



تأثیر اعمال نیروی محوری کششی به قطعه کار بر کاهش ارتعاشات در فرآیند روتراشی

محمد پورحاجی^۱، صالح عباسی^۲، عباس رهی^{۳*}

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۲۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۴/۰۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۷

چکیده

پدیده ارتعاشات در ماشین‌کاری و روتراشی قطعات مهندسی یکی از مشکلات رایج در صنعت است که تأثیر قابل توجهی در کیفیت سطح قطعات ماشین‌کاری شده به ویژه قطعات با ضخامت کم و طول بلند دارد. در این پژوهش تأثیر اعمال نیروی محوری به قطعه‌ای تحت روتراشی به عنوان راه‌حلی برای کاهش اثر ارتعاش بررسی می‌شود. بدین منظور قطعه به صورت تیر یکسر گیردار یکسر لولا و ابزار روتراشی به شکل بار هارمونیک متحرک مدل‌سازی می‌شود. با توجه به تئوری ریلی، معادله حرکت تیر استخراج می‌شود. سپس با استفاده از روش گالرکین معادله حاکم بر حرکت حل شده و فرکانس‌های طبیعی و پاسخ دینامیکی تیر بدست می‌آید. برای اعتبارسنجی نتایج، خیز در نقطه‌ای میانی تیر در مدل حاضر با نتایج نرم افزار کامسول مقایسه می‌شود. نتایج نشان دهنده تطابق مناسب نتایج عددی با نتایج مدل‌سازی کامسول است. نتایج نشان می‌دهد نیروی محوری، دامنه و سرعت نیروی هارمونیک، تأثیر زیادی در فرکانس‌های طبیعی، بیشینه انحراف و پاسخ‌های فرکانسی تیر دارد. با افزایش نیروی محوری، بیشینه جابجایی تیر کاهش و فرکانس‌های طبیعی تیر افزایش پیدا می‌کند. این تغییرات نشان دهنده تأثیر مثبت اعمال نیروی محوری در کاهش ارتعاش تیر است.

کلمات کلیدی: ارتعاش در فرآیند روتراشی؛ تیر یکسر گیردار یکسر لولا؛ بار هارمونیک متحرک؛ نیروی محوری.

The Effect of Applying Axial Tensile Force to the Workpiece on Vibration Reduction in the Face milling Process

Mohammad Purhaji¹, Saleh Abbasi², Abbas Rahi^{3*}

¹ Ph.D Student, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

² MSc. Student, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

³ Assoc. Prof., Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

Abstract

The phenomenon of vibrations in the machining and turning process of engineering parts is one of the common problems in the industry that has a significant impact on the surface quality of machined parts, mainly in parts with small thickness and long length. In this study, the effect of applying axial force to the part under the turning process is investigated as a solution to reduce the effect of the vibrations phenomenon. For this aim, the part is modeled as a clamped-hinged beam and the turning tool is modeled as a moving harmonic load. According to the Rayleigh theory, the beam motion equation is extracted. Then, using the Galerkin method, the equation of motion is solved and the natural frequencies and dynamic response of the beam are obtained. To validate the results, the deflection at the midpoint of the beam in the present model is compared with the results of the COMSOL software. The results indicate a good agreement of the numerical results with the COMSOL modeling results. The results show that the axial force, amplitude, and speed of the harmonic force have a great effect on the natural frequencies, maximum deflection, and frequency responses of the beam, such that with increasing axial force, the maximum displacement and frequency response of the beam decrease and the natural frequencies increase. These changes indicate the positive effect of applying axial force in reducing the vibration of the beam.

Keywords: vibration in the Face milling process; Fixed-simply supported beam; moving harmonic load; axial force.

۱- مقدمه

ارتعاشات در فرآیندهای ماشین کاری یکی از مهم ترین عوامل کاهش کیفیت سطح، افزایش سایش ابزار و کاهش بهره‌وری است. در فرآیند ماشین کاری، دو نوع ارتعاش مکانیکی وجود دارد. این ارتعاشات شامل ارتعاشات اجباری و ارتعاشات خودتحریکی (چتر) می‌باشند. ارتعاشات اجباری در اثر تحریک های خارجی مانند ارتعاش دستگاه و ابزار تراش، نیروهای برش و ناهمواری سطح قطعه کار به وجود می‌آیند [۱]. این نوع ارتعاشات باعث جابجایی نسبی زیاد بین ابزار و قطعه کار شده و نقش مهمی در کاهش عمر ابزار و افت کیفیت سطح قطعه‌ی تراشکاری شده ایفا می‌کنند. ارتعاش خودتحریک به دو نوع تقسیم می‌شود [۲]. نوع اول زمانی رخ می‌دهد که نسبت ضخامت به طول قطعه روتراشی کم باشد (قطعه نازک باشد). در این حالت، قطعه کار مستعد ارتعاش در جهت عرضی است. نوع دوم زمانی رخ می‌دهد که ابزار تراش بلند یا باریک باشد و در امتداد محور برش دچار ارتعاش شود. این نوع ارتعاش معمولاً در جهت محوری ابزار اتفاق می‌افتد و باعث نوسانات در لبه برش می‌شود [۳].

هر دو نوع ارتعاش در فرایند ماشین کاری موجب انحراف سطح، تغییر پروفیل و کاهش کیفیت قطعه‌ی کار می‌شوند. از این رو بررسی و اندازه گیری ویژگی‌های دینامیکی ارتعاش و بهبود کیفیت ماشینکاری در بسیاری از پژوهش‌ها مورد توجه محققان قرار گرفته است [۳-۷]. در بسیاری از این پژوهش‌ها، قطعه‌ی تحت ماشینکاری به صورت تیر یکسر گیردار-یکسر لولا و ابزار تراش به صورت بار متحرک مدلسازی شده است. لی و همکاران [۶] با در نظر گرفتن قطعه‌ی تحت تراشکاری به صورت تیر یکسر گیردار-یکسر لولا مدل دینامیکی بر اساس تئوری اویلر-برنولی ارائه دادند. آنها در این پژوهش تأثیر قطر قطعه، سفتی و نیروی محوری ناشی از مرغک بر فرکانس طبیعی قطعه بررسی شد. در پژوهشی دیگر لئو و همکاران [۷] قطعه‌ی تحت روتراشی را به صورت تیر اویلر-برنولی یکسر گیردار و نیروی روتراشی را به صورت بار متحرک ساده مدل سازی کردند. همچنین در پژوهش مذکور، به منظور صحت سنجی مدل سازی ریاضی، نتایج با نتایج تجربی اعتبار سنجی شد.

تحلیل ارتعاش عرضی تیرها تحت تأثیر بارهای متحرک، در مطالعات بسیاری بررسی شده است [۸]. ایچیکاوا و

همکاران [۹] با استفاده از روش آنالیز مودال و روش ادغام مستقیم رفتار ارتعاشی یک تیر اویلر-برنولی که توسط یک جرم متحرک با سرعت ثابت عبور می‌کند، بررسی کردند. با استفاده از اصل همیلتون معادلات حاکم بر ارتعاش یک تیر پیوسته غیریکنواخت تحت بارهای متحرک با تئوری اویلر-برنولی توسط ژئو و همکاران [۱۰] استخراج شد و پاسخ زمانی تیر مورد بررسی قرار گرفت. میکالتسوس و همکاران [۱۱] پاسخ دینامیکی خطی یک تیر اویلر-برنولی با تکیه‌گاه ساده را که تحت یک بار متحرک تک محوری و دو محوره با شتاب مثبت و منفی قرار گرفته بود بررسی کردند. دو گوش و آیزنبرگر [۱۲] از روش‌های آنالیز مودال و تبدیل انتگرال همراه با ادغام مستقیم برای تعیین انحراف دینامیکی و نیروهای داخلی یک تیر غیریکنواخت تحت بارهای متحرک استفاده کردند. کارگرونین و همکاران [۱۳] با روش اغتشاش لیندستد-پوانکار و تابع گرین، پاسخ زمانی تیرهای اویلر-برنولی و تیموشنکو که تحت بارهای متحرک هارمونیک قرار می‌گیرد را محاسبه کردند. وانگ و همکاران [۱۴] یک مطالعه تحلیلی و عددی از پاسخ گذرا یک سیستم تیر با جرم متحرک با در نظر گرفتن شتاب مثبت و منفی ارائه کردند. در پژوهش دیگر لای و همکاران [۱۵] اثر تغییر سرعت حرکت بار ثابت و ویژگی ساختاری تیر بر پاسخ دینامیکی تیر اویلر-برنولی با تکیه‌گاه ساده را بررسی کردند.

بر اساس فرضیه ریلی در میان تحقیقات منتشر شده، تحقیقات متعددی در تحلیل ارتعاش سازه‌های تیر انجام شده است [۱۶]. در پژوهش چن و همکاران [۱۷] تأثیر فرکانس و سرعت نیروی متحرک بر بیشینه خیز و پاسخ دینامیکی تیر با خواص مدرج تابعی (FG) مورد مطالعه قرار گرفت. اومولوف و همکاران [۱۸] با روش تحلیلی ارتعاش تیر با نیروی متحرک را در شرایط مرزی مختلف بررسی کردند. در این پژوهش تأثیر حرکت جرم در سرعت و شتاب ثابت بر پاسخ دینامیکی تیر بررسی شد. همچنین ابراهیمی و همکاران [۱۹] ارتعاش اجباری و آزاد تیر با تئوری اویلر-برنولی و تئوری ریلی تحت نیروی متحرک ثابت تحلیل و بررسی کردند. از نتایج پژوهش آنها می‌توان به کمتر بودن بیشینه دامنه‌ی ارتعاش آزاد تیر با تئوری ریلی نسبت به تیر با استفاده از تئوری اویلر-برنولی در شرایط یکسان اشاره کرد. در پژوهش سیلکو بیگاس [۲۰] ارتعاش آزاد یک تیر با بار متحرک ثابت در شرایط مرزی و

گالریکین حل می‌شود و تأثیر افزودن نیروی محوری و تغییر پارامترهای بار هارمونیک به‌طور همزمان بر فرکانس‌های طبیعی و بیشینه انحراف تیر به‌صورت عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. از دیگر نوآوری‌های این پژوهش می‌توان به بررسی همزمان اثر نیروی محوری و بار متحرک هارمونیک بر رفتار ارتعاشی تیر یک‌سر گیردار-یک‌سر لولا اشاره کرد که با توجه به مراجع به‌طور همزمان بررسی نشده‌اند.

۲- بیان مسئله

۲-۱- مدل‌سازی ریاضی

سیستم مورد بررسی در این پژوهش یک تیر الاستیک یکنواخت است که تحت روتراشی قرار دارد. مدل‌سازی سیستم بدین صورت انجام می‌گیرد که ابزار روتراشی با در نظر گرفتن ارتعاش اجباری و تحریک خارجی ابزار به‌صورت نیروی متحرک هارمونیک و تیر به‌صورت یک تیر یک‌سر گیردار-یک‌سر لولا در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای بررسی تأثیر نیروی محوری بر رفتار ارتعاشی تیر، محل اعمال نیروی کششی P انتهای تیر در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که طول تیر برابر با L و با تئوری ریلی مدل‌سازی می‌شود که خواص یکنواختی در طول تیر دارد. مزیت تئوری ریلی نسبت به تئوری اوپلر-برنولی، در نظر گرفتن لختی دورانی المان‌ها در تئوری ریلی است که موجب افزایش دقت مدل‌سازی می‌شود. مطابق با شکل ۱، ضخامت کل تیر برابر با h و پهنای تیر برابر با b است. همچنین فرض می‌شود ابزار روتراشی (نیروی متحرک) با سرعت ثابت حرکت کرده و مسیر مستقیمی را طی می‌کند. با توجه به تئوری ریلی و در نظر گرفتن اثرات لختی دورانی معادله حرکت در رابطه ۱ و شرایط مرزی در رابطه ۳ نشان داده شده است. در رابطه ۲ نحوه تعریف نیروی متحرک هارمونیک آمده است [۲۸].

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} - P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = f(x,t) \quad (1)$$

$$f(x,t) = f_0 \sin(\omega t) \delta(x - v_0 t) \quad (2)$$

$$w(0,t) = 0$$

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

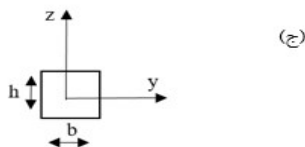
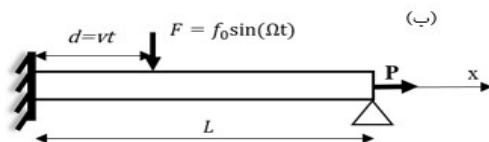
$$EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$$

تکیه‌گاه‌های مختلف با استفاده از تئوری ریلی بررسی شد. تابینج و همکاران [۷] اثر سرعت و تعداد بار متحرک ثابت بر پاسخ دینامیکی یک تیر با استفاده از تئوری ریلی را بررسی و نتایج آن را با شبیه‌سازی‌های عددی مقایسه کردند. جهانگیری و همکاران [۲۱] معادلات جابجایی یک تیر تحت تأثیر جرم متحرک و نوسانات بزرگ را با استفاده از تئوری ریلی و روش گالریکین گسسته کرده و مورد بررسی قرار دادند. آنها جرم متحرک را به عنوان نیروی خارجی ساده در نظر گرفتند.

اهمیت اثر بار محوری بر تحلیل رفتار ارتعاشی تیرها در تحقیقات بسیاری گزارش شده است. بوکایان و همکاران [۲۲] فرکانس‌های طبیعی و مود شکل‌های یک تیر یکنواخت با نیروی محوری فشاری و کششی ثابت را برای شرایط مرزی مختلف تحلیل کردند. دیگر پژوهش‌های انجام شده در این حوزه می‌توان به پژوهش چن و همکاران [۲۳] اشاره کرد. آن‌ها بر اساس تئوری گرادیان کرنش، رفتار دینامیکی یک نانوتیر تحت تأثیر نیروی محوری را بررسی کردند و نتایج آنها بیانگر تأثیر مستقیم نیروی محوری بر دامنه‌ی پاسخ و فرکانس‌های تشدید نانو تیر بود. در قسمتی از پژوهش احیاری و همکاران [۲۴] تأثیر بار محوری بر فرکانس‌های طبیعی یک نانوتیر اوپلر-برنولی چرخان مورد بررسی قرار گرفت. ابراهیم‌نیا و همکاران [۲۵] رفتار دینامیکی و پایداری ارتعاشی یک تیر با مواد تابعی با حرکت چرخشی محوری که تحت تأثیر بار محوری قرار دارد را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد بار محوری تأثیر ناپایدارساز قابل توجهی در پایداری سیستم دارد. اونها و همکاران [۲۶] ارتعاش آزاد یک تیر اوپلر-برنولی تحت بارگذاری محوری را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان‌دهنده‌ی افزایش فرکانس‌های طبیعی تیر با افزایش نیروی محوری است. به‌منظور پیش‌بینی پاسخ ارتعاش فرکانس بالای تیر اوپلر-برنولی با نیروی ثابت محوری، چن و همکاران [۲۷] از روش المان محدود استفاده کردند.

در این مقاله تأثیر اعمال بار محوری به عنوان راهکاری برای کاهش ارتعاش قطعه تحت روتراشی بررسی می‌شود. بدین منظور قطعه تحت روتراشی به صورت تیر یک‌سر گیردار-یک‌سر لولا تحت نیروی محوری و ابزار روتراشی با در نظر گرفتن ارتعاش اجباری ابزار به صورت بار متحرک هارمونیک مدل‌سازی می‌شود. سپس معادلات حاکم بر سیستم با در نظر گرفتن لختی دورانی استخراج شده و با استفاده از روش

$$s_{1i}^2, s_{2i}^2 = \frac{(P - \rho I \omega_i^2)}{2EI} \pm \sqrt{\frac{(P - \rho I \omega_i^2)^2}{4E^2 I^2} + \frac{\rho A}{EI} \omega_i^2} \quad (۸)$$



شکل ۱- الف) نمایی از یک تیر یک سر گیردار تحت روتراشی با ماشین فرز FP4MH در صنعت، ب) نمای جانبی مدل تیر یک سر گیردار تحت بار متحرک و نیروی محوری و ج) نمای مقطع تیر در مدل

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho A \vec{W} \vec{W}^T \ddot{q} dx \\ & - \int_0^L \rho I \vec{W} \frac{d^2 \vec{W}^T}{dx^2} \ddot{q} dx \\ & + \int_0^L EI \vec{W} \frac{d^4 \vec{W}^T}{dx^4} q dx \\ & - \int_0^L P \vec{W} \frac{d^2 \vec{W}^T}{dx^2} q dx \\ & = \vec{W} (v_0 t) f_0 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (۹)$$

$$[M] \ddot{q} + [K] q = \vec{F} \quad (۱۰)$$

$$[M] = \int_0^L \rho A \vec{W} \vec{W}^T dx \quad (۱۱)$$

$$w(l, t) = 0 \quad (۳)$$

۲-۲- حل معادلات

در این پژوهش برای حل معادله‌ی ۱ از روش گالرکین استفاده شده است. در این روش برای جابجایی $w(x, t)$ یک جواب تقریبی به صورت رابطه‌ی ۴ در نظر گرفته می‌شود. در رابطه‌ی ۴، W_i و q_i به ترتیب i امین مود نرمال عرضی و مختصه تعمیم یافته عرضی است.

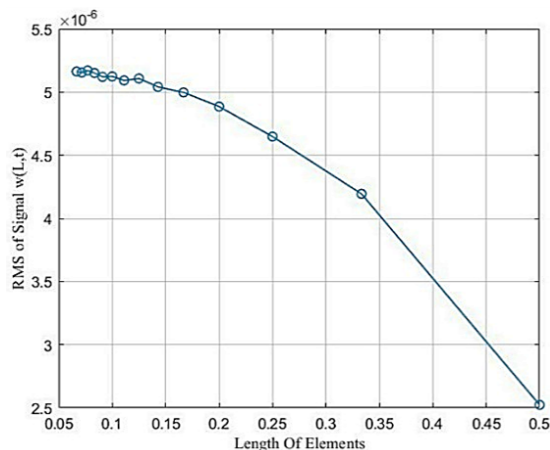
$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(x) q_i(t) = \vec{W}^T(x) \vec{q}(t) \quad (۴)$$

با در نظر گرفتن حل کلی معادله تیر به صورت رابطه‌ی ۵ و جایگذاری این معادله در شرایط مرزی (رابطه ۳) شکل موده‌های عرضی به صورت رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید. همچنین در رابطه‌ی ۶ می‌توان S_1 و S_2 را با حل معادله‌ی ۷ بدست آورد و با جایگذاری در رابطه‌ی ۸ فرکانس‌های طبیعی سیستم بدست می‌آید. لازم به ذکر است با توجه به در نظر گرفتن اثرات لختی دورانی (تئوری ریلی) و اعمال نیروی محوری، فرکانس‌های طبیعی سیستم به صورت تحلیلی قابل استخراج نیست. بدین منظور فرکانس‌های طبیعی به روش عددی استخراج می‌شوند. با اعمال روش گالرکین می‌توان رابطه‌ی ۱ را به شکل رابطه‌ی ۹ بازنویسی کرد. همچنین رابطه‌ی ۱۰ فرم ماتریسی رابطه‌ی ۹ می‌باشد که M و K به ترتیب ماتریس جرم و سفتی و F نیروی اعمالی به تیر است. مقادیر ماتریس جرم و سفتی در رابطه‌ی ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است. همچنین برای حل عددی رابطه ۱۰ برای تغییرات خیز تیر از نرم افزار متلب و دستور ode45 استفاده شده است.

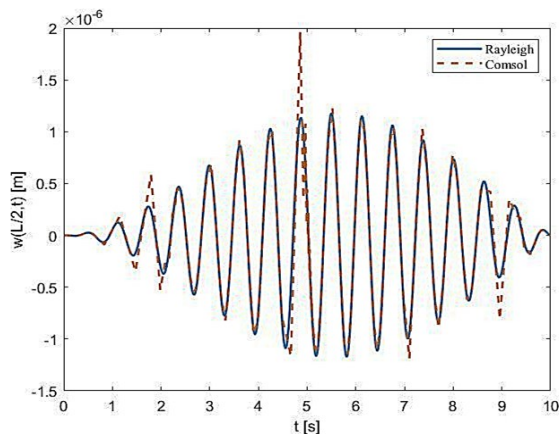
$$W_i(x) = C_{1i} \cos(s_{1i}x) + C_{2i} \sin(s_{1i}x) + C_{3i} \cosh(s_{2i}x) + C_{4i} \sinh(s_{2i}x) \quad (۵)$$

$$\begin{aligned} W_i(x) = & \left(\sin(s_{1i}x) - \frac{s_{1i}}{s_{2i}} \sinh(s_{2i}x) \right) \\ & + \frac{\left[\frac{s_{1i}}{s_{2i}} \sinh(s_{2i}l) - \sin(s_{1i}l) \right]}{[\cos(s_{1i}l) - \cosh(s_{2i}l)]} (\cos(s_{1i}x) \\ & - \cosh(s_{2i}x)) \end{aligned} \quad (۶)$$

$$\left(\frac{s_1^3}{s_2} + s_1 s_2 \right) \tanh(s_2 l) = (s_1^2 + s_2^2) \tan(s_1 l) \quad (۷)$$



شکل ۲- میانگین مجذور مربعات تغییرات خیز وسط تیر بر حسب اندازه المان‌های شبکه



شکل ۳- مقایسه نتایج مدل پژوهش و نرم افزار کامسول

۳-۲- نتایج

در شکل ۴ تأثیر نیروی محوری بر جابجایی نقطه‌ی میانی تیر در سرعت ۰/۱ متر بر ثانیه، دامنه‌ی نیرو ۱۰ نیوتن می‌باشد. به دلیل بالا بودن مقدار دامنه‌ی ارتعاش در نزدیکی فرکانس تشدید و بررسی بهتر تفاوت دامنه‌ی ارتعاش در پارامترهای مختلف، فرکانس نیروی متحرک نزدیک به مقدار فرکانس تشدید ($\omega_1 = 0/999 \omega$) انتخاب شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش نیروی محوری، جابجایی نقطه‌ی میانی تیر کاهش پیدا می‌کند. به‌طوری که با تغییر نیروی محوری اعمالی از صفر تا ۱۰۰۰۰ نیوتن جابجایی نقطه‌ی میانی تیر از ۰/۸۱ به ۰/۱۴ میلی‌متر کاهش پیدا می‌کند. در جدول ۲ مقادیر فرکانس‌های طبیعی تیر به‌ازای مقادیر مختلف نیروی محوری که از طریق رابطه‌ی ۸ با استفاده از روش

$$-\int_0^L \rho I \bar{W} \frac{d^2 \bar{W}^T}{dx^2} dx$$

$$[K] = \int_0^L EI \bar{W} \frac{d^4 \bar{W}^T}{dx^4} dx - \int_0^L P \bar{W} \frac{d^2 \bar{W}^T}{dx^2} dx \quad (12)$$

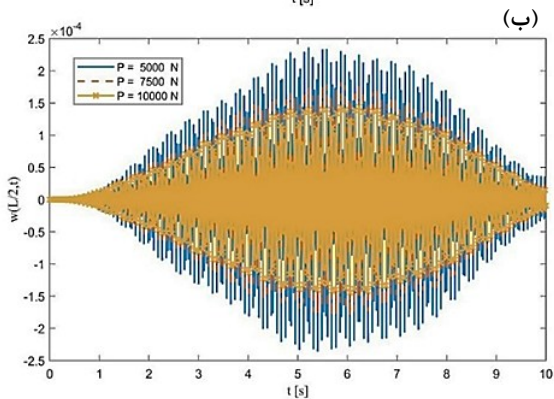
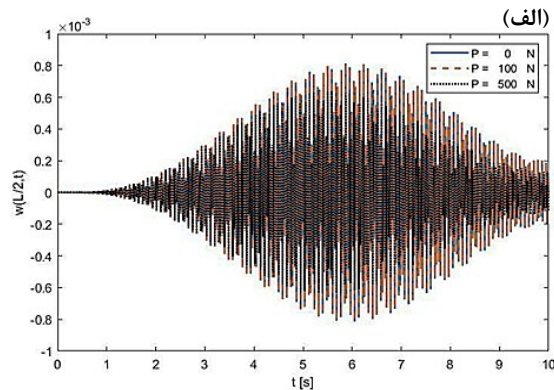
۳- نتایج و بحث

۳-۱- اعتبارسنجی نتایج

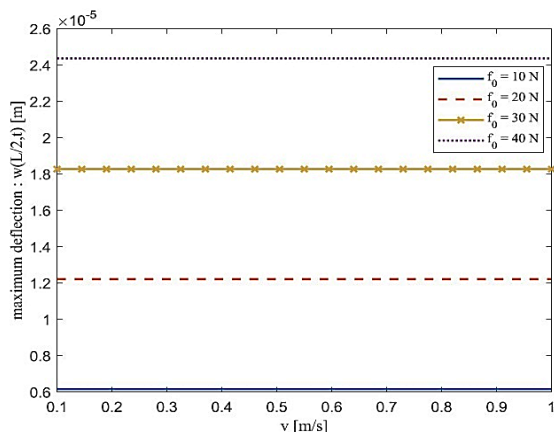
در این پژوهش برای اعتبارسنجی مدل و حل معادلات از نرم افزار کامسول استفاده شده است. بدین منظور ابتدا مدل با تعریف شرایط مرزی در محیط دویعدی نرم‌افزار کامسول مدل سازی شده است. برای شبیه‌سازی بار متحرک هارمونیک ناشی از ابزار روتراشی، از روش متغیرهای وابسته به زمان استفاده گردید. بدین منظور، موقعیت لحظه‌ای نیرو به صورت تابعی از زمان $x = v_0 t$ تعریف و نیروی هارمونیک $f_0 \sin(\omega t)$ به‌صورت یک بار متمرکز که بر روی این موقعیت متغیر اعمال می‌شود، در نظر گرفته شد. در نرم افزار کامسول برای شبکه بندی از المان مربعی (quadratic) استفاده شده است. شکل ۲ نمودار حساسیت به اندازه شبکه را نشان می‌دهد که میانگین مجذور مربعات تغییرات خیز وسط تیر را بر حسب اندازه المان های شبکه برای مدل را نشان می‌دهد. برای بررسی نتایج تعداد المان برابر ۲۴ و اندازه شبکه ۰,۰۸ در نظر گرفته شده است. برای اعتبارسنجی نتایج، تغییرات نتایج خیز در نقطه‌ی میانی تیر در مدل حاضر با نتایج نرم افزار کامسول مقایسه شده است (شکل ۳). همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود نتایج، تطابق مناسبی دارند. پارامترهای در نظر گرفته شده در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشد.

جدول ۱- پارامترهای اعتبارسنجی

$E(GPa)$	$\rho(\frac{g}{cm^3})$	$h, b(cm)$	$L(m)$	$f(N)$	$v(\frac{m}{s})$	$p(N)$
۲۰۲	۷/۸۷۴	۵	۱	۱۰	۰/۱	۱۰



شکل ۴- تأثیر نیروی محوری بر جابجایی نقطه‌ی میانی تیر
(الف) $0 < P < 500$ (ب) $5000 < P < 10000$



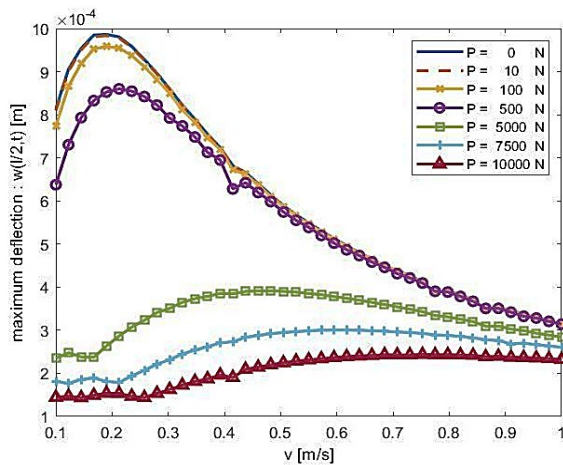
شکل ۵- تأثیر مقدار نیرو ابزار روتراشی و سرعت روتراشی
بر بیشینه جابجایی تیر

نیوتون رافسون به صورت عددی بدست آمده‌اند، قابل مشاهده می‌باشد. مطابق با این جدول با افزایش مقدار نیروی محوری فرکانس‌های طبیعی تیر افزایش می‌یابد که بدلیل افزایش سفتی تیر است.

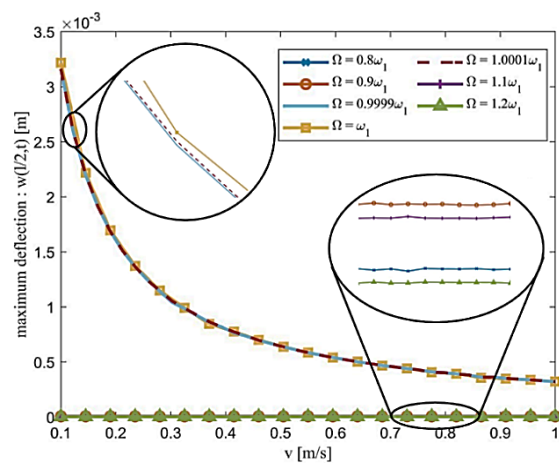
شکل ۵ نشان دهنده‌ی نمودار بیشینه انحراف دینامیکی- سرعت روتراشی در مقادیر مختلف نیرو روتراشی است. در این شکل افزایش بیشینه انحراف دینامیکی با افزایش مقدار نیرو روتراشی (دامنه‌ی نیروی متحرک) مشهود می‌باشد و با تغییر سرعت روتراشی، بیشینه انحراف دینامیکی تغییری پیدا نمی‌کند. با توجه به شکل ۶ تأثیر تغییر فرکانس ارتعاشی ابزار تراش اعمالی در نمودار بیشینه انحراف دینامیکی- سرعت روتراشی مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود در فرکانس‌های نزدیک به فرکانس تشدید، رفتار نمودار نسبت به سایر فرکانس‌ها متفاوت است. به گونه‌ای که در فرکانس‌های نزدیک به فرکانس تشدید با افزایش سرعت، در بیشینه انحراف دینامیکی کاهش قابل توجهی مشاهده می‌شود؛ اما در فرکانس‌های دیگر، با افزایش سرعت رو تراشی، تأثیر قابل توجهی در بیشینه انحراف دینامیکی تیر مشاهده نمی‌شود. نتایج این نمودار نشان دهنده‌ی اهمیت کاهش ارتعاش ابزار تراش و دستگاه است.

جدول ۲- مقادیر فرکانس‌های طبیعی تیر به ازای مقادیر

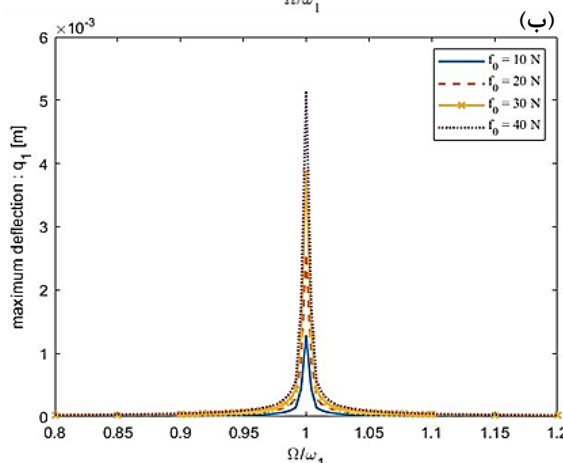
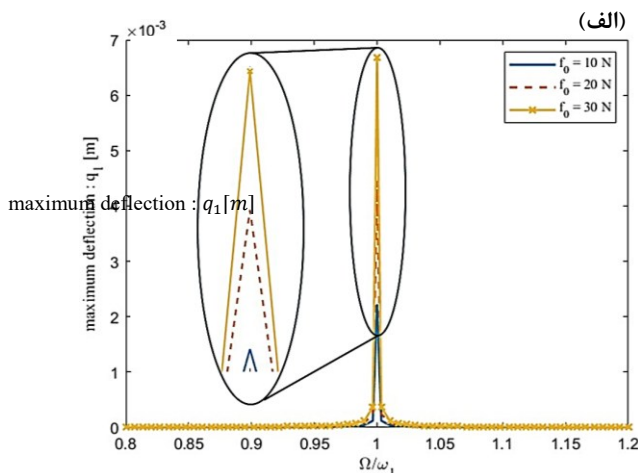
مختلف نیروی محوری			
نیروی محوری [N]	فرکانس طبیعی اول	فرکانس طبیعی سوم	فرکانس طبیعی پنجم
۰	۹۷۷/۴۷۰۱۹	۶۵۵۳/۰۴۶۱۷	۱۶۸۲۴/۶۰۸۹۱
۱۰۰	۹۷۷/۵۰۰۰۰	۶۵۵۳/۰۸۱۹۸	۱۶۸۲۴/۷۰۰۶
۵۰۰	۹۷۸/۹۶۳۹۷	۶۵۵۴/۸۳۶۶۶	۱۶۸۲۶/۴۴۳۵
۷۵۰۰	۹۷۹/۷۰۹۹۴	۶۵۵۵/۷۹۱۷۲	۱۶۸۲۷/۳۶۰۸
۱۰۰۰۰	۹۸۰/۴۵۵۳۱	۶۵۵۶/۶۲۶۶۶	۱۶۸۲۸/۲۷۸۰۰



شکل ۷- تأثیر نیروی محوری در منحنی بیشینه انحراف
دینامیکی - سرعت روتراشی (بار متحرک)



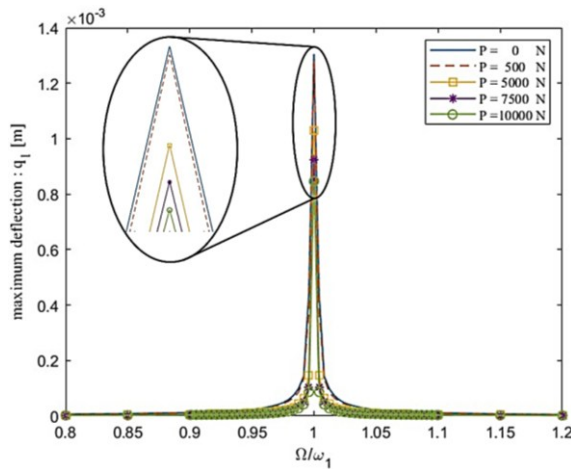
شکل ۶- تأثیر فرکانس ارتعاش ابزار در بیشینه انحراف -
سرعت روتراشی



شکل ۸- تأثیر مقدار نیرو روتراشی بر پاسخ فرکانسی تیر
الف) h=10 cm ب) h=1 cm

شکل ۷ نمودار حداکثر انحراف تیر و سرعت پیشروی ابزار روتراشی (بار متحرک) را برای مقادیر مختلف نیروی محوری نشان می‌دهد. شکل ۷ نشان می‌دهد که انحراف دینامیکی تیر به شدت تحت تأثیر سرعت پیشروی ابزار روتراشی است. همان طور که از شکل ۷ مشخص است منحنی‌های حداکثر انحراف - سرعت دارای نواحی افزایشی و کاهشی در سرعت‌های خاص هستند که در نقطه‌ای از سرعت به اوج می‌رسد و سپس کاهش پیدا می‌کند که می‌توان این سرعت را سرعت بحرانی نامید [۲۹ و ۳۰]. با توجه به شکل ۷ بررسی تغییرات نیروی محوری نشان دهنده‌ی کاهش حداکثر انحراف تیر با افزایش نیروی محوری اعمالی است، به گونه‌ای که با تغییر نیروی محوری به میزان ۵۰۰۰ نیوتن بیشینه انحراف دینامیکی تیر در حدود ۷۰ درصد کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش نیروی محوری سرعت بحرانی افزایش پیدا می‌کند و در نیروهای بالاتر حداکثر انحراف تیر به طور تقریبی ثابت می‌ماند. به عبارتی می‌توان اذعان نمود نیروی محوری تأثیر قابل توجهی در کاهش بیشینه انحراف دینامیکی تیر و افزایش سرعت بحرانی دارد.

شکل ۸ نشان دهنده‌ی تأثیر مقدار نیرو بر بیشینه خیز تیر تحت بار متحرک در فرکانس تشدید با ضخامت‌های مختلف است. همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش نیروی روتراشی بیشینه خیز افزایش می‌یابد.



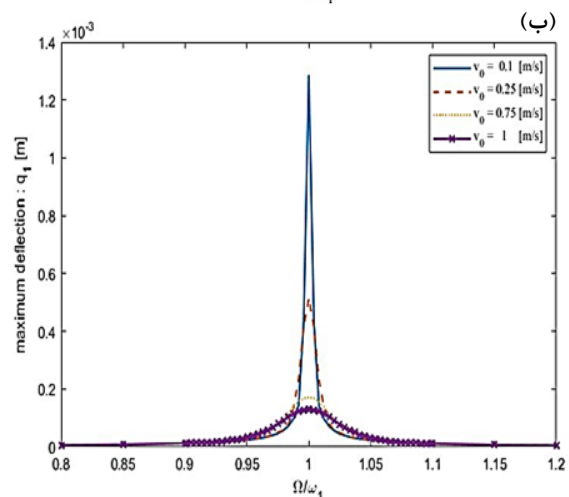
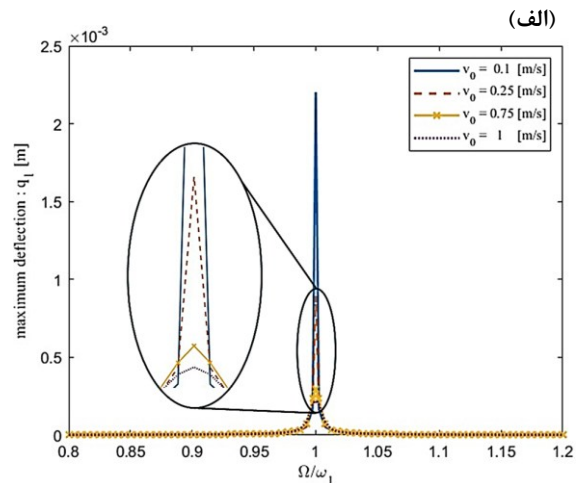
شکل ۱۰- تأثیر نیروی محوری بر پاسخ فرکانسی تیر

لازم به ذکر است با توجه به صرف نظر از اثرات میرایی در معادلات، در شکل‌های ۸ تا ۱۰ دامنه‌ی ارتعاش در فرکانس تشدید مقداری محدود دارد. دلیل محدود بودن دامنه‌ی ارتعاش در غیاب میرایی، محدود بودن به زمان و ماهیت گذرای نیروی متحرک است.

۴- جمع‌بندی

در این پژوهش تأثیر اعمال بار محوری بر قطعه تحت روتراشی به عنوان راهکاری برای کاهش ارتعاش بررسی شد. به نحوی که قطعه تحت روتراشی به صورت تیر یکسر گیردار- یکسر لولا تحت نیروی محوری و ابزار روتراشی با در نظر گرفتن ارتعاش اجباری ابزار به صورت بار متحرک هارمونیک مدل‌سازی و روابط حاکم بر ارتعاش سیستم استخراج شد. سپس با استفاده از روش عددی فرکانس‌های طبیعی و پاسخ دینامیکی برای پارامترهای مختلف بدست آورده شد. همچنین برای صحت سنجی نتایج، تیر یکسر گیردار تحت بار متحرک هارمونیک در نرم افزار کامسول شبیه‌سازی شد و نتایج اعتبارسنجی نشان داد نتایج عددی با نتایج نرم افزار کامسول تطابق بالایی دارند. نتایج عددی نشان می‌دهد که افزایش نیروی محوری، تأثیر زیادی بر رفتار ارتعاشی تیر تحت روتراشی دارد. به نحوی که با اعمال و افزایش نیروی محوری، انحراف دینامیکی و دامنه‌ی خیز در فرکانس‌های تشدید کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش نیروی محوری سرعت بحرانی و فرکانس‌های طبیعی تیر افزایش پیدا می‌کند. از دیگر نتایج پژوهش می‌توان به افزایش انحراف دینامیکی تیر با افزایش سرعت و مقدار نیروی

با مقایسه‌ی قسمت الف و ب شکل ۸ که نشان دهنده‌ی تفاوت بیشینه خیز تیر در ضخامت‌های مختلف است، مشاهده می‌شود اعمال نیروی محوری در ضخامت‌های کم‌تر موجب کاهش بیشتر بیشینه خیز تیر می‌شود. در شکل ۹ تأثیر تغییرات سرعت روتراشی بر بیشینه خیز تیر تحت بار متحرک نشان داده شده است. با توجه به شکل ۹، با افزایش سرعت روتراشی بیشینه خیز تیر در فرکانس تشدید کاهش پیدا می‌کند. دلیل این کاهش، کاهش مدت زمان اعمال نیرو توسط بار متحرک با افزایش سرعت در هر نقطه از تیر است. مطابق با شکل ۱۰ که نشان‌دهنده‌ی تأثیر نیروی محوری بر دامنه‌ی فرکانس تشدید است، افزایش نیروی محوری موجب کاهش دامنه‌ی خیز تیر در فرکانس تشدید می‌شود.



شکل ۹- تأثیر سرعت روتراشی بر پاسخ فرکانسی تیر (الف) h=1 cm (ب) h=5 cm

- subjected to a moving mass. *Sound Vib*, 230(3), 493-506.
- [13] Kargarnovin, M. H., Younesian, D., Thompson, D. J., & Jones, C. J. C. (2005). Response of beams on nonlinear viscoelastic foundations to harmonic moving loads. *Comput Struct*, 83(23-24), 1865-1877.
- [14] Wang, Y. M. (2005). The transient dynamics of multiple accelerating/decelerating masses traveling on an initially curved beam. *Sound Vib*, 286(1-2), 207-228.
- [15] Lai, Z., Jiang, L., & Zhou, W. (2018). An analytical study on dynamic response of multiple simply supported beam system subjected to moving loads. *Shock Vib*.
- [16] Tabejieu, L. A., Nbandjo, B. N., & Wofo, P. (2016). On the dynamics of Rayleigh beams resting on fractional-order viscoelastic Pasternak foundations subjected to moving loads. *Sol Fract*, 93, 39-47.
- [17] Chen, S., Zhang, Q., & Liu, H. (2022). Dynamic response of double-FG porous beam system subjected to moving load. *Eng. Comput*, 38(3), 2309-2328.
- [18] Omolofe, B., & Adara, E. O. (2020). Response characteristics of a beam-mass system with general boundary conditions under compressive axial force and accelerating masses. *Eng Rep*, 2(2), e12118.
- [19] Ebrahimi-Mamaghani, A., Sarparast, H., & Rezaei, M. (2020). On the vibrations of axially graded Rayleigh beams under a moving load. *Appl Math Model*, 84, 554-570.
- [20] Szyłko-Bigus, O., Śniady, P., & Zakęś, F. (2019). Application of Volterra integral equations in the dynamics of a multi-span Rayleigh beam subjected to a moving load. *Mech Syst*, 121, 777-790.
- [21] Jahangiri, A., Attari, N. K., Nikkhoo, A., & Waezi, Z. (2020). Nonlinear dynamic response of an Euler-Bernoulli beam under a moving mass-spring with large oscillations. *Arch Appl Mech*, 90(5), 1135-1156.
- [22] Bokaian, A. (1990). Natural frequencies of beams under tensile axial loads. *Sound Vib*, 142(3), 481-498.
- [23] Chen, W., Wang, L., & Dai, H. (2019). Stability and nonlinear vibration analysis of an axially loaded nanobeam based on nonlocal strain gradient theory. *Int Appl Mech*, 11(07), 1950069.
- [24] Ehyaei, J., Akbarshahi, A., & Shafiei, N. (2017). Influence of porosity and axial preload on vibration behavior of rotating FG nanobeam. *Adv Nao Res*, 5(2), 141.
- [25] Ebrahimi-Mamaghani, A., Forooghi, A., Sarparast, H., Alibeigloo, A., & Friswell, M. I. (2021). Vibration of viscoelastic axially graded beams with

روتراشی اشاره کرد. با توجه به نتایج بدست آمده می توان اذعان کرد که بارگذاری نیروی محوری در روتراشی قطعات با ضخامت کم می تواند به طور قابل توجهی انحراف و مقدار دامنه‌ی فرکانس تشدید را کاهش دهد.

۵- مراجع

- [1] Siddhpura, M., Paurobally, R. (2012). A review of chatter vibration in turning. *Int. J. Mach. Tools Manuf*, 51, 27-47.
- [2] Urbikain, G., Fernandez, A., Lacalle, L. N. L., Gutierrez, M.E. (2013). Stability lobes for general turning operations with slender tools in the tangential direction, *Int. J. Mach. Tools Manuf*, 67, 35-44.
- [3] Jang, D. Y., Choi Y. G., and Kim, H. G. (1996). Study of the correlation between surface roughness and cutting vibrations to develop an on-line
- [4] Sekar, M., Srinivas, J., Kotaiah, K.R., Yang, S.H. (2009). Stability analysis of turning process with tailstock-supported workpiece. *Int. J. Adv. Manuf. Technol*, 43, 862-871.
- [5] Zhou, Y., Wang, S., Chen, H., Zou, J., Ma, L., Yin, G. (2023). Study on surface quality and subsurface damage mechanism of nickel-based single-crystal superalloy in precision turning. *J. Manuf. Process*, 99, 230-242.
- [6] Li, C., Zou, Z., Duan, W., Liu, J., Gu, F., Ball, A.D. (2023). Characterizing the vibration responses of flexible workpieces during the turning process for quality control. *Applied Sciences*, 13, 12611.
- [7] Liu, D., Zhang, D., Luo, M., Luo, H. (2018). On-line vibration monitoring and analysis of thin-walled workpiece based on PVDF film sensor in milling process. *J. Mech. Engin.*, 54, 116-123..
- [8] Talebitooti, R. and Naserinejad, K. (2019). Dynamic Response of a Double Beam Interconnected by a Viscoelastic Layer Due to a Moving Vehicle with a Constant Acceleration. *J.Solid Fluid Mech.*, 9(1), 1-13. (in Persian)
- [9] Ichikawa, M., Miyakawa, Y., & Matsuda, A. (2000). Vibration analysis of the continuous beam subjected to a moving mass. *Sound Vib*, 230(3), 493-506
- [10] Zhu, X. Q., & Law, S. S. (2001). Precise time-step integration for the dynamic response of a continuous beam under moving loads. *Sound Vib*, 240(5), 962-970.
- [11] Michaltsos, G. T. (2002). Dynamic behaviour of a single-span beam subjected to loads moving with variable speeds. *Sound Vib*, 258(2), 359-372.
- [12] Ichikawa, M., Miyakawa, Y., & Matsuda, A. (2000). Vibration analysis of the continuous beam

- [28] Rao, S.S. (2006). Vibration of Continuous Systems. Wiley: Hoboken. 3rd edn. NJ, USA.
- [29] Şimşek, M. (2010). Fundamental frequency analysis of functionally graded beams by using different higher-order beam theories. Nucl Eng Des, 240(4), 697-705.
- [30] Şimşek, M., & Al-Shujairi, M. (2017). Static, free and forced vibration of functionally graded (FG) sandwich beams excited by two successive moving harmonic loads. Compos B Eng, 108, 18-34.
- simultaneous axial and spinning motions under an axial load. App Math Model, 90, 131-150.
- [26] Ondra, V., & Titurus, B. (2021). Free vibration and stability analysis of a cantilever beam axially loaded by an intermittently attached tendon. Mech Syst, 158, 107739 .
- [27] Chen, Z., Yang, Z., Guo, N., & Zhang, G. (2018). An energy finite element method for high frequency vibration analysis of beams with axial force. Appl Math Model, 61, 521-539.