



کنترل تحمل پذیر عیب آزاد از مدل برای بازوی رباتیک در حضور عیب عملکرد: یک رویکرد کنترل مقاوم مبتنی بر تکنیک تقریب تابع با در نظر گرفتن دقت تقریب

جواد کیقبادی*

استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۲/۱۶، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۳/۰۱، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۷

چکیده

این مقاله یک چارچوب کنترلی جدید، مقاوم و تحمل پذیر عیب را برای بازوهای رباتیک با محرکه‌های الکتریکی معرفی می‌کند. بازوی رباتیک مورد مطالعه به‌طور همزمان در معرض عیب عملکرد و اغتشاشات خارجی متغیر با زمان قرار دارد. به‌منظور پرداختن به عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک‌های بازو و موتورهای، یک رویکرد آزاد از مدل با استفاده از تکنیک تقریب تابع، به‌عنوان یک تقریب‌گر عمومی، توسعه یافته است که وابستگی به مدل‌سازی دقیق سیستم را حذف می‌کند. نوآوری اصلی این پژوهش، فرموله‌بندی و ادغام یک شاخص دقت تقریب در قوانین به‌روزرسانی تطبیقی در بستر کنترل تحمل پذیر عیب است. این مکانیزم اصلاح‌گر که دقت شناساگر را کمی‌سازی می‌کند، همگرایی پارامترها را نیز تسریع کرده و دقت تخمین عدم قطعیت را افزایش می‌دهد. طراحی مبتنی بر یادگیری، برای جبران‌سازی اغتشاشات یکپارچه- شامل اثرات ناشی از عیب و اغتشاشات بیرونی- بیش‌ازپیش تقویت شده است. تحلیل پایداری لیپانوف، کرانداری نهایی یکنواخت سیگنال‌ها را در این ساختار ولتاژ-منا تضمین می‌کند. شبیه‌سازی‌های عددی، کارایی روش پیشنهادی را در ردیابی مسیر و تخمین نامعینی‌ها تأیید می‌نماید. همچنین، عملکرد مطلوب کنترل‌کننده در تضعیف اغتشاش و جبران عیب عملکرد در مقایسه با روش‌های موجود نشان داده می‌شود.

کلمات کلیدی: کنترل مقاوم؛ بازوی ربات؛ عیب عملکرد؛ تکنیک تقریب تابع؛ پایداری؛ دقت تقریب.

Model-free Fault-tolerant Control of Robotic Manipulator Subject to Actuator Fault: A Robust Control Approach Based on Function Approximation Technique with Considering its Accuracy

Javad Keighobadi*

Assist. Prof., Elec. Eng., Shahrood Uni., Shahrood, Iran.

Abstract

This paper introduces a novel robust fault-tolerant control (FTC) framework for electrically-driven robot manipulators subject to simultaneous actuator faults and time-varying external disturbances. To address the inherent uncertainties in both the manipulator and motor dynamics, a model-free approach is developed using function approximation technique (FAT) as universal approximators, eliminating dependence on precise system modeling. A core contribution is the formulation and incorporation of a approximation quality index into the adaptive update laws in the framework of FTC. This error-driven refinement mechanism, which quantifies the instantaneous fidelity of the identifier, markedly accelerates parameter convergence and enhances the accuracy of online uncertainty estimation. The learning-based design is further fortified to actively estimate and compensate for lumped perturbations, including fault-induced effects and exogenous disturbances. Within a voltage-based control structure, the proposed scheme ensures that all closed-loop signals remain uniformly ultimately bounded, as rigorously proven through Lyapunov stability analysis. Comprehensive simulations on a two-link robotic manipulator under fault effects demonstrate the superior performance of the proposed controller in maintaining trajectory tracking, uncertainty estimation and disturbance attenuation compared to existing related methods.

Keywords: Robust Control; Robot Manipulator; Actuator Fault; FAT; Stability; Approximation Accuracy.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۳۳۲۳۰۰۲۴۱؛ فکس: ۰۲۳۳۲۳۰۰۲۵۰

آدرس پست الکترونیک: javad_keighobadi@yahoo.com

۱- مقدمه

بازوهای رباتیک به عنوان ستون فقرات اتوماسیون صنعتی، نقش حیاتی در اجرای عملیات پیچیده و حساس ایفا می کنند. با توجه به ماهیت غیرخطی شدید، اثر متقابل دینامیکی بین مفاصل و وجود پارامترهای نامعین نظیر جرم بار و اصطکاک، دستیابی به ردیابی مسیر با دقت بالا همواره یک چالش جدی در مهندسی کنترل بوده است [۱]. در محیط های عملیاتی واقعی، سیستم نه تنها با عدم قطعیت های مدل سازی دست و پنجه نرم می کند، بلکه تحت تأثیر اغتشاشات خارجی متغیر با زمان نیز قرار دارد. بنابراین، طراحی راهبردهای کنترلی که علاوه بر تضمین پایداری، از سطح بالایی از مقاوم بودن برخوردار باشند، ضرورتی انکارناپذیر است تا ایمنی و کارایی ربات در سناریوهای مختلف تضمین گردد [۲ و ۳].

در میان روش های کنترل غیرخطی، روش کنترل پسگام به دلیل توانایی در مدیریت سیستم هایی با ساختار آبشاری و تضمین پایداری سراسری با استفاده از توابع لیاپانوف، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. با این حال، یک نقیصه ذاتی در پسگام کلاسیک وجود دارد که تحت عنوان انفجار پیچیدگی سیگنال کنترل شناخته می شود. این پدیده ناشی از مشتق گیری های مکرر از توابع کنترل مجازی در هر گام طراحی است که منجر به تولید جملات ریاضی سنگین و پیچیده در سیگنال نهایی کنترل می گردد. این حجم محاسبات نه تنها پیاده سازی سخت افزاری را دشوار می کند، بلکه نسبت به نویز اندازه گیری نیز بسیار حساس است [۴-۶].

برای مرتفع کردن چالش انفجار پیچیدگی در راهبرد پسگام، تکنیک هایی نظیر کنترل فرمان فیلتر شده معرفی شده اند [۷]. در این رویکرد، با استفاده از فیلترهای مرتبه پایین، مشتق توابع کنترل مجازی به صورت تقریبی محاسبه می شود و بدین ترتیب نیاز به مشتق گیری تحلیلی مستقیم حذف می گردد. این روش با ساده سازی ساختار سیگنال کنترل، بار محاسباتی پردازنده را به شدت کاهش داده و امکان پیاده سازی الگوریتم های پیشرفته را در نرخ های نمونه برداری بالا فراهم می سازد [۸-۱۰]. با این وجود، استفاده از فیلترها به تنهایی نمی تواند بر عدم قطعیت های ساختار نیافته سیستم غلبه کند.

با توجه به اینکه مدل ریاضی دقیق ربات اغلب در دسترس نیست، استفاده از تقریب گره های هوشمند نظیر شبکه های عصبی یا سیستم های فازی به عنوان راهبردی آزاد از مدل جایگاه ویژه ای یافته است. این سیستم ها بر اساس قضایای

تقریب گری جهانی، وظیفه تخمین توابع نامعلوم دینامیکی را بر عهده دارند [۱۱-۱۴]. اما یک خلل اساسی در ادبیات موجود این است که تقریب گره های عصبی و یا فازی حجم محاسبات را بالا می برد و لذا پیاده سازی سیستم کنترل با چالش مواجه خواهد بود [۱۵]. به منظور غلبه بر این مشکل، تقریب گره های مبتنی بر تقریب تابع که خود نیز از جمله تقریب گره های عمومی به شمار می روند بسیار مورد توجه واقع شده اند [۱۶-۱۸]. با این حال، در اکثر قوانین تطبیقی بر پایه تقریب گر عمومی، تمرکز صرفاً بر کاهش خطای ردیابی است و به دقت تقریب توجهی نمی شود. به ندرت در پژوهش های مربوط به رباتیک، مکانیزمی طراحی شده است که کیفیت تقریب را پایش کرده و بر اساس آن گام های یادگیری را اصلاح کند [۱۹ و ۲۰]. نبود این شاخص منجر به نوسانات پارامتری و کاهش دقت همگرایی در مواجهه با تغییرات ناگهانی سیستم می شود.

علاوه بر چالش های مدل سازی، وقوع عیب در عملگرها تهدیدی جدی برای تداوم عملیات رباتیک محسوب می شود. از دلایل اصلی آسیب پذیری ربات های الکتریکی نسبت به عیب عملگر و لزوم پرداختن به این مساله، می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- برخلاف سیستم های هیدرولیک یا پنوماتیک که ممکن است دارای میرایی طبیعی بالاتری باشند، موتورهای الکتریکی در ربات ها مستقیماً جریان و ولتاژ را به گشتاور تبدیل می کنند. هر گونه افت بازدهی (مثلاً کاهش ثابت گشتاور K_m) یا انحراف ولتاژ اعمالی مستقیماً روی خطای ردیابی تأثیر می گذارد.
- در ربات های صنعتی، عیوب عملگر می توانند به صورت کاهش ناگهانی بازدهی (از دست رفتن سیم پیچ)، عیب بایاس (ولتاژ ماندگار ناخواسته ناشی از خرابی درایو)، قطع کامل فاز (قفل شدگی)، یا رانش تدریجی ظاهر شوند. هر یک از این عیوب پدیده دینامیکی متفاوتی ایجاد می کنند و نیازمند قابلیت جبران سازی تطبیقی بدون وقفه هستند.
- ثابت زمانی الکتریکی موتورها بسیار کوچک است (معمولاً چند میلی ثانیه). در نتیجه، یک عیب ناگهانی در ولتاژ یا جریان می تواند ظرف کمتر از یک سیکل کنترلی باعث شتاب ناگهانی یا قفل شدگی مفصل شود که در محیط های اشتراکی انسان-ربات می تواند منجر به آسیب فیزیکی جدی یا تصادف گردد.
- در بسیاری از کاربردهای عملی (مانند ربات های کاوشگر، جراحی، یا امدادگر)، ربات به طور همزمان در معرض

و در نظر گرفتن شاخص دقت تقریب. بر این اساس، شکاف پژوهشی موجود در سه محور اصلی قابل احصاء است: نخست، اغلب روش های ارائه شده در حوزه کنترل مقاوم و تحمل پذیر عیب بازوی ربات در چارچوب گشتاور-کنترل توسعه یافته اند و دینامیک موتورهای الکتریکی را نادیده می گیرند؛ دوم، در رویکردهای مبتنی بر تقریبهای عمومی، هیچ معیار مستقیمی برای ارزیابی و بهبود دقت خود تقریبگر در قوانین تطبیقی در نظر گرفته نشده است؛ سوم، تاکنون الگوریتمی که به طور همزمان قابلیت تحمل پذیری عیب، حذف پیچیدگی محاسباتی و بهبود دقت تقریب را در یک چارچوب ولتاژ-کنترل تلفیق کند، گزارش نشده است. در همین راستا، جدول ۱ نیز تایید کننده این ادعا می باشد. لذا پژوهش حاضر دقیقاً با هدف پوشش دهی این شکاف های سه گانه اجرا می شود و نوآوری های اصلی آن به شرح زیر است:

(۱) در بسیاری از مطالعات کنترل تحمل پذیر عیب، طراحی بر مبنای ورودی گشتاور بوده و دینامیک محرکه های الکتریکی نادیده گرفته می شود (مانند [۲۴ و ۲۶]) که این امر موجب فاصله با شرایط واقعی می گردد. در اینجا، یک چارچوب کنترل مبتنی بر ورودی ولتاژ ارائه شده است که دینامیک کامل الکترومکانیکی را در نظر گرفته و در نتیجه، واقع گرایی و قابلیت پیاده سازی عملی سیستم را بهبود می بخشد.

(۲) در اغلب روش های تطبیقی مبتنی بر تقریبگرها، قوانین به روزرسانی صرفاً بر اساس خطای ردیابی بوده ([۱۴-۱۸]) و مکانیزمی برای ارزیابی کیفیت تقریب وجود ندارد که این موضوع در حضور عیب منجر به نوسانات پارامتری می شود. در این راستا، یک شاخص دقت تقریب تعریف و در قوانین تطبیقی ادغام شده است که موجب بهبود کیفیت تخمین و تسریع همگرایی می گردد.

اغتشاشات خارجی متغیر با زمان و عیب عملکرد قرار دارد. روش های سنتی FTC که برای هر کدام به صورت جداگانه طراحی شده اند، در مواجهه با اثرات تجمعی عملکرد مطلوبی ندارند.

از این رو یک سیستم کنترل تحمل پذیر عیب باید قادر باشد بدون نیاز به توقف فرآیند، اثرات تخریبی عیب را شناسایی و جبران نماید [۲۱ و ۲۲]. پژوهش های متعددی در حوزه کنترل تحمل پذیر عیب بازوی رباتیک صورت گرفته است که میتوان به مواردی از جمله کنترل مبتنی بر رویکرد ساختار متغیر تطبیقی [۲۳]، کنترل مبتنی بر رویکرد اغتشاش [۲۴]، کنترل مبتنی بر مود لغزشی بهینه [۲۵] و کنترل مبتنی بر الگوریتم فازی تطبیقی مقاوم [۲۶] اشاره کرد. با این وجود، این مساله برای بازوهای رباتیک همچنان چالش برانگیز است. در اکثر تحقیقات در حوزه کنترل ربات، راهبرد کنترل گشتاور استفاده می شود که در آن دینامیک موتورهای الکتریکی نادیده گرفته شده و گشتاور به عنوان ورودی مستقیم فرض می شود. در عمل، بازوهای رباتیک توسط موتورهای DC یا AC به حرکت در می آیند که ورودی واقعی آنها ولتاژ است. طراحی در چارچوب ولتاژ-کنترل که شامل دینامیک موتور و بازو به صورت یکپارچه باشد، علیرغم پیچیدگی بیشتر، تطابق بسیار بالاتری با واقعیت فیزیکی سیستم دارد [۴ و ۲۷].

یکی از چالش های مهم در ساختارهای کنترل مقاوم، مقابله با اغتشاشات یکپارچه و خطاهای تخمینی باقی مانده از تقریبگرها است. تحقیقات موجود نشان می دهد برای تقویت نهایی سیستم در برابر نامعینی های فوق الذکر، استفاده از رویکرد اغتشاش یک راهکار کلیدی است. رویکرد با تخمین اغتشاشات سیستم و اعمال آن به عنوان یک جمله پیشخور، بار بخش تطبیقی را کاهش می دهد و پایداری سیستم را بهبود می بخشد [۹ و ۲۰]. با این حال، بکارگیری تکنیک تقریب تابع که توسط رگرسیونهای مبتنی بر توابع زمانی ساخته می شود، قادر است تخمین اغتشاشات را به صورت مستقیم فراهم کند و نیاز به رویکرد اغتشاش را برطرف نماید. در نتیجه، پیچیدگی کنترل کاهش یافته و پاسخ سیستم به اغتشاشات سریع تر و دقیق تر می شود.

بررسی دقیق پیشینه پژوهشی نشان می دهد که ادغام همزمان چهار مؤلفه کلیدی در یک ساختار واحد تاکنون گزارش نشده است. این مؤلفه ها عبارتند از: راهبرد ولتاژ-کنترل، تحمل پذیری عیب، رفع پیچیدگی با فرمان فیلترشده

جدول ۱- مطالعه مقایسه ای

مقالات/مشخصات	ورودی کنترلی	پیچیدگی سیگنال کنترل	نوع تقریبگر	دقت تقریب	مقاوم بودن	محدودیت عملی
[۴]	ولتاژ	×	فازی	×	مبتنی بر ناتساوی یانگ	تاخیر ورودی
[۱۲]	گشتاور	×	فازی	×	کنترل زمان محدود	محدودیت خروجی
[۱۳]	گشتاور	کنترل سطح دینامیکی	شبکه عصبی	×	کنترل زمان محدود	هیستریزیس
[۲۰]	ولتاژ	فرمان فیلترشده	فازی	✓	رویتگر اغتشاش	تاخیر ورودی
[۲۴]	گشتاور	×	شبکه عصبی	×	رویتگر اغتشاش	عیب عملگر
[۲۵]	گشتاور	×	شبکه عصبی	×	حالت لغزشی	عیب عملگر
روش پیشنهادی	ولتاژ	فرمان فیلترشده	تکنیک تقریب تابع	✓	مبتنی بر FAT	عیب عملگر

می‌شود. بخش ۳ ابتدا تکنیک تقریب تابع (FAT) مبتنی بر اپراتور Szász-Mirakyan را به عنوان تقریب‌گر عمومی معرفی کرده و فرم استاندارد آن را برای استفاده در کنترل تطبیقی ارائه می‌نماید. سپس مدل ریاضی عیب عملگر شامل عیوب از نوع کاهش بازدهی، بایاس و قفل شدگی تشریح می‌شود. در پایان این بخش، هدف کنترلی، فرضیات و لم مورد نیاز بیان می‌گردد. بخش ۴ به طراحی و اثبات پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی تحمل‌پذیر عیب آزاد از مدل مبتنی بر رویکرد فرمان فیلتر شده و تعریف شاخص دقت تقریب می‌پردازد. بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی یک بازوی رباتیک دو درجه آزادی را تحت عیب عملگر و نامعینی‌ها ارائه می‌دهد. عملکرد روش پیشنهادی با دو روش مرتبط مقایسه می‌شود. در بخش ۶ نتیجه‌گیری مقاله و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی بیان می‌گردد.

۲- مدل سازی

در این بخش، مدل دینامیکی یک ربات الکتریکی با n درجه آزادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادلات دینامیکی ربات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

که بردارهای $q, \dot{q}$ و $\ddot{q}$ بیانگر موقعیت، سرعت و شتاب زاویه ای مفاصل هستند. ماتریس‌های $D(q)$ ، $C(q, \dot{q})$ و $G(q)$ به ترتیب اینرسی، گشتاور کوریولیس و گشتاور گرانشی را معرفی می‌کند. همچنین τ بردار گشتاور اعمالی به مفاصل ربات است که توسط موتورهای الکتریکی بصورت زیر تولید فراهم می‌شود:

$$J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + r\tau = \tau_m \quad (2)$$

(۳) ترکیب روش پسگام با تقریبگرها معمولاً با چالش انفجار پیچیدگی و افزایش بار محاسباتی همراه است ([۴ و ۱۱]) و در بسیاری از کارها برای جبران این مسئله از رویتگر اغتشاش استفاده می‌شود ([۲۰ و ۲۶]) که پیچیدگی ساختار را افزایش می‌دهد. با بهره‌گیری از تکنیک فرمان فیلترشده در کنار تکنیک تقریب تابع، ضمن کاهش انفجار پیچیدگی، به دلیل توانایی تقریبگر مذکور در تقریب اغتشاشات و اثرات عیب، نیاز به رویتگر اغتشاش نیز برطرف شده و ساختار کنترلی ساده‌تر و کاراتر شده است.

(۴) در ادبیات موجود، مؤلفه‌هایی نظیر کنترل ولتاژ-مبنا، تحمل‌پذیری عیب، تکنیک تقریب تابع و کاهش پیچیدگی، عمدتاً به‌صورت جداگانه بررسی شده‌اند ([۴، ۱۶ و ۲۵]) و ترکیب همزمان آن‌ها گزارش نشده است. در این چارچوب، این مؤلفه‌ها به‌صورت یکپارچه ادغام شده‌اند به‌گونه‌ای که سیستم قادر به مقابله همزمان با عدم قطعیت، عیب و محدودیت‌های محاسباتی می‌باشد.

(۵) برخلاف برخی روش‌های موجود که تحلیل پایداری در حضور همزمان خطای تقریب و عیب را به‌طور کامل ارائه نمی‌دهند، با استفاده از تابع لیاپانوف مناسب، کران‌داری نهایی یکنواخت تمامی سیگنال‌های سیستم در حضور عیب تضمین شده است که پشتوانه نظری معتبری برای عملکرد روش فراهم می‌سازد.

ادامه مقاله بدین صورت سازماندهی می‌شود که در بخش ۲، مدل دینامیکی الکترومکانیکی بازوی رباتیک را شامل معادلات مکانیکی مفاصل، دینامیک موتورهای DC و روابط بین آن‌ها ارائه می‌دهد. این مدل به فرم فضای حالت قابل استفاده در طراحی کنترل‌کننده ولتاژ-محور بازنویسی

گرفته می شود. بازوی ربات (با دینامیک مکانیکی مفاصل) به عنوان بار برای موتور عمل می کند و موقعیت مفصل q از طریق یک ضریب چرخ دنده ($q = r\theta_m$) به موقعیت موتور (θ_m) گره خورده است. هدف نهایی، تنظیم ولتاژ موتور به گونه ای است که مفصل ربات مسیر مطلوب را دنبال کند. در این نوع فرموله بندی، دینامیک های ناشناخته، پیچیده و متغیر با زمان - اعم از دینامیک بازو و دینامیک موتور - در قالب یک جمله مجتمع به نام f_1 جمع آوری می شوند. حضور $\ddot{q}$ در این جمله به این معناست که جمله مجتمع شامل اثرات دینامیکی مرتبه دوم نیز می شود و تقریب گر عمومی FAT که رگر سورهای آن توابع زمانی هستند، وظیفه دارد تا این تابع مجهول را تقریب بزند. بنابراین وجود $\ddot{q}$ در تعریف مفهومی f_1 بیانگر قدرت روش در پوشش دادن دینامیک های پیچیده بدون نیاز به مدلسازی صریح آن هاست. این رویه مدل سازی در مراجع معتبر مرتبط از جمله [۴، ۱۹ و ۲۰] نیز به کار رفته است.

۳- مضامین اساسی

در این بخش، نخست تقریب گر مورد نظر معرفی می شود و سپس در خصوص عیب عملکرد توضیح داده می شود. در نهایت نیز فرض ها و لم های مورد استفاده ارائه می گردد.

۳.۱. تقریب گر عمومی

در کنار سیستم فازی و شبکه های عصبی به عنوان تقریب گرهای عمومی، تکنیک تقریب تابع نیز قرار می گیرد که در دهه اخیر بدلیل سادگی و کارایی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله، اپراتور $Szasz-Mirkayan$ که یکی از تکنیک های تقریب تابع محسوب می شود، مورد مطالعه و استفاده قرار می گیرد [۱۶]. بدین منظور، اپراتور مذکور به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_\mu(f, t) = \sum_{k=0}^{\infty} f\left(\frac{k}{\mu}\right) p_k(\mu t) \quad (10)$$

که $p_k(t) = e^{-t} \frac{t^k}{k!}$ تابعی است که در بازه $[0, \infty]$ تعریف می شود و μ یک عدد طبیعی است. به منظور کمی سازی خطای تقریب، فرض کنید ϵ_{S_μ} بیانگر اختلاف رابطه (۸) و نسخه بریده شده آن که به صورت زیر ارائه می شود، باشد:

$$S_{\mu m}(f, t) = \sum_{k=0}^m f\left(\frac{k}{\mu}\right) p_k(\mu t) \quad (11)$$

که J_m و B_m ماتریس های اینرسی و میرایی مربوط به موتورها می باشند. بردار τ_m گشتاور موتورهاست که با جریان موتورها I_a توسط رابطه $\tau_m = K_m I_a$ مرتبط می شود. K_m نیز ثابت گشتاور موتور است. از طرفی معادلات الکتریکی موتورها توسط رابطه زیر ارائه می شود:

$$V = RI_a + L\dot{I}_a + k_b \dot{\theta}_m \quad (3)$$

که R و L ماتریس های مقاومت و اندوکتانس موتورها و k_b ثابت ولتاژ back-emf می باشند. با عنایت به نسبت موقعیت زاویه ای مفاصل و موقعیت زاویه موتورها که توسط ضریب چرخ دنده به صورت $q = r\theta_m$ تعیین می شود، می توان رابطه (۲) را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$J_m r^{-1} \ddot{q} + B_m r^{-1} \dot{q} + r \left(\begin{matrix} D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} \\ + G(q) \end{matrix} \right) = \tau_m = K_m I_a \quad (4)$$

با ضرب کردن رابطه فوق در rJ_m^{-1} نتیجه زیر حاصل می شود:

$$\ddot{q} + J_m^{-1} B_m \dot{q} + r^2 J_m^{-1} \left(\begin{matrix} D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} \\ + G(q) \end{matrix} \right) = r J_m^{-1} K_m I_a \quad (5)$$

اکنون با در نظر گرفتن $X = [x_1, x_2, x_3]^T = [q, \dot{q}, I_a]^T$ فرم فضای حالت سیستم رباتیک به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -J_m^{-1} B_m x_2 + r J_m^{-1} K_m x_3 - r^2 J_m^{-1} (D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q)) \\ \dot{x}_3 &= -L^{-1} K_b r^{-1} x_2 - L^{-1} R x_3 + L^{-1} V \end{aligned}$$

رابطه فوق را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1 + a x_3 + d_1(t) \\ \dot{x}_3 &= f_2 + b u + d_2(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (7)$$

که y خروجی سیستم، $b = L^{-1}$ ، $a = r J_m^{-1} K_m$ ، بردارهای d_1 و d_2 حکم اغتشاش خارجی، $u = V$ و ترم های f_1 و f_2 توسط روابط زیر تعریف می شوند:

$$f_1 = -J_m^{-1} B_m x_2 - r^2 J_m^{-1} (D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q)) \quad (8)$$

$$f_2 = -L^{-1} K_b r^{-1} x_2 - L^{-1} R x_3 \quad (9)$$

تذکره ۱: در این مقاله، برخلاف روش های مرسوم گشتاور-محور که دینامیک موتور نادیده گرفته می شود، ولتاژ ترمینال موتورهای الکتریکی به عنوان ورودی کنترلی اصلی در نظر

تقریب مبتنی بر اپراتور مذکور قابلیت بازنویسی به فرم زیر را دارد:

$$S_\mu(f, t) = \Gamma^T \phi \quad (12)$$

که $\Gamma \in R^{(2m+1) \times 1}$ بردار پارامترهای تقریبگر است که توسط رابطه زیر تعریف می شود:

$$\Gamma = \left[f(0), \mu f\left(\frac{1}{\mu}\right), \frac{\mu^2}{2!} f\left(\frac{2}{\mu}\right), \dots, \frac{\mu^m}{m!} f\left(\frac{m}{\mu}\right) \right]^T$$

که m تعداد تابع پایه ای منتخب است و $\phi \in R^{(2m+1) \times 1}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\phi = [e^{-\mu t}, te^{-\mu t}, \dots, t^m e^{-\mu t}]^T \quad (14)$$

لازم به ذکر است که روابط (۱۰) - (۱۴) مطابق با چارچوب استاندارد ارائه شده در [۱۶] می باشند. از طرفی نحوه نمایش در رابطه (۱۲) با فرموله بندی استاندارد مورد استفاده در کنترل تطبیقی همخوانی دارد و به کارگیری قوانین تطبیقی را برای تنظیم پارامترها در زمان واقعی ممکن می سازد. در نتیجه، این روش به ویژه برای سیستم های دینامیکی مناسب است که در آنها تابع فناشناخته و ممکن است در طول زمان تغییر کند. از آنجا که فناشناخته است، بردار ضریب Γ نمی توان مستقیماً از تعریف ارائه شده در رابطه (۱۳) محاسبه کرد. در عوض، Γ به صورت برخط با استفاده از قوانین به روزرسانی تطبیقی تخمین زده خواهد شد.

۳،۲ عیب عملکرد

در عمل سیستم های رباتیک در معرض انواع عیوب قرار دارند. یکی از عیوب مرسوم در این گونه سیستم ها که مجهز به موتورهای الکتریکی هستند، عیب عملکرد می باشد. انواع عیوب عملکرد به صورت زیر تعریف می شوند:

- عیب بایاس (قفل در جا) که توسط رابطه $u_i(t) + g_i$ مدل می شود به قسمی که $\dot{g}_i(t) = 0$ و $g_i(t_{f_i}) \neq 0$. گفتنی است که t_{f_i} لحظه وقوع عیب در i -امین محرک است.
- عیب رانش که به صورت $u_i(t) + g_i(t)$ مدل می شود مادامیکه $|g_i(t)| = \lambda_i t$ و $0 < \lambda \ll 1$ برای $t \geq t_{f_i}$ باشد.
- عیب فقدان دقت که توسط $u_i(t) + g_i(t)$ توصیف می شود به قسمی که $|g_i(t)| < \bar{g}_{0i}$ و $\dot{g}_i(t) \rightarrow 0$ برای $t \geq t_{f_i}$ باشد.

- عیب فقدان کارایی با رابطه $k_i(t)u_i(t)$ توصیف می گردد که در آن برای $t \geq t_{f_i}$ عبارت $0 < \bar{k}_i \leq k_i(t) \leq 1$ برقرار است.

با توجه به توضیحات فوق، رابطه زیر جهت مدل سازی عیب عملکرد در نظر گرفته می شود تا بتواند انواع عیوب آن را در طراحی پوشش دهد:

$$u_i(t) = k_i(t)s_i(t) + g_i(t) \quad (15)$$

که $s_i(t)$ سیگنال فرمان ولتاژ مطلوب تولید شده توسط کنترل کننده در شرایط عملکرد نرمال (بدون عیب) است. همچنین $0 < \bar{k}_i \leq k_i(t) \leq 1$ نشان دهنده افت بازدهی است. $g_i(t)$ نیز نشان دهنده عیب بایاس (ولتاژ ناخواسته) است که کراندار بودن مقدار و نرخ تغییرات آن از مفروضات اساسی است. بدیهی است که در غیاب عیب، $k_i(t) = 1$ و $g_i(t) = 0$ خواهد بود.

۳،۳ هدف کنترل

هدف از ارائه سیستم کنترل تحمل پذیر عیب پیشنهادی، ردگیری مسیر مطلوب در حضور عیب عملکرد و اغتشاشات خارجی است به قسمی که با اصلاح مکانیزم تطبیقی، تخمین نامعینی های مجتمع با دقت بالایی تحقق یابد. به منظور دستیابی به این مهم، فرض و لم زیر مورد استفاده قرار می گیرد:

فرض ۱ [۱۶]: اغتشاشات خارجی $|d_1(t)| \leq \bar{d}_1$ و $|d_2(t)| \leq \bar{d}_2$ کراندار می باشند که $\bar{d}_1$ و $\bar{d}_2$ مقادیر مثبت نامعلوم هستند.

لم ۱ [۲۸]: ناتساوی یانگ به صورت زیر ارائه می شود:

$$xy \leq \frac{o^p}{p} |x|^p + \frac{1}{qo^q} |y|^q \quad (16)$$

که $o > 0$ ، $p, q > 1$ و $(p-1)(q-1) = 1$ می باشد.

۴- طرح کنترل پیشنهادی

در این بخش، کنترل کننده مقاوم تحمل پذیر عیب مبتنی بر FAT در سه گام طراحی می شود. به منظور بهبود عملکرد سیستم کنترل در مواجهه با عدم قطعیت های دینامیکی و عیب عملکرد، در نظر گرفتن دقت تقریبگر در قوانین تطبیقی امری ضروری است. بدین منظور، دقت تقریب با تعریف متغیری تحت عنوان خطای شنا ساگر به صورت کمی در می آید که در ادامه، نحوه محاسبه و گنجاندن آن در قوانین تطبیقی ارائه خواهد شد.

$$= \sum_{i=1}^n -k_{1i} v_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n v_{1i} v_{2i}$$

گام ۲: برای زیرسیستم دوم از رابطه (۷)، مشتق ω_{2i} به صورت زیر بیان می شود:

$$\dot{\omega}_{2i} = \dot{x}_{2i} - \dot{x}_{2i}^c = \underbrace{f_{1i} + d_{1i}(x, t)}_{\Gamma_{1i}^T \phi_{1i} + \epsilon_{1i}} + a_i x_{3i} - \dot{x}_{2i}^c \quad (25)$$

با توجه به تعریف متغیر ω_{3i} ، رابطه (۲۵) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\dot{\omega}_{2i} = \Gamma_{1i}^T \phi_{1i} + \epsilon_{1i} + a_i \omega_{3i} + a_i x_{3i}^c - \dot{x}_{2i}^c + a_i x_{3i}^d - a_i x_{3i}^d \quad (26)$$

ورودی کنترل مجازی دوم به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$x_{3i}^d = \frac{-\tilde{\Gamma}_{1i}^T \phi_{1i} - k_{2i} \omega_{2i} - \omega_{1i} + \dot{x}_{2i}^c}{a_i} \quad (27)$$

که k_{2i} یک مقدار مثبت است. با اعمال (۲۷) به (۲۶)، میتوان نوشت:

$$\dot{\omega}_{2i} = \tilde{\Gamma}_{1i}^T \phi_{1i} + \epsilon_{1i} + a_i \omega_{3i} - \omega_{1i} - k_{2i} \omega_{2i} + a_i (x_{3i}^c - x_{3i}^d) \quad (28)$$

از طرفی سیگنال جبران ساز خطای سیگنال فیلتر شده به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\dot{z}_{2i} = -k_{2i} z_{2i} - z_{1i} + a_i z_{3i} + a_i (x_{3i}^c - x_{3i}^d) \quad (29)$$

با توجه به روابط (۲۸) و (۲۹)، داریم:

$$\dot{v}_{2i} = \tilde{\Gamma}_{1i}^T \phi_{1i} + a_i v_{3i} - v_{1i} - k_{2i} v_{2i} + \epsilon_{1i} \quad (30)$$

جهت ارتقاء عملکرد سیستم کنترل پیشنهادی، دقت تقریب در روند طراحی در نظر گرفته می شود. لذا یک متغیر تحت عنوان خطای شناساگر به صورت زیر تعریف می شود:

$$Z_{2iPE} = x_{2i} - \hat{x}_{2i} \quad (31)$$

که دینامیک زیر جهت استخراج $\hat{x}_{2i}$ طراحی می گردد:

$$\dot{\hat{x}}_{2i} = \tilde{\Gamma}_{1i}^T \phi_{1i} + a_i x_{3i} + \beta_{1i} Z_{2iPE} \quad (32)$$

که β_{1i} یک مقدار مثبت است. بنابراین، مشتق رابطه (۳۱) به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{Z}_{2iPE} = \tilde{\Gamma}_{1i}^T \phi_{1i} + \epsilon_{1i} - \beta_{1i} Z_{2iPE} \quad (33)$$

تابع منتخب لیاپانوف در این گام به صورت زیر انتخاب می شود:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v_{2i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\Gamma}_{1i}^T \gamma_{1i}^{-1} \tilde{\Gamma}_{1i} \quad (34)$$

گام ۱: نخست، متغیر خطای ردگیری به صورت زیر تعریف می شود:

$$\omega_{1i} = x_{1i} - x_{1di} \quad (17)$$

که x_{1di} سیگنال مرجع برای $i = 1, 2, \dots, n$ است. مشتق ω_{1i} به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{\omega}_{1i} = \dot{x}_{1i} - \dot{x}_{1di} = x_{2i} - \dot{x}_{1di} \quad (18)$$

به منظور بهبود پیچیدگی سیگنال کنترل، از تکنیک فرمان فیلتر شده استفاده می شود. در این تکنیک، خطای زیرسیستم های دوم و سوم به صورت $\omega_2 = x_2 - x_2^c$ و $\omega_3 = x_3 - x_3^c$ تعریف می شوند که x_2^c و x_3^c به ترتیب خروجی های سیگنال های x_2^d و x_3^d پس از عبور از فیلتر مرتبه اول پایدار، می باشند.

این امر در ادامه به کمک روابط ریاضی تشریح می شود. با استناد به توضیحات فوق، رابطه (۱۸) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\dot{\omega}_{1i} = \omega_{2i} + x_{2i}^c - \dot{x}_{1di} + x_{2i}^d - x_{2i}^d \quad (19)$$

که x_{2i}^d ورودی کنترلی مجازی است که توسط طراح به صورت $x_{2i}^d = -k_{1i} \omega_{1i} + \dot{x}_{1di}$ انتخاب می شود که k_{1i} یک مقدار مثبت است. از طرفی x_{2i}^c توسط رابطه زیر بدست می آید:

$$\alpha_{2i} \dot{x}_{2i}^c + x_{2i}^c = x_{2i}^d \quad (20)$$

که $\alpha_{2i} > 0$ است. با اعمال x_{2i}^d پیشنهادی به (۱۹)، میتوان رابطه زیر را بیان کرد:

$$\dot{\omega}_{1i} = -k_{1i} \omega_{1i} + \omega_{2i} + (x_{2i}^c - x_{2i}^d) \quad (21)$$

به منظور حذف خطای سیگنال فیلتر شده، سیگنال جبران ساز به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$\dot{z}_{1i} = -k_{1i} z_{1i} + z_{2i} + (x_{2i}^c - x_{2i}^d) \quad (22)$$

لذا خطای ردگیری جبران شده به صورت $v_{1i} = \omega_{1i} - z_{1i}$ و $v_{2i} = \omega_{2i} - z_{2i}$ تعریف می شوند. تابع منتخب لیاپانوف برای گام نخست به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v_{1i}^2 \quad (23)$$

که مشتق آن با جایگذاری روابط (۲۱) و (۲۲)، به صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^n v_{1i} \dot{v}_{1i} = \sum_{i=1}^n v_{1i} (\dot{\omega}_{1i} - \dot{z}_{1i}) \\ &= \sum_{i=1}^n v_{1i} (-k_{1i} v_{1i} + v_{2i}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$+ \sum_{i=1}^n a_i v_{2i} v_{3i} - \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{1i}}{2} \tilde{F}_{1i}^T \tilde{F}_{1i} \\ - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} \left(\beta_{1i} - \frac{1}{2} \right) Z_{2iPE}^2 \\ + \sum_{i=1}^n \left(\bar{\epsilon}_{1i}^2 + \frac{\delta_{1i}}{2} \|\Gamma_{1i}^*\|^2 \right)$$

گام ۳: برای زیرسیستم سوم از رابطه (۷)، با توجه به مدل سازی عیب عملکرد که توسط رابطه (۱۵) توصیف شد، مشتق ω_{3i} به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{3i} &= \dot{x}_{3i} - \dot{x}_{3i}^c \\ &= f_{2i} + b_i (k_i(t) s_i(t) + g_i(t)) \\ &\quad + d_{2i}(x, t) - \dot{x}_{3i}^c \\ &= f_{2i} + b_i ((k_i(t) - I) s_i(t) + g_i(t)) \\ &\quad + d_{2i}(x, t) + b_i s_i(t) - \dot{x}_{3i}^c \end{aligned} \quad (42)$$

که در رابطه فوق، تعریف زیر در نظر گرفته می شود:

$$\Gamma_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} = f_{2i} + d_{2i}(x, t) + b_i ((k_i(t) - I) s_i(t) + g_i(t)) \quad (43)$$

لذا ω_{3i} به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\dot{\omega}_{3i} = \Gamma_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} + b_i s_i(t) - \dot{x}_{3i}^c \quad (44)$$

قانون کنترل نهایی توسط رابطه زیر پیشنهاد می شود:

$$s_i = \frac{-\tilde{F}_{1i}^T \phi_{2i} - k_{3i} \omega_{3i} - a_i \omega_{2i} + \dot{x}_{3i}^c}{b_i} \quad (45)$$

که k_{3i} یک مقدار مثبت است. با اعمال (۴۵) به (۴۴)، میتوان نوشت:

$$\dot{\omega}_{3i} = \tilde{F}_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} - k_{3i} \omega_{3i} - a_i \omega_{2i} \quad (46)$$

از طرفی سیگنال جبران ساز خطای سیگنال فیلتر شده به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\dot{z}_{3i} = -k_{3i} z_{3i} - a_i z_{2i} \quad (47)$$

با توجه به روابط (۴۶) و (۴۷)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{3i} &= \dot{\omega}_{3i} - \dot{z}_{3i} = \tilde{F}_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} \\ &\quad - k_{3i} v_{3i} - a_i v_{2i} \end{aligned} \quad (48)$$

به منظور بهبود عملکرد سیستم کنترل، دقت تقریب به صورت زیر تعریف می شود:

$$Z_{3iPE} = x_{3i} - \hat{x}_{3i} \quad (49)$$

که دینامیک زیر جهت استخراج $\hat{x}_{3i}$ طراحی می گردد:

$$\dot{\hat{x}}_{3i} = \tilde{F}_{2i}^T \phi_{2i} + b_i s_i + \beta_{2i} Z_{3iPE} \quad (50)$$

که β_{2i} یک مقدار مثبت است. بنابراین، مشتق رابطه (۴۹) به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{Z}_{3iPE} = \tilde{F}_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} - \beta_{2i} Z_{3iPE} \quad (51)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} Z_{2iPE}^2$$

مشتق رابطه (۳۴) با جایگذاری روابط (۳۰)، (۳۳) و به صورت زیر ارائه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sum_{i=1}^n -k_{1i} v_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n v_{1i} v_{2i} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n v_{2i} (\tilde{F}_{1i}^T \phi_{1i} + a_i v_{3i} - v_{1i} \\ &\quad - k_{2i} v_{2i} + \epsilon_{1i}) - \sum_{i=1}^n \tilde{F}_{1i}^T \gamma_{1i}^{-1} \dot{\Gamma}_{1i} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} Z_{2iPE} (\tilde{F}_{1i}^T \phi_{1i} + \epsilon_{1i} \\ &\quad - \beta_{1i} Z_{2iPE}) \end{aligned} \quad (35)$$

رابطه فوق به صورت زیر ساده می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= - \sum_{i=1}^n k_{1i} v_{1i}^2 - \sum_{i=1}^n k_{2i} v_{2i}^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^n a_i v_{2i} v_{3i} - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} \beta_{1i} Z_{2iPE}^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (\gamma_{Z2i} Z_{2iPE} \epsilon_{1i} + v_{2i} \epsilon_{1i}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \tilde{F}_{1i}^T \left(\begin{aligned} &v_{2i} \phi_{1i} \\ &+ \gamma_{Z2i} Z_{2iPE} \phi_{1i} - \gamma_{1i}^{-1} \dot{\Gamma}_{1i} \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

قانون تطبیق توسط رابطه زیر پیشنهاد می شود:

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_{1i} &= \gamma_{1i} \left((v_{2i} + \gamma_{Z2i} Z_{2iPE}) \phi_{1i} \right. \\ &\quad \left. - \delta_{1i} \Gamma_{1i} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

که γ_{1i} ، γ_{Z2i} و δ_{1i} پارامترهای مثبت هستند که توسط طراح انتخاب می شوند. از طرفی به کمک لم ۱، روابط زیر حاصل می شوند:

$$v_{2i} \epsilon_{1i} \leq \frac{1}{2} v_{2i}^2 + \frac{1}{2} \bar{\epsilon}_{1i}^2 \quad (38)$$

$$Z_{2iPE} \epsilon_{1i} \leq \frac{1}{2} Z_{2iPE}^2 + \frac{1}{2} \bar{\epsilon}_{1i}^2 \quad (39)$$

$$\tilde{F}_{1i}^T \hat{F}_{1i} \leq -\frac{1}{2} \tilde{F}_{1i}^T \tilde{F}_{1i} + \frac{1}{2} \|\Gamma_{1i}^*\|^2 \quad (40)$$

جایگذاری روابط (۳۷) - (۴۰) در (۳۶)، نتیجه زیر را می دهد:

$$\dot{V}_2 \leq - \sum_{i=1}^n k_{1i} v_{1i}^2 - \sum_{i=1}^n \left(k_{2i} - \frac{1}{2} \right) v_{2i}^2 \quad (41)$$

تابع لیاپانوف نهایی به صورت زیر انتخاب می شود:

(۵۲)

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v_{3i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\Gamma}_{2i}^T \gamma_{2i}^{-1} \tilde{\Gamma}_{2i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_{Z3i} Z_{3iPE}^2$$

با جایگذاری روابط (۴۱)، (۴۸) و (۵۱) در مشتق رابطه (۵۲) نتیجه زیر حاصل می شود:

(۵۳)

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & - \sum_{i=1}^n k_{1i} v_{1i}^2 - \sum_{i=1}^n \left(k_{2i} - \frac{1}{2} \right) v_{2i}^2 \\ & + \sum_{i=1}^n a_i v_{2i} v_{3i} - \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{1i}}{2} \tilde{\Gamma}_{1i}^T \tilde{\Gamma}_{1i} \\ & - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} \left(\beta_{1i} - \frac{1}{2} \right) Z_{2iPE}^2 \\ & + \sum_{i=1}^n \left(\tilde{\epsilon}_{1i}^2 + \frac{\delta_{1i}}{2} \|\Gamma_{1i}^*\|^2 \right) - \sum_{i=1}^n \tilde{\Gamma}_{2i}^T \gamma_{2i}^{-1} \dot{\tilde{\Gamma}}_{2i} \\ & + \sum_{i=1}^n v_{3i} (\tilde{\Gamma}_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} - k_{3i} v_{3i} - a_i v_{2i}) \\ & + \sum_{i=1}^n \gamma_{Z3i} Z_{3iPE} (\tilde{\Gamma}_{2i}^T \phi_{2i} + \epsilon_{2i} - \beta_{2i} Z_{3iPE}) \end{aligned}$$

رابطه فوق به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & - \sum_{i=1}^n k_{1i} v_{1i}^2 - \sum_{i=1}^n \left(k_{2i} - \frac{1}{2} \right) v_{2i}^2 \\ & - \sum_{i=1}^n k_{3i} v_{3i}^2 - \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{1i}}{2} \tilde{\Gamma}_{1i}^T \tilde{\Gamma}_{1i} \\ & - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} \left(\beta_{1i} - \frac{1}{2} \right) Z_{2iPE}^2 \\ & + \sum_{i=1}^n \left(\tilde{\epsilon}_{1i}^2 + \frac{\delta_{1i}}{2} \|\Gamma_{1i}^*\|^2 \right) \\ & - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z3i} \beta_{2i} Z_{3iPE}^2 \\ & + \sum_{i=1}^n \tilde{\Gamma}_{2i}^T \left(v_{3i} \phi_{2i} + \gamma_{Z3i} Z_{3iPE} \phi_{2i} - \gamma_{2i}^{-1} \dot{\tilde{\Gamma}}_{2i} \right) \\ & + \sum_{i=1}^n (v_{3i} \epsilon_{2i} + \gamma_{Z3i} Z_{3iPE} \epsilon_{2i}) \end{aligned} \quad (54)$$

با توجه به رابطه فوق، قانون تطبیق به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$\dot{\tilde{\Gamma}}_{2i} = \gamma_{2i} \left((v_{3i} + \gamma_{Z3i} Z_{3iPE}) \phi_{2i} - \delta_{2i} \tilde{\Gamma}_{2i} \right) \quad (55)$$

که γ_{2i} ، γ_{Z3i} و δ_{2i} پارامترهای مثبت هستند که توسط طراح انتخاب می شوند. از طرفی به کمک ناتساوی یانگ، روابط زیر حاصل می شوند:

$$v_{3i} \epsilon_{2i} \leq \frac{1}{2} v_{3i}^2 + \frac{1}{2} \epsilon_{2i}^2 \quad (56)$$

$$Z_{3iPE} \epsilon_{2i} \leq \frac{1}{2} Z_{3iPE}^2 + \frac{1}{2} \epsilon_{2i}^2 \quad (57)$$

$$\tilde{\Gamma}_{2i}^T \tilde{\Gamma}_{2i} \leq -\frac{1}{2} \tilde{\Gamma}_{2i}^T \tilde{\Gamma}_{2i} + \frac{1}{2} \|\Gamma_{2i}^*\|^2 \quad (58)$$

جایگذاری روابط (۵۵)–(۵۸) در (۵۴)، نتیجه زیر را می دهد:

(۵۹)

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & - \sum_{i=1}^n k_{1i} v_{1i}^2 - \sum_{i=1}^n \left(k_{2i} - \frac{1}{2} \right) v_{2i}^2 \\ & - \sum_{i=1}^n \left(k_{3i} - \frac{1}{2} \right) v_{3i}^2 - \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{1i}}{2} \tilde{\Gamma}_{1i}^T \tilde{\Gamma}_{1i} \\ & - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z2i} \left(\beta_{1i} - \frac{1}{2} \right) Z_{2iPE}^2 - \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{2i}}{2} \tilde{\Gamma}_{2i}^T \tilde{\Gamma}_{2i} \\ & - \sum_{i=1}^n \gamma_{Z3i} \left(\beta_{2i} - \frac{1}{2} \right) Z_{3iPE}^2 \\ & + \sum_{i=1}^n \left(\tilde{\epsilon}_{1i}^2 + \frac{\delta_{1i}}{2} \|\Gamma_{1i}^*\|^2 + \tilde{\epsilon}_{2i}^2 + \frac{\delta_{2i}}{2} \|\Gamma_{2i}^*\|^2 \right) \end{aligned}$$

رابطه فوق به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{V}_3 \leq -AV_3 + B \quad (60)$$

که

(۶۱)

$$\begin{aligned} B = & \tilde{\epsilon}_{1i}^2 + \frac{\delta_{1i}}{2} \|\Gamma_{1i}^*\|^2 + \tilde{\epsilon}_{2i}^2 + \frac{\delta_{2i}}{2} \|\Gamma_{2i}^*\|^2 \\ A = & \min\{2(k_{1i}), 2(k_{2i}^o), 2(k_{3i}^o), \gamma_{1i}\delta_{1i}, \gamma_{2i}\delta_{2i}, 2(\beta_{1i} - 1/2), 2(\beta_{2i} - 1/2)\} \end{aligned}$$

لذا کرانداری نهایی یکنواخت سیستم حلقه بسته محقق می شود. با توجه به روابط (۵۲) و (۶۰)، متغیرهای خطای ردگیری جبران شده v_{3i} ، v_{2i} ، v_{1i} تخمین تقریبیگرها $\tilde{\Gamma}_{2i}$ و $\tilde{\Gamma}_{1i}$ و خطای شناساگرها Z_{3iPE} و Z_{2iPE} محدود می باشند. با عنایت

به روش فرمان فیلترشده [۲۹]، سیگنال های جبرانساز z_{3i}, z_{2i}, z_{1i} کراندار هستند لذا خطای ردگیری $\omega_{3i}, \omega_{2i}, \omega_{1i}$ محدود و در نتیجه خروجی محدود می باشد.

تذکره ۲: قوانین به روزرسانی پارامترها در این پژوهش بر پایه یک ساختار ترکیبی طراحی شده اند به طوری که هر قانون تطبیق همزمان از دو جزء مستقل تغذیه می شود. نخست، خطای ردگیری جبران شده سیستم v_{2i}, v_{3i} که وظیفه سوق دادن حالت ها به سمت مسیر مرجع را بر عهده دارد، و دوم، خطای شناساگر Z_{2iPE}, Z_{3iPE} که به صورت آنالین انحراف فیزیکی شنا ساگر از دینامیک واقعی سیستم را کمی سازی می کند. با بروز عیب در عملکرد یا ورود اغتشاشات ناگهانی، این متغیرهای خطا تغییر یافته و به عنوان سیگنال های فعال ساز، سرعت و جهت همگرایی قوانین تطبیقی را اصلاح می کنند. پارامترهای تخمین زده شده برخط $\hat{f}_{1i}, \hat{f}_{2i}$ حاصل از این فرآیند، مستقیماً از طریق ترم های $-\hat{f}_{1i}\phi_{1i}$ و $-\hat{f}_{2i}\phi_{2i}$ وارد سیگنال کنترل مجازی و سیگنال کنترل نهایی ولتاژ موتورهای می شوند. در نتیجه با اثرات ناشی از عیب عملکرد و نامعینی های دینامیکی مقابله کرده و پایداری مقاوم سیستم را بدون نیاز به اطلاعات دقیق مدل فیزیکی تضمین می نماید.

جدول ۲- پارامترهای ربات

لینک	$l(m)$	$l_c(m)$	$m(kg)$	$I(kg.m^2)$
۱	۱	۰.۵	۱۵	۵
۲	۱	۰.۵	۶	۲

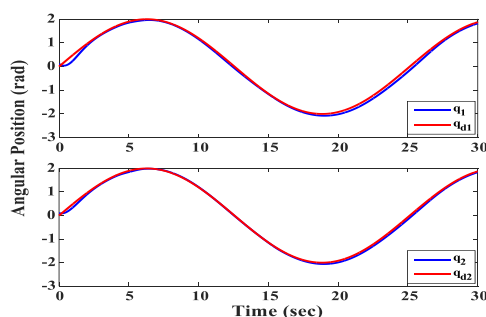
جدول ۳- پارامترهای موتورهای

R	J_m	B_m	L	K_b	r	V_{max}
۱.۶	۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۲۶	۰.۰۱	۴۲

سناریو ۱: در این سناریو، روش پیشنهادی با کنترل کننده تحمل پذیر عیب مبتنی بر رویکرد اغتشاش، ارائه شده در [۲۴]، مقایسه می شود که دقت تقریب در استخراج قوانین تطبیقی آن نقشی ندارد. برای $i = j = 1, 2$ ، پارامترهای کنترلی در جدول ۴ آمده است.

جدول ۴- پارامترهای طراحی

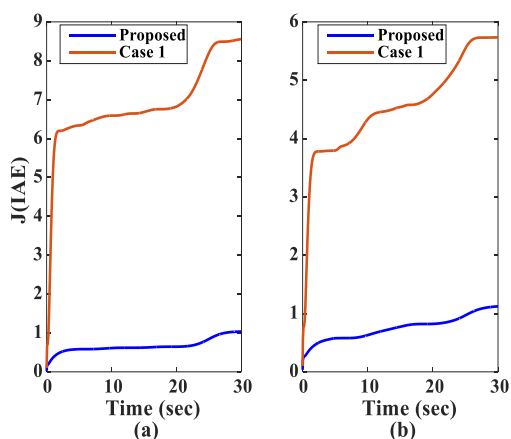
k_{i1}	k_{2i}	k_{3i}	γ_{ji}	γ_{2i}	γ_{3i}	β_{ji}	δ_{ji}
۱۰	۸	۵	۵۰	۰.۱	۰.۰۵	۰.۳	۰.۱



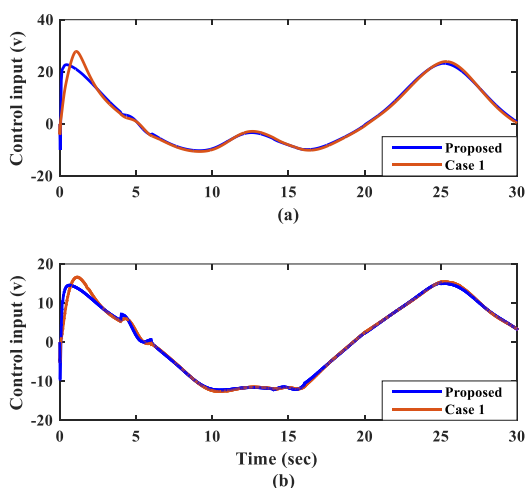
شکل ۱- ردگیری مسیر مرجع $2\sin(\frac{t}{4})$ توسط روش پیشنهادی برای مفصل یک و مفصل دو.

۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش، نتایج شبیه سازی سیستم کنترل پیشنهادی اعمالی به یک بازوی رباتیک دو رابط مجهز به موتورهای الکتریکی ارائه می شود. شبیه سازی ها در محیط سیمولینک MATLAB 2020a با استفاده از حل گر ode4 روش صریح Runge-Kutta اجرا شده است. این شبیه سازی ها بر روی یک لپ تاپ Lenovo مجهز به پردازنده Intel Core i7-4700MQ با فرکانس ۲.۴۰ گیگاهرتز، ۱۶ گیگابایت حافظه RAM و سیستم عامل ۶۴ بیتی Windows 10 انجام پذیرفته است. پارامترهای ربات و موتورهای الکتریکی از [۴] گرفته شده است که در جداول ۲ و ۳ ارائه می گردد. زمان اجرای الگوریتم در نرم افزار ۳۰ ثانیه و گام زمانی ۱ میلی ثانیه می باشد. شرایط اولیه هر سه متغیر حالت صفر منظور شده است. مسیر مرجع برای هر دو بازو در فضای مفصلی به صورت $2\sin(\frac{t}{4})$ انتخاب گردیده است. به منظور ساختن تقریبگر، پنج جمله اول بردار رگرسور با $\mu = 1$ برای هر یک از $f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22}$ در نظر گرفته می شود. از اینرو، فضای کنترل برای تقریبگرها، توسط

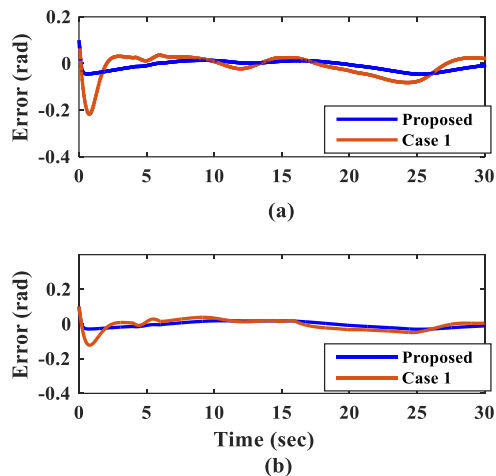


شکل ۳- مقایسه شاخص عملکرد IAE روش پیشنهادی و روش [۲۴] برای (a) مفصل یک و (b) مفصل دو.



شکل ۴- سیگنال ولتاژ کنترلی روش پیشنهادی برای (a) موتور یک و (b) موتور دو.

به منظور ساختن سیستم فازی، سه تابع تعلق گوسی شکل در محدوده $[-1, 1]$ برای هر ورودی فازی در نظر گرفته شده است. برای بردار f_1 ، دو تقریبگر فازی با چهار ورودی $\omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{22}$ طراحی شده است لذا برای هر یک از ترم های f_{11} و f_{12} ، ۸۱ قانون فازی منظور گردیده است. به طور مشابه، برای بردار f_2 ، دو تقریبگر فازی با در نظر گرفتن ورودی های ω_{21} و ω_{31} برای f_{21} و ورودی های ω_{22} و ω_{32} برای f_{22} لحاظ شده است



شکل ۲- مقایسه خطای ردگیری روش پیشنهادی و روش [۲۴] برای (a) مفصل یک و (b) مفصل دو.

نتایج حاصل از شبیه سازی این سناریو، توسط شکل های ۱ تا ۶ ارائه شده است. در شکل ۱، ردگیری رضایت بخش مسیر مرجع برای هر دو رابط در حضور عیب عملکرد نشان داده شده است. شکل ۲ خطاهای ردگیری را برای روش پیشنهادی و روش مقایسه نشان می دهد. به منظور ارزیابی بهتر، شاخص عملکرد خطا در شکل ۳ به تصویر کشیده شده است. واضح است که عملکرد روش پیشنهادی در ردگیری مسیر مرجع به مراتب بهتر از روش مقایسه می باشد. شکل ۴ به نمایش ورودی های کنترلی می پردازد. در هر دو روش، ولتاژ اعمالی به موتورها رفتار قابل قبولی از خود نشان داده اند زیرا در محدوده ی قابل قبول قرار دارند. شکل ۵، وزن های تقریبگر استفاده شده در روش پیشنهادی را به تصویر کشیده که پیداست نرم بردارهای پارامترهای تقریبگر به صورت محدود و همگرا می باشند. شکل ۶ خطای تخمین نامعینی ها را برای هر دو روش ارائه می دهد. واضح است که عملکرد سیستم کنترل پیشنهادی در تخمین نامعینی ها نیز به مراتب بهتر از روش مقایسه ای می باشد. این امر بدلیل در نظر گرفتن دقت تقریب در قوانین تطبیقی روش پیشنهادی می باشد.

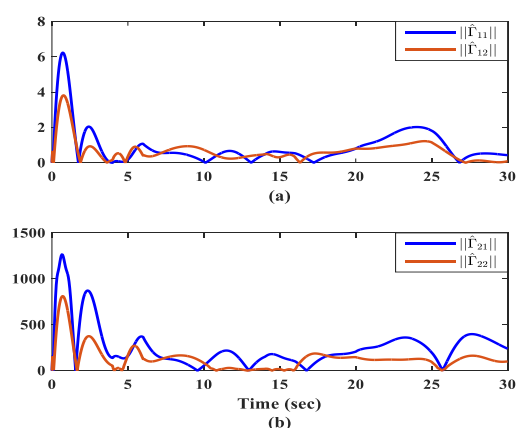
سناریو ۲: در این سناریو، روش پیشنهادی از منظر نوع تقریبگر مقایسه می گردد لذا تقریبگر فازی جایگزین تقریبگر پیشنهادی شده و مابقی ساختار سیستم کنترل بدون تغییر می باشد.

با محر که های الکتریکی، با در نظر گرفتن همزمان عیب عملکرد و اغتشاش خارجی ارائه شد. برخلاف روش های پیشین که فاقد مکانیزم پایش کیفیت تقریب بودند، شاخص دقت تقریب (خطای شناساگر) در قوانین تطبیقی لحاظ گردید و تأثیر آن در پایداری و کاهش خطای تخمین از طریق تحلیل لیاپانوف به اثبات رسید. اعتبارسنجی عملی از طریق شبیه سازی نشان داد که شاخص انتگرال قدرمطلق خطا (IAE) برای ردیابی مسیر در مفصل اول و دوم به ترتیب ۱,۰۴ و ۱,۰۸ حاصل شده است. این مقادیر نسبت به روش عصبی مقایسه شده با خطای ۸,۵۶ و ۵,۸۲، و نسبت به روش فازی با خطای ۲,۷۹ و ۱,۸۲ بهبودی عملکرد سیستم را نشان می دهند. از نظر بار محاسباتی، روش پیشنهادی با تنها ۱۰ قانون برای هر یک از توابع نامعین، در مقایسه با روش های عصبی و فازی کاهش قابل توجهی در پیچیدگی محاسباتی داشته است. این امر موجب شد زمان اجرای محاسبات از ۳۴ و ۹۳ ثانیه در روش های رقیب، به ۲۱ ثانیه تقلیل یابد. با این وجود، روش پیشنهادی دارای محدودیت های (۱) بررسی حساسیت سیستم در حضور نویز اندازه گیری در محیط های ناملازم صنعتی و (۲) وابستگی دقت نهایی به انتخاب دستی تعداد توابع پایه (m) که در این مقاله با مصالحه میان دقت و سرعت پردازش انتخاب گردید، می باشد. برای تحقیقات آتی، (الف) بررسی تأثیر نویز اندازه گیری بر عملکرد سیستم و (ب) تعمیم این چارچوب ولتاژ-مینا به ربات های دارای مفاصل انعطاف پذیر با بارهای متغیر نامعین، پیشنهاد می شود.

ضمایم

جدول ۶- فهرست علائم

نماد	تعریف	واحد
$x_1 = q$	موقعیت زاویه ای مفاصل	rad
$x_2 = \dot{q}$	سرعت زاویه ای مفاصل	rad/s
$x_3 = I_a$	جریان موتور	A
$u = V$	ولتاژ موتور	v
$y = x_1$	خروجی	rad
ω_1	خطای ردگیری	rad
$\hat{f}_1, \hat{f}_2$	بردار پارامترهای تقریبگر	-



شکل ۵- همگرایی نرم بردارهای پارامترهای تطبیقی تقریبگرهای $f_1(a)$ و $f_2(b)$.

لذا برای هر یک از ترم های f_{21} و f_{22} ، ۹ قانون فازی منظور گردیده است. در این سناریو عملکرد ردگیری و تخمین توسط شکل ۷ به تصویر کشیده شده است. در شکل ۷(a)-(d)، همانطور که پیداست عملکرد تخمین نامعینی ها در روش پیشنهادی بهتر از تقریبگر فازی می باشد. همچنین با توجه به شکل ۷(e)-(f) عملکرد ردگیری که توسط شاخص IAE ارزیابی شده است، بیانگر کارایی تقریبگر پیشنهادی در مقایسه با سیستم فازی می باشد. به منظور ارزیابی بهتر عملکرد روش پیشنهادی، جدول ۵ ارائه شده است.

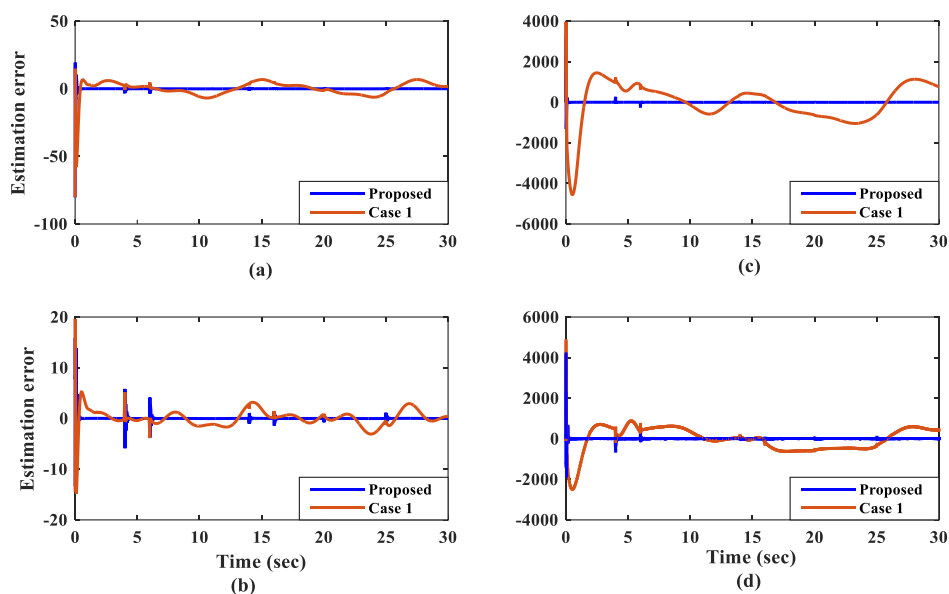
جدول ۵- مقایسه تحلیلی

کنترل کننده	نوع تقریبگر	تعداد قوانین f_1 f_2	IAE		زمان اجرا
			مفصل ۱	مفصل ۲	
پیشنهادی	FAT	۱۰ ۱۰	۱,۰۴	۱,۰۸	۲۱s
سناریو ۱	عصبی	۱۶ ۳۲	۸,۵۶	۵,۸۲	۳۴s
سناریو ۲	فازی	۱۸ ۱۶۲	۲,۷۹	۱,۸۲	۹۳s

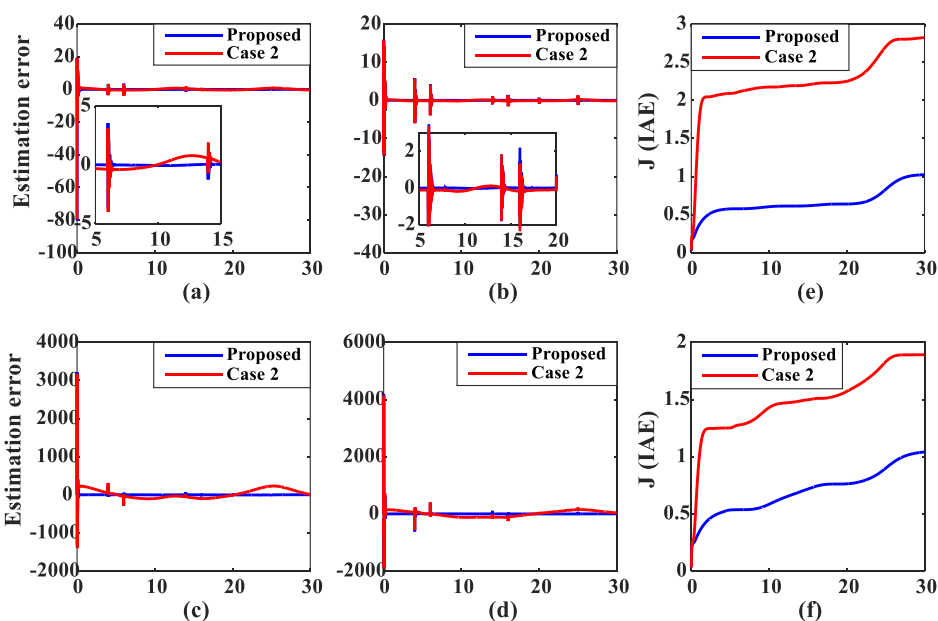
نتایج جدول بیانگر آنست که روش پیشنهادی در مقایسه با دو سناریو مذکور، با حجم محاسبات پایین تر و زمان اجرای کمتر، عملکرد بهتری از خود نشان داده است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله، یک کنترل کننده مقاوم تحمل پذیر عیب آزاد از مدل مبتنی بر تکنیک تقریب تابع (FAT) برای بازوی رباتیک



شکل ۶- مقایسه خطای تخمین نامعینی روش پیشنهادی و روش [۲۴] (a) $f_{11} + d_{11}$ (b) $f_{12} + d_{12}$ (c) $f_{21} + d_{21}$ (d) $f_{22} + d_{22}$



شکل ۷- سناریو ۲: مقایسه روش پیشنهادی با روش مبتنی بر سیستم فازی در خطای تخمین و ردگیری (a) $f_{11} + d_{11}$ (b) $f_{12} + d_{12}$ (c) $f_{21} + d_{21}$ (d) $f_{22} + d_{22}$ (e) شاخص خطا برای ردگیری مفصل یک (f) شاخص خطا برای ردگیری مفصل دو

مراجع

- [12] Y. Fan, H. Zhan, Y. Li, C. Yang, (2025) A Predefined Time Constrained Adaptive Fuzzy Control Method With Singularity-Free Switching for Uncertain Robots, *IEEE. Trans. Fuzzy. Syst.* 32 (5) 2650–2662.
- [13] L. Kong, Q. Lai, Y. Ouyang, Q. Li, and S. Zhang, (2022) Neural learning control of a robotic manipulator with finite-time convergence in the presence of unknown backlash-like hysteresis, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. Syst.*, 52 (3) 1916–1927.
- [14] K. Zhao and Y. Song, (2020) Neuroadaptive robotic control under time-varying asymmetric motion constraints: A feasibility-condition-free approach, *IEEE Trans. Cybern.*, 50 (1) 15–24.
- [15] S.A. Saadat, M. M. Fateh, J. Keighobadi, (2022) Adaptive state augmented clustering-based fuzzy learning control of a passive torque simulator. , *Int. J. Dyn. Cont.*, 10(3) 917-929.
- [16] A. Izadbakhsh, S. Khorashadizadeh, S. Ghandali, (2020) Robust adaptive impedance control of robot manipulators using Szasz–Mirakyan operator as universal approximator, *ISA Trans.* 106 1–11.
- [17] R. Gholipour, M. M. Fateh, (2018) Adaptive task-space control of robot manipulators using the Fourier series expansion without task-space velocity measurements, *Measurement* 123 285–292.
- [18] A. Izadbakhsh, S. Khorashadizadeh, (2020) Robust adaptive control of robot manipulators using Bernstein polynomials as universal approximator, *Int. J. Robust. Nonlinear. Cont.* 30 (7) 2719–2735.
- [19] J. Keighobadi, B. Xu, A. Alfi, A. Arabkoohsar, G. Nazmara, (2022) Compound FAT-based prespecified performance learning control of robotic manipulators with actuator dynamics, *ISA Trans.*, doi:10.1016/j.isatra.2022.04.027.
- [20] J. Keighobadi, M.M. Fateh, B. Xu, G. Nazmara, (2023) Composite fuzzy voltage-based command-filtered learning control of electrically-driven robots with input delay using disturbance observer. *J. Frankl. Inst.* 360 (2),813–840.
- [21] A. Eighoul, A. Bouziri, A. Tellili, M. N. Abdelkrim, (2017) A Fault Tolerant Control for Robot Manipulators against Actuator Fault, 18th Int. Conf. Sci. Tech. Autom.Cont. 218–222.
- [22] A. Milecki, P. Nowak, (2023) Review of Fault-tolerant Control Systems Used in Robotic Manipulators, *Appl. Sci.* 13 (2675), 1–18.
- [23] F. Piltan, A. Prosvirin, M. Sohaib, B. Saldivar, J. Kim, (2020) An SVM-Based Neural Adaptive Variable Structure Observer for Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control of a Robot Manipulator, *Appl. Sci.* 10 (1344), 1–26.
- [24] H. Huang, W. He, J. Li, B. Xu, C. Yang, W. Zhang, (2022) Disturbance Observer-Based Fault-Tolerant
- [1] C. Yang, Y. Jiang, W. He, J. Na, Z. Li, B. Xu, (2018) Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence, *IEEE Trans. Ind. Electron.* 65 (10) 8112–8123.
- [2] M. Mirzaee, R. Kazemi, (2025) Type-II fuzzy inference system-based fractional terminal sliding mode control for zero-force exoskeleton robots, *Iranian. J. Fuzzy. Sys.* 21 (6) 147–171.
- [3] V. Ghaffari, (2026) Minimum-Time Control of Constrained Systems via Phase-Plane Technique: Application in Robotic Manipulators, *Int. J. Ind. Cont.* Opt. 1–8, 10.22111/ieco.2026.53182.1717.
- [4] J. Keighobadi, M.M. Fateh, B. Xu, (2020) Adaptive fuzzy voltage-based backstepping tracking control for uncertain robotic manipulators subject to partial state constraints and input delay, *Nonlinear Dyn.* 100 (3) 2609–2634.
- [5] Y. Wu, R. Huang, Y. Wang, J. Wang, (2020) Adaptive tracking control of robot manipulators with input saturation and time-varying output constraints, *Asian. J. Control.* 1–14.
- [6] W. Lyu, D. Zhai, Y. Xiong, Y. Xia, (2021) Predefined performance adaptive control of robotic manipulators with dynamic uncertainties and input saturation constraints, *J. Frankl. Inst.* 358 7142–7169.
- [7] J. Keighobadi, A. Mehrjouyan, A. Alfi, (2024) Efficient learning control of uncertain nonlinear systems with input constraints: a disturbance observer-based neural network approach, *Int. J. Dyn. Cont.*, 12(9) 3392-3406.
- [8] Z. Yang, C. Dong, X. Zhang, G. Wang, (2022) Full-state time-varying asymmetric constraint control for non-strict feedback nonlinear systems based on dynamic surface method, *Scientific. Rep.* 12:10469 1–19, <https://doi.org/10.1038/s41598-022-14088-y>.
- [9] G. Li, J. Yu, X. Chen, (2021) Adaptive fuzzy neural network command filtered impedance control of constrained robotic manipulators with disturbance observer, *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* 1–10.
- [10] F. Meng, L. Zhao, J. Yu, (2020) Backstepping based adaptive finite-time tracking control of manipulator systems with uncertain parameters and unknown backlash, *J. Frankl. Inst.* 357 (16) 11281–11297.
- [11] S. Zhang, Y. Dong, Y. Ouyang, Z. Yin, K. Peng, (2018) Adaptive neural control for robotic manipulators with output constraints and uncertainties, *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* 29 (11) 5554–5564.

- [27] J. Keighobadi, M.M. Fateh, (2021) Adaptive Robust Tracking Control Based on Backstepping Method for Uncertain Robotic Manipulators Including Motor Dynamics, *Int. J. Ind. Cont. Opt.*, 4 (1), 13–22.
- [28] H. Deng, M. Krstic, (1997) Stochastic nonlinear stabilization—I: A backstepping design, *Sys. Cont. Letters.*, 32 (3) 143–150.
- [29] W. Dong, J.A. Farrell, M.M. Polycarpou, V. Djapic, M. Sharma, (2011) Command filtered adaptive backstepping, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 20 (3) 566–580.
- Control for Robotic Systems With Guaranteed Prescribed Performance, *IEEE Trans. Cybern.*, 53 (2) 1–12.
- [25] X. Zhang, Z. Yang, H. Liu, X. Huang, (2025) Optimal Sliding Mode Fault-Tolerant Control for Multiple Robotic Manipulators via Critic-Only Dynamic Programming, *Sensors*, 25 (5410) 1–29.
- [26] M. Van, S.S. Ge, (2020) Adaptive fuzzy integral sliding-mode control for robust fault-tolerant control of robot manipulators with disturbance observer, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 29 (5) 1284–1296.