



پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی ورق ترک‌دار با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین

سید احسان علوی^۱، حسام مکوندی^{۲*}^۱ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز - پردیس صنعتی شهدای هویزه، دشت آزادگان، ایران.^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد بین‌المللی اروند، دانشگاه آزاد اسلامی، آبادان، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۲۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۷

چکیده

در این تحقیق فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم یک ورق ترک‌دار با تکیه‌گاه‌های ساده با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین جنگل تصادفی و رگرسیون خطی پیش‌بینی می‌شود. ابتدا تعداد ۲۰۰ مشاهده به عنوان مجموعه داده‌های آزمایشی و تئوری جهت پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی استخراج شد. طول، عمق و محل ترک به عنوان پارامترهای موثر بر فرکانس‌های طبیعی انتخاب شد. همچنین بصورت تصادفی از ۸۰٪ داده‌ها جهت آموزش و از ۲۰٪ داده‌ها جهت آزمایش مدل ایجاد شده استفاده شد. جهت ارزیابی عملکرد مدل‌های ایجاد شده شاخص‌های مختلف آماری برای داده‌های آموزشی و آزمایشی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی با استفاده از هر دو روش دارای دقت بسیار بالا برای داده‌های آموزشی و آزمایشی است. ملاحظه شد که بالاترین میزان ضریب همبستگی برای داده‌های آموزش و آزمایش به ترتیب ۰/۹۹۹ و ۰/۹۹۲ است. همچنین بیشترین مقدار ریشه میانگین مربعات خطا برای داده‌های آموزش و آزمایش به ترتیب ۰/۴۳ و ۲/۷ حاصل شد که بیانگر دقت بسیار بالای مدل پیشنهادی است. همچنین از بررسی قابلیت اعتماد و تعمیم‌پذیری مدل‌ها مشاهده شد که مدل ایجاد شده بوسیله روش جنگل تصادفی در همه فرکانس‌ها پایداری و تعمیم‌پذیری بالاتری دارد.

کلمات کلیدی: فرکانس طبیعی؛ ترک، یادگیری ماشین؛ جنگل تصادفی؛ پیش‌بینی؛ ضریب همبستگی.

The Prediction of Natural Frequencies of Cracked Plates Using the Machine Learning Methods

Sayed Ehsan Alavi¹, Hesam Makvandi^{2,*}¹ Assist. Prof., Faculty of Engineering, ShohadayeHoveizeh Campus of Technology, Shahid Chamran University of Ahvaz, DashtAzadegan, Iran.² Assist. Prof., Department of Mechanical Engineering, Arvand International Branch, Islamic Azad University, Abadan, Iran.

Abstract

In this study, the first to fourth natural frequencies of a cracked plate with simply supported boundary conditions are predicted using machine learning methods, namely Random Forest and Linear Regression. Initially, a dataset comprising 200 observations was generated based on experimental and theoretical data to facilitate the prediction of natural frequencies. The crack characteristics (length, depth and location) were selected as the key parameters influencing the natural frequencies. Furthermore, 80% of the data was randomly assigned for training and 20% for testing the developed models. To evaluate the performance of the proposed models, various statistical indicators were analyzed for both the training and testing datasets. The results demonstrated that both methods yield highly accurate predictions of the natural frequencies for both training and testing data. The highest correlation coefficients for the training and testing datasets were observed to be 0.999 and 0.992, respectively. Moreover, the highest root mean square error (RMSE) values for the training and testing datasets were found to be 0.43 and 2.7, respectively, indicating the high precision of the proposed models. Additionally, an assessment of the reliability and generalizability of the models revealed that the Random Forest-based model exhibited greater stability and generalization capability across all frequency modes.

Keywords: Natural Frequency; Crack; Machine Learning; Random Forest; Prediction; Correlation Coefficients.

۱- مقدمه

بررسی تأثیر ترک‌ها در رفتار سازه‌ها همواره یک موضوع تحقیقاتی مهم در حوزه‌های مختلف صنعتی همچون مهندسی هوافضا، مکانیک، دریایی و عمران بوده است. از آنجا که وجود ترک‌ها یکی از عوامل متداول خرابی سازه‌ها می‌باشد لذا شناسایی ترک‌ها در سازه‌ها برای جلوگیری از هرگونه خرابی فاجعه بار و حفظ یکپارچگی و عملکرد سازه بسیار مهم است. در دو دهه گذشته مطالعات جامعی در این زمینه در قالب مطالعات مستقیم و معکوس توسط محققین انجام شده است. اسماعیل و کارتمل [۱] یک رویکرد تحلیلی برای تجزیه و تحلیل ارتعاشات اجباری یک ورق حاوی یک ترک سطحی با جهت زاویه‌ای متغیر ارائه نمودند. ایشان از تئوری ورق کلاسیک استفاده نموده و ترک را بر اساس یک مدل فنر خطی ساده مدل‌سازی نمودند. همچنین با استفاده از فرمول برگر، معادلات حاکم بر حرکت مدل ورق ترک‌دار را به یک سیستم غیرخطی مکعبی تبدیل نموده و رفتار غیر خطی مدل ورق ترک‌دار را با استفاده از روش اغتشاش مقیاس‌های چندگانه بررسی نمودند. باس و موهانتی [۲] به تجزیه و تحلیل ارتعاشات یک ورق همسانگرد نازک مستطیلی با ترک سطحی با جهت گیری و موقعیت دلخواه با استفاده از تئوری ورق کیرشهوف پرداختند. به این منظور ابتدا معادله دیفرانسیل حاکم بر یک ورق ترک‌دار را فرموله نمودند و به منظور حل مسئله با استفاده از فرمول برگر، معادله دیفرانسیل را به معادله دافینگ با غیرخطی‌های مکعبی و درجه دوم تبدیل کرده و سپس معادله دافینگ را با روش مقیاس‌های چندگانه (MMS) حل کردند و منحنی پاسخ فرکانسی را استخراج نمودند. جوشی و همکاران [۳] یک مدل تحلیلی برای بررسی ارتعاشات غیرخطی در یک ورق ایزوتروپیک مستطیل شکل ترک‌دار حاوی یک ترک داخلی منفرد و دو ترک عمود بر هم (موازی لبه‌های ورق) واقع در مرکز ورق ارائه کردند. ایشان معادلات حرکت برای ورق ترک‌دار ایزوتروپیک را بر اساس تئوری ورق کلاسیک استخراج و اثر ترک‌های داخلی را با استفاده از مدل فنر خطی اصلاح لحاظ نمودند.

جوشی و همکاران [۴] یک مدل تحلیلی به منظور بررسی ارتعاشات آزاد و کمانش حرارتی خطی هندسی یک ورق ایزوتروپیک مستطیلی نازک حاوی یک ترک داخلی واقع در مرکز صفحه با استفاده از نظریه صفحه کلاسیک پیشنهاد

دادند. ترک با استفاده از مدل فنر خطی فرموله شده و اثر نیروهای داخلی ورق به دلیل گرم شدن یکنواخت ورق ترک خورده در نظر گرفته شد. سپس با استفاده از روش گالرکین، معادله بدست آمده به معادله دافینگ تبدیل و اثر افزایش یکنواخت دما بر فرکانس‌های طبیعی بررسی شد. سونی و همکاران [۵] یک مدل تحلیلی برای تحلیل ارتعاشات ورق‌های مستطیلی ترک‌دار در تماس با سیال را ارائه نمودند. ایشان به منظور استخراج معادله حاکم بر حرکت برای صفحه همسانگرد، از تئوری صفحه کلاسیک با مدل فنر خط ساده استفاده نموده و تأثیر محیط سیال اطراف را به شکل اثرات اینرسی بر اساس تابع پتانسیل سرعت و معادلات برنولی در معادله حاکم گنجانده. سپس با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، پاسخ فرکانسی و دامنه پیک سازه ترک خورده را بررسی نمودند. مرادی و همکاران [۶] روشی را به منظور تجزیه و تحلیل ارتعاشات آزاد ورق کمانش‌یافته ترک‌دار تحت یک بار فشاری تک محوری معرفی نمودند. ایشان ترک را به صورت باز در نظر گرفته و توسط یک فنر چرخشی خطی بدون جرم مدل‌سازی نمودند و معادلات دیفرانسیل حاکم را با استفاده از نظریه میندلین، با در نظر گرفتن اثر نقص اولیه، به دست آورده و با استفاده از روش المان کوادراتور دیفرانسیلی حل نمودند. الرجوب و الشنتاوی [۷] بر روی پیش‌بینی فرکانس طبیعی یک ورق (FGM) با تکیه‌گاه ساده و با درجه بندی تابعی با توزیع تخلخل یکنواخت و یک ترک سطح جانبی متمرکز شدند. ایشان با استفاده از پاسخ ناویر، پاسخ تحلیلی برای ارتعاشات آزاد یک ورق متخلخل FGM با تکیه‌گاه ساده ارائه نمودند.

جو و همکاران [۸] به بررسی ارتعاشات غیرخطی ورق میندلین با ترک جانبی با در نظر گرفتن پیش بارگذاری درون ورق پرداختند. ایشان به این منظور از تئوری ورق میندلین و تئوری ورق غیرخطی فون کارمن به منظور محاسبه انرژی‌های پتانسیل و جنبشی لایه‌های بارگذاری شده ترک دار استفاده و از روش ریتز با توابع ویژه قابل قبول برای تعیین نتایج تنش اولیه در ورق استفاده نمودند. رحیمی و همکاران [۹] ارتعاشات آزاد تیر مدرج تابعی دارای ترک عرضی را بر اساس نظریه مرتبه بالای ردی با شرایط مرزی دوسرگیردار مورد مطالعه قرار دادند. آنها به این منظور خواص مکانیکی تیر مدرج تابعی را به صورت نمایی در جهت ضخامت تیر در نظر گرفتند و برای استخراج پاسخ فرم بسته برای فرکانس‌های طبیعی از روش ریتز استفاده

نموده و اثرات پارامترهای مختلف از جمله نسبت لاغری، مکان ترک، عمق ترک و گرادیان مواد بر روی پاسخ فرکانسهای طبیعی تیر را مورد بررسی قرار دادند. راضا و همکاران [۱۰] به بررسی اثر تخلخل بر ویژگی‌های ارتعاشی ورق مدرج تابعی ترک‌دار پرداختند. آنها از روش المان محدود توسعه یافته و نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر (*HSDT*)، به مطالعه رفتار ورق مدرج تابعی ترک‌دار پرداختند. دیوودی و همکاران [۱۱]،

یک رویکرد *XFEM* مرتبه بالاتر برای تحلیل ارتعاش خمشی آزاد در ورق چند لایه کامپوزیت ترک خورده با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر ارائه و اجرا نمودند. ایشان به منظور بررسی ارتعاشات آزاد سازه از توابع غنی‌سازی نوک مرتبه بالاتر (ترم 2^2) برای شبیه‌سازی ترک در ورق چند لایه استفاده نمودند. این توابع غنی‌سازی به‌طور مؤثری همه جابجایی‌ها و چرخش‌های قابل تصور در نزدیکی ناحیه نوک ترک را مدل می‌کنند. آنها یک تحلیل مقایسه‌ای بین *XFEM* مرتبه بالاتر و رویکرد *XFEM* معمولی از نظر دقت محاسباتی و چندین مثال عددی برای نشان دادن دقت این توابع غنی‌سازی مرتبه بالاتر ارائه نمودند.

لی و همکاران [۱۲] ارتعاشات آزاد ورق از جنس مواد درجه بندی شده ترک خورده (*FGM*) در سیال را بررسی نمودند. به این منظور تئوری ورق میندیلین (*MPT*) شامل اثر تغییر شکل برشی ایجاد شده و صفحه خنثی فیزیکی برای ساده‌سازی در نظر گرفته شده و از یک مدل فنر چرخشی خطی بدون جرم (*LRS*) برای شبیه‌سازی ترک سطحی عرضی استفاده شده است. ایشان به منظور حل معادلات بدست آمده از این روش از روش کوادراتور دیفرانسیلی استفاده و فرکانس‌ها و شکل مودهای سیستم را محاسبه نمودند. ما و همکاران [۱۳] یک چارچوب انتشار موج تحلیلی را برای بررسی ارتعاشات اجباری حالت پایدار ورق‌های حاوی ترک‌های سطحی توسعه دادند. ورق‌های بررسی شده، نازک، مستطیلی، با شکاف‌هایی با عرض جزئی و تمام عرض در نظر گرفته شدند. امواج تحلیلی با حل معادلات دوگانه ورق ایجاد شده با توجه به مدل فنر خطی (*LSM*) ترک به دست می‌آیند. معادلات دوگانه تشکیل شده با حل همزمان متغیرهای سینماتیکی و متغیرهای دینامیکی دوگانه آنها تشکیل شدند. ژانگ و همکاران [۱۴] ارتعاشات آزاد ورق‌های کامپوزیت متخلخل تقویت شده با پلاک‌های گرافن درجه بندی شده

با یک سوراخ الماس شکل و دو ترک را بررسی نمودند. ایشان با استفاده از تئوری ورق میندیلین-ریزنر و اصل همپلتون، معادلات حاکم و شرایط مرزی را استخراج نموده و معادلات بدست آمده را با استفاده از روش المان محدود کوادراتور دیفرانسیلی تعمیم یافته (*GDQFEM*) گسسته نموده و فرکانس طبیعی را بدست آوردند.

با توجه به پیچیدگی‌های روش‌های تحلیلی و عددی در بررسی دینامیک سازه‌های ترک‌دار، در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های ریشه گرفته از هوش مصنوعی در بررسی رفتار سازه‌های ترک‌دار افزایش یافته است. کومار و همکاران [۱۵] از مدل‌سازی مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی (*ANN*) برای تشخیص ترک در تیرها استفاده نمودند. به این منظور یک مجموعه داده با انجام تحلیل مودال با استفاده از نرم افزار *ANSYS* ایجاد شد و این مجموعه داده به عنوان یک مجموعه آموزشی به شبکه عصبی وارد شد. به این طریق ایشان موفق شدند یک شبکه عصبی برای تشخیص محل ترک را آموزش دهند. گومرا و بالیم [۱۶] به توسعه یک سیستم هوش مصنوعی، مبتنی بر شبکه‌های عصبی کانولوشن و الگوریتم‌های یادگیری ماشین برای ارزیابی تصاویر عکاسی از سطوح بتنی برای بررسی وجود و ویژگی‌های ترک در سطوح بتنی پرداختند. شبکه‌های عصبی کانولوشن، تکنیک‌های یادگیری عمیق هستند که به ویژه برای دسته‌بندی تصاویر مفید هستند. بررسی انجام شده توسط آنها نشان داد که مدل هوش مصنوعی در طبقه بندی تصاویر ترک‌دار و بدون ترک ۹۹٫۶ درصد دقت دارد. همچنین میانگین خطای محاسبه طول ترک و عرض ترک به ترتیب ۱/۵ و ۵ درصد بود که نویدبخش امکان توسعه یک سیستم هوش مصنوعی تمام عیار برای پشتیبانی از بازرسی و نگهداری می‌باشد.

ستپیوت و همکاران [۱۷] روشی کارآمد مبتنی بر هوش مصنوعی و خواص ارتعاشی سازه را برای تشخیص و شناسایی ترک‌های سطحی با جهت دلخواه در صفحات همسانگرد، از نظر پنج پارامتر، یعنی موقعیت طولی و عرضی، طول، عمق و جهت ارائه نمودند. برای دستیابی به این هدف، ایشان یک راه حل تحلیلی مبتنی بر انرژی کرنش برای تولید داده‌های مصنوعی استفاده نمودند که تغییرات در فرکانس‌های طبیعی را برای مکان‌ها و شدت‌های مختلف ترک بر اساس شبیه‌سازی بدون نویز تعیین می‌کند. همچنین آنها مسئله معکوس، یعنی

تعیین پارامترهای ترک بر اساس تغییرات اندازه‌گیری شده در فرکانس‌های طبیعی را بر اساس استفاده از داده‌های مصنوعی با تکنیک بهینه سازی مبتنی بر گرادینت حل نمودند.

سالگادو-آنکونا و همکاران [۱۸] به تجزیه و تحلیل و مقایسه‌ی کاربرد و اثربخشی الگوریتم‌های مختلف یادگیری ماشین مبتنی بر ارتعاش برای تشخیص وجود ترک، شناسایی پره ترک‌خورده و مکان‌یابی ناحیه‌ای که ترک در پره‌های چرخان یک توربین بادی کوچک رخ می‌دهد، پرداختند. ایشان مشاهده نمودند که به طور کلی، مدل‌های نزدیکترین k -همسایه از نظر کارایی آموزش، حتی با افزایش اندازه نمونه، برندگان قطعی هستند. درخت تصمیم‌گیری از نظر سرعت تست، کارآمدترین الگوریتم است و پس از آن ماشین بردار پشتیبان، الگوریتم‌های پرسپترون چندلایه و نزدیکترین k -همسایه قرار دارند. کارپا و همکاران [۱۹] با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین روشی را به منظور تعیین ترک ریشه چرخ‌دنده و درجه آن با رویکرد تشخیص مبتنی بر ارتعاشات ارائه نمودند. ایشان در این مطالعه، ترک ریشه چرخ‌دنده و درجه آن برای تشخیص ترک چرخ‌دنده در حالت سالم و چهار اندازه ترک مختلف (۰.۲۵٪-۰.۵۰٪-۰.۷۵٪-۱.۰۰٪) مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و بدین ترتیب، روشی برای تشخیص زودهنگام عیب بدون نیاز به مجموعه داده‌های تجربی بزرگ ارائه نمودند. آوارزمانی و همکاران [۲۰] یک تکنیک تشخیص آسیب با استفاده از تحلیل رگرسیون برای سازه‌های کامپوزیتی ساندویچی با هسته مشبک ارائه نمودند که قادر به شناسایی و مکان‌یابی چندین ترک و لایه لایه شدن و همچنین نقص‌های همزمان در سازه است. نتایج نشان می‌دهد که رگرسیون، k -نزدیک‌ترین همسایگی و رگرسیون درخت تصمیم‌گیری به ترتیب موفق‌ترین توابع بوده‌اند و مدل‌های طبقه‌بندی آسیب، آسیب و محل آن را در سازه کامپوزیت به طور دقیق شناسایی کرده‌اند و به نرخ دقت تقریبی ۹۸.۸٪ دست یافته‌اند. حسین تبار مرزبالی و همکاران [۲۱] از روش یادگیری عمیق بر تکنیک حافظه طولانی کوتاه-مدت به منظور تشخیص عیوب در یاتاقان‌های ماشین‌های القایی قفسه سنجابی استفاده نمودند. ایشان از شبکه عمیق یادگیری سری زمانی برای پایش وضعیت یاتاقان در ماشین‌های الکتریکی به منظور دسته‌بندی و شناسایی نوع خطا استفاده و مشاهده

نمودند که روش یادگیری عمیق ارائه شده با دقت بالای ۹۰ درصد امکان شناسایی و دسته‌بندی خطای یاتاقان را داراست. هدف این مطالعه پیشنهاد روش متمایزی بر اساس یادگیری ماشین برای مدل‌سازی تأثیر ترک بر فرکانس‌های طبیعی ورق است. در این مطالعه، با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین فرکانس‌های طبیعی اول یک ورق ترک‌دار با تکیه‌گاه‌های ساده بصورت دقیق پیش‌بینی می‌گردد و عملکرد مدل‌های یادگیری ماشین بصورت جامع بررسی می‌شود. به این منظور تعداد ۲۰۰ مشاهده، شامل ۵۰ داده آزمایشی و ۱۵۰ داده تئوری، جهت آموزش و سنجش عملکرد روش یادگیری ماشین مورد استفاده قرار می‌گیرد که از ۸۰٪ داده‌ها جهت آموزش و از ۲۰٪ داده‌ها جهت سنجش مدل ایجاد شده استفاده خواهد شد. از آنجاکه از روش پیشنهادی می‌توان به منظور تحلیل‌های معکوس و یافتن خصوصیات ترک با استفاده از فرکانس‌های طبیعی استفاده نمود، ارائه مدلی بر مبنای یادگیری ماشین به منظور استخراج خواص دینامیکی سازه‌های ترک‌دار از اهمیت بسیاری برخوردار است.

۲- تئوری و آزمایش

در این بخش ابتدا معادلات حاکم بر ورق استخراج و روش مدل‌سازی ترک در معادلات معرفی شده و سپس تجهیزات و سازه مورد استفاده در آزمایش‌های تجربی معرفی می‌شود.

۲-۱- تئوری حاکم بر ورق

در این قسمت معادلات دیفرانسیلی حاکم بر ارتعاشات ورق-های ضخیم استخراج شده است. به این منظور با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول میندلین و روابط کرنش-جابجایی ون کارمن، کرنش‌های صفحه میانی ورق به‌صورت روابط (۱) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \varepsilon_z &= 0 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \alpha}{\partial y} + z \frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \gamma_{xz} &= \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \alpha \right) \\ \gamma_{yz} &= \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \beta \right)\end{aligned}\quad (1)$$

$$M_y = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial\beta}{\partial y} + \nu\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right) \quad (۸)$$

$$M_{xy} = -\frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\left(\frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\alpha}{\partial x}\right) \quad (۹)$$

$$Q_x = K_s Gh(\alpha + \frac{\partial w}{\partial x}) \quad (۱۰)$$

$$Q_y = K_s Gh(\beta + \frac{\partial w}{\partial y}) \quad (۱۱)$$

در اینجا G ، مدول برشی و K_s ضریب تصحیح برشی می-باشد. با نوشتن معادلات دیفرانسیلی حرکت برای المان نمایش داده شده در شکل ۱ در جهات x و y و z می توان معادلات حرکت ورق را مشابه روابط (۱۲) الی (۱۴) در این جهات یافت.

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (۱۲)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (۱۳)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial N_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \\ + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (۱۴)$$

در اینجا μ حاصلضرب چگالی ورق در ضخامت آن است. همچنین با محاسبه گشتاور حول محورها x و y به دو معادله تعادل دیگر دست یافته می شود:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = I_x \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} \quad (۱۵)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = I_y \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} \quad (۱۶)$$

در این روابط $I_x = I_y = \frac{bh^3}{12}$ می باشد که ρ چگالی ورق مورد نظر است. با جایگذاری روابط (۴) الی (۱۱) در روابط (۱۲) الی (۱۶)، و با صرف نظر نمودن از عبارات غیرخطی معادلات دیفرانسیلی حرکت ورق، بر حسب جابجایی ها u ، v و w دوران های α و β مطابق روابط (۱۷) الی (۲۱) حاصل می گردند.

$$\frac{Eh}{1-\nu^2}[u_{,xx} + \nu(v_{,xy})] + \frac{Eh}{2(1+\nu)}[u_{,yy} + v_{,xy}] = \mu \ddot{u} \quad (۱۷)$$

$$\frac{Eh}{1-\nu^2}[v_{,yy} + \nu(u_{,xy})] + \frac{Eh}{2(1+\nu)}[u_{,xy} + v_{,xx}] = \mu \ddot{v} \quad (۱۸)$$

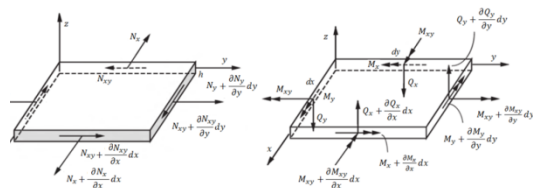
$$\begin{aligned} K_s Gh(\alpha_{,x} + w_{,xx}) + K_s Gh(\beta_{,y} + w_{,yy}) \\ + \frac{Eh}{1-\nu^2}(u_{,x} w_{,xx}) = \mu \ddot{w} \end{aligned} \quad (۱۹)$$

در اینجا u ، v و w به ترتیب جابجایی ها در راستای محورها x ، y و z می باشد. همچنین α و β به ترتیب چرخش حول محورها y و x می باشند. همچنین با توجه به روابط (۲) تنش در مواد همسانگرد را می توان بر حسب کرنش های ورق بدست آورد:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{yy} + \nu\epsilon_{xx}) \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\epsilon_{yy} + \nu\epsilon_{xx}) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)}(\gamma_{xy}) \\ \tau_{xz} &= \frac{E}{2(1+\nu)}(\gamma_{xz}) \\ \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)}(\gamma_{yz}) \end{aligned} \quad (۲)$$

با استفاده از معادلات (۱) و (۲)، و با جایگذاری مقادیر تنش های منتجه در معادله (۳) نیروها و گشتاورهای ناشی از بارگذاری را می توان به صورت معادله (۴) الی (۱۱) نوشت. نیروها و گشتاورهای منتجه وارد بر المان های ورق در شکل ۱ نمایش داده شده است.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \right\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \right\} (1, z) dz \\ \left\{ \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} \right\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \right\} dz \end{aligned} \quad (۳)$$



شکل ۱- نیروها و گشتاورهای منتجه وارد بر المان ورق

$$N_x = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (۴)$$

$$N_y = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (۵)$$

$$N_{xy} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (۶)$$

$$M_x = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \nu \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) \quad (۷)$$

یک تحلیلگر سیگنال (*B&K type 3032A*) تحلیل شده تا ۴ فرکانس نخست ورق مورد نظر بدست آید. سازه مورد استفاده در این آزمایش‌های در شکل ۲ نمایش داده شده‌است.



شکل ۲- سازه آزمایش

مطالعه انجام شده برای ورق‌های مربعی از جنس پی وی سی به طول و عرض ۰.۵ m، ضخامت ۶ mm، مدول الاستیسیته ۳.۷ GPa، چگالی ۱۴۰۰ Kg/m³ و ضریب پواسون ۰.۳ می‌باشد. ورق مورد نظر دارای یک ترک موازی با ضلع مربع می‌باشد. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای این ورق شرایط مرزی چهار طرف ساده می‌باشد که با استفاده از شیار ۷-شکل و تکیه‌گاه دو میله‌ای مطابق شکل ۳ مدل‌سازی شده است. پس از قرارگیری ورق درون سازه، تحریک توسط ضربه چکش اعمال و پاسخ ورق به کمک سنسور جمع‌آوری می‌شود. پس از آن با انجام تبدیل فوریه سریع^۱ بر روی داده‌های نیرو و پاسخ ورق، منحنی پاسخ فرکانسی سازه بدست آمده و فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات ورق استخراج می‌شود.



شکل ۳- مدل‌سازی شرایط مرزی ورق

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\alpha_{xx} + \nu\beta_{xy}) + \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\alpha_{yy} + \beta_{xy}) - K_s Gh(\alpha + w_x) = I_y \ddot{\alpha} \quad (20)$$

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\beta_{xx} + \nu\alpha_{xy}) + \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\alpha_{xy} + \beta_{xx}) - K_s Gh(\beta + w_y) = I_y \ddot{\beta} \quad (21)$$

در ادامه به منظور حل این دستگاه معادلات دیفرانسیل و استخراج فرکانس‌های طبیعی ورق مورد نظر از روش کوادراتور دیفرانسیلی استفاده شده است.

۲-۲- مدل‌سازی ترک

با توجه به کاهش سختی ورق در ناحیه ترک، در دو سوی ترک ناپیوستگی شیب مشاهده می‌شود. لذا به منظور محاسبه چرخش اضافه ورق ترک‌دار، به کمک روابط مکانیک شکست و تعریف ضریب شدت تنش برای مود اول ترک (بازشدگی) می‌توان میزان این چرخش اضافه را به صورت رابطه (۲۲) محاسبه نمود [۲۲].

$$\theta = \frac{12(1-\nu^2)}{E} \sigma_b \alpha_{bb} \quad (22)$$

در اینجا σ_b تنش خمشی نامی در راستای عمود بر ترک و α_{bb} ضریب نرمی خمشی است که در رابطه (۲۳) به صورت تابعی از پارامترهای ترک ارائه شده است.

$$\alpha_{bb} = \frac{1}{h} \int_0^{h_c} g_b^2 dh_c \quad (23)$$

در این رابطه g_b تابعی بدون بعد از عمق نسبی ترک ($\xi = \frac{h_c}{h}$) در محدوده ($0 \leq \xi \leq 0.8$) است که به صورت رابطه (۲۴) در نظر گرفته می‌شود [۲۳].

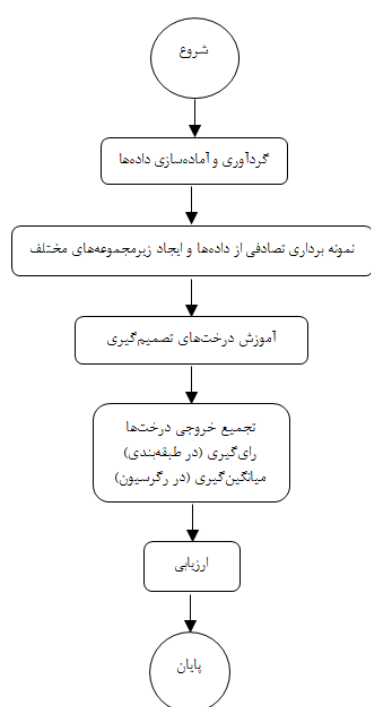
$$g_b = \sqrt{\pi\xi} (1.1202 - 1.8872\xi + 18.0143\xi^2 - 87.3851\xi^3 + 241.9124\xi^4 - 319.9402\xi^5 + 168.0105\xi^6) \quad (24)$$

۳-۲- آزمایش تجربی

در آزمایش‌های انجام شده جهت استخراج داده‌ها ورق به کمک چکش (*Global test AU02*) تحریک شده و پاسخ به کمک یک شتاب سنج مینیاتوری (*B&K 4508*) اندازه‌گیری و بوسیله

¹ Fast Fourier Transform

رگرسیون خطی یکی از پایه‌ای‌ترین و در عین حال پرکاربردترین روش‌های تحلیل آماری و یادگیری ماشین است که برای مدل‌سازی و پیش‌بینی استفاده می‌شود. اساس این روش بر این فرض استوار است که بین متغیرهای مستقل (ورودی‌ها) و متغیر وابسته (خروجی) رابطه‌ای خطی وجود دارد. در واقع، این الگوریتم تلاش می‌کند با کشیدن یک خط یا سطح مناسب در میان داده‌ها، روند کلی آن‌ها را کشف کند و بتواند مقدار خروجی را بر اساس ورودی‌های جدید پیش‌بینی کند. طرحواره این روش در شکل ۵ ارائه شده است.



شکل ۴- طرحواره روش جنگل تصادفی

نمونه چهار فرکانس طبیعی نخست بدست آمده از آزمایش تجربی در مقایسه با نتایج عددی در جدول ۱ ارائه شده است. بررسی نتایج ارائه شده موید صحت پاسخ‌های حل عددی بوده و اختلاف میان نتایج عددی و تجربی قابل قبول می‌باشد.

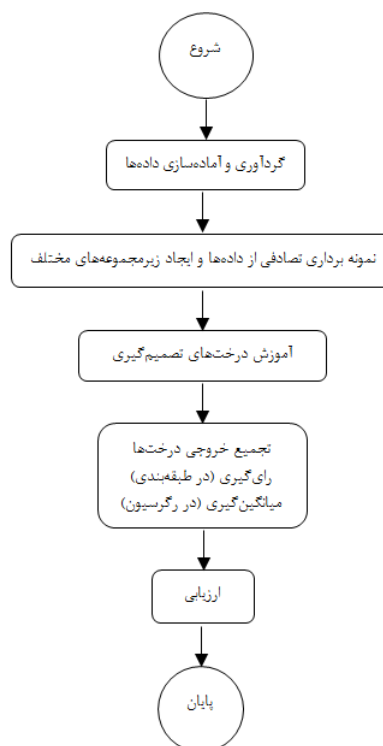
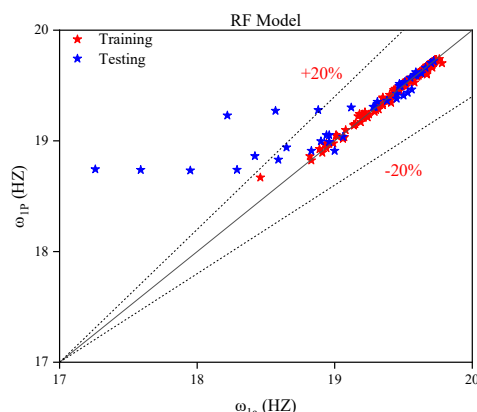
۲-۴- روش‌های یادگیری ماشین

جنگل تصادفی یک روش یادگیری ماشین است که برای حل مسائل پیش‌بینی و طبقه‌بندی استفاده می‌شود. این روش با ترکیب چندین درخت تصمیم و استفاده از مفاهیم تصادفی‌سازی به دقت بالا و پایداری در نتایج دست می‌یابد. در این روش، داده‌های آموزشی به صورت تصادفی به چندین زیرمجموعه تقسیم می‌شوند و برای هر زیرمجموعه، یک درخت تصمیم به طور جداگانه ساخته می‌شود. طرحواره این روش در شکل ۴ ارائه شده است.

جدول ۱- نمونه چهار فرکانس طبیعی نخست ورق بدست آمده از آزمایش تجربی و حل عددی

$lc/a=0.5$ $Lc/b=0.4$ $hc/h=0.7$				فرکانس طبیعی (Hz)
درصد خطای نسبی	عددی	تجربی		
۱٫۲۹	۳۸٫۹۹	۳۹٫۵۰		اول
۲٫۳۶	۹۷٫۷۵	۹۵٫۵۰		دوم
۲٫۸۰	۹۸٫۹۵	۹۶٫۲۵		سوم
۲٫۱۲	۱۵۷٫۲۷	۱۵۴٫۰۰		چهارم
$lc/a=0.0.375$ $Lc/b=0.6$ $hc/h=0.7$				فرکانس طبیعی (Hz)
درصد خطای نسبی	عددی	تجربی		
۰٫۴۹	۳۸٫۹۴	۳۸٫۷۵		اول
۴٫۰۴	۹۸٫۸۴	۹۵٫۰۰		دوم
۱٫۳۷	۹۹٫۳۴	۹۸٫۰۰		سوم
۰٫۷۵	۱۵۷٫۹۸	۱۵۶٫۸۰		چهارم
$lc/a=0.25$ $Lc/b=0.8$ $hc/h=0.7$				فرکانس طبیعی (Hz)
درصد خطای نسبی	عددی	تجربی		
۰٫۵۹	۳۹٫۰۲	۳۹٫۲۵		اول
۱٫۵۱	۹۹٫۲۸	۱۰۰٫۸۰		دوم
۱٫۳۹	۹۹٫۶۰	۱۰۱٫۰۰		سوم
۳٫۵۰	۱۵۸٫۶۷	۱۵۳٫۳۰		چهارم

آموزشی و آزمایشی به ترتیب با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و روش رگرسیون خطی نشان می‌دهند. در این نمودارها محور قائم بیانگر نتایج پیش‌بینی و محور افقی نشان دهنده مقادیر واقعی است. تفسیر نتایج بدین صورت است که هر چه نقاط بدست آمده به خط $y=x$ نزدیکتر باشند بیانگر این است که مدل مورد نظر به خوبی آموزش دیده است و با عملکرد عالی خود توانسته است با دقت بالاتری پیش‌بینی را انجام دهد. در شکل‌های ۶ و ۷ مشاهده می‌شود که نقاط حاصل از نتایج پیش‌بینی فرکانس طبیعی اول تا چهارم و مقادیر واقعی به خوبی حول $y=x$ و در محدوده انحراف $\pm 20\%$ متمرکز شده‌اند (به جز نمودار پیش‌بینی فرکانس طبیعی چهارم به روش رگرسیون خطی). این امر نشان می‌دهد مدلی که با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی تعلیم دیده است قادر است فرکانس‌های طبیعی را بسیار نزدیک به مقادیر واقعی پیش‌بینی نماید و به عبارتی دیگر مدل‌ها با دقت بسیار بالایی پیش‌بینی نموده‌اند. همچنین از نتایج پیش‌بینی فرکانس‌های مختلف ملاحظه می‌شود که مدل‌های پیشنهادی توسط هر دو روش پیش‌بینی پرت در نتایج خود نداشتند. به عبارتی دیگر هیچ نقطه‌ای وجود ندارد که فاصله زیادی از خط بهترین برازش داشته باشد. نتیجه دیگری که قابل مشاهده است این است که به ازای همه مقادیر کوچک و بزرگ فرکانس‌های واقعی هر دو مدل توانستند با دقت بسیار بالایی پیش‌بینی نمایند و بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌های حاصل قابلیت تعمیم‌پذیری بالایی دارند. همچنین از مقایسه دو روش مشاهده می‌شود که نتایج پیش‌بینی به روش ج نکل تصادفی تمرکز بیشتری بر روی خط بهترین برازش دارند.



شکل ۵- طرحواره روش رگرسیون خطی

سه معیار شناخته شده ضریب همبستگی (R)، ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE$) و میانگین درصد خطای مطلق ($MAPE\%$) - برای ارزیابی عملکرد مدل ایجاد شده استفاده می‌شود که به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (25)$$

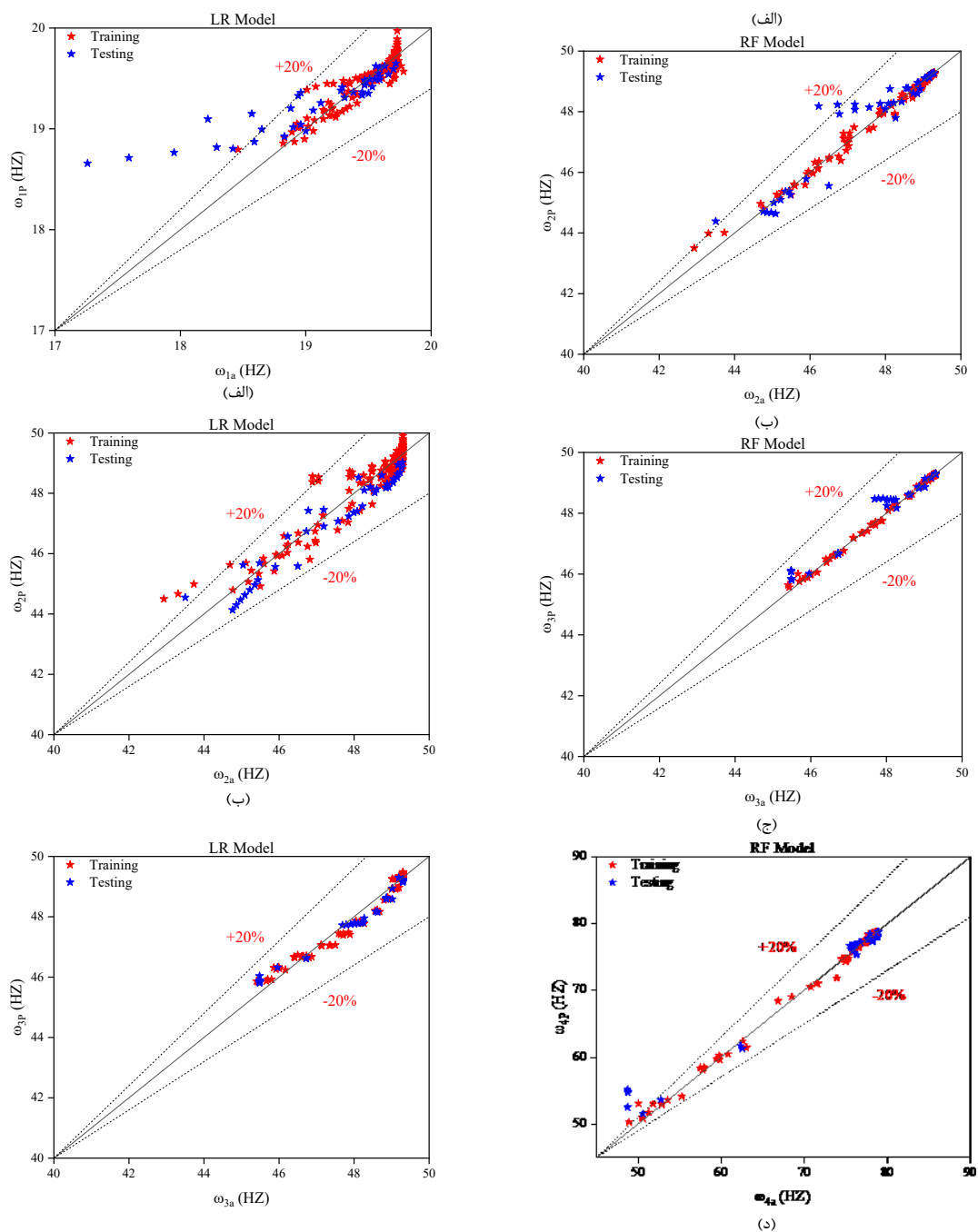
$$RMSE = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2 \right)^{0.5} \quad (26)$$

$$MAPE(\%) = \left(\frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - x_i}{y_i} \right| \right) \quad (27)$$

در روابط فوق x_i , $\bar{x}$, y_i , $\bar{y}$ و N به ترتیب نشان دهنده مقدار پیش‌بینی شده، میانگین مقدار پیش‌بینی شده، مقدار واقعی، میانگین مقدار واقعی و تعداد مجموعه داده‌ها هستند. [۲۴]

۳- نتایج

شکل‌های ۶ و ۷ نمودارهای پراکندگی نتایج حاصل از پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم را برای داده‌های



شکل ۶- نمودار پراکندگی روش جنگل تصادفی.

طبیعی چهارم روش جنگل تصادفی نتایج مطلوب‌تری ارائه دادند. و کمترین مقدار میانگین خطای مطلق و ریشه میانگین مربعات خطا را به ترتیب در فرکانس طبیعی اول و سوم ارائه داده است.

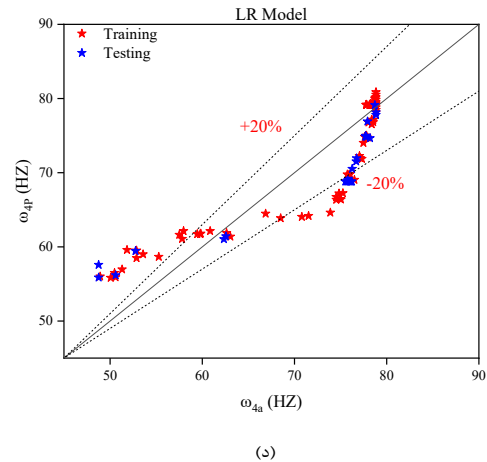
جدول ۲- پیش‌بینی نتایج داده‌های آموزش.

پارامتر	روش	R	MAPE (%)	RMSE
ω_1	RF	۰/۹۹۵۲	۰/۰۱۵۵	۰/۰۲۶۹
	LR	۰/۹۲۶۱	۰/۰۶۹۴	۰/۰۹۷۵
ω_2	RF	۰/۹۹۶	۰/۰۷۳۳	۰/۱۲۹۱
	LR	۰/۹۴۲۸	۰/۳۲۹۶	۰/۴۶۲۳
ω_3	RF	۰/۹۹۹	۰/۰۲۶۴	۰/۰۴۸۵
	LR	۰/۹۸۷۵	۰/۱۱۵۵	۰/۱۶۷۳
ω_4	RF	۰/۹۹۸۶	۰/۲۱۱۸	۰/۴۲۶۳
	LR	۰/۹۲۰۸	۱/۸۹۳۱	۲/۹۸

جدول ۳- پیش‌بینی نتایج داده‌های آزمایش.

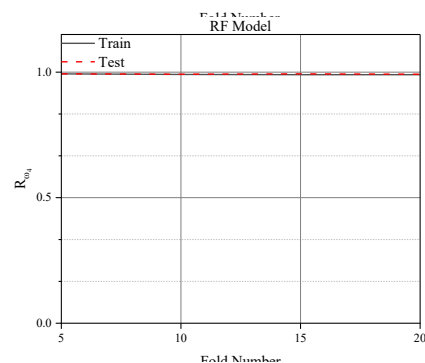
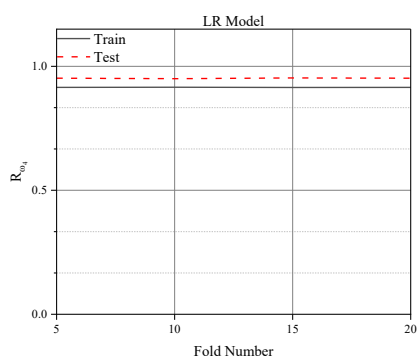
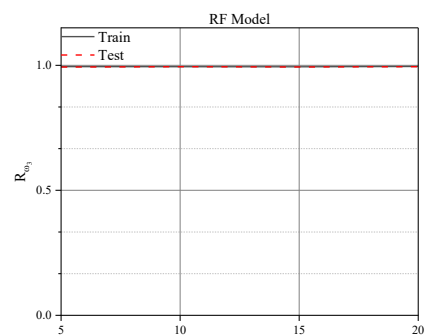
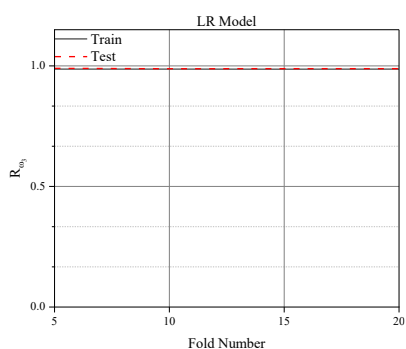
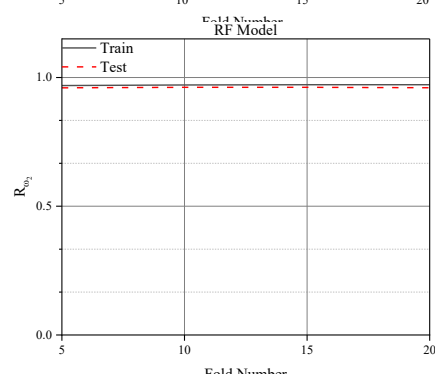
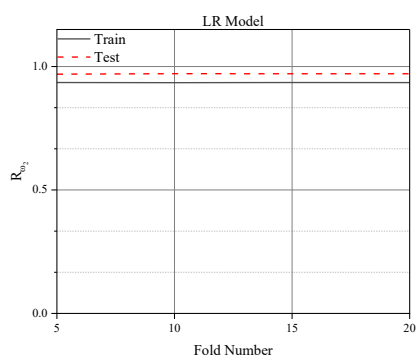
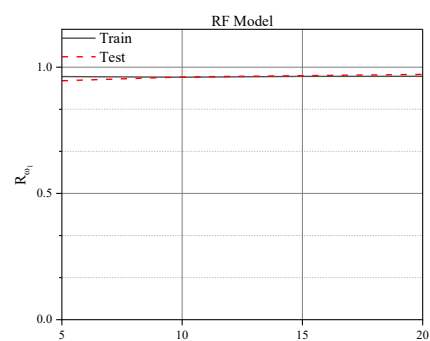
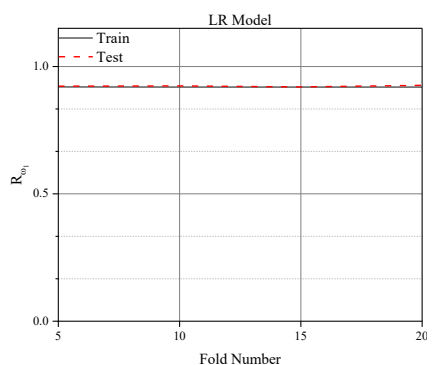
پارامتر	روش	R	MAPE (%)	RMSE
ω_1	RF	۰/۸۶۹۱	۰/۲۰۸۷	۰/۴۰۲۱
	LR	۰/۹۱۶۷	۰/۲۳۵۹	۰/۳۹۴۴
ω_2	RF	۰/۹۴۸۵	۰/۳۴۷۵	۰/۵۶۴۸
	LR	۰/۹۶۷	۰/۴۸۴	۰/۵۲۷۲
ω_3	RF	۰/۹۸۸۳	۰/۲۳۱۵	۰/۳۵
	LR	۰/۹۹۰۸	۰/۲۴۲۶	۰/۲۸۱۹
ω_4	RF	۰/۹۹۲۲	۱/۵۴۳۲	۲/۶۹۹۳
	LR	۰/۹۴۵۸	۴/۲۲۸	۵/۰۹۹

در شکل‌های ۸ و ۹ نمودار ضریب همبستگی بر حسب تعداد بخش‌ها جهت ارزیابی عملکرد مدل با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی به ازای فرکانس‌های طبیعی مختلف رسم شده است.



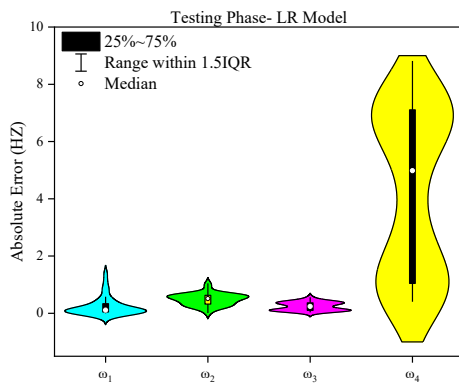
شکل ۷- نمودار پراکندگی روش رگرسیون خطی

در جدول‌های ۲ و ۳ نتایج حاصل از پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم داده‌های آموزش و آزمایش با معیارهای ارزیابی ضریب همبستگی، میانگین خطای مطلق و ریشه میانگین مربعات خطا برای مدلی که با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی آموزش دیده است ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای همه فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم مدل مورد نظر دقتی بسیار بالا و خطایی بسیار پایین دارد. از جدول ۲ ملاحظه می‌شود که مدلی که برای پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی با استفاده از داده‌های آموزش ارائه شده است بالاترین میزان همبستگی را برای فرکانس طبیعی سوم دارد و کمترین مقدار میانگین خطای مطلق و ریشه میانگین مربعات خطا را در فرکانس طبیعی اول ارائه داده است که خطای حاصل بسیار نزدیک به صفر است و بنابراین عملکرد مدل‌ها عالی است. همچنین از مقایسه دو روش جنگل تصادفی و رگرسیون خطی مشاهده می‌شود که روش جنگل تصادفی در همه فرکانس‌ها بیشترین ضریب همبستگی و کمترین خطا را دارد. نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد که با استفاده از داده‌های آزمایش، مدل جنگل تصادفی بالاترین و کمترین میزان همبستگی را به ترتیب برای فرکانس طبیعی چهارم و اول دارد در حالی که روش رگرسیون خطی بالاترین و کمترین میزان ضریب همبستگی را به ترتیب برای فرکانس‌های سوم و اول ارائه داده است. نتیجه دیگری که می‌توان استخراج نمود این است که جهت محاسبه فرکانس طبیعی اول روش رگرسیون خطی و جهت محاسبه فرکانس



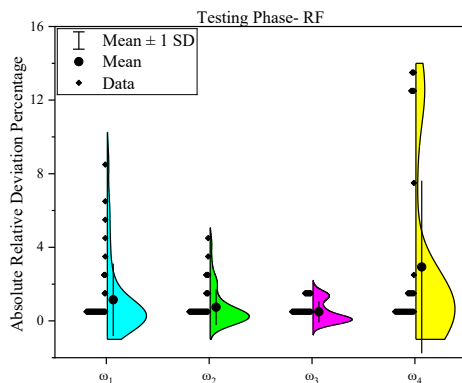
شکل ۸- ضریب همبستگی بر حسب تعداد بخش‌ها- روش جنگل تصادفی.

شکل ۹- ضریب همبستگی بر حسب تعداد بخش‌ها- روش رگرسیون خطی.



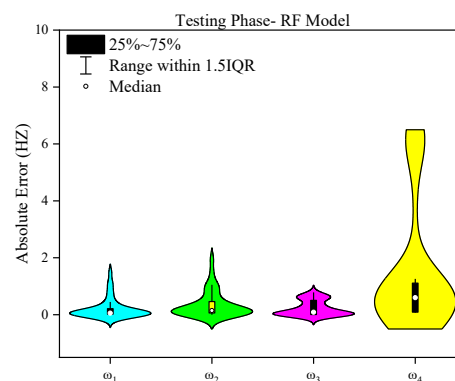
شکل ۱۰- خطای مطلق پیش‌بینی نتایج داده‌های آزمایش

شکل ۱۱ نمودارهای درصد انحراف نسبی مطلق پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم را برای داده‌های آزمایشی با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که درصد انحراف نسبی مطلق در هر دو روش بسیار پایین است. ملاحظه می‌شود که کمترین و بالاترین درصد انحراف نسبی مطلق در هر دو روش به ترتیب در فرکانس‌های طبیعی سوم و چهارم رخ داده است.



ملاحظه می‌شود که در کلیه نمودارها هم برای داده‌های آموزش و هم برای داده‌های آزمایش ضریب همبستگی بسیار بالا و نزدیک به یک است و این بدان معناست که مدل‌های آموزش داده شده به خوبی توانستند پیش‌بینی نمایند و نتایجی نزدیک به مقادیر واقعی ارائه نمایند. همچنین مشاهده می‌شود که برای داده‌های آموزش و آزمایش نمودارهای حاصل افقی و تقریباً با شیب صفر است. این نتیجه بدین مفهوم است که مدل‌های مورد مطالعه به ازای تعداد بخش‌های مختلف پایدارند. از نتایج دیگر این نمودارها این است که نتایج ارزیابی داده‌های آموزش و آزمایش به ازای تعداد بخش‌های مختلف بسیار به هم نزدیک هستند و بنابراین می‌توان دریافت که این مدل‌ها به خوبی قابلیت تعمیم‌پذیری دارند و قادرند با دقت بسیار بالایی داده‌های آزمایش را پیش‌بینی نمایند. از مقایسه نتایج روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی می‌توان دریافت که در فرکانس‌های طبیعی مختلف روش جنگل تصادفی ضریب همبستگی و قابلیت تعمیم‌پذیری بالاتری به ازای تعداد بخش‌های مختلف ارائه می‌نماید.

شکل ۱۰ نمودارهای خطای مطلق پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم را برای داده‌های آزمایشی با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که هر دو روش میزان خطای قابل قبولی را ارائه نمودند. ملاحظه می‌شود که روش جنگل تصادفی فرکانس طبیعی چهارم را با خطای به مراتب کمتری پیش‌بینی نموده است، حال آنکه روش رگرسیون خطی فرکانس‌های طبیعی دوم و سوم را با خطای مطلوب‌تری پیش‌بینی نموده است.



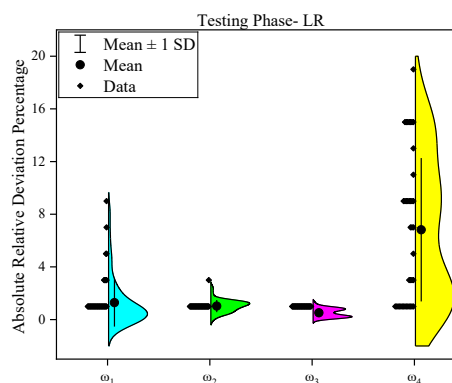
مربعات خطا با استفاده از روش رگرسیون خطی بسیار عالی مشاهده شد. به طوری که کمترین مقدار ریشه میانگین مربعات خطا $۰/۲۸۱۹$ و بالاترین مقدار آن $۰/۵۲۷۲$ حاصل شد که نشان دهنده کمترین مقدار ریشه میانگین مربعات خطا در این مدل است.

- در مدل‌های پیش‌بینی ارائه شده، ضریب همبستگی نزدیک به یک برای داده‌های آموزش و آزمایش به ازای تعداد بخش‌های مختلف حاصل شد که بیانگر این است که هر دو مدل ارائه شده به ویژه مدل روش جنگل تصادفی پایداری بسیار بالایی دارد.

در همه فرکانس‌های مدل جنگل تصادفی برای کلیه داده‌های آموزش و آزمایش به ازای تعداد بخش‌های مختلف ضریب همبستگی نزدیک به هم حاصل شد که نشان دهنده این است که مدل پیش‌بینی حاصل از روش جنگل تصادفی در مقایسه با روش رگرسیون خطی، قابلیت تعمیم‌پذیری بالاتری دارد.

۵- مراجع

- [1] Ismail R, Cartmell MP (2012) An investigation into the vibration analysis of a plate with a surface crack of variable angular orientation. J Sound Vib 331(29): 2929–2948.
- [2] Bose T, Mohanty AR (2013) Vibration analysis of a rectangular thin isotropic plate with a part-through surface crack of arbitrary orientation and position. J Sound Vib 332(26): 7123–7141.
- [3] Joshi PV, Jain NK, Ramtekkar GD (2014) Analytical modeling and vibration analysis of internally cracked rectangular plates. J Sound Vib 333(22): 5851–5864.
- [4] Joshi PV, Jain NK, Ramtekkar GD (2015) Effect of thermal environment on free vibration of cracked rectangular plate: An analytical approach. Thin-Walled Struct 91: 38–49.
- [5] Soni S, Jain NK, Joshi PV (2018) Vibration analysis of partially cracked plate submerged in fluid. J Sound Vib 412: 28–57.
- [6] Moradi S, Makvandi H, Poorveis D, Heidari Shirazi K (2019) Free vibration analysis of cracked postbuckled plate. Appl Math Modell 66: 611–627.
- [7] Al Rjoub YS, Alshatnawi JA (2020) Free vibration of functionally-graded porous cracked plates. Struct 28: 2392–2403.



شکل ۱۱- درصد انحراف نسبی مطلق نتایج داده‌های آزمایش.

۴- جمع بندی

در این پژوهش در یک ورق ترک‌دار با استفاده از روش‌های جنگل تصادفی و رگرسیون خطی فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم پیش‌بینی شد. تعداد ۱۰۰۰ داده حاصل از ۲۰۰ مشاهده آزمایشگاهی و تئوری جهت آموزش مدل استفاده قرار شد. ضخامت صفحه، طول، عمق و محل ترک به عنوان پارامترهای ورودی و فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم به عنوان پارامتر خروجی انتخاب شد. ضریب همبستگی، ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین درصد خطای مطلق به عنوان شاخص‌های آماری جهت ارزیابی عملکرد مدل‌های حاصل مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. نتایج مهم تحقیق به شرح ذیل ارائه می‌شود:

- مدل‌های پیش‌بینی ارائه شده در همه فرکانس‌های داده‌های آموزش عملکردی بسیار عالی از خود نشان داد. به طوری که بالاترین و کمترین مقدار ضریب همبستگی حاصل به ترتیب $۰/۹۹۹$ و $۰/۹۹۵۲$ بود که بیانگر دقت بسیار بالای مدل ارائه شده است.
- در فرکانس‌های اول تا سوم داده‌های آزمایش مدل پیش‌بینی حاصل از روش جنگل تصادفی، مقدار خطای مطلق میانگین بسیار مطلوب ارائه داد. به طوری که کمترین مقدار آن خطا $۰/۲۰۸۷$ و بالاترین مقدار آن $۱/۵۴۳۲$ حاصل شد که نشان دهنده خطای بسیار پایین مدل ارائه شده است.
- در مدل‌های پیش‌بینی حاصل، در فرکانس‌های اول تا سوم داده‌های آزمایش، مقدار ریشه میانگین

- [18] Salgado-Ancona A, Sevilla-Camacho PY, Robles-Ocampo JB, Rodríguez-Reséndiz J, De la Cruz-Arreola S, Neptali Hernández-Estrada E (2025) Comparative Study of Vibration-Based Machine Learning Algorithms for Crack Identification and Location in Operating Wind Turbine Blades. *AI* 6(1): 242–258.
- [19] Karpas F, Dirik AE, Kalay OC, Doğan O, Kocuklu B (2020) Vibration-Based Early Crack Diagnosis With Machine Learning for Spur Gears. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE)* V07BT07A004: 1–6.
- [20] Avarzamani M, Ghazali M, Karamooz Mahdiabadi M, Farrokhhabadi A (2025) Multiple damage detection in sandwich composite structures with lattice core using regression-based machine learning techniques. *Mech Based Des Struct Mach* 53(4): 2154–2176.
- [21] Hoseintabar Marzebali M, Hasani S, Mashayekhi H, Mashayekh V (2021) Feature Extraction Based on Deep Learning for Mechanical Bearing Fault Detection and Classification in Squirrel Cage Induction Machine. *J Solid Fluid Mech [in Persian]* 11(5): 33–48.
- [22] Chen L, Zhang Z, Zhang W (2011) Inner boundary conditions of mindlin plate with a finite-length part-through crack. In: *Proc Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*. pp. 1365–1368.
- [23] Delale F, Erdogan F (1981) Line-Spring Model for Surface Cracks in Reissner Plate. *Int J Eng Sci* 19(10): 1331–1340.
- [24] Alavi SE, Chachi J, Makvandi H (2026) Data-Driven Modeling of the Nusselt Index in Plate Heat Exchangers Using Ensemble Machine Learning. *Results Eng* 29: 110497.
- [8] Xue J, Wang Y, Chen L (2020) Nonlinear vibration of cracked rectangular Mindlin plate with in-plane preload. *J Sound Vib* 481: 115437.
- [9] Raza A, Pathak H, Talha M (2022) Computational investigation of porosity effect on free vibration of cracked functionally graded plates using XFEM. *Mater Today Proc* 61: 96–102.
- [10] Dwivedi K, Raza A, Pathak H, Talha M, Upadhyaya R (2023) Free flexural vibration of cracked composite laminated plate using higher-order XFEM. *Eng Fract Mech* 289: 109420.
- [11] Li HC, Mao JJ, Hu H, Ke LL (2024) Free vibration of cracked FGM Mindlin plate in fluid. *Compos Struct* 336: 118013.
- [12] Ma Y, Zhang S, Fan J, Wang Y, Deng Z (2024) Analytical solution of forced vibration of rectangular plates with part through surface crack based on wave propagation method. *Comput Struct* 299: 107402.
- [13] Zhang J, Lv L, Wu J, Li L (2025) Free vibration of functionally graded graphene platelets reinforced porous composite plate with a diamond-shaped hole and two cracks. *Eng Struct* 322: 119066.
- [14] Witten IH, Frank E, Hall MA, Pal CJ, Data M (2005) Practical machine learning tools and techniques. In: *Data mining*. 2nd edn. pp. 403–413.
- [15] Kumar P, Siddiqui A, Ghadi A, Tony D, Rhenius S, Rane S (2021) Damage Detection in beams using Vibration analysis and Artificial Neural Network. In: *Proc 4th Biennial International Conference on Nascent Technologies in Engineering (ICNTE)*.
- [16] Gomera M, Ballim Y (2022) An artificial intelligence approach to detection and assessment of concrete cracks based on visual inspection photographs. *MATEC Web Conf* 364(2): 05020.
- [17] Satpute AA, Kennedy D, Featherston CA, Kundu A (2024) Vibration-Based Crack Detection in Plates Using Natural Frequency Degradation. *J Phys Conf Ser* 2909: 012017.