «توربولانس الگودار» در نواحی نزدیک دیواره‌های موازی با میدان مغناطیسی مشاهده شد.

بوئیک و همکاران [۲۵] با استفاده از شبیه‌سازی مستقیم عددی (DNS) جریان کانالی آشفته MHD با دیواره‌های عایق و میدان مغناطیسی عمود را بررسی کردند. نتایج نشان داد که در میدان‌های مغناطیسی قوی، سرعت میانگین جریان سه لایه داشت: ناحیه لزج نزدیک دیواره، ناحیه میانی با سرعت تقریباً ثابت، و لایه‌های لگاریتمی بین آن‌ها، که به‌ترتیب تحت تأثیر تنش‌های لزج، الکترومغناطیسی و آشفته بودند. عرض لایه‌های لگاریتمی به نسبت عدد رینولدز به عدد هارتمن وابسته بود و تنش‌های آشفته سریع‌تر از پیش‌بینی مدل‌های طول اختلاط کاهش می‌یافتند. بوراتینی و همکاران [۲۶] با استفاده از LES و مدل دینامیکی اسمگورینسکی، جریان آشفتگی در حال فروکاهش یک سیال رسانای الکتریکی تحت میدان مغناطیسی یکنواخت را بررسی کردند. نتایج نشان داد که در مراحل پایانی فروکاهش، اتلاف انرژی جنبشی توسط ویسکوزیته و اثر ژولی تقریباً برابر بود و مؤلفه‌های سرعت موازی و عمود با نرخ‌های متفاوت کاهش می‌یافتند و ساختار تنش‌های رینولدز از میله‌ای به کروی و سپس دیسکی تغییر کرد، که نشان‌دهنده تکامل پیچیده و ناهمسانگردی در مقیاس‌های کوچک بود. مطالعه همچنین به تحلیل فروکاهش توان-قانونی، طیف انرژی و مقایسه با داده‌های تجربی و نظری پرداخت.

زیکانوف و همکاران [۲۷] به بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر گذار از جریان آرام به جریان آشفته در جریان‌های مغناطوهیدرودینامیکی (MHD) در کانال‌ها، لوله‌ها و مجراها با دیواره‌های عایق الکتریکی و میدان مغناطیسی همگن پرداختند. آن‌ها نشان دادند که اعمال میدان مغناطیسی می‌تواند رفتار جریان را به‌طور چشمگیری تغییر دهد و به‌ویژه بر فرآیند گذار لامینار به آشفته تأثیرگذار باشد. در این راستا، نتایج تجربی و محاسباتی جدید مرتبط با این گذار در هندسه‌های مختلف بررسی و مرور شد.

لوچنیا و همکاران [۲۸] با استفاده از شبیه‌سازی عددی RANS و مدل SST k-ω جریان آشفته و انتقال حرارت در کانال مستطیلی دارای پره‌های مربعی مایل را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که افزودن پره‌های ۴۵ درجه موجب بهبود انتقال حرارت نسبت به حالت بدون پره شد، هرچند با افزایش مقاومت هیدرولیکی همراه بود. همچنین روابط بی‌بعدی برای

پیش‌بینی ویژگی‌های انتگرالی انتقال حرارت ارائه شد که در طراحی بهینه کانال‌های پره‌دار مفید بود.

۲- معرفی پژوهش و نوآوری

با وجود ارزش بالای داده‌های DNS، شبیه‌سازی‌های مستقیم عددی به دلیل نیاز به منابع محاسباتی گسترده و زمان اجرای طولانی، به‌طور عملی محدود هستند. بنابراین، مقایسه نتایج DNS با مدل‌های توربولانسی در شرایط مختلف شناوری و اعداد ریچاردسون متنوع، و شناسایی مدلی که بیشترین تطابق را با داده‌های DNS نشان می‌دهد، رویکردی راهبردی و علمی برای بهبود دقت شبیه‌سازی‌های جریان آشفته و انتقال حرارت در فلزات مایع محسوب می‌شود.

این پژوهش با رویکردی جامع، به شبیه‌سازی عددی جریان کاملاً آشفته و انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در یک کانال قائم حاوی فلز مایع می‌پردازد. نوآوری اصلی تحقیق در ارزیابی جامع و مقایسه‌ای مدل‌های پیشرفته و متنوع آشفتگی نهفته است که امکان تحلیل دقیق و واقع‌گرایانه‌تری از رفتار پیچیده جریان‌های آشفته در حضور فلزات مایع را فراهم می‌سازد. نوآوری‌های پژوهش عبارت‌اند از:

۱. ارزیابی عملکرد مدل‌های توربولانسی مختلف (SST k-ω، BSL k-ω، k-ε Re-Enhanced و GEKO) در جریان‌های تحت اثر شناوری با اعداد ریچاردسون متنوع (Ri=۰٫۰۲۵ تا Ri=۱) و مقایسه نتایج آن‌ها با داده‌های DNS.

۲. تحلیل اثر افزایش عدد ریچاردسون بر دقت مدل SST k-ω و بررسی توانایی آن در بازتولید پروفیل‌های سرعت و دما در مقایسه با DNS.

۳. شناسایی محدودیت‌های برخی مدل‌ها در نواحی با شدت شناوری بالا، به‌ویژه نزدیکی دیواره سرد، و ارائه تحلیل مقایسه‌ای بین مدل‌ها.

۴. ارزیابی امکان بهبود عملکرد مدل GEKO از طریق تنظیم پارامتر CNW و بررسی تأثیر آن بر دقت میدان‌های سرعت و دما نسبت به داده‌های DNS.

۵. بررسی قابلیت شبیه‌سازی پایدار جریان آشفته و میدان دما حتی تحت اثرات قوی شناوری با انتخاب مدل مناسب و تنظیم پارامترها.

۳- خواص ترمو فیزیکی سیال، هندسه مسئله و معادلات حاکم آن

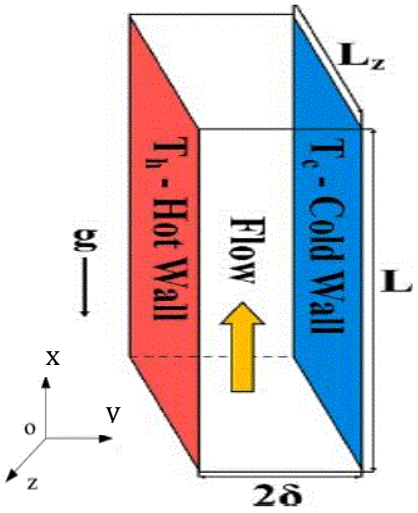
در این مطالعه، انتقال حرارت جابه‌جایی میان دیواره‌های کانال قائم و سیال عامل بررسی می‌شود. با توجه به ویژگی‌هایی نظیر رسانایی حرارتی مناسب، رسانایی الکتریکی بالا، ویسکوزیته کم، چگالی بالا، پایداری شیمیایی مناسب و فشار بخار ناچیز و همچنین نقطه ذوب نسبتاً پایین، فلز مایع LBEبه‌عنوان سیال عامل انتخاب شده است. خواص ترموفیزیکی این فلز مایع در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول۱- خواص ترموفیزیکی فلز مایع LBE در دمای ۵۴۷ کلوین [۲۹]

خواص	واحدها	LBE
چگالی	$\frac{Kg}{m^3}$	۱۰۳۵۷/۷۳
گرمای ویژه	$\frac{J}{Kg.K}$	۱۴۵/۴۶
ویسکوزیته	$Pa.s$	۰/۰۰۱۹۶۱
رسانایی گرمایی	$\frac{W}{m.K}$	۱۱/۴۴
ضریب انبساط حرارتی	$1/K$	۰/۰۰۰۱۲

شکل ۱ نمای یک کانال قائم صفحه‌ای مشابه کار پوچارلی و همکاران [۲۹] را نشان می‌دهد که در آن جهت z نادیده گرفته شده و مسئله دوبعدی در نظر گرفته شده است. پارامترهای هندسی مسئله به شرح زیر است:

ارتفاع کانال L=10 m و $\delta = 0.0178$ می باشد.



شکل ۱- دستگاه مختصات و هندسه جریان

معادلات اصلی حاکم بر رفتار سیال با توجه به فرضیات زیر عبارتند از:

۱- توسعه‌یافتگی کامل جریان آشفته با عدد رینولدز ۴۶۶۷

۲- سیال تراکم ناپذیر نیوتنی

۳- لحاظ شدن نیروی حجمی ناشی از گرانش (اثر شناوری)

۴- صرف‌نظر از اثرات اتلاف ویسکوزیته و انتقال حرارت تشعشعی

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad (۱)$$

ممنتوم در راستای x

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left((\mu_{eff}(2\frac{\partial u}{\partial x})\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) \quad (۲)$$

ممنتوم در راستای y

$$\rho(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y})=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left((\mu_{eff}(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y})\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}(2\frac{\partial v}{\partial y})\right)-\rho g\beta(T-T_f) \quad (۳)$$

معادله انرژی

$$\rho(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y})=\frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_{eff}\frac{\partial T}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(\Gamma_{eff}\frac{\partial T}{\partial y}) \quad (۴)$$

ویسکوزیته موثر

$$\mu_{eff}=\mu+\mu_t \quad (۵)$$

Real i zabl e k- ε

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho k u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho k v)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right]+P_k+P_b-\rho\varepsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho\varepsilon u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho\varepsilon v)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right]+\rho C_1 S\varepsilon+\rho C_2\frac{\varepsilon^2}{k+\sqrt{v\varepsilon}}+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}C_{3\varepsilon}P_b+S_\varepsilon \quad (۶)$$

$$\mu_t=\rho C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$C_1=\max\left[0.43,\frac{\eta}{\eta+5}\right]$$
$$C_2=1.9$$
$$\sigma_k=1$$
$$\sigma_\varepsilon=1.2$$

Enhanced Wall Treatment

$$y^+<1$$

SST k- ω

$$u\frac{\partial k}{\partial x}+v\frac{\partial k}{\partial y}=P_k+P_b-\beta^* k\omega+\frac{\partial}{\partial x}\left[(\nu+\sigma_k\nu_T)\frac{\partial k}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[(\nu+\sigma_k\nu_T)\frac{\partial k}{\partial x}\right]$$

$$u\frac{\partial \omega}{\partial x}+v\frac{\partial \omega}{\partial y}=\alpha_k\frac{P\omega}{k}+P_b-\beta\omega^2+\frac{\partial}{\partial x}\left[(\nu+\sigma_\omega\nu_T)\frac{\partial \omega}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[(\nu+\sigma_\omega\nu_T)\frac{\partial \omega}{\partial y}\right]+2(1-F_1)\sigma_{\omega2}\frac{1}{\omega}\left(\frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \omega}{\partial x}+\frac{\partial k}{\partial y}\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)$$

$$\nu_T=\frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1\omega,SF_2)}$$
$$\beta^*=0.09$$
$$\alpha_1=0.31$$
$$\sigma_k=0.85$$
$$\sigma_\omega=0.5$$
$$y^+<1$$

(۷)

در مدلSST ، ترم انتشار متقاطع در معادله‌ی ω لحاظ شده است تا رفتار مدل k–ε در نواحی دور از دیواره با مدل k–ω در نواحی نزدیک دیواره ترکیب شود که این امر منجر به پیش‌بینی بهتر جداشدگی جریان می‌شود. در مدل BSL این ترم در نظر گرفته نشده است و در نتیجه توانایی کنترل جداشدگی جریان نسبت به SST کاهش می‌یابد. در مدل GEKO نیز ترم انتشار متقاطع وجود داشته و به‌صورت قابل تنظیم تعریف شده است که در کنار سایر پارامترهای مدل، امکان بهبود پیش‌بینی جداشدگی جریان و ویژگی‌های توربولانس را فراهم می‌کند.

در معادلات فوق، u و v مولفه‌های سرعت در جهات x ، y هستند. ρ چگالی سیال و β ضریب انبساط حجمی می‌باشد. Pو T به ترتیب فشار و دما هستند.

α انتشار حرارتی سیال است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a = \frac{K}{r\,c_p} \quad (۸)$$

C_p ظرفیت گرمایی ویژه است و K رسانایی گرمایی سیال می‌باشد.

در ادامه، اعداد بی‌بعد گراشف، ریچاردسون، پرانتل و رینولدز که در تحلیل جریان به‌کار گرفته شده‌اند، معرفی می‌شوند.

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)D_h^{\,3}}{\upsilon^2} \quad (۹)$$

عدد ریچاردسون نسبت اثر جابه‌جایی طبیعی به جابه‌جایی اجباری را در یک جریان ترکیبی بیان می‌کند.

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (۱۰)$$

عدد پرانتل نسبت انتشار مومنتوم به انتشار حرارت را در یک سیال بیان می‌کند و نقش مهمی در تحلیل ساختار لایه‌های مرزی حرارتی و سرعت دارد.

$$Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} \quad (۱۱)$$

عدد رینولدز معیاری بی‌بعد برای نسبت نیروی اینرسی به نیروی ویسکوز است که رژیم جریان را مشخص میکند.

$$Re = \frac{\rho U_f D_h}{\mu} \quad (۱۲)$$

۴- تشریح شبیه‌سازی و نرم افزار

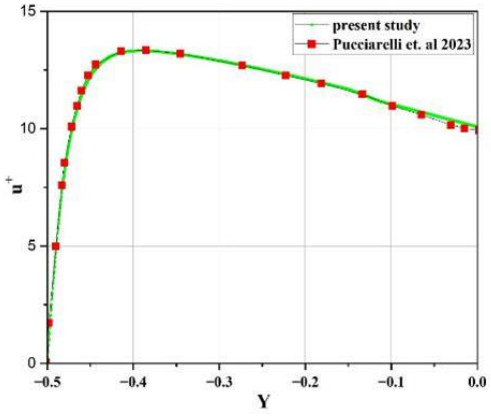
با توجه به شرایط کاری مورد نظر، در این پژوهش ساده‌سازی‌هایی نسبت به دامنه DNS بررسی‌شده توسط پوچارلی و همکاران [۲۹] اعمال شد. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از روش RANS و به‌صورت دوبعدی انجام شدند و تغییرات در راستای Z نادیده گرفته شد که این فرض ضمن کاهش هزینه محاسباتی، تأثیر معناداری بر نتایج نهایی نداشت. در دامنه RANS حاضر، به دلیل حذف راستای عرضی، نیازی به اعمال شرایط مرزی تناوبی نبود و برای حذف نیاز به رابطهای تناوبی در راستای جریان و جبران افت فشار، کانالی به طول ۱۰ متر در نظر گرفته شد که تضمین می‌کند جریان پیش از رسیدن به خروجی به حالت کاملاً توسعه‌یافته برسد؛ نتایج ارائه‌شده نیز در ناحیه میانی کانال ثبت شده‌اند و رفتار مشابهی در نواحی بالادست و پایین‌دست مشاهده شده است. دامنه محاسباتی با شبکه‌ای یکنواخت در راستای جریان با اندازه سلول ۰/۰۱ متر گسسته‌سازی شد و به‌منظور برآورده شدن شرط $y^+<1$ در چارچوب رویکرد Low-Re ، شبکه در نواحی نزدیک دیواره‌ها متراکم‌تر شد. همچنین چندین شبکه با تراکم‌های مختلف برای بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی مورد ارزیابی قرار گرفت. معادلات ناویر-استوکس با استفاده از نرم افزار انسیس فلوئنت و به کمک الگوریتم SIMPLEC برای کوپل فشار- سرعت حل شد و برای افزایش دقت، از گسسته‌سازی مرتبه دوم استفاده شد که ضمن حفظ پایداری عددی، امکان پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار جریان‌های آشفته با گرادیان‌های شدید را فراهم می‌سازد.

۵- اعتبارسنجی

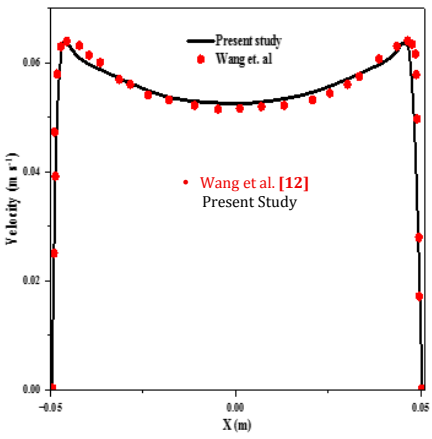
به‌منظور ارزیابی جامع صحت مدل عددی، نتایج این پژوهش با دو مرجع معتبر که نمایانگر شرایط فیزیکی کاملاً متفاوتی هستند مقایسه شد. در گام نخست، شبیه‌سازی جریان فلز مایع گالینستن در یک میکروکانال مستطیلی با دیواره‌های رسانای الکتریکی و شرط مرزی دمای ثابت، تحت تأثیر مستقیم میدان مغناطیسی با شدت‌های ۰،۰۰۶ و ۰،۰۱ تسلا انجام شد و نتایج با داده‌های ارائه‌شده توسط وانگ و همکاران [۱۲] مقایسه شد. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، اعمال میدان مغناطیسی منجر به افزایش سرعت جریان در نواحی نزدیک به دیواره‌ها و کاهش آن در مرکز کانال شد که بیانگر شکل‌گیری جریان هارتمن و تأییدکننده توانایی مدل حاضر در پیش‌بینی صحیح اثرات MHD در مقیاس میکرو است. شکل ۳ نیز تغییرات دما را نشان می‌دهد که در آن نیز تطابق قابل‌قبولی میان نتایج شبیه‌سازی حاضر و داده‌های مرجع مشاهده شد.

در گام دوم، به‌منظور بررسی عملکرد مدل در شرایطی کاملاً متفاوت از نظر مقیاس، نوع فلز مایع و فیزیک حاکم، نتایج با مطالعه پوچارلی و همکاران [۲۹] مقایسه شد. در این مرجع، جریان آشفته فلز مایع LBE در یک کانال قائم و بدون حضور میدان مغناطیسی، تحت شرط مرزی دمای ثابت و با استفاده از مدل آشفتگی SST k-ω بررسی شده است. تطابق مناسب پروفیل سرعت بدون‌بُعد به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی حاضر با داده‌های مرجع، که در شکل ۴ ارائه شده است، نشان می‌دهد مدل عددی مورد استفاده قادر است رفتار جریان آشفته فلزات مایع را حتی در غیاب اثرات MHD و در مقیاس‌های بزرگ‌تر به‌درستی پیش‌بینی کند.

اعتبارسنجی در این دو حالت شامل میکروکانال با فلز گالینستن تحت میدان مغناطیسی و کانال قائم با فلز LBE بدون میدان مغناطیسی نشان می‌دهد که چارچوب مدل‌سازی حاضر از توانایی و انعطاف‌پذیری لازم برای پیش‌بینی جریان فلزات مایع در طیف وسیعی از شرایط هندسی، فیزیکی و عملیاتی برخوردار است. به بیان دیگر، این تطابق دوگانه هم در حضور و هم در غیاب میدان مغناطیسی، و هم در مقیاس میکرو و هم در مقیاس ماکرو- اطمینان لازم را برای به‌کارگیری این چارچوب عددی در تحلیل مسئله اصلی پژوهش، یعنی همرفت ترکیبی فلز مایع در کانال قائم تحت اثرات شناوری، فراهم می‌سازد.

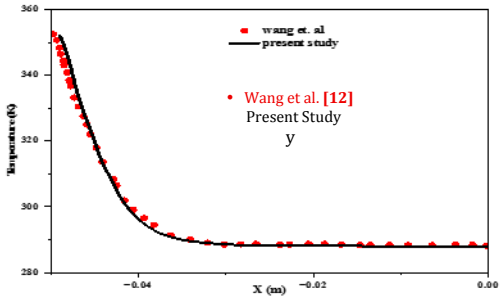


شکل ۲- نمودار تغییرات سرعت در مقطع y=0.01 m برای اعتبارسنجی با مطالعه وانگ و همکاران [۱۲]



شکل ۳- نمودار تغییرات دما در مقطع y=0.01 m جهت اعتبارسنجی با مطالعه وانگ و همکاران [۱۲]

نتایج به‌دست‌آمده در شکل ۴ تطابق بسیار خوبی با داده‌های مرجع نشان می‌دهد، به‌طوری‌که مقدار خطای حداکثر بین نتایج حاضر و داده‌های مرجع ۱/۴۶ درصد و مقدار خطای متوسط ۱/۰۷ درصد می‌باشد. این میزان اختلاف، صحت مدل آشفتگی و دقت شبیه‌سازی عددی را در پیش‌بینی رفتار جریان آشفته تایید می‌کند.



شکل ۴- نمودار تغییرات دما در مقطع x=5 m جهت اعتبارسنجی با مطالعه پوچارلی و همکاران [۲۹]

۶- نتایج و بحث

در تمام شکل‌های ارائه شده، کمیت y که نشان‌دهنده مختصات بدون بعد در جهت عرض است و به‌صورت $Y = \frac{y_{rs}}{2\delta}$ تعریف شده، در محور x در نظر گرفته شده است. در اینجا، y_{rs} مختصات در سیستم مرجع در جهت عرض است که مبدا آن دقیقا در وسط کانال قرار دارد. بنابراین بازه 0>y>-0.5 نشان دهنده سمت کمک‌کننده نیروی بویانسی و بازه 0<y<0.5 مربوط به سمت مخالف نیروی بویانسی است.

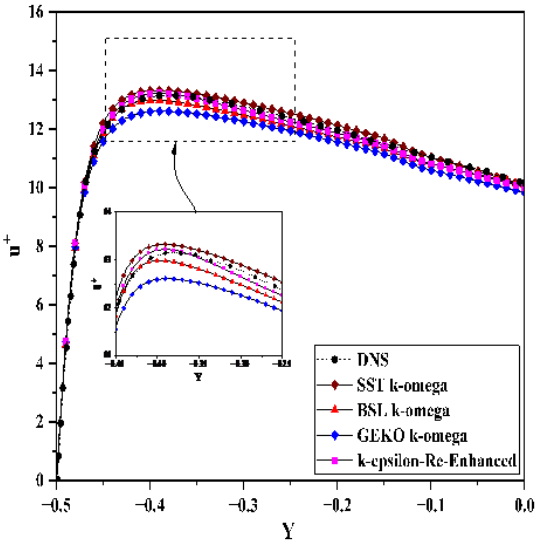
سرعت بدون‌بعد با استفاده از $u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau}$ که در آن $\bar{u}$ سرعت متوسط محلی در جهت محوری و u_τ سرعت برشی دیواره مربوطه است. به همین دلیل، با توجه به مقدار متفاوت u_τ برای هر طرف کانال، انتظار می‌رود مقادیر مختلفی از u^+ و به ویژه یک جهش در ناحیه میانی کانال مشاهده شود.

در نهایت دمای بدون بعد به صورت $T^+ = \frac{\bar{T}-T_C}{T_h-T_c}$ تعریف می شود که در آن $\bar{T}$ دمای میانگین موضعی و T_c و T_h به ترتیب دمای دیوار سرد و گرم هستند. در نتیجه مقدار T^+ از صفر در دیوار سرد تا ۱ در دیواره گرم تغییر می کند.

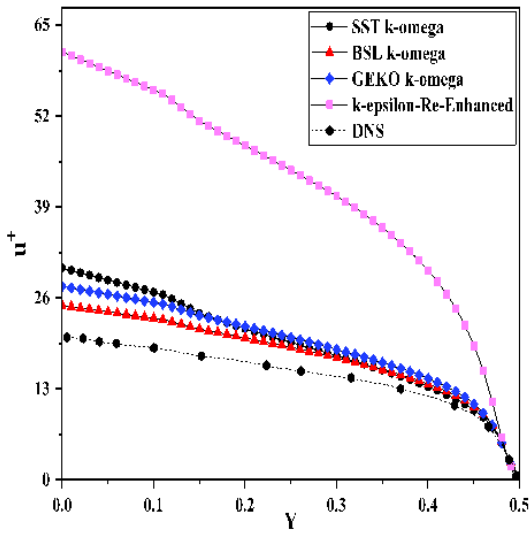
شکل‌های ۵ و ۶ توزیع‌های بدون‌بعد سرعت را برای شرایط کاری با عدد ریچاردسون Ri=0.25 ارائه می‌کنند. نتایج نشان می‌دهد که حتی در این مقدار نسبتاً پایین Ri، اثر نیروهای

شناوری بر ساختار میدان سرعت قابل‌توجه است. به‌طور مشخص، در ناحیه جریان همسو با شناوری، شتاب‌گیری سیال در نزدیکی دیواره موجب افزایش سرعت‌های موضعی می‌شود، در حالی‌که در سمت جریان مخالف، شناوری اثر بازدارنده دارد و منجر به کاهش سرعت جریان می‌شود. این کاهش سرعت در سمت مخالف، به افت تنش برشی دیواره می‌انجامد و در نتیجه، مقادیر بزرگ‌تری از سرعت بدون‌بُعد u^+ نسبت به سمت دیواره گرم مشاهده می‌شود.

مقایسه با داده‌های DNS نشان می‌دهد که در ناحیه نزدیک دیواره گرم، مدل‌های SST k-omega ، BSL k-omega وk-epsilon Re-Enhanced به دلیل توانایی بالاتر در مدل‌سازی گرادیان‌های شدید سرعت و تنش برشی، رفتار جریان را با دقت مناسبی بازتولید می‌کنند. در مقابل، در نزدیکی دیواره سرد، حضور همزمان کاهش سرعت و اثرات شناوری موجب پیچیده‌تر شدن ساختار لایه مرزی می‌شود و دقت اغلب مدل‌های RANS را محدود می‌کند؛ به‌گونه‌ای که تنها مدل‌های مبتنی بر k-omega شامل SST وBSL، به واسطه حساسیت بیشتر به ناحیه نزدیک دیواره، قادر به ارائه تطابق قابل قبول با نتایج DNS هستند. این نتایج بیانگر برتری مدل‌های k-omega در شبیه‌سازی جریان‌های جابه‌جایی ترکیبی، به‌ویژه در نواحی با تأثیر قوی شناوری است

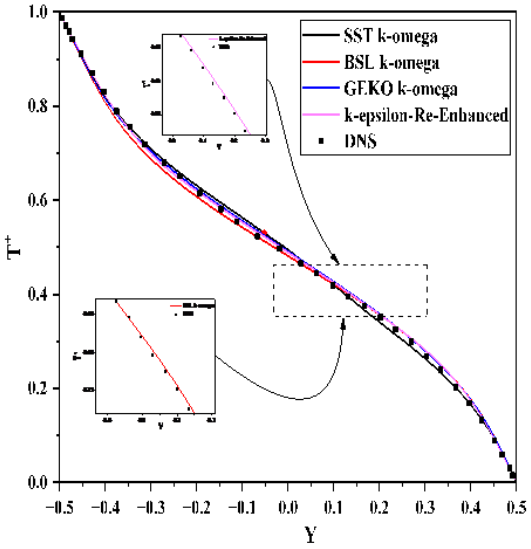


شکل ۵- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در سمت جریان همسو برای Ri=0.25



شکل ۶- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و RANS در سمت جریان مخالف برای Ri=0.25

نتایج شکل ۷ نشان می‌دهد که تمامی مدل‌های مورد بررسی قادر به پیش‌بینی مناسب توزیع دمای بدون‌بُعد در هر دو سمت دیواره گرم و سرد هستند و روند کلی داده‌های DNS را با دقت خوبی بازتولید می‌کنند. این عملکرد مطلوب را می‌توان به غالب‌بودن انتقال حرارت هدایت‌محور در نواحی نزدیک دیواره و حساسیت کمتر میدان دما نسبت به جزئیات نوسانات آشفتگی نسبت داد. در واقع، برخلاف میدان سرعت که به‌شدت تحت تأثیر ساختارهای آشفته و تنش‌های برشی قرار دارد، توزیع دما در این شرایط بیشتر توسط گرادیان دمایی دیواره و شرایط مرزی کنترل می‌شود؛ امری که موجب می‌گردد حتی مدل‌های RANS با پیچیدگی کمتر نیز قادر به بازتولید قابل‌قبول میدان دما در هر دو دیواره باشند.

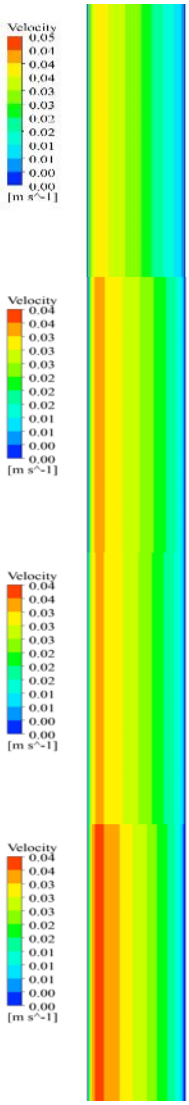


شکل ۷- دمای بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در محدوده کل جریان برای Ri=0.25

کانتورهای سرعت و دما ارائه‌شده در شکل‌های ۸ و ۹ برای عدد ریچاردسون ۰٫۲۵ نشان می‌دهند که تمامی مدل‌های توربولانسی اختلاف مشخصی را میان نواحی مجاور دیواره گرم و سرد پیش‌بینی می‌کنند. در میدان سرعت، غلبه اثرات شناوری در نزدیکی دیواره گرم موجب تقویت تنش برشی و افزایش سرعت موضعی شده است، در حالی‌که در سمت دیواره سرد کاهش شدت جریان مشاهده می‌شود. این رفتار بیانگر نقش تعیین‌کننده شناوری در شکل‌دهی نامتقارن میدان جریان حتی در مقادیر نسبتاً پایین Ri است.

مقایسه الگوهای پیش‌بینی‌شده توسط مدل‌ها نشان می‌دهد که مدل SST k-ω توزیع متعادلی از سرعت را ارائه می‌دهد و پاسخ ملایم‌تری به اثرات شناوری از خود نشان می‌دهد. در مقابل، مدل BSL k-ω گرادیان سرعت نزدیک دیواره گرم را تشدید می‌کند و اختلاف میان دو دیواره را برجسته‌تر پیش‌بینی می‌کند. مدل GEKO میدان سرعت یکنواخت‌تری را بازتولید می‌کند و شدت گرادیان میان دیواره‌ها را کاهش می‌دهد، در حالی‌که مدلk-ε Re-Enhanced بیشترین اختلاف سرعت میان دیواره گرم و سرد را پیش‌بینی می‌کند و بیانگر بیشترین حساسیت به نیروهای شناوری است.

به‌طور کلی، تحلیل کانتورهای سرعت نشان می‌دهند که مدل‌های مختلف توربولانسی شدت متفاوتی از پاسخ به اثرات شناوری ارائه می‌کنند؛ به‌گونه‌ای که مدل SST k-ω ملایم‌ترین و مدل k- ε Re-Enhanced شدیدترین گرادیان سرعت را در میدان جریان پیش‌بینی می‌کنند.

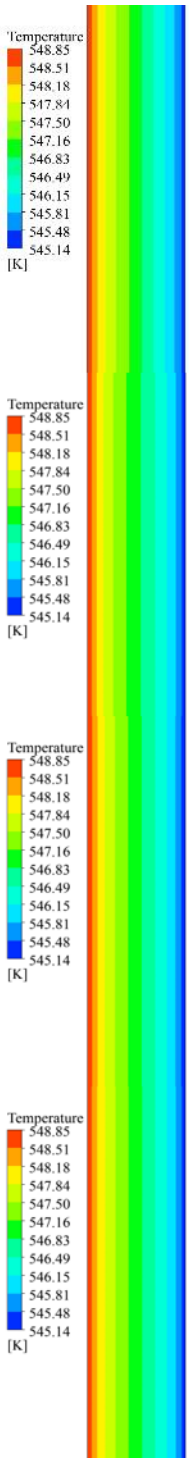


شکل ۸- کانتور سرعت برای ۴ مدل توربولانسی به ترتیب k-ε Re-Enhanced ،GEKO k-ω ،BSL k-ω ،SST k-ω عدد Ri=0.25

کانتورهای میدان دما ارائه‌شده در شکل ۹ برای عدد ریچاردسون ۰٫۲۵ نشان می‌دهند که در تمامی مدل‌های توربولانسی، شیب حرارتی در نزدیکی دیواره گرم به‌طور قابل‌توجهی بیشتر از سمت دیواره سرد است. این رفتار ناشی

از افزایش سرعت جریان و تقویت انتقال حرارت جابه‌جایی در نزدیکی دیواره گرم می‌باشد.

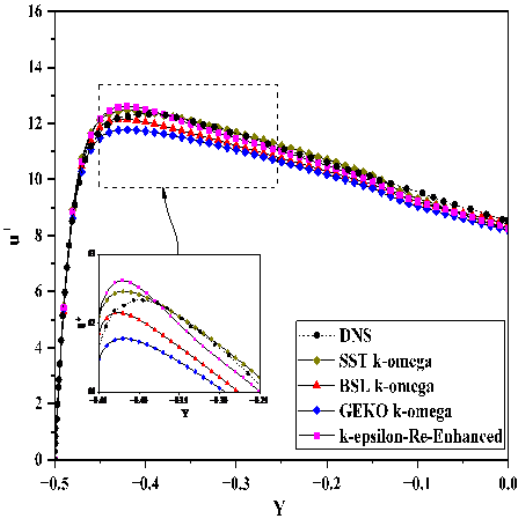
تحلیل مدل‌ها نشان می‌دهد که SST k-ω توزیع دما را یکنواخت‌تر و با گرادیان ملایم‌تری پیش‌بینی کرده است، که بیانگر توانایی این مدل در بازتولید اختلاط حرارتی پایدار است. مدل BSL k-ω نتایج مشابهی ارائه داده اما با گرادیان حرارتی کمی شدیدتر در ناحیه دیواره گرم، که حساسیت بیشتر آن به اثرات شناوری را نشان می‌دهد. در مقابل، مدل GEKO گرادیان دما را نسبت به دو مدل پیشین شدیدتر تخمین می‌زند و نواحی با دمای بالاتر را گسترده‌تر نمایش می‌دهد؛ این امر اهمیت تنظیم دقیق پارامتر CNW برای بهبود دقت پیش‌بینی را آشکار می‌سازد. مدل k-ε Re-Enhanced بیشترین گرادیان حرارتی را در نزدیکی دیواره گرم پیش‌بینی کرده که نشان‌دهنده برآورد قوی‌تر انتقال حرارت جابه‌جایی است، هرچند یکنواختی دما در مرکز کانال کاهش یافته و ممکن است به بیش‌برآوردی در این ناحیه منجر شود. به‌طور کلی، SST k-ω و BSL k-ω به دلیل تعادل میان شدت گرادیان حرارتی و یکنواختی میدان دما، عملکرد مناسبی ارائه می‌دهند، در حالی‌که k-ε Re-Enhanced گرایش به پیش‌بینی شدیدتر در نواحی گرم و محافظه‌کارانه‌تر در نواحی سرد دارد. اگرچه پروفیل‌های میانگین دما برای هر چهار مدل با داده‌های DNS مطابقت خوبی دارند، اختلافات مشاهده‌شده در کانتورهای دوبعدی نشان‌دهنده تفاوت‌های محلی در پیش‌بینی گرادیان حرارتی و اختلاط توربولانسی است. این امر طبیعی است و بیانگر اثر حساسیت مدل‌ها به جزئیات جریان و نیروهای شناوری می‌باشد.



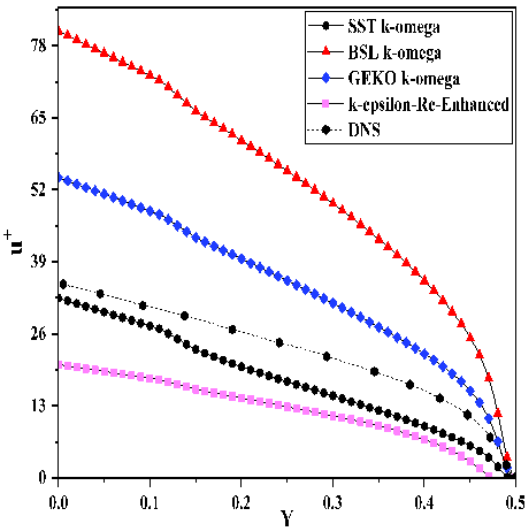
شکل ۹- کانتور دما برای ۴ مدل توربولانسی به ترتیب SST k-ω، BSL k-ω، GEKO k-ω، k-ε Re-Enhanced عدد Ri=0.25

نتایج ارائه‌شده در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان می‌دهد که با افزایش عدد ریچاردسون به ۰/۵، مدل‌های SST k-ω ، BSL k-ω و k-ε Re-Enhanced توزیع سرعت بدون‌بُعد در نزدیکی دیواره گرم را با دقت مناسبی مشابه نتایج DNS پیش‌بینی می‌کنند. در مقابل، در نزدیکی دیواره سرد، بهترین تطابق با داده‌های DNS توسط مدل SST k-ω حاصل شده است، که نشان‌دهنده شدت بالاتر اثرات شناوری در این ناحیه و محدودیت برخی مدل‌ها در بازتولید دقیق آن است. تحلیل جزئی‌تر نشان می‌دهد که مدل‌های BSL k-ω و k-ε Re-Enhanced در ناحیه سرد به ترتیب دچار بیش‌برآوردی و کم‌برآوردی یا انحراف از روند DNS می‌شوند، در حالی‌که SST k-ω توانسته است الگوی جریان معکوس احتمالی نزدیک دیواره سرد را بهتر بازتولید کند. در ناحیه گرم، هم‌پوشانی مدل‌ها با DNS بیانگر توانایی آن‌ها در بازتولید تغییرات سرعت برشی و پروفیل u^+ در شرایط افزایش شناوری است.

این مقایسه تأکید می‌کند که انتخاب مدل توربولانسی مناسب برای شرایط با اثرات شناوری بالا، به‌ویژه در نواحی نزدیک دیواره سرد، اهمیت ویژه‌ای دارد.

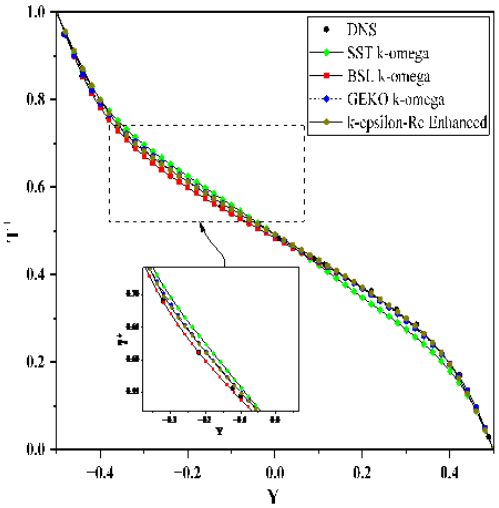


شکل ۱۰- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در سمت جریان همسو برای Ri=0.5



شکل ۱۱- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در سمت جریان مخالف برای Ri=0.5

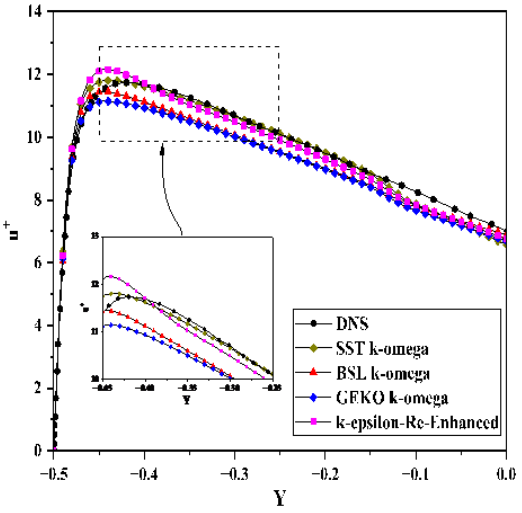
شکل ۱۲ توزیع دمای بدون‌بُعد را نشان می‌دهد. با افزایش عدد ریچاردسون به ۰/۵، تمامی مدل‌ها قادر به بازتولید روند کلی میدان دما با دقت مناسبی هستند، هرچند تفاوت‌هایی در جزئیات مشاهده می‌شود. در ناحیه نزدیک دیواره گرم، مدل BSL k-omega نتایج بسیار نزدیکی به داده‌های DNS ارائه می‌دهد، در حالی که در ناحیه نزدیک دیواره سرد، بهترین تطابق با DNS توسط مدل k-epsilon Re-Enhanced حاصل شده است.



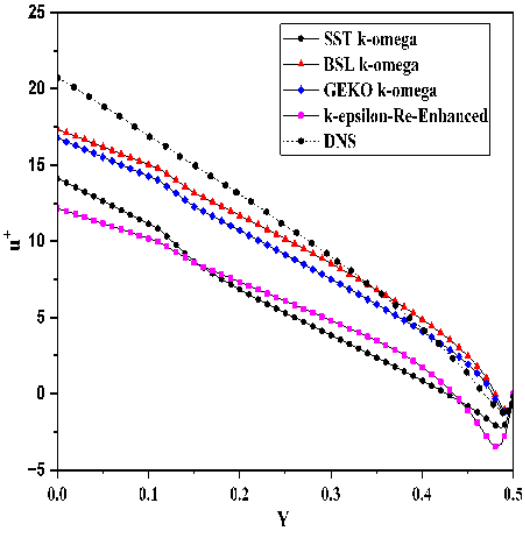
شکل ۱۲- دمای بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در محدوده کل جریان برای Ri=0.5

شکل‌های ۱۳ و ۱۴ توزیع سرعت بدون‌بُعد را برای حالت با عدد ریچاردسون ۱ نشان می‌دهند. در این شرایط، مدل‌های SST k-omega و k-epsi l on Re-Enhanced توانسته‌اند روند کلی داده‌های DNS را با دقت بالایی بازتولید کنند و پروفیل سرعت نزدیک دیواره‌ها و در مرکز کانال را به خوبی پیش‌بینی نمایند. در مقابل، مدل BSL k-omega با افزایش اثرات شناوری، اختلاف نسبی بیشتری با نتایج DNS نشان می‌دهد، اگرچه روند کلی پروفیل سرعت آن همچنان نسبتاً نزدیک به داده‌های مرجع باقی می‌ماند. این نتایج نشان‌دهنده اهمیت انتخاب مدل توربولانسی مناسب در شرایط با شناوری قوی، به ویژه برای بازتولید دقیق تغییرات سرعت در نزدیکی دیواره‌ها و مرکز کانال، است.

تحلیل جزئی‌تر نشان می‌دهد که در نزدیکی دیواره سرد، مدل BSL k-omega بیشترین تطابق با نتایج DNS را ارائه می‌دهد، در حالی که سایر مدل‌ها سرعت را کمتر برآورد کرده‌اند. این نکته بیانگر توانایی مدل BSL در بازتولید دقیق اثرات شناوری در نواحی با جریان ضعیف است.

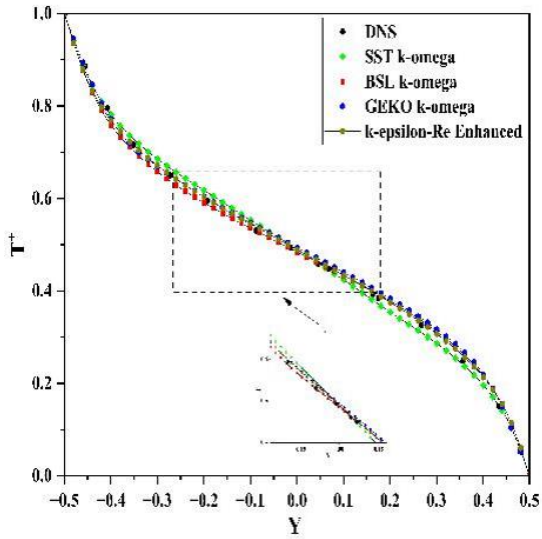


شکل ۱۳- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در سمت جریان همسو برای Ri=1



شکل ۱۴- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در سمت جریان مخالف برای Ri=1

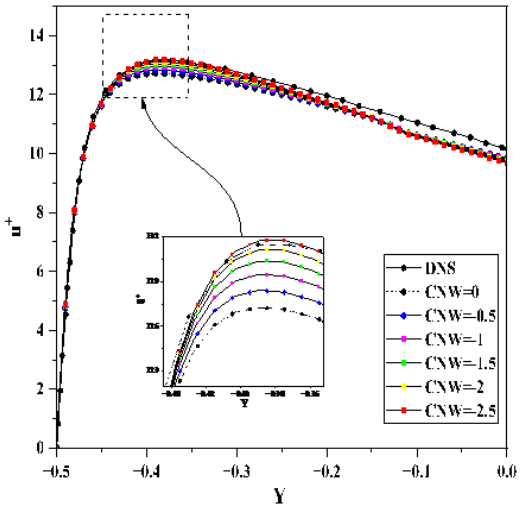
با افزایش عدد ریچاردسون به ۱، تمامی مدل‌های توربولانسی مورد بررسی توانستند روند کلی میدان دما را به خوبی بازتولید کنند (شکل ۱۵) و نتایج نسبتاً نزدیکی به داده‌های DNS ارائه دهند. این امر نشان‌دهنده پایداری و قابلیت اعتماد مدل‌ها حتی در شرایطی با اثرات شناوری شدید است.



شکل ۱۵- دمای بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در محدوده کل جریان برای Ri=1

یکی از مدل‌های توربولانسی بررسی‌شده GEKO، در نزدیکی دیواره گرم عملکرد مناسبی داشته و نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد، هرچند نسبت به سه مدل دیگر SST k-omega، BSL k-omega و k-epsilon Re-Enhanced اختلاف بیشتری با داده‌های DNS نشان داده است.

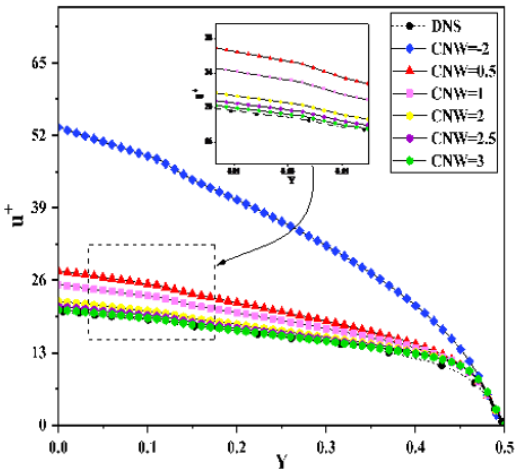
شکل ۱۶ نتایج مدل GEKO را با مقادیر مختلف پارامتر CNW برای عدد Ri برابر ۰/۲۵ در نزدیکی دیواره گرم نشان می‌دهد. کاهش مقدار CNW تا منفی ۲ و منفی ۲/۵ باعث شد مدل GEKO رفتار جریان در این ناحیه را با دقت بیشتری پیش‌بینی کند و در برخی نقاط عملکرد بهتری نسبت به سه مدل توربولانسی دیگر ارائه دهد. به‌طور کلی، پارامتر CNW میزان حساسیت مدل به رفتار جریان در نواحی نزدیک دیواره را تنظیم می‌کند و انتخاب مناسب آن می‌تواند دقت نتایج را در مجاورت دیواره گرم به‌طور محسوسی افزایش دهد.



شکل ۱۶- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و GEKO در سمت جریان همسو برای Ri=0.25 با مقادیر cnw مختلف

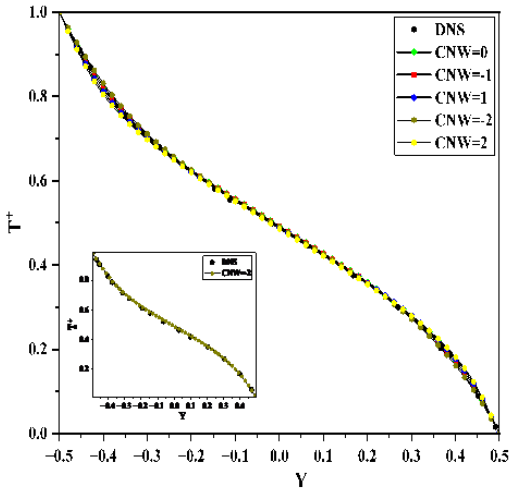
در مدل توربولانسی GEKO، اثر پارامتر CNW به موقعیت دیواره وابسته است. در نزدیکی دیواره گرم، به دلیل سرعت بالاتر جریان و غلبه اثرات برشی و شناوری، کاهش مقدار CNW موجب می‌شود رفتار جریان نزدیک دیواره با دقت بیشتری بازتولید شود و نتایج حاصل همخوانی بهتری با داده‌های DNS نشان دهند.

در مقابل، در نزدیکی دیواره سرد، جریان آرام‌تر بوده و شدت اثرات شناوری کمتر است. در این ناحیه، افزایش مقدار CNW تا ۲/۵ باعث بهبود عملکرد مدل در بازتولید رفتار جریان شده و پیش‌بینی‌ها همخوانی بیشتری با نتایج DNS نشان می‌دهند؛ همان‌گونه که در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود. به بیان دیگر، پارامتر CNW میزان حساسیت مدل به پدیده‌های نزدیک دیواره را کنترل می‌کند و مقدار بهینه آن برای دیواره‌های گرم و سرد یکسان نیست. این موضوع اهمیت تنظیم دقیق CNW را برای افزایش دقت مدل GEKO در نواحی مختلف جریان برجسته می‌سازد.

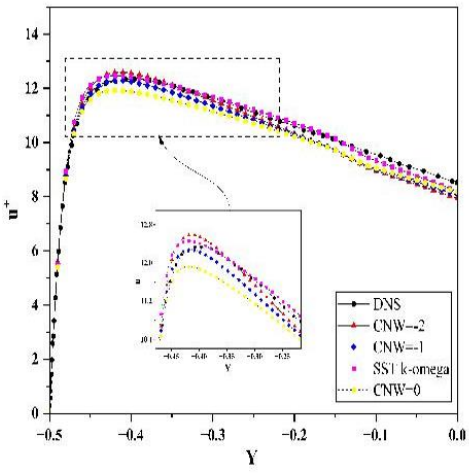


شکل ۱۷- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و GEKO در سمت جریان مخالف برای Ri=0.25 با مقادیر cnw مختلف

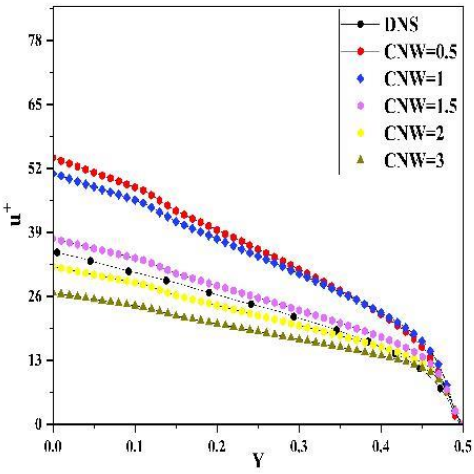
شکل ۱۸ توزیع دمای بدون بعد حاصل از مدل توربولانسی GEKO را نشان می‌دهد. با کاهش مقدار CNW تا منفی ۲، پیش‌بینی مدل همگرایی بیشتری با داده‌های DNS نشان داد و روند تغییرات دما در عرض کانال در اغلب نواحی با دقت مناسبی بازتولید شد. این نتایج بیانگر آن هستند که تنظیم مناسب پارامتر CNW موجب بهبود بازتولید گرادیان‌های حرارتی نزدیک دیواره شده و توانایی مدل GEKO را در پیش‌بینی جزئیات میدان دما تحت اثرات شناوری قوی افزایش می‌دهد.



شکل ۱۸- دمای بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و RANSدر محدوده کل جریان برای Ri=0.25 با مقادیر cnw مختلف



شکل ۱۹- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و GEKO در سمت جریان همسو برای Ri=0.5 با مقادیر cnw مختلف

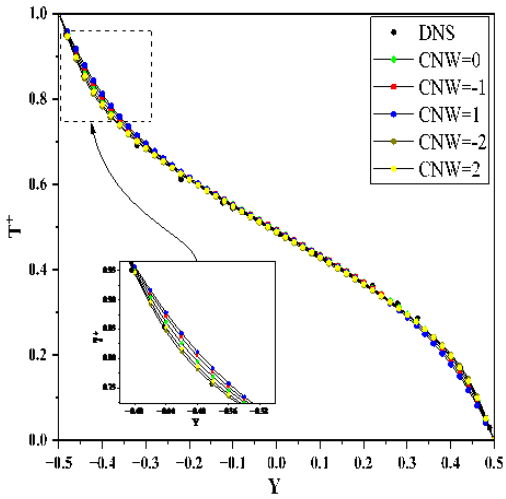


شکل ۲۰- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وGEKO در سمت جریان مخالف برای Ri=0.5 با مقادیر cnw مختلف

شکل ۱۹ توزیع سرعت بدون بعد در نزدیکی دیواره گرم را برای حالت با عدد ریچاردسون ۰/۵ نشان می‌دهد. با کاهش مقدارCNW ، پیش‌بینی مدل همگرایی بیشتری با نتایج مدل SST k-omega و داده‌های DNS نشان می‌دهد و روند تغییرات سرعت نزدیک دیواره با دقت بیشتری بازتولید شد.

شکل ۲۰ توزیع سرعت بدون بعد در نزدیکی دیواره سرد برای مقادیر مختلف CNW ارائه شده است. مشابه حالت Ri برابر ۰/۵، افزایش مقدار CNW موجب شد پیش‌بینی مدل توانایی بهتری در بازتولید پروفیل سرعت ناحیه سرد کانال نشان دهد. به ویژه مقادیر ۱/۵ و ۲ عملکرد مدل را بهبود بخشید.

شکل ۲۱ توزیع دمای بدون بعد حاصل از مدل GEKO برای Ri برابر ۰/۵ را نشان می‌دهد. کاهش مقدار CNW تا منفی ۲ موجب شد گرادیان‌های حرارتی نزدیک دیواره با دقت بیشتری بازتولید شوند و تطابق قابل توجهی با داده‌های DNS ایجاد گردد. این نتایج تأکید می‌کنند که تنظیم مناسب CNW توانایی مدل GEKO را در بازتولید جزئیات میدان دما تحت اثرات شناوری قابل‌توجه، افزایش می‌دهد.

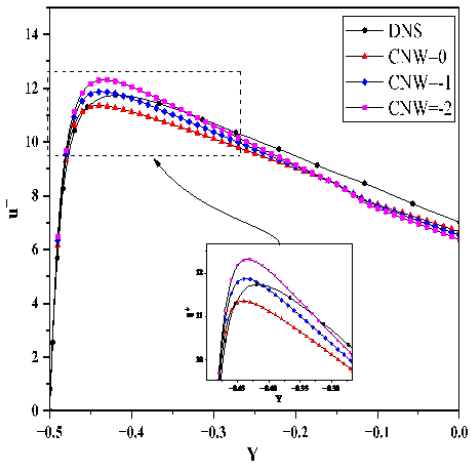


شکل ۲۱- دمای بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS وRANS در محدوده کل جریان برای Ri=0.5 با مقادیر cnw مختلف

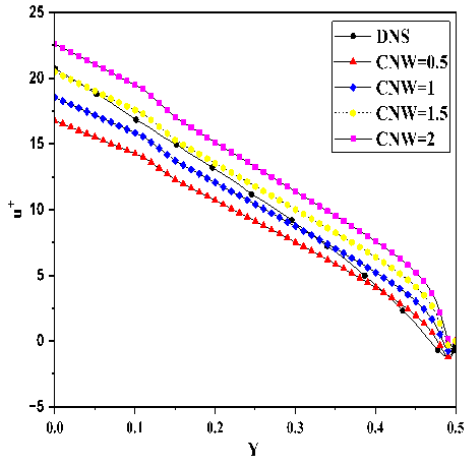
شکل ۲۲ توزیع سرعت بدون بعد نزدیک دیواره گرم را برای مدل توربولانسی GEKO در حالت Ri برابر ۱ نشان می‌دهد. همانند موارد قبلی، کاهش مقدار CNW موجب شد پیش‌بینی مدل همگرایی بیشتری با داده‌های DNS نشان دهد و روند تغییرات سرعت در ناحیه گرم کانال با دقت بیشتری بازتولید شود.

شکل ۲۳ نتایج سرعت نزدیک دیواره سرد را ارائه می‌دهد. مشابه حالات Ri برابر ۰/۲۵ و ۰/۵، افزایش مقدار CNW باعث شد پیش‌بینی مدل توانایی بهتری در بازتولید پروفیل سرعت ناحیه سرد کانال از خود نشان دهد.

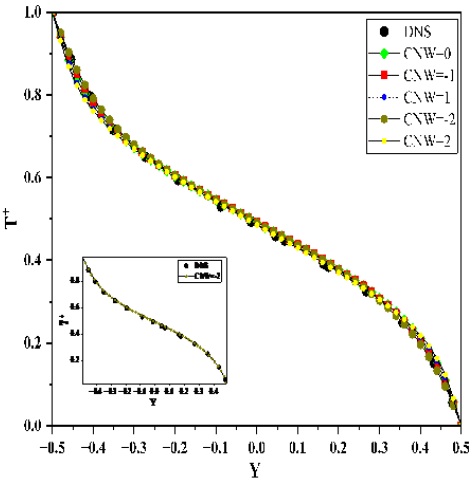
شکل ۲۴ توزیع دمای بدون بعد در کل دامنه جریان را نشان می‌دهد. در این حالت، کاهش مقدار CNW دقت مدل را بهبود بخشید و بهترین بازتولید میدان دما در نزدیکی دیواره‌ها برای CNW برابر منفی ۲ حاصل شد. مشابه نتایج مشاهده‌شده در Ri برابر ۰/۲۵ و ۰/۵، این یافته‌ها تأکید می‌کنند که تنظیم مناسب CNW نقش کلیدی در بازتولید دقیق سرعت و دما در نواحی مختلف جریان دارد و توانایی مدل GEKO را در شرایط با اثرات شناوری قوی افزایش می‌دهد.



شکل ۲۲- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و GEKO در سمت جریان همسو برای Ri =1 با مقادیر cnw مختلف



شکل ۲۳- سرعت بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و GEKO در سمت جریان مخالف برای Ri =1 با مقادیر cnw مختلف



شکل ۲۴- دمای بدون‌بُعد حاصل از نتایج DNS و RANS در محدوده کل جریان برای Ri =1 با مقادیر cnw مختلف

۷- جمع‌بندی

۱. در شرایط Ri=0.25، نتایج نشان دادند که نیروهای شناوری موجب افزایش سرعت در سمت جریان همسو و کاهش آن در سمت مخالف می‌شوند؛ در این میان، مدل‌های SST k-ω و BSL k-ω بهترین تطابق با داده‌های DNS را در هر دو سمت نشان دادند، در حالی‌که سایر مدل‌ها دقت کافی نداشتند.

۲. در شرایط Ri=0.5، نتایج نشان می‌دهند که در نزدیکی دیواره گرم، مدل‌های SST k-ω، BSL k-ω و k-ε Re- Enhanced روند DNS را به‌خوبی بازتولید می‌کنند، در حالی‌که در نزدیکی دیواره سرد تنها SST k-ω بیشترین تطابق را دارد؛ این موضوع بیانگر شدت اثرات شناوری در ناحیه سرد و محدودیت برخی مدل‌ها در بازتولید دقیق آن است.

۳. در حالت Ri=1، نتایج نشان می‌دهند که مدل‌های SST k-ω و k-ε Re-Enhanced بهترین بازتولید از داده‌های DNS را ارائه کرده‌اند، در حالی‌که مدل BSL k-ω با وجود افزایش اختلاف در اثرات شناوری، همچنان روند کلی پروفیل سرعت را نزدیک به DNS حفظ می‌کند؛ همچنین در نزدیکی دیواره سرد، BSL k-ω بیشترین تطابق را نشان داده و سایر مدل‌ها دچار کم‌برآوردی سرعت شده‌اند.

۴. با افزایش عدد ریچاردسون از Ri=0.25 تا Ri=1، مشخص شد که مدل توربولانسی SST k-ω به تدریج دقت بیشتری پیدا کرده و نتایج آن بیشترین همخوانی را با داده‌های DNS نشان داده است.

۵. با افزایش عدد ریچاردسون از Ri=0.25 تا Ri=1، تمامی مدل‌های توربولانسی مورد بررسی توانستند روند میدان دما را به‌طور قابل قبولی بازتولید کنند و نتایجی نزدیک به داده‌های DNS ارائه دهند. این موضوع نشان می‌دهد که مدل‌ها حتی با شدت یافتن اثرات شناوری نیز از پایداری و قابلیت اعتماد مناسبی برخوردار هستند.

۶. با تنظیم پارامتر CNW مدل توربولانسی GEKO نتایج به‌طور چشمگیری بهبود یافت. به‌طور خاص، کاهش CNW تا ۲- موجب بهبود پیش‌بینی‌ها در نزدیکی دیواره گرم شد و افزایش آن تا حدود ۲٫۵+ دقت مدل در دیواره سرد را بالا برد، به‌گونه‌ای که در برخی نقاط نتایج GEKO حتی به داده‌های DNS نزدیک‌تر از سایر مدل‌ها شدند.

۷. نکته بسیار حائز اهمیت این است که با تنظیم CNW=-2 برای اعداد ریچاردسون در بازه ۰/۲۵ تا ۱، نتایج حاصل از شبیه‌سازی میدان دما، تطابق بسیار خوبی با نتایج DNS نشان داد.

علائم انگلیسی

Gr	عدد گراشهف
g	شتاب جاذبه
K_f	ضریب رسانش حرارتی سیال، wmk
P	فشار، Pa
Pr	عدد پرانتل
Re	عدد رینولدز
Ri	عدد ریچاردسون
T_f	دمای سیال ورودی، K
U_f	سرعت سیال ورودی، ms
u	مؤلفه سرعت در جهت X
v	مؤلفه سرعت در جهت Y
D_h	قطر هیدرولیکی

علائم یونانی

α	انتشار حرارتی سیال، m^2/s
μ	ویسکوزیته دینامیکی سیال، kg/ms
ρ	چگالی سیال، kg/m^3
ϑ	لزجت سینماتیک، m^2/s
β	ضریب انبساط حرارتی

مراجع

[1] Hodes, M., Zhang, R., Lam, L. S., WilcoXon, R., & Lower, N. (2013). On the potential of galinstan-based minichannel and minigap cooling. IEEE Trans. Compon., Packag. Manuf. Technol., 4(1), 46-56.

[2] Wu, T., Wang, L., Tang, Y., Yin, C., & Li, X. (2022). Flow and heat transfer performances of liquid metal based microchannel heat sinks under high temperature conditions. Micromachines, 13(1), 95.

[3] Zhou, J. D., Tang, Y. H., Wu, J. J., Yang, J. C., & Ni, M. J. (2025). Experimental study on mixed convection of liquid metal GaInSn. Int. J. Heat Fluid Flow, 116, 109995.

[4] Mollaei, A., & Rahmati, A. R. (2024). Enhancement of mixed convection heat transfer of liquid metal in a single-channel heat sink under a uniform external magnetic field. J. Struct. Fluid Mech., 14(2), 77-94.

[5] Rahmati, A. R., & Molaei, A. (2024). Investigation on the effect of magnetic field on forced convection heat transfer of liquid metals in a microchannel heat sink. J. Comput. Methods Eng., 42(2), 149-166.

[6] Rahmati, A. R., & Mollaei, A. (2024). Numerical simulation of forced convection heat transfer of liquid metals in a microchannel heat sink under a magnetic field. J. Struct. Fluid Mech., 13(6), 121-137.

[7] Wang, Z. H., & Zhou, Z. K. (2019). EXternal natural convection heat transfer of liquid metal under the influence of the magnetic field. Int. J. Heat Mass Transf., 134, 175-184.

[8] Hajmohammadi, M. R., GholamreZaie, S., Ahmadpour, A., & Mansoori, Z. (2020). Effects of applying uniform and non-uniform eXternal magnetic fields on the optimal design of microchannel heat sinks. Int. J. Mech. Sci., 186, 105886.

[9] Abadeh, A., Sardarabadi, M., Abedi, M., PourrameZan, M., Passandideh-Fard, M., & Maghrebi, M. J. (2020). EXperimental characteriZation of magnetic field effects on heat transfer coefficient and pressure drop for a ferrofluid flow in a circular tube. J. Mol. Liq. 299, 112206.

[10] Nouri, R., Gorji-Bandpy, M., & Domiri Ganji, D. (2014). Numerical investigation of magnetic field effect on forced convection heat transfer of nanofluid in a sinusoidal channel. Modares Mech. Eng., 13(14), 43-55.

[11] Kargar Sharifabad, H., & Falsafi, M. (2015). Numerical modeling of internal convection heat transfer of magnetic fluid in the pulse magnetic field and different time frequencies. Modares Mech. Eng., 15(6), 91-98.

[12] Wang, Z. H., & Lei, T. Y. (2020). Liquid metal MHD effect and heat transfer research in a rectangular duct with micro-channels under a magnetic field. Int. J. Therm. Sci., 155, 106411.

[13] Ishak, A., NaZar, R., Bachok, N., & Pop, I. (2010). MHD miXed convection flow near the stagnation-point on a vertical permeable surface. Physica A: Stat. Mech. Appl., 389(1), 40-46.

[14] Soleimanpour, M., & Farhadi, M. (2015). The effect of magnetic field on heat transfer and flow characteristics in nanofluids. Int. J. Heat Mass Transf., 84, 348-355.

[15] Jafari, M., & Baghery, M. (2016). Effect of magnetic field on heat transfer in ferrofluids under laminar flow conditions. J. Magn. Magn. Mater., 416, 46-52.

[16] Albets-Chico, X., Grigoriadis, D. G. E., Votyakov, E. V., & Kassinos, S. (2013). Direct numerical simulation of turbulent liquid metal flow entering a magnetic field. Fusion Eng. Des., 88(12), 3108-3124.

[17] Luchinkin, N. A., Razuvanov, N. G., Polyanskaya, O. N., Sokolov, M. A., & Burdyukova, E. A. (2022). Heat transfer in a liquid metal upflow in a pipe with mixed turbulent convection complicated by the influence of magnetic field. J. Eng. Phys. Thermophys., 95(6), 1548-1559.

[18] Jalil, J. M., & Al-Tae'y, K. A. (2007). MHD turbulent natural convection in a liquid metal filed square enclosure. Emir. J. Eng. Res., 12(2), 31-40.

[19] Araseki, H., & Kotake, S. (1994). Numerical method for analysis of turbulent liquid metal magnetohydrodynamic flow. Nucl. Eng. Des., 152(1-3), 231-241.

[20] Guo, Y., Su, X., Wang, G., Chen, Q., & Gu, L. (2025). Numerical Investigation of Turbulent Mixed Convection of Liquid Metal in Inclined Tube Based on Second-order Differential Heat Flux Model. At. Energy Sci. Technol., 59(2), 360-371.

[21] Fu, H., Chen, J., Tong, Y., Peng, S., Liu, F., Lyu, X., & Zhao, H. (2025). New Nusselt Number Correlation and Turbulent Prandtl Number Model for Turbulent Convection with Liquid Metal Based on Quasi-DNS Results. Energies, 18(3), 547.

[22] Fico, F., Xia, H., & Langella, I. (2025). Magnetohydrodynamic Turbulence in Bounded Liquid Metal Flows. In Cambridge Unsteady Flow Symposium (pp. 439-453). Springer, Cham.

[23] Alemany, A., Moreau, R., Sulem, P. L., & Frisch, U. (1979). Influence of an external magnetic field on homogeneous MHD turbulence. J. Mec., 18(2), 277-313.

[24] Blishchik, A., & Kenjereš, S. (2022). Turbulence suppression and regeneration in a magnetohydrodynamic duct flow due to influence of

arbitrary electrically conductive walls. Phys. Fluids, 34(4), 045101.

[25] Boeck, T., Krasnov, D., & Zienicke, E. (2007). Numerical study of turbulent magnetohydrodynamic channel flow. J. Fluid Mech., 572, 179-188.

[26] Burattini, P., Zikanov, O., & Knaepen, B. (2010). Decay of magnetohydrodynamic turbulence at low magnetic Reynolds number. J. Fluid Mech., 657, 502-538.

[27] Zikanov, O., Krasnov, D., Boeck, T., Thess, A., & Rossi, M. (2014). Laminar-turbulent transition in magnetohydrodynamic duct, pipe, and channel flows. Appl. Mech. Rev., 66(3), 030802.

[28] Levchenya, A. M., Galaev, S. A., & Ris, V. V. (2025). Influence of the Prandtl Number on Heat Transfer Intensification in a Developed Turbulent Flow in a Channel with One Finned Wall. J. Eng. Phys. Thermophys., 1-10.

[29] Pucciarelli, A., Shams, A., & Forgione, N. (2023). Numerical prediction of turbulent flow and heat transfer in buoyancy-affected liquid metal flows. Ann. Nucl. Energy, 186, 109773.