



کاهش پیچش مخرب در عملگرهای پلیمر یونی فلزی با شبیه‌سازی کوپله‌ی الکتروشیمیایی-مکانیکی

رضا پورعینی^۱، حمید سلیمانی مهر^{۲*}، نوید سید کاظم ویلیانی^۴، علی عبدالهی^۲^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.^۲ دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.^۳ دانشیار، مرکز تحقیقات نوین خودرو، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.^۴ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۲۸؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۶/۱۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۱۵

چکیده

در این مقاله یک چارچوب چندفیزیکی برای تحلیل و کاهش پیچش در عملگرهای کامپوزیت پلیمر یونی-فلزی (IPMC) ارائه گردید که در آن هم‌زمان اثرات ویسکوالاستیک و الکتروفعال ماده در نظر گرفته شده‌است. معادلات حاکم ابتدا بر اساس نظریه تیر اویلر-برنولی و بر اساس اصل کمینه‌سازی انرژی استخراج شده و سپس با اتصال به روابط الکتروشیمیایی نرنست-پلانک-پواسون، ممان پیچشی ناشی از انتقال یون‌ها تحت میدان الکتریکی تعیین گردید. به‌منظور لحاظ کردن نرم‌شدگی ماده، مدول‌های مکانیکی به صورت مدل‌های ترکیبی وابسته به زمان و میدان الکتریکی تعریف شدند. شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد که در ولتاژ ۵ ولت و ضخامت ۱ میلی‌متر، مدول برشی در حدود ۱۰ ثانیه تقریباً تا ۸۵٪ افت می‌کند؛ اما با لایه‌های سخت عرضی و تحریک طولی متقارن، ممان پیچشی به کمتر از ۵٪ مقدار اولیه رسیده و زاویه پیچش عملاً حذف می‌شود. تحلیل پایداری با معرفی یک شاخص انجام شد که اثر زمان، شدت میدان و قید مرزی را هم‌زمان بر پایداری نشان می‌دهد. نتایج عددی بیانگر آن است که کاهش مدول‌ها در گذر زمان و با افزایش ولتاژ، مقاومت برشی و خمشی ماده را کاهش داده و انرژی ویسکوز افزایش می‌یابد؛ با این حال، اعمال شرط مرزی در لبه‌ها موجب سرکوب پیچش حتی در شرایط نرم‌شدگی شدید می‌شود. تحلیل حساسیت هندسه نیز نشان داد، تغییر طول و عرض اثر محدودی بر انرژی ویسکوز دارد، اما نقش شرط مرزی در کنترل پیچش بسیار تعیین‌کننده است.

کلمات کلیدی: عملگرهای پلیمر یونی-فلزی، تیر اویلر-برنولی، روش انرژی، معادله نرنست-پلانک، معادله پواسون، پیچش.

Reduction of detrimental torsion in ionic polymer-metal composite actuators through coupled electrochemical-mechanical simulation

Reza Poureini¹, Hamid Soleimanimehr^{2,3*}, Navid Seyedkazem Viliani⁴, Ali Abdollahi²¹ Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.² Assoc. Prof., Department of Mechanical Engineering, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.³ Assoc. Prof., Modern Automotive Research Center, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.⁴ Assist. Prof., Department of Mechanical Engineering, Ab.C., Islamic Azad University, Abhar, Iran.

Abstract

This study proposes a multiphysics framework to analyze and mitigate torsion in ionic polymer-metal composite (IPMC) actuators by simultaneously considering viscoelastic and electroactive effects. The governing mechanical equations are derived using Euler-Bernoulli beam theory and the minimum energy principle, then coupled with the Nernst-Planck-Poisson equations to evaluate the torsional moment generated by ion migration under an electric field. To capture electric-field-induced softening, the mechanical moduli are modeled as functions of both time and voltage. Simulations show that under 5 V and 1 mm thickness, the shear modulus decreases by nearly 85% within 10 seconds, significantly reducing stiffness. However, adding transverse stiff layers and applying symmetric longitudinal excitation reduces the torsional moment to less than 5% of its initial value, effectively eliminating twisting. A stability index is introduced to account for the combined effects of time, electric field intensity, and boundary conditions. Although softening decreases shear and bending stiffness and increases viscous energy, proper edge constraints successfully suppress torsion even under severe degradation. Geometric sensitivity analysis indicates that length and width have limited influence, while boundary conditions are the dominant factor in torsion control.

Keywords: Ionic Polymer-Metal Composite (IPMC) Actuators; Euler-Bernoulli Beam; Energy Method; Nernst-Planck Equation; Poisson Equation; Torsion.

۱- مقدمه

کامپوزیت‌های پلیمری فلزی-یونی به دلیل انعطاف‌پذیری بالا، وزن سبک، پاسخ‌دهی در ولتاژهای پایین و توانایی ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ، به‌عنوان مواد هوشمند در حوزه‌هایی نظیر رباتیک نرم، سامانه‌های زیست‌الهام، محرک‌های میکرو و حسگرهای چندمنظوره بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. اگرچه تاکنون بیشتر تحقیقات بر پاسخ خمشی این مواد متمرکز بوده، در سال‌های اخیر پیچش به‌عنوان یکی از درجات آزادی کلیدی در تقلید حرکات طبیعی و طراحی محرک‌های نوآورانه، توجه ویژه‌ای را به خود جلب کرده است؛ یافته‌های تجربی نشان داده‌اند که افزایش فاصله میان الکترودها منجر به کاهش سختی موضعی و در نتیجه افزایش زاویه پیچش می‌شود و با استفاده از جدا کردن الکترودها، عملکرد پیچشی را بهبود دادند [۱].

در این میان، ساختارهای لوله‌ای IPMC فرصت مناسبی را برای توسعه حسگرهای پیچشی و خمشی همه‌جهدته فراهم می‌سازند. به‌عنوان نمونه، مدلی فیزیکی بر پایه معادلات پواسون-رنست-پلنک توسعه یافته است که ارتباط نوینی میان کرنش‌های برشی و غلظت آنیون‌ها برقرار می‌سازد و توانسته است رفتار دینامیکی حسگرهای IPMC لوله‌ای را تحت تحریک پیچشی در شرایط مختلف به‌خوبی پیش‌بینی کند [۲]. این رویکرد، گامی مهم در توسعه سامانه‌های کنترل هوشمند و ابزارهای اندازه‌گیری گشتاور و شتاب زاویه‌ای به شمار می‌رود. پژوهش‌هایی با تمرکز بر بهره‌برداری از پاسخ پیچشی IPMC برای طراحی عملگرهای دوحالتی و پایدار انجام شده است. در یکی از این مطالعات، با استفاده از تعامل آنتاگونیستی^۱ میان خمش و پیچش، ساختاری طراحی شد که امکان تولید حرکت ناگهانی و پرنرژی را فراهم می‌سازد. این محرک توانست تنها با اعمال ولتاژ ۳/۷۵ ولت، سرعت زاویه‌ای بیش از ۳۰۰ درجه بر ثانیه و چگالی توان لحظه‌ای تا ۲۸۰ برابر متوسط را ایجاد کند؛ نتایجی که نشان از ظرفیت بالای IPMC در طراحی ربات‌های خودمختار بدون اتصال سیمی دارد [۳].

از سوی دیگر، مدل‌سازی دینامیکی دقیق‌تر این حسگرها نیز مورد توجه قرار گرفته است. در یک مطالعه برجسته، برای نخستین بار مدلی یک‌بعدی از سنسور IPMC لوله‌ای تحت

پیچش خالص توسعه داده شد که با در نظر گرفتن تنش مکانیکی و چگالی بار سطحی، پاسخ پیچشی حسگر را با دقت قابل توجهی بازنمایی کرد، همچنین با استفاده از داده‌های تجربی، پارامترهای فیزیکی مدل به‌طور دقیق تعیین شده و عملکرد آن در بازآفرینی رفتار واقعی حسگر اثبات شد [۴].

در مسیر توسعه این عملگرها و حسگرهای پیچشی، استفاده از تکنیک‌های ساخت نوآورانه نیز نقشی کلیدی ایفا کرده است. به‌طور خاص، استفاده از الکترودهای الگوگذاری شده در ساختارهای IPMC موجب ایجاد حرکات ترکیبی پیچش و خمش شده است. برای مثال، باله‌ای زیست‌الهام طراحی شده که با ولتاژ پایین (۲ ولت) زاویه پیچشی بیش از ۷ درجه ایجاد کرده و مدل‌سازی آن با رویکرد بی‌مورف^۲ (در مهندسی به حالتی گفته می‌شود که در آن دو لایه با خواص فیزیکی متفاوت مثل مدول یانگ، ضریب انبساط حرارتی یا واکنش به میدان الکتریکی به هم متصل می‌شوند و بر اثر تحریک، یکی از لایه‌ها بیشتر از دیگری منبسط یا منقبض می‌شود. این تفاوت در رفتار منجر به خم شدن یا پیچش کل ساختار می‌شود)، نتایج تجربی را به‌خوبی تبیین کرده است [۵]. این یافته‌ها کاربرد IPMC در طراحی ربات‌های نرم زیرآبی و سامانه‌های حسگر پیچشی را تقویت می‌کنند.

علاوه بر این، مدل‌سازی‌های اخیر نشان داده‌اند که کوپل‌شدگی الکترومکانیکی در IPMC نه‌تنها منجر به خمش، بلکه می‌تواند در شرایط خاص باعث بروز پیچش ناخواسته نیز شود. در یک مطالعه‌ی تحلیلی، مشخص گردید که عدم تقارن در شرایط مرزی و توزیع بار الکتریکی می‌تواند منجر به پاسخ‌های پیچیده و ایجاد مؤلفه‌های پیچشی در کنار خمش گردد [۶]. از سوی دیگر، تحلیل‌های تجربی بر روی میکروگرپه‌های IPMC نشان داده‌اند که هندسه، طراحی الکترودها و قیود مکانیکی نقش اساسی در پایداری تغییرشکل و کنترل پیچش دارند؛ به‌طوری‌که هرگونه ناهمگنی یا نامتقارنی در الکترودها یا شرایط مرزی می‌تواند پیچش‌های ناخواسته ایجاد کرده و دقت عملکرد را کاهش دهد [۷]. این یافته‌ها نشان می‌دهند که در طراحی و بهینه‌سازی IPMC، توجه هم‌زمان به شرایط مرزی و الکتریکی برای کنترل یا حذف پیچش ضروری است.

¹ Antagonistic² Bimorph approach

یک مدل سه بعدی تحلیلی مبتنی بر انتقال یون و بزرگ خمیدگی ارائه شده که قادر است رفتار دینامیکی خمشی در تغییر شکل‌های بزرگ را به دقت پیش‌بینی کند [۱۱]. همچنین، در سال ۲۰۲۴ یک بررسی جامع از مدل‌های شیمیایی و الکترومکانیکی IPMC تهیه شده که سه دسته مدل‌سازی (تحلیلی، عددی و داده‌محور) را با هم مقایسه کرده است [۱۲]. اگرچه هر یک از این مطالعات به نوبه‌ی خود پیشرفت‌هایی را در فهم رفتار IPMC ارائه کرده‌اند، اما هنوز مدل تحلیلی جامعی ارائه نشده که به‌طور همزمان اثرات ویسکوزیته، میدان الکتریکی و شرایط مرزی را در پیچش مدل کند؛ در حالی که اخیراً اثرات این رفتارها در خمش مشاهده شده‌اند [۱۳]. این شکاف پژوهشی انگیزه‌ی اصلی مطالعه‌ی حاضر را شکل می‌دهد.

به عنوان نمونه‌ی عملی، می‌توان از مدل حاضر در طراحی انگشتان رباتیک نرم بهره گرفت؛ جایی که محرک‌های IPMC به دلیل وزن سبک و قابلیت خمش و پیچش، جایگزینی مناسب برای موتورهای الکتریکی سنگین به شمار می‌آیند. همچنین در حوزه زیست‌پزشکی، کاربرد این مدل در طراحی کاتترهای فعال^۴ یا استنت‌های هوشمند^۵ قابل تصور است که با تحریک الکتریکی می‌توانند تغییرشکل‌های کنترل‌شده‌ی برای هدایت یا آزادسازی دارو ایجاد کنند [۱۴].

نواوری اصلی این مقاله در توسعه یک چارچوب تحلیلی چندفیزیکی برای تحلیل پیچشی در عملگرهای پلیمر یونی-فلزی نهفته است. برخلاف مدل‌های متداول که معمولاً خواص مکانیکی را ثابت فرض می‌کنند، در این مدل وابستگی زمانی و الکتریکی مدول یانگ و مدول برشی لحاظ شده تا اثر نرم‌شدگی وابسته به تحریک به‌طور دقیق‌تری مدل شود؛ همچنین، با ترکیب معادلات نرنست-پلانک-پواسون با نظریه تیر اولیر-برنولی و اصل کمینه‌سازی انرژی، تأثیر مستقیم گرادیان غلظت یونی و توزیع میدان الکتریکی بر ممان‌های القاشده پیچشی بررسی شده است. یکی از دستاوردهای کلیدی مدل پیشنهادی، ارائه راهکاری برای حذف یا کاهش قابل توجه ممان‌های ناخواسته از طریق اصلاح شرایط مرزی، طراحی میدان الکتریکی متقارن است. این رویکرد طراحی‌محور، امکان مهندسی دقیق پاسخ مکانیکی IPMC را برای کاربردهایی با نیاز

افزون بر این، بهره‌گیری از ساختارهایی چون کیریگامی^۱ (در مهندسی، کیریگامی به یک رویکرد طراحی مکانیکی بر پایه‌ی ایجاد برش‌هایی در یک ماده‌ی پیوسته اشاره دارد تا آن ماده بتواند قابلیت تغییر شکل، تا شدن، کشیده شدن، یا پیچش بیشتری پیدا کند، بدون اینکه به شکست یا گسیختگی منجر شود) نیز امکان ثبت حرکات پیچشی با دقت بالا را فراهم کرده است. حسگر طراحی‌شده با این ساختار، علاوه بر پاسخ دقیق به کشش‌های تا ۰/۸، توانست حرکات پیچشی را نیز با حساسیت بالا آشکارسازی کند [۸]. چنین ساختارهایی بستر مناسبی برای توسعه حسگرهای پوشیدنی با قابلیت انطباق بالا در حوزه‌های پزشکی و رباتیک نرم فراهم می‌سازند.

از منظر کاربردهای پیشرفته‌تر، توانایی ایجاد پیچش کنترل‌شده در IPMC در طراحی متاسطح‌های قابل بازیگرایی نیز به کار گرفته شده است. در یکی از مطالعات، با بهره‌گیری از ساختار کیریگامی و تحریک الکتریکی IPMC، متاسطحی طراحی شد که تنها با اعمال ۳ ولت ولتاژ، توانست فرکانس عبور امواج را از ۱۹/۳ تا ۲۰/۸ گیگاهرتز تنظیم کند [۹]. این یافته‌ها نشان می‌دهند که استفاده از پیچش در ساختارهای IPMC می‌تواند عملکرد الکترومغناطیسی سامانه‌ها را بدون استفاده از محرک‌های پرمصرف به‌طور دقیق تنظیم کند.

در عین حال، برای درک بهتر رفتار مکانیکی IPMC در مقیاس میکرو و نانو، ترکیب نظریه تیر تیموشنکو و الاستیسیته غیرموضعی ارینگن^۳ (یک نظریه‌ی پیشرفته در مکانیک مواد است که اثرات اندازه را در مقیاس‌های کوچک (مانند نانو و میکرو) لحاظ می‌کند. برخلاف نظریه‌ی کلاسیک الاستیسیته که فرض می‌کند تنش در یک نقطه تنها به کرنش همان نقطه وابسته است، در نظریه‌ی غیرموضعی تنش در یک نقطه به کرنش نقاط اطراف نیز وابسته است) مورد استفاده قرار گرفته است. این رویکرد امکان مدل‌سازی دقیق اثرات مقیاس کوچک و تغییرشکل‌های برشی را در میکروتیرها و نانوتیرها فراهم می‌آورد. نتایج تحلیلی این مدل‌سازی‌ها نشان داده‌اند که در شرایط خاص، می‌توان تغییرشکل‌های پیچشی را به‌صورت کمی شناسایی و در طراحی محرک‌های دقیق مبتنی بر IPMC به کاربرد [۱۰].

^۴ Active catheter

^۵ Smart stent

^۳ Kirigami

^۴ Metasurface

^۱ Eringen

$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} & (1) \\ v &= 0 \\ w &= w(x, t) \end{aligned}$$

که در آن u ، v و w به ترتیب مؤلفه‌های جابجایی در راستای محورهای x ، y و z هستند. مؤلفه‌های کرنش و تنش متناظر با این میدان جابجایی به صورت رابطه (۲) ارائه می‌شوند [۱۵]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{d^2 w}{dx^2} & (2) \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} &= 0 \end{aligned}$$

که در آن ε کرنش‌های برشی، z فاصله از محور خنثی و نرمال $w(x)$ جابجایی عمودی تیر است. با فرض خطی بودن رابطه تنش-کرنش و استفاده از مدول یانگ E ، تنش به صورت رابطه (۳) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= E \cdot \varepsilon = -Ez \frac{d^2 w}{dx^2} & (3) \\ \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} &= 0 \end{aligned}$$

انرژی کرنشی سیستم (π) را می‌توان به صورت رابطه (۴) بیان کرد [۱۵]:

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \\ &\sigma_{xy} \varepsilon_{xy} + \sigma_{yz} \varepsilon_{yz} + \sigma_{zx} \varepsilon_{zx}) = & (4) \\ &\frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx \end{aligned}$$

که در آن σ تنش‌های برشی و نرمال I ممان دوم سطح مقطع تیر نسبت به محور y را نشان می‌دهد رابطه (۵) [۱۵]:

$$I = I_y = \iint_A z^2 dA \quad (5)$$

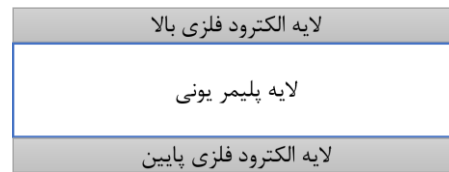
که در آن z فاصله‌ی هر المان سطحی از محور y است. این روابط اساس معادله کلاسیک تعادل برای تیرهای اویلر-برنولی را تشکیل می‌دهد و نقطه‌ی شروعی برای بررسی پیچش در IPMC است و برای بررسی دقیق‌تر رفتار مکانیکی تیر، محاسبه انرژی کرنشی پیچشی بر اساس تنش و کرنش حاصل از تئوری اویلر-برنولی ضروری است.

در تحلیل دقیق‌تر رفتار مکانیکی کامپوزیت پلیمر یونی-فلزی، باید اثرات ناشی از پیچش در صفحه‌ی عرضی-ارتفاعی (y/z) در نظر گرفته شود و به صورت شکل (۳) نمایش داده می‌شود:

به پایداری و کنترل بالا، نظیر میکرو رباتیک و مهندسی پزشکی فراهم می‌سازد.

۲- تحلیل IPMC

کامپوزیت‌های پلیمر یونی-فلزی از دو جزء اصلی تشکیل می‌شوند؛ یک فاز پلیمری که معمولاً از نوع پلیمرهای یونی و یک فاز فلزی که به طور عمده برای هدایت الکتریکی و تقویت خواص مکانیکی استفاده می‌شود (شکل ۱).

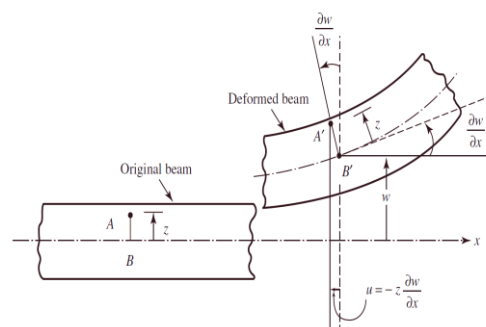


شکل ۱- ساختار مواد پلیمر یونی فلزی

در نظریه تیر اویلر-برنولی، چرخش مقاطع عرضی تیر در مقایسه با جابه‌جایی نادیده گرفته می‌شود؛ همچنین، تغییر شکل زاویه‌ای ناشی از برش در مقایسه با تغییر شکل خمشی قابل صرف نظر است.

نظریه تیر اویلر-برنولی برای تیرهایی کاربرد دارد که طول آن‌ها به مراتب بزرگ‌تر از عمقشان است (حداقل ۱۰ برابر) و تغییر مکان‌ها نسبت به عمق، کوچک هستند.

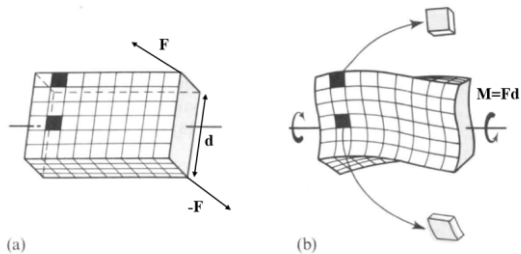
هنگامی که جابه‌جایی عرضی خط مرکزی تیر برابر با w باشد، مؤلفه‌های جابه‌جایی هر نقطه در مقطع عرضی، در حالتی که مقاطع مسطح باقی مانده و بر خط مرکزی عمود باقی بمانند، به صورت شکل (۲) داده می‌شوند [۱۵]:



شکل ۲- خمش در تیر [۱۵]

مقدار کار مجازی w_{elec} انجام شده توسط این ممان در اثر انحنای تیر از رابطه (۱۲) بدست می آید:

$$\delta w_{elec} = \int_0^L M_{elec}(x) \cdot \delta \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right) dx \quad (12)$$



شکل ۴- تیر مستطیلی (a) قبل و (b) بعد از اعمال ممان [۱۸]

اکنون انرژی پتانسیل معادل این بارگذاری خمشی بر اساس رابطه (۱۳) نوشته می شود، طبق تعریف [۱۸]:

$$U_{elec} = -w_{elec} = \int_0^L M_{elec}(x) \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} dx \quad (13)$$

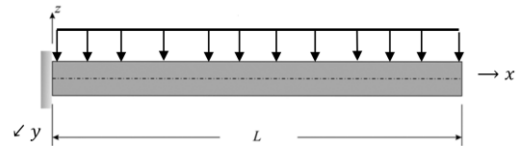
علامت منفی نشان می دهد که این انرژی مربوط به نیروی خارجی است که در اصل لاگرانژ به صورت منفی وارد می شود (برخلاف انرژی کرنشی که مثبت است).

در اثر تحریک الکتریکی، ممان داخلی ناشی از جابجایی یون ها و ایجاد گرادیان پتانسیل در IPMC به صورت ممان خارجی در تحلیل وارد می شود. انرژی کرنشی معادل آن به صورت رابطه (۱۴) مدل می شود:

$$U_{elec} = - \int_0^L M_{elec}(x) \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} dx \quad (14)$$

که در آن $M_{elec}(x)$ ممان الکتریکی القاشده در طول تیر در اثر تحریک یونی است.

برای حالتی که تیر تحت پیچش قرار دارد (یعنی هم در صفحه xz و هم در صفحه yz خم می شود)، ممان های الکتریکی می توانند در هر دو صفحه عمل کنند. در این صورت، انرژی پتانسیل ناشی از ممان های الکتریکی U_{elec} به صورت رابطه (۱۵) گسترش می یابد:



شکل ۳- نیروی ناشی از اعمال ولتاژ

این پیچش ناشی از تنش های ویسکوزی درون ماده است که به دلیل حرکت یون ها و سیال درون ساختار پلیمری ایجاد می شود. بر اساس فرضیات ویسکوزیته نیوتنی، تنش برشی ویسکوز در صفحه yz به صورت رابطه (۶) تعریف می شود [۱۶] و [۱۷]:

$$\tau_{yz} = \eta \frac{\partial v}{\partial y} \quad (6)$$

که در آن، η ضریب ویسکوزیته دینامیکی و v مؤلفه ی سرعت در راستای z است؛ در نتیجه، انرژی کرنشی ناشی از تنش ویسکوز U_{vis} به صورت رابطه (۷) محاسبه می شود:

$$U_{vis} = \int \tau_{yz} \cdot \gamma_{yz} dV \quad (7)$$

که در آن τ_{yz} تنش برشی و γ_{yz} کرنش برشی می باشند رابطه (۸) و رابطه (۹):

$$\tau_{yz} = \eta \frac{\partial v}{\partial y} \quad (8)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (9)$$

در نتیجه، انرژی کرنشی ناشی از تنش ویسکوز به صورت رابطه (۱۰) محاسبه می شود:

$$U_{vis} = \int_V \eta \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dV \quad (10)$$

$$= \eta \iiint \left(\frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y} \right)^2 dx dy dz$$

انرژی کرنشی ویسکوزی باید در تمام حجم (که در طول x هم ادامه دارد) محاسبه شود، بنابراین انتگرال روی x هم لازم است؛ ولی اگر انرژی فقط برای یک مقطع خاص در x حساب شود، می توان فقط از دو بعد y و z انتگرال گرفت. در تیر اویلر-برنولی، انرژی کرنشی U به صورت رابطه (۱۱) است [۱۵]:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx \quad (11)$$

اکنون فرض می گردد که در طول تیر، یک ممان خارجی توزیع شده به صورت تابعی از x ، یعنی $M_{elec}(x)$ ، وارد شده است شکل (۴). این ممان تمایل دارد انحنای تیر را تغییر دهد.

$$\begin{aligned} & \iint M_{elec}^{(v)}(y) \cdot \frac{d^2 \delta v}{dy^2} dx dy \\ &= - \iint \frac{dM_{elec}^{(v)}}{dy} \frac{d\delta v}{dy} dx dy \quad (19) \\ &= \iint \frac{d^2 M_{elec}^{(v)}}{dy^2} \frac{d\delta v}{dy} \delta v dx dy + B.C. \end{aligned}$$

اکنون، طبق اصل کمینه‌سازی انرژی $\delta \pi = 0$ برای هر δv دلخواه به صورت رابطه (۲۰) بیان می‌شود.

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{A_x} \frac{d^2 M_{elec}^{(v)}(y)}{dy^2} = 0 \quad (20)$$

که در آن $A_x = \int dx$ عرض مقطع در راستای x است. معادله حاکم نهایی بر اساس اصل کمینه‌سازی انرژی از رابطه (۱۶) نسبت به v به صورت رابطه (۲۱) بیان می‌شود.

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{d^2 M_{elec}^{(v)}(y)}{dy^2} = 0 \quad (21)$$

بطور مشابه بر اساس اصل کمینه‌سازی انرژی از رابطه (۱۶) نسبت به w به صورت رابطه (۲۲) بیان می‌شود.

$$\frac{d^2 M_{elec}^{(w)}(x)}{dx^2} = 0 \quad (22)$$

شرایط مرزی برای ترم ویسکوز به صورت رابطه (۲۳) بیان می‌شود.

$$\iint \left(\frac{\partial v}{\partial y} \delta v \right)_{y=-\frac{b}{2}}^{y=\frac{b}{2}} dx dz = 0 \quad (23)$$

بطور مشابه شرایط مرزی برای ترم ممان الکتریکی ویسکوز به صورت رابطه (۲۴) بیان می‌شود.

$$\int \left[M_{elec}^{(v)}(y) \frac{d\delta v}{dy} \right]_{y=-\frac{b}{2}}^{y=\frac{b}{2}} dx = 0 \quad (24)$$

۲-۲- اتصال الکتروشیمیایی و تولید پیش

رفتار تغییر شکل در مواد کامپوزیتی پلیمری-فلزی یونی تحت میدان الکتریکی را می‌توان با استفاده از معادله‌ی نرنست-پلانک توصیف کرد که بر انتقال یون‌ها حاکم و به صورت رابطه (۲۵) بیان می‌شود [۱۴]:

$$J = -D \left[\nabla C + \frac{zF}{RT} C \cdot \nabla V \right] \quad (25)$$

که در آن، D ضریب نفوذ یون $\frac{m^2}{s}$ ، ∇C گرادین غلظت یون، Z بار الکتریکی یون (مثلاً برای کاتیون‌ها مثبت و برای آنیون‌ها

$$\begin{aligned} U_{elec} = - \int_0^L \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} & \left[M_{elec}^{(w)}(x) \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \right. \\ & + M_{elec}^{(v)}(y) \\ & \left. \cdot \frac{d^2 v}{dy^2} \right] dx dy \quad (15) \end{aligned}$$

در نتیجه، انرژی پتانسیل کل سیستم که ترکیبی از انرژی ناشی از تنش ویسکوز (انرژی پیچشی) و انرژی ناشی از تحریک الکتریکی است، به صورت رابطه (۱۶) بیان می‌شود:

$$\pi = U_{vis} + U_{elec} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \pi = \eta \iiint & \left(\frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y} \right)^2 dx dy dz \\ & - \int_0^L \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left[M_{elec}^{(w)}(x) \right. \\ & \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} + M_{elec}^{(v)}(y) \\ & \left. \cdot \frac{d^2 v}{dy^2} \right] dx dy \end{aligned}$$

۲-۱- استخراج معادلات بر اساس اصل کمینه‌سازی انرژی

برای استخراج معادلات بر اساس اصل کمینه‌سازی انرژی از رابطه (۱۶) نسبت به v مشتق‌گیری انجام می‌گیرد و به صورت رابطه (۱۷) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \delta \pi_v = \eta \iiint & 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \delta v}{\partial y} \right) dx dy dz \\ & - \int_0^L \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left[M_{elec}^{(v)}(y) \right. \\ & \left. \cdot \frac{d^2 \delta v}{dy^2} \right] dx dy \quad (17) \end{aligned}$$

در ترم ویسکوز رابطه (۱۷)؛ انتگرال‌گیری جز به جز نسبت به y به صورت رابطه (۱۸) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \iiint \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \delta v}{\partial y} \right) dx dy dz = \\ - \iiint \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \delta v dx dy dz \\ + B.C. \quad (18) \end{aligned}$$

در ترم الکتریکی رابطه (۱۷)؛ انتگرال‌گیری جز به جز نسبت به y به صورت رابطه (۱۹) بیان می‌شود.

پیچش تولید می‌شود و اگر $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ باشد، انرژی ویسکوز صفر که بدون نیروی برشی و بدون پیچش می‌شود. اعمال شرایط مرزی فیزیکی در لبه‌های بالا و پایین عرض ($y = \pm \frac{b}{2}$) به‌گونه‌ای که:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{\pm \frac{b}{2}} = 0 \quad (29)$$

اگر ساختار را طوری طراحی کنیم که جابجایی v نسبت به محور y متقارن باشد و در $y = 0$ به حداکثر برسد و در $y = \pm \frac{b}{2}$ صفر باشد، آن‌گاه گرادیان سرعت در مرزها صفر شده و انرژی ویسکوز به حداقل می‌رسد.

اگر $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ در $y = \pm \frac{b}{2}$ باشد، آنگاه هنگام انتگرال‌گیری جز به جز در مشتق‌گیری انرژی به صورت رابطه (۳۰) بیان می‌شود.

$$\iiint \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \delta v}{\partial y} dx dy dz + \underbrace{B.C.}_{=0} \rightarrow \iiint \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \delta v dx dy dz \quad (30)$$

چون در مرزها $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ است، شرط مرزی صفر می‌شود؛ این یعنی هیچ نیروی پیچشی خالصی به دلیل لبه‌ها وارد نمی‌شود و پیچش وجود ندارد.

جدول (۱) نشان می‌دهد که شرایط مرزی مختلف چگونه بر رفتار پیچشی و انرژی ویسکوز تأثیر می‌گذارند. اگر مشتق $\frac{\partial v}{\partial y}$ در لبه‌های عرضی صفر باشد، تنش برشی ویسکوز در آن نواحی از بین می‌رود و در نتیجه، انرژی ناشی از پیچش ویسکوزی حذف می‌شود؛ همچنین اگر جابجایی عرضی v در مرزها ثابت یا بسیار کوچک باشد، تغییر شکل پیچشی محدود شده و می‌توان از اثر آن صرف‌نظر کرد. این شرایط مرزی در مدل‌سازی دقیق رفتار مکانیکی سازه اهمیت زیادی دارند.

جدول ۱- اثر شرایط مرزی بر پیچش

اثر شرط مرزی	نتیجه فیزیکی	تأثیر بر پیچش
$y = 0$ در $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$	عدم وجود تنش	حذف انرژی پیچشی
$\pm b/2$	برشی در لبه‌ها	ویسکوز
v ثابت یا خیلی کوچک در مرز	جابجایی عرضی محدود	پیچش قابل صرف‌نظر

² Permittivity

منفی)، F ثابت فارادی $\frac{96485 \text{ Coulombs}}{\text{mol}}$ ، R ثابت گاز جهانی $\frac{8.314 \text{ J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ ، T دمای مطلق سیستم $^{\circ}K$ و ∇V گرادیان پتانسیل الکتریکی است.

توزیع غیریکنواخت یون‌ها، موجب ایجاد اختلاف فشار اسمزی^۱ بین لایه‌های بالایی و پایینی IPMC شده و تنش‌های داخلی غیریکنواختی به وجود می‌آورد. این تنش‌ها موجب ایجاد ممان‌های پیچشی می‌شوند. تنش القا شده الکترومکانیکی تابعی از غلظت یون و پتانسیل الکتریکی است و به صورت رابطه (۲۶) بیان می‌شود.

$$\sigma = f(c, V) \quad (26)$$

که در آن، σ تنش پیچشی، C غلظت یون و V ولتاژ می‌باشند. در حالت پایدار، رابطه به شکل رابطه (۲۷) درمی‌آید:

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (27)$$

برای اتصال میدان پتانسیل به غلظت یون‌ها (توزیع یون‌ها) از معادله پواسون استفاده می‌گردد [۱۴]:

$$\nabla^2 V + \frac{\rho}{\epsilon} = \frac{zF(c - c_0)}{\epsilon} \quad (28)$$

که در رابطه (۲۸) ρ چگالی شارژ، V پتانسیل الکتریکی، ϵ پرمیسیویته^۲ یا ظرفیت دی‌الکتریک ماده و c_0 غلظت اولیه است.

در این مقاله یک تیر IPMC مورد بررسی قرار گرفته است که درون آن یون‌ها (و سیال همراه) حرکت می‌کنند. این حرکت باعث ایجاد تنش‌های برشی ویسکوز در راستای صفحه‌ی عرضی-ارتفاعی (صفحه yz) می‌شود؛ برای سادگی مدل‌سازی، چند فرض کلیدی در نظر گرفته شده است: (۱) ماده‌ی پلیمر-فلز به صورت همگن و ایزوتروپ فرض شده است، (۲) تغییر شکل‌ها در محدوده خطی قرار دارند و از نظریه تیر اوپلر-برنولی استفاده شده است، (۳) اثرات حرارتی و رطوبتی نادیده گرفته شده‌اند. این فرضیات امکان استخراج روابط بسته و قابل تحلیل را فراهم می‌کنند.

نقش گرادیان سرعت در پیچش بدین گونه است که، همان‌طور که از رابطه (۱۰) می‌بینیم؛ اگر $\frac{\partial v}{\partial y} \neq 0$ باشد انرژی ویسکوز مثبت و مقاومت در برابر حرکت وجود دارد و

¹ Osmotic Pressure

۳ - مدل‌سازی عددی

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2v_0}{b} = 0.1 \text{ s}^{-1} \quad (31)$$

انرژی ویسکوز به صورت رابطه (۳۲) بیان می‌گردد.

$$U_{vis,1} = \eta \cdot L \cdot h \cdot \left(\frac{2v_0}{b}\right)^2 \cdot b = 4 \times 10^{-12} \text{ J} \quad (32)$$

رابطه (۳۲) از رابطه (۱۰) مربوط به فرمول کلی انرژی ویسکوز (در حجم) گرفته شده و چون $\frac{\partial v}{\partial y}$ ثابت در نظر گرفته شده، از انتگرال خارج شده و فقط حجم باقی می‌ماند.

در حالت دوم، برخلاف حالت قبلی، شرط مرزی $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ در لبه‌های تیر (در عرض $y = \pm b/2$) اعمال شده است. این شرط باعث می‌شود توزیع $\frac{\partial v}{\partial y}$ دیگر ثابت نباشد، بلکه متغیر و متقارن سهمی شکل در عرض باشد.

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{8v_0 y}{b^2}\right)^2 = \frac{64v_0^2 y^2}{b^4} \quad (33)$$

رابطه (۳۳) نشان می‌دهد که نرخ تغییر سرعت در عرض از مرکز ($y = 0$) بیشینه است و در لبه‌ها صفر می‌شود (سازگار با شرط مرزی).

حال با انتگرال گیری از رابطه (۱۰) نسبت به عرض تیر به صورت رابطه (۳۴) بیان می‌گردد.

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 dy = \frac{64v_0^2}{b^4} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} y^2 dy = \frac{64v_0^2}{b^4} \cdot \frac{b^3}{12} = \frac{16v_0^2}{3b} \quad (34)$$

در رابطه (۳۴) چون تابع y^2 زوج است، انتگرال در بازه متقارن به خوبی حل شده و همچنین نشان می‌دهد که با توزیع سهمی شکل نرخ کرنش برشی در عرض، مقدار متوسط مربع شیب (و در نتیجه انرژی ویسکوز) از حالت خطی (بدون شرط مرزی) بیشتر خواهد بود.

انرژی ویسکوز نهایی در حجم که با جایگذاری مقادیر جدول (۲) به صورت رابطه (۳۵) بیان می‌گردد.

انرژی ویسکوز برای دو حالت محاسبه می‌گردند؛ هدف همچنان این است که اثر شرط مرزی در عرض $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ در لبه‌ها روی پیچش و اتلاف ویسکوز مشخص شود.

جدول (۲) مشخصات هندسی و فیزیکی و جدول (۳) و (۴) مشخصات لایه پلیمری و الکتروود فلزی تیر مورد مطالعه را نشان می‌دهد. که سرعت اولیه حرکت بیانگر حرکت آرام و ویسکوزیته پایین در تحلیل رفتار ویسکوالاستیک تیر است.

جدول ۲ - اسامی مقاطع اعضای تخصیص یافته سازه مورد

بررسی		
پارامتر	مقدار	واحد
طول تیر L	۰/۲	m
عرض تیر b	۰/۰۲	m
ضخامت h	۰/۰۰۱	m
η ضریب ویسکوزیته	۰/۰۰۱	$pa \cdot s$
دینامیکی v_0	۰/۰۰۱	$\frac{m}{s}$

جدول ۳ - مشخصات لایه پلیمری (نافیون)

مشخصه	مقدار	واحد
ظرفیت دی‌الکتریک	۱	-
چگالی	۳۳۸۵	kg/m^3
نسبت پواسون	۰/۴۸۷	-
مدول یانگ	۵۰۰	Mpa

جدول ۴ - مشخصات لایه الکتروود فلزی (پلاتین)

مشخصه	مقدار	واحد
ظرفیت دی‌الکتریک	۱	-
چگالی	۲۱۴۴۷	kg/m^3
نسبت پواسون	۰/۳۸۵	-
مدول یانگ	$10^9 \times 154$	Mpa

در حالت اول تحلیل انرژی ویسکوز در حالتی انجام شده که هیچ شرط مرزی خاصی برای توزیع سرعت در راستای ضخامت اعمال نشده و فرض شده است که سرعت عمودی v به صورت خطی در عرض تیر (در راستای y) تغییر می‌کند؛ بنابراین شیب تغییرات سرعت به صورت رابطه (۳۱) بیان می‌گردد.

(تنش یا کرنش) در مرزها کنترل یا ثابت نگه داشته شوند، پاسخ ماده ممکن است به طور قابل توجهی تغییر کند.

در حالت اول (اتصال کوتاه)، الکترودها به یکدیگر متصل شده‌اند و میدان الکتریکی صفر است. با قرار دادن $E = 0$ در رابطه (۳۶) به صورت رابطه (۳۷) بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} S &= sT \\ D &= dT \end{aligned} \quad (37)$$

در حالت دوم (مدار باز)، جابجایی الکتریکی در مرزها صفر است؛ یعنی هیچ بار آزاد نمی‌تواند جابجا شود. با اعمال شرط $D = 0$ به صورت رابطه (۳۸) و (۳۹) بیان می‌گردد.

$$T = \frac{1}{s(1-k^2)} S \quad (38)$$

$$E = \frac{k^2}{d(1-k^2)} S \quad (39)$$

که در آن k^2 به صورت رابطه (۴۰) بیان می‌گردد؛ همان ضریب کوپلاژ الکترومکانیکی است.

$$k^2 = \frac{d^2}{s\varepsilon} \quad (40)$$

۳-۲- مدل سازی با وابستگی E و G

در مواد پلیمری نرم، خواص مکانیکی مثل مدول یانگ و مدول برشی به عوامل بیرونی حساس هستند؛ میدان الکتریکی باعث تغییر ساختار مولکولی و حرکت یون‌ها می‌شود، که در نتیجه ماده نرم‌تر یا سخت‌تر می‌شود. زمان نیز اثر دارد چون این مواد ویسکوالاستیک هستند؛ یعنی رفتارشان بین جامد و مایع است و در طول زمان تغییر می‌کنند. در بسیاری از مدل‌های مواد (مخصوصاً مواد پلیمری)، خواص مکانیکی مثل E یا G ممکن است وابسته به میدان‌های فیزیکی مثل میدان الکتریکی باشند. این وابستگی اغلب به صورت نمایی مدل می‌شود، چون تغییرات سریع یا غیرخطی را خوب نشان می‌دهد و با نتایج تجربی در بسیاری از مواد تطابق دارد.

معادلات دیفرانسیلی مرتبط با این مدل‌ها راحت‌تر حل می‌شوند؛ برای در نظر گرفتن متغیر بودن E و G در تحلیل انرژی کرنشی IPMC، می‌توان از روش‌های زیر استفاده نمود:

۱. وابسته کردن E و G به میدان الکتریکی

از آنجا که در برخی مطالعات تجربی مشاهده شده که خواص مکانیکی مواد پلیمری نرم، مانند مدول یانگ و مدول برشی، تحت تأثیر میدان الکتریکی و گذر زمان کاهش می‌یابد [۲۰]، در این پژوهش برای سادگی تحلیل و امکان مدل‌سازی پدیده‌های وابسته، فرض شده است که این وابستگی به صورت

$$U_{vis,2} = \eta \cdot L \cdot h \cdot \frac{16v_0^2}{3b} = 5.33 \times 10^{-12} J \quad (35)$$

علت افزایش نسبت به حالت بدون شرط مرزی این است که با وجود صفر بودن $\frac{\partial v}{\partial y}$ در لبه‌ها، در ناحیه میانی شیب بیشتر شده و انرژی به طور میانگین بالاتر رفته.

در جدول (۵) با اینکه انرژی در حالت با شرط مرزی کمی بیشتر است، ولی چون تنش‌های برشی در لبه‌ها صفر می‌شوند، پیچش از نظر مکانیکی حذف و یا به شدت تضعیف می‌گردند؛ یعنی شرایط مرزی یک نوع محدودیت فیزیکی به سیستم اضافه و رفتار پیچشی را تحت کنترل خود قرار می‌دهد.

جدول ۵ - پیچش در حالات مختلف شرایط مرزی

حالت	شکل $\frac{\partial v}{\partial y}$	انرژی ویسکوز	پیچش
بدون شرط مرزی	ثابت	4×10^{-10}	پیچش شدید (تنش در لبه $\neq 0$)
با شرط مرزی	صفر در لبه	5.1×10^{-10}	پیچش کم یا صفر (تنش در لبه = 0)

۳ - روابط اساسی مواد پیزوالکتریک

خواص اساسی یک ماده پیزوالکتریک به صورت رابطه‌ای بین دو متغیر مکانیکی (تنش و کرنش) و دو متغیر الکتریکی (میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی) بیان می‌شود.

بیان‌های مربوط به اثر پیزوالکتریک مستقیم و معکوس را می‌توان با استفاده از یک عبارت ماتریسی ترکیب کرد. در این حالت، رابطه بین کرنش و جابجایی الکتریکی به صورت تابعی از تنش اعمال شده و میدان اعمال شده نوشته می‌شود [۱۹].

$$\begin{Bmatrix} S \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s & d \\ d & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ E \end{Bmatrix} \quad (36)$$

که در آن، S بردار کرنش، T بردار تنش، D بردار جابجایی الکتریکی، E بردار میدان الکتریکی، S تانسور انعطاف‌پذیری، ε تانسور دی‌الکتریک و d ماتریس ضرایب پیزوالکتریک می‌باشند.

۳-۱- تأثیر شرایط مرزی مکانیکی و الکتریکی

رفتار مواد پیزوالکتریک به‌طور چشمگیری تحت تأثیر شرایط مرزی الکتریکی و مکانیکی قرار دارد. بسته به اینکه متغیرهای الکتریکی (میدان یا جابجایی الکتریکی) یا متغیرهای مکانیکی

با توجه به اینکه زمان و میدان الکتریکی بر E تأثیر دارند، بنابراین آن به صورت رابطه (۴۵) بیان می‌گردد.

$$E(t, E_f) = (E_0 + E_1 e^{-\frac{t}{\tau}}) e^{-\gamma E_f} \quad (45)$$

که در آن E_0 مدول اولیه در حالت خشک، E_1 میزان کاهش مدول به دلیل خاصیت ویسکوالاستیک، τ ثابت زمانی مربوط به فرآیند رها سازی^۱ و γ یک ضریب تجربی است که تأثیر میدان الکتریکی را تعیین می‌کند.

این رابطه دو نکته مهم را در نظر می‌گیرد، یکی ویسکوالاستیسیته که با گذشت زمان، $E(t)$ کاهش می‌یابد و دیگری اثر میدان الکتریکی که با افزایش E_f باعث کاهش سختی ماده می‌گردد.

۴. مدل ترکیبی برای مدول برشی

مشابه با مدول یانگ، مدول برشی G نیز به صورت رابطه (۴۶) تعریف می‌شود:

$$G(t, E_f) = (G_0 + G_1 e^{-\frac{t}{\tau}}) e^{-\delta E_f} \quad (46)$$

که در آن، مقادیر G_0 ، G_1 ، τ و δ مشابه با مدل E هستند. مدول برشی نیز به مرور زمان کاهش می‌یابد به دلیل رفتار ویسکوالاستیک ماده، افزایش میدان الکتریکی باعث کاهش سختی برشی می‌شود که این موضوع در رفتار خمشی IPMC بسیار مهم است.

ضرایب γ و δ به صورت ثابت‌های تجربی در نظر گرفته شده‌اند که بیانگر حساسیت مدول‌ها به میدان الکتریکی هستند. در صورت تغییر جنس غشا یا الکتروود، مقادیر این ضرایب متفاوت خواهد بود. در این مقاله به دلیل نبود داده‌های تجربی، از فرضیات (جدول ۷) برای تحلیل اولیه استفاده شده است.

این مدل‌ها (مدل‌های ترکیبی) به صورت همزمان کاهش مدول در اثر میدان رو مدول می‌کند (رفتار الکترواکتیو) و همینطور کاهش مدول در اثر گذر زمان رو مدول می‌کند (رفتار ویسکوالاستیک).

اثر این مدل‌ها روی پیچش اینگونه تقسیم بندی می‌گردد:

۱. کاهش مدول برشی، کاهش مقاومت در برابر پیچش

نمایی و ترکیبی از زمان و میدان تعریف شوند. روابط به عنوان یک مدل پیشنهادی فرض شده‌اند و هدف، بررسی رفتار کلی سیستم تحت این فرض ساده‌سازی شده است، نه ارائه مدل تجربی دقیق روابط (۴۱) تا (۴۶)؛ بنابراین می‌توان این پارامترها را بر حسب شدت میدان الکتریکی E_f مدل کرد:

$$E(E_f) = E_0 e^{-\gamma E_f} \quad (41)$$

$$G(E_f) = G_0 e^{-\delta E_f} \quad (42)$$

که در آن نماد e پایه لگاریتم طبیعی است که تقریباً برابر با ۲/۷۱۸ است. این تابع نمایی نشان می‌دهد که مدول برشی G با افزایش شدت میدان الکتریکی E_f به صورت نمایی کاهش می‌یابد.

و δ ثابت‌هایی هستند که باید به صورت تجربی تعیین شوند؛ $E_f = \frac{U}{d}$ شدت میدان الکتریکی است که از ولتاژ U و ضخامت d محاسبه می‌شود.

این روابط نشان می‌دهند که افزایش میدان الکتریکی باعث کاهش مدول یانگ و مدول برشی می‌شوند که در بسیاری از مواد نرم دیده می‌شود.

۲. مدل‌سازی به صورت یک تابع وابسته به زمان

اگر بخواهید وابستگی زمانی را نیز در نظر بگیرید، می‌توان از یک مدل ویسکوالاستیک استفاده کرد:

$$E(t) = E_0 + E_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (43)$$

$$G(t) = G_0 + G_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (44)$$

که در آن:

E_1 و G_1 تغییرات اولیه در سفتی هستند؛ τ ثابت زمانی است که نشان می‌دهد ماده چگونه در طول زمان تغییر می‌کند. ترکیب روش وابستگی به میدان الکتریکی و روش وابستگی به زمان نتایج دقیقی را برای مدل‌سازی خواص مکانیکی IPMC ارائه می‌دهد، زیرا هم اثرات تحریک الکتریکی و هم رفتار ویسکوالاستیک در تغییر شکل نقش دارند. در ادامه روش ۳ و ۴ نحوه ترکیب این را توضیح داده است.

۳. مدل ترکیبی برای مدول یانگ

¹ Relaxation

قید لبه (α) را روی مدول برشی، شاخص پایداری و انرژی ویسکوز نمایش دهد. با استفاده از مدل‌های داده‌شده (معادلات (۴۵) و (۴۶))، پارامترهای عددی (جدول ۵)، معیار عددی شاخص پایداری/حساسیت به پیچش به صورت رابطه (۴۷) فرض می‌گردد:

$$S(t, E_f, \alpha) = (1 - \alpha) \frac{G_0}{G(t, E_f)} \quad (47)$$

ضریب $(1 - \alpha)$ نمایانگر آزاد بودن لبه‌ها ($\alpha = 0$ آزاد و $\alpha = 1$ قید کامل). ضریب $\frac{G_0}{G}$ نشان‌دهنده افزایش حساسیت به پیچش وقتی مدول برشی کاهش یابد (برای تنش ثابت، کاهش G سبب افزایش کرنش برشی می‌گردد).

برای نمایش اثر مدول برشی بر انرژی ویسکوز، یک تقریب ساده در نظر گرفته می‌گردد، برای تنش ثابت، شیب برشی $\frac{\partial v}{\partial y} \propto 1/G$ و سپس $U_{vis} \propto \eta L h \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$ فرض می‌شود.

تعریف صریح α به عنوان پارامتر شدت شرط مرزی در لبه‌ها مفید است، زیرا این امکان را فراهم می‌کند که تنها با یک پارامتر، از حالت آزاد تا حالت کاملاً مقید گذار کرده و پایداری سیستم به صورت پارامتریک مورد بررسی قرار گیرد.

۴- نتایج و بحث

هدف بررسی اثر ولتاژ و زمان صفر بر مدول برشی وابسته به زمان و میدان الکتریکی $G(t, E_f)$ در یک ماده ویسکوالاستیک/الکتروفعال است؛ از این رو پیشنهاد عددی برای $G(t, E_f)$ در جدول (۷) در تیر مورد مطالعه را نشان می‌دهد.

جدول ۷ - اعضا و مقادیر تخصیص یافته تیر مورد

مقدار	مولفه
۱ Mpa	G_0
۴ Mpa	G_1
۱۰ s	τ
$\frac{2}{V}$	δ
۵ V	U
۰/۰۰۱ m	d
$\frac{5000}{m}$	E_f

اگر $G(t, E_f)$ به شدت کاهش یابد (مثلاً با ولتاژ بالا)، آنگاه برای یک تنش ثابت، کرنش پیچشی بیشتر می‌شود (اثر خمشی بیشتر)، ولی اگر تنش مرزی (لبه) به صفر محدود شود (شرط مرزی)، پیچش به طور طبیعی سرکوب می‌شود.

۲. شرط مرزی $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ در لبه‌ها و کاهش مدول برشی

سبب حذف پیچش

مدل وقتی با شرط مرزی $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ ترکیب شود، نشان می‌دهد که حتی اگر نرم‌شدگی رخ دهد (کاهش مدول برشی)، چون تنش در لبه صفر است، جریان پیچشی کاهش چشمگیر پیدا می‌کند.

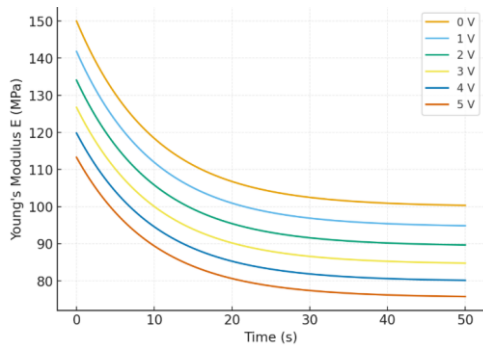
جدول ۶ - اثر متغیر مدول برشی بر روی پیچش

تاثیر روی پیچش	مولفه
کاهش مقاومت برشی سبب پیچش بیشتر یا کمتر (بسته به شرط مرزی)	$G(t, E_f)$ کاهش یابنده
سرکوب جریان برشی در لبه‌ها سبب کاهش یا حذف پیچش	شرط مرزی $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ در لبه ها
اجازه‌ی شکل‌گیری پروفایل سهمی باعث حذف پیچش به‌طور طبیعی	ترکیب این دو

جدول (۶) تأثیر عوامل مختلف بر رفتار پیچشی کامپوزیت را بررسی می‌کند. کاهش تابع مدول برشی $G(t, E_f)$ که ناشی از رفتار ویسکوالاستیک است، می‌تواند پیچش را افزایش یا کاهش دهد، بسته به اینکه شرط مرزی چگونه اعمال شده باشد. اعمال شرط مرزی $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ در لبه‌ها، جریان برشی را در نواحی کناری محدود کرده و به‌طور مستقیم مانع شکل‌گیری پیچش می‌شود. ترکیب این دو عامل موجب می‌شود که پروفایل سرعت به‌صورت سهمی در عرض تیر توزیع یابد، که در آن پیچش به‌طور طبیعی حذف شده یا بسیار کاهش می‌یابد، زیرا سازوکار توزیع متقارن تنش‌ها مانع از چرخش کل مقطع می‌گردد.

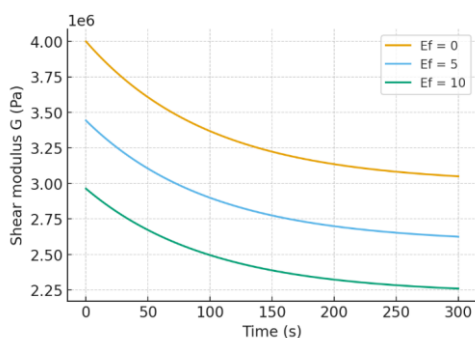
۳-۳- تحلیل پایداری با تغییر شرایط مرزی

مدل ترکیبی مدول یانگ/ برشی را مطابق معادلات (۴۵) و (۴۶) پیاده‌سازی نموده، سپس یک تحلیل پایداری پارامتریک انجام می‌گردد که تأثیر زمان، میدان الکتریکی E_f و شدت



شکل ۶- مدول یانگ بر حسب زمان و میدان الکتریکی

مطالعات مشابه در مرجع [۱۴] نشان داده است که رفتار مکانیکی IPMC بیشتر بر اساس مدول یانگ و در قالب تئوری تیر اوپلر-برنولی مدل‌سازی شده و تأثیر شرایط محیطی نظیر خشک و مرطوب بودن بر مدول یانگ بررسی شده است. به طور مشخص، نتایج مرجع [۱۴] نشان می‌دهد که در فرکانس‌های پایین، مدول یانگ در حالت خشک حدود ۸ برابر حالت مرطوب بوده و مقدار آن برای نافیون خشک حدود ۲/۰۳ گیگاپاسکال گزارش گردیده است. با این حال، آن مطالعه صرفاً یک‌محوره و محدود به پاسخ خمشی بوده است. در مقاله حاضر، تمرکز بر مدول برشی و رفتار پیچشی تیر قرار گرفته و وابستگی زمانی و الکتریکی هر دو مدول یانگ و برشی در قالب روابط (۴۱) تا (۴۶) مدل‌سازی گردیده است. بنابراین، برخلاف رویکرد مرجع [۱۴] که تنها اثر رطوبت و شرایط محیطی را بررسی کرده است، در این مقاله اثر میدان الکتریکی و رفتار ویسکوالاستیک بر پیچش تیر به‌طور مستقیم مورد تحلیل قرار گرفته و تفاوت نوآوری پژوهش حاضر را آشکار می‌سازد. در نمودارهای شکل (۷) تا (۱۱) تحلیل پایداری با تغییر شرایط مرزی (بخش ۳-۳) را نشان می‌دهند.



شکل ۷- کاهش مدول برشی با زمان و میدان الکتریکی

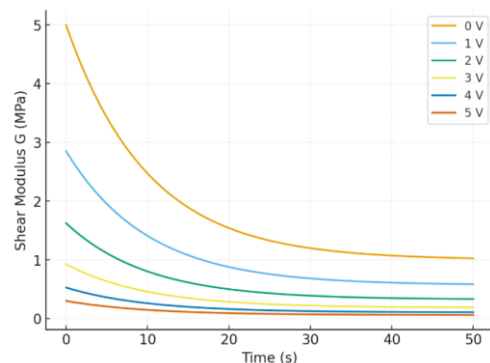
در زمان $t = 0$ به‌صورت رابطه (۴۸) بیان می‌گردد.

$$G(0, E_f) = (1 + 4) \cdot e^{-2.5} = (5) e^{-10000} \approx 0 \quad (48)$$

در نتیجه در ولتاژ زیاد، مدول برشی به سمت صفر و ماده تقریباً بدون مقاومت برشی می‌شود که در این حالت پیچش همراه با ناپایداری‌های دیگر طبیعتاً ناپدید می‌گردد.

در نمودار شکل (۵)، تغییرات مدول برشی $G(t, E_f)$ برحسب زمان برای ولتاژهای مختلف نشان داده شده است. در تمام حالات، مدول برشی به دلیل رفتار ویسکوالاستیک کاهش می‌یابد و به G_0 میل می‌کند. با افزایش ولتاژ، شدت میدان الکتریکی زیاد شده و این باعث کاهش چشمگیر مقدار اولیه و نهایی G می‌شود.

در ولتاژهای بالا، کاهش G شدیدتر است (به دلیل ضریب نمایی $e^{-\delta E_f}$) بنابراین برای کاهش یا حذف پیچش، باید میدان الکتریکی را کنترل کرد تا باعث افت بیش‌ازحد G نشود. می‌توان ولتاژ را در حد بهینه نگه داشت یا از طراحی‌هایی استفاده کرد که در آن‌ها G کاهش‌یافته تأثیر کمتری بر پایداری دارد.

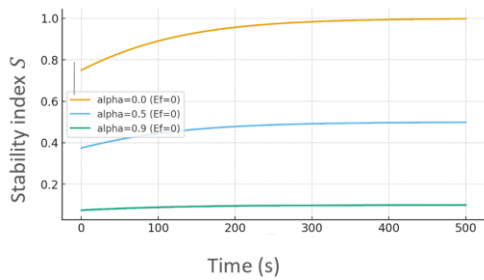


شکل ۵- مدول برشی بر حسب زمان برای ولتاژهای مختلف

در نمودار شکل (۶)، مدول یانگ $E(t, E_f)$ به‌صورت هم‌زمان وابسته به زمان و میدان الکتریکی رسم شده است.

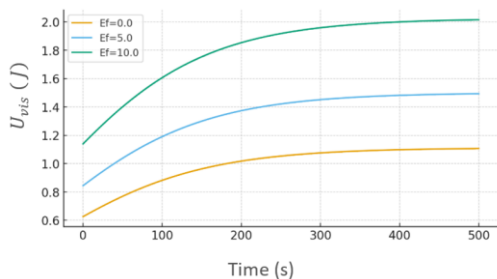
با افزایش ولتاژ و در نتیجه افزایش شدت میدان الکتریکی E_f ، مقدار اولیه و نهایی E کاهش می‌یابد و با افزایش زمان، به دلیل رفتار ویسکوالاستیک، مدول یانگ به‌طور نمایی کاهش می‌یابد و به $E_0 e^{-\gamma E_f}$ میل می‌کند.

نمودار شکل (۹) سطح سه بعدی $S(\alpha, E_f)$ را در یک زمان ثابت نمایش می‌دهد که بیشترین حساسیت به پیچش در نقاطی است که هم قید ضعیف ($\alpha \approx 0$) و هم میدان شدید (E_f بزرگ) وجود دارد. اعمال قید روی لبه ($\alpha \rightarrow 1$) تقریباً هر کاری که میدان بکند را بی‌اثر می‌سازد ($S \rightarrow 0$).



شکل ۱۰- شاخص پایداری در برابر زمان برای چند شرط مرزی

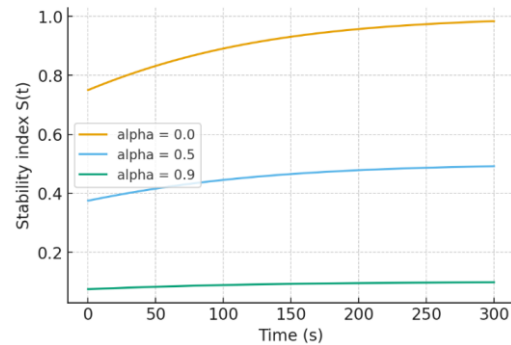
نمودار شکل (۱۰) (با فرض تنش ثابت و $dv/dy \propto 1/G$) نشان می‌دهد که با کاهش G (با زمان یا E_f) مقدار تقریبی انرژی ویسکوز افزایش می‌یابد.



شکل ۱۱- تغییر انرژی ویسکوز با زمان و میدان الکتریکی

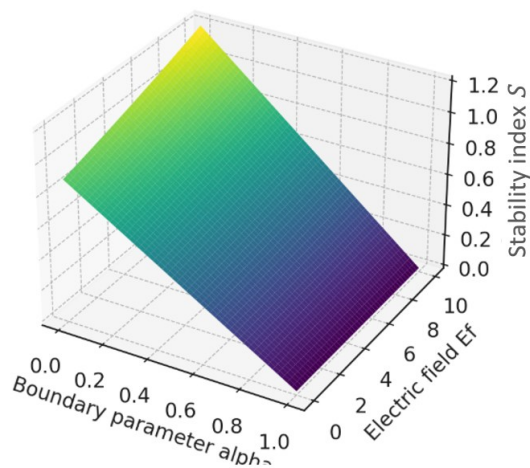
نمودار شکل (۱۱) نشان می‌دهد که با کاهش G (با زمان یا E_f) مقدار تقریبی انرژی ویسکوز افزایش می‌یابد. برای بررسی صحت مدل پیشنهادی، نتایج این مطالعه با داده‌های گزارش شده در مطالعات پیشین (مرجع [۱]) مقایسه گردید. با تغییر فاصله الکترودها عملکرد پیچشی IPMC را بهبود دادند و پاسخ‌های تجربی خمش و پیچش را گزارش نمودند. روند تغییرات خمش در ولتاژهای پایین که در این تحقیق مشاهده شد، با یافته‌های مرجع [۱] همخوانی کیفی دارد؛ همچنین در مرجع [۱۱] یک مدل تحلیلی سه بعدی

نمودار شکل (۷) نشان می‌دهد که با افزایش میدان الکتریکی، مدول برشی کل کاهش می‌یابد (اثر الکترواکتیو). همچنین با گذر زمان، مدول از مقدار اولیه بالاتر به مقدار بلندمدت G_0 میل می‌کند (رهایی ویسکوالاستیک)، بنابراین پایداری برشی سازه با میدان و زمان ضعیف‌تر می‌شود.



شکل ۸- شاخص پایداری در برابر زمان برای چند شرط مرزی

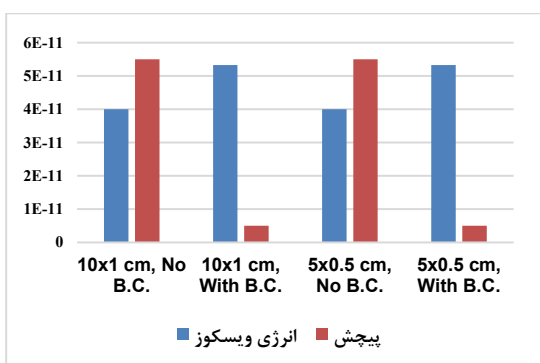
نمودار شکل (۸) شاخص پایداری $S(t)$ برای چند مقدار α (مثلاً ۰، ۰/۵، ۰/۹) در حالت $E_f = 0$ را نشان می‌دهد. هنگامی که α کوچک است (لبه آزاد)، شاخص S بزرگ‌تر و با کاهش G در زمان رشد می‌کند که در این صورت پیچش محتمل‌تر است؛ با افزایش α ، S کوچک می‌شود و پیچش سرکوب می‌گردد.



شکل ۹- سطح شاخص پایداری در $t = 100$

کلیدی در کنترل پایداری پیچشی تیرهای کامپوزیتی هوشمند دارد.

حال برای بررسی حساسیت طول و عرض‌های کوچک تر نیز انرژی‌های پیچش و ویسکوز بررسی و با مدل عددی جدول ۲ مقایسه می‌گردند؛ پس از محاسبات انرژی ویسکوز و شیب سرعت برای تیر با طول ۰/۱، عرض ۰/۰۱ متر و طول ۰/۰۵، عرض ۰/۰۰۵ مقایسه انرژی‌های ویسکوز و پیچش برای دو هندسه و شرایط مرزی در نمودار شکل (۱۲) نشان داده شده است.



شکل ۱۲- مقایسه انرژی ویسکوز و پیچش در طول و عرض های دیگر

نمودار شکل (۱۲) نشان می‌دهد که انرژی ویسکوز در حالت با شرط مرزی (سه‌می شکل) همیشه کمی بیشتر از حالت بدون شرط مرزی است؛ پیچش در حالت بدون شرط مرزی شدید است، ولی با اعمال شرط مرزی در لبه‌ها به شدت کاهش می‌یابد یا حذف می‌شود و تغییر طول و عرض تیر بین ۱۰×۱ و ۵×۵ cm تاثیر زیادی روی انرژی ویسکوز ندارد، اما نقش شرایط مرزی در بهبود پیچش کاملاً مشهود است.

در تحلیل تئوری برای حذف پیچش، شرط $\partial v / \partial y = 0$ در لبه‌ها به این معناست که در مرزهای عرضی تیر، هیچ جابجایی یا شیب سرعتی در راستای ضخامت و عرض وجود نداشته باشد. برای انتقال این مفهوم به نمونه‌های واقعی IPMC، می‌توان از دو راهکار عملی استفاده کرد: (۱) چسباندن لایه‌های سخت و باریک (stiff strips) مانند نوار اپوکسی یا پلاتین ضخیم‌تر در کناره‌های عرضی که مانع خمش یا کشش عرضی لبه‌ها می‌شود و به صورت مؤثر شرط $\partial v / \partial y = 0$ را اعمال می‌کند؛ (۲) محدودسازی یا حذف الکتروود در نواحی

مبتنی بر انتقال یون ارائه کردند که قادر است تغییر شکل‌های بزرگ خمشی را پیش‌بینی کند. نتایج حاصل از مدل حاضر از نظر وابستگی زمانی مدول‌ها و کاهش سختی تحت تحریک الکتریکی، با پیش‌بینی‌های این مدل تطابق قابل توجهی نشان می‌دهد. این مقایسه بیانگر آن است که مدل تحلیلی پیشنهادی می‌تواند روند کلی رفتار الکترومکانیکی IPMC را همانند داده‌های تجربی و مدل‌های معتبر موجود بازتولید کند. به منظور بررسی پایداری مدل پیشنهادی، تحلیل حساسیت نسبت به چند پارامتر کلیدی انجام گردید. نتایج نشان دادند که افزایش ضخامت غشا باعث افزایش سختی خمشی و کاهش دامنه تغییر شکل می‌شود؛ همچنین تغییر ولتاژ اعمالی، اثر مستقیمی بر مقادیر اولیه مدول‌ها دارد. به‌گونه‌ای که با افزایش ولتاژ، افت مدول سریع‌تر رخ می‌دهد. در نهایت، تغییر ضرایب تجربی γ و δ نشان دادند که اگرچه بزرگی پاسخ کمی جابه‌جا می‌شود، روند کلی نتایج حفظ می‌گردد. این موضوع بیانگر آن است که مدل پیشنهادی از پایداری مناسبی نسبت به تغییرات پارامترهای اصلی برخوردار است.

مدل‌های ترکیبی معرفی شده برای مدول یانگ و مدول برشی، اثرات همزمان نرم‌شدگی ویسکوالاستیک و کاهش سختی ناشی از میدان الکتریکی را بر پایداری سازه نشان می‌دهند. با گذشت زمان، هر دو تابع $E(t, E_f)$ و $G(t, E_f)$ به دلیل رفتار ویسکوالاستیک کاهش می‌یابند و حضور میدان الکتریکی E_f این روند کاهش را تشدید می‌کند. تحلیل پایداری از طریق شاخص پایداری (t, α) نشان می‌دهد که شرایط مرزی نقش تعیین‌کننده‌ای دارند: در غیاب محدودیت مرزی کاهش G منجر به افت شدید مقاومت پیچشی می‌شود، در حالی که با افزایش سخت‌گیری شرط مرزی $\partial v / \partial y = 0$ تغییر شکل پیچشی حتی در شرایط نرم‌شدگی ماده نیز به‌طور مؤثری سرکوب می‌گردد. سطح پایداری به‌خوبی نشان می‌دهد که تعامل بین کنترل مرزی و نرم‌شدگی ناشی از میدان الکتریکی پاسخ مکانیکی کلی را تعیین می‌کند؛ همچنین روند تغییرات انرژی ویسکوز بیانگر آن است که هرچند نرم‌شدگی ماده موجب افزایش اتلاف انرژی می‌شود، اما اعمال شرایط مرزی از بروز ناپایداری پیچشی جلوگیری می‌کند. نتایج این تحلیل بیانگر آن است که هم‌افزایی بین اثرات ویسکوالاستیک-الکتروفعال ماده و قیود مرزی مکانیکی نقش

مقدار اولیه گردید. به بیان ساده، این نتیجه نشان می‌دهد که با انتخاب مناسب میدان تحریک می‌توان اتلاف انرژی ناشی از حرکت سیال داخلی را کاهش داد، که از دیدگاه مهندسی به بهبود کارایی و افزایش عمر مفید محرک IPMC منجر می‌شود. همچنین، مدل‌سازی نمایی مدول‌های مکانیکی وابسته به زمان و میدان الکتریکی، امکان تحلیل دقیق‌تر رفتار ویسکوالاستیک IPMC را فراهم می‌کند.

کاهش تدریجی مدول‌های یانگ و برشی در گذر زمان و در ولتاژهای بالا موجب افزایش انرژی ویسکوز و کاهش مقاومت برشی می‌شود. با این وجود، تحمیل شرط مرزی $\partial v / \partial y = 0$ در لبه‌ها جریان برشی کناری را محدود کرده و پیچش را به‌طور طبیعی حذف یا تضعیف می‌کند. تحلیل پایداری پارامتریک با معرفی ضریب α به‌عنوان شدت قید مرزی نشان داد که تغییر از حالت آزاد تا قید کامل، امکان بررسی سیستماتیک گذارهای پایداری را فراهم می‌کند. همچنین شاخص پایداری تعریف‌شده به‌روشنی اثر ترکیبی زمان، میدان الکتریکی و شرط مرزی را آشکار ساخت. در میدان‌های قوی و قیود ضعیف، حساسیت به پیچش حداکثر است، در حالی که با افزایش α حتی میدان‌های قوی نیز بی‌اثر می‌شوند. بررسی ضرایب تجربی γ و δ نشان داد که تغییر جنس غشا یا الکتروود می‌تواند مقادیر این ضرایب را تغییر دهد، اما روند کلی نتایج ثابت باقی می‌ماند. در نهایت، تحلیل هندسه‌های مختلف نشان داد که ابعاد تیر تأثیر محدودی بر انرژی ویسکوز دارند، اما نقش شرط مرزی در سرکوب پیچش کاملاً غالب است؛ بنابراین، هم‌افزایی میان مدل‌سازی ویسکوالاستیک-الکتروفعال و قیود مرزی می‌تواند به‌عنوان رویکردی مؤثر برای طراحی عملگرهای هوشمند پایدار و بدون پیچش مورد استفاده قرار گیرد؛

با وجود نتایج ارائه‌شده، مدل پیشنهادی دارای محدودیت‌هایی نیز هست. از جمله، اثرات غیرخطی بزرگ‌مقیاس و پدیده‌های الکترواکتیو پیچیده‌تر (مانند انتقال آب یا تغییرات غلظت غیریکنواخت یون‌ها) در این چارچوب لحاظ نشده‌اند؛ همچنین ضرایب تجربی معرفی‌شده برای توصیف وابستگی مدول‌ها به میدان الکتریکی نیازمند کالیبراسیون دقیق‌تر با داده‌های آزمایشگاهی هستند. این رویکرد می‌تواند مبنای مؤثری برای طراحی عملگرهای IPMC بدون پیچش در کاربردهایی نظیر ابزارهای جراحی

لبه‌ای که موجب می‌شود جریان یونی و میدان الکتریکی در مرزها به صفر برسد و نقش یک قید مکانیکی معادل ($Fy = 0$ یا $My = 0$) را ایفا نماید. این دو روش می‌توانند در آزمایش‌های واقعی به‌طور مستقیم شرایط مرزی متقارن مورد استفاده در مدل تئوری را شبیه‌سازی کرده و به حذف پیچش منجر شوند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک چارچوب چندفیزیکی جامع برای تحلیل منشأ پیچش در عملگرهای کامپوزیت پلیمر یونی-فلزی (IPMC) ارائه و راهکارهایی برای کاهش یا حذف آن توسعه داده شده است. با استفاده از تئوری تیر اوپلر-برنولی و اصل کمینه‌سازی انرژی، انرژی کرنشی خمشی و سهم ویسکوز مرتبط با تنش‌های برشی در راستای yz استخراج شد. سپس معادلات نرنست-پلانک-پواسون برای توصیف انتقال یون‌ها کوپل گردید تا ممان پیچشی الکتریکی به‌صورت تابعی از گرادیان پتانسیل و غلظت یونی به‌دست آید. مدل پیشنهادی این مقاله نشان داد که پیچش در تیرهای IPMC حاصل برهم‌کنش میان سه عامل اصلی است: رفتار ویسکوالاستیک، نرم‌شدگی ناشی از میدان الکتریکی و شرایط مرزی مکانیکی. برای لحاظ کردن اثرات واقعی‌تر، تغییرات زمانی و وابستگی مدول‌های مکانیکی به شدت میدان الکتریکی نیز به‌صورت نمایی در مدل وارد شدند. این وابستگی نمایی امکان بررسی هم‌زمان تأثیر تحریک الکتریکی و رفتار ویسکوالاستیک ماده را فراهم آورد. نتایج عددی به‌وضوح نشان می‌دهد که با گذشت زمان و افزایش میدان الکتریکی، مدول برشی و مدول یانگ کاهش می‌یابند، اما اگر از تحریک متقارن در راستای طولی و طراحی لایه‌های سخت عرضی استفاده شود، حتی در این شرایط نرم‌شدگی شدید، زاویه پیچش عملاً به صفر نزدیک می‌شود.

نتایج شبیه‌سازی عددی نشان دادند که در ولتاژ ۵ ولت و ضخامت ۱ میلی‌متر، مدول برشی ماده در کمتر از ۱۰ ثانیه تا ۸۵٪ افت می‌کند که منجر به کاهش مقاومت برشی و پتانسیل بالای ناپایداری پیچشی می‌شود. با این حال، تحمیل شرط مرزی مکانیکی $\partial v / \partial y = 0$ در لبه‌های عرضی و طراحی میدان الکتریکی متقارن، باعث حذف گرادیان سرعت و در نتیجه کاهش انرژی ویسکوز و ممان پیچشی به کمتر از ۵٪

C/m^3	چگالی شارژ،	ρ	رباتیکی، سامانه‌های میکرومکانیکی دقیق و رباتیک نرم فراهم
F/m	ظرفیت دی‌الکتریک،	ε	آورد؛ به‌عنوان مسیر پژوهشی آینده، توسعه مدل حاضر برای
mol/m^3	غلظت اولیه،	C_0	تحلیل تغییرشکل‌های غیرخطی، اعتبارسنجی آن با داده‌های
m	طول تیر،	L	تجربی و بررسی کاربردهای عملی در رباتیک نرم و سامانه‌های
m	عرض تیر،	b	زیست‌پزشکی می‌تواند افق‌های جدیدی را بگشاید.
m	ضخامت،	h	

m/s	سرعت اولیه حرکت یون،
	بردار کرنش
C/m^2	بردار جابجایی الکتریکی،
V/m	بردار میدان الکتریکی،
$1/Pa$	تانسور انعطاف‌پذیری،
m/V	ماتریس ضرایب پیزوالکتریک،
	ضریب کوپلاژ الکترومکانیکی
V/m	شدت میدان الکتریکی،
	پایه لگاریتم طبیعی
Mpa	مدول برشی،
V	ولتاژ،
m	ضخامت،
s	ثابت زمانی،
Mpa	مدول یانگ اولیه،
Mpa	مدول یانگ ثانویه،
Mpa	مدول برشی اولیه،
Mpa	مدول برشی ثانویه،
	یک ضریب تجربی
	ضریب تجربی
	معیار عددی حساسیت به پیچش
	قید لبه

۵- فهرست علائم و نشانه‌ها

u	مؤلفه‌های جابجایی در راستای محور x ، m
v	مؤلفه‌های جابجایی در راستای محور y ، m
w	مؤلفه‌های جابجایی در راستای محور z ، m
z	فاصله از محور خنثی، m
ε	کرنش‌های برشی
E	مدول یانگ، Mpa
σ	تنش‌های برشی، نرمال و پیچشی، N/m^2
π	انرژی پتانسیل کل سیستم، J
I	ممان دوم سطح مقطع، m^4
τ	تنش برشی ویسکوز، N/m^2
η	ضریب ویسکوزیته دینامیکی، $pa \cdot s$
v	مؤلفه‌ی سرعت، m/s
U_{vis}	انرژی کرنشی ناشی از تنش ویسکوز، J
γ	کرنش برشی
U	انرژی کرنشی، J
M_{elec}	ممان الکتریکی در اثر تحریک یون، $N \cdot m$
W_{elec}	کار مجازی، J
U_{elec}	انرژی ناشی از تحریک الکتریکی، J
A_x	عرض مقطع در راستای x ، m
J	انتقال (شار) یونی، $mol/(m^2 \cdot s)$
D	ضریب نفوذ یون، $\frac{m^2}{s}$
∇C	گرادیان غلظت یون
z	بار الکتریکی یون
F	ثابت فارادی، $96485 \frac{Coulombs}{mol}$
R	ثابت گاز جهانی، $8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$
T	دمای مطلق سیستم، $^{\circ}K$
∇V	گرادیان پتانسیل الکتریکی، mol/m^4
C	غلظت یون، mol/m^3
V	ولتاژ (پتانسیل) الکتریکی، V

مراجع

- [1] Xu, B., Wang, S., Zhang, Z., Ling, J., & Wu, X. (2021). Improving the torsion performance of IPMC by changing the electrode separation. Scientific reports, 11(1), 7639.
- [2] Sharif, M. A., Lei, H., Al-Rubaiai, M. K., & Tan, X. (2018). Ionic polymer-metal composite torsional sensor: physics-based modeling and experimental validation. Smart Materials and Structures, 27(7), 075039.
- [3] Hu, N., Li, B., Bai, R., Xie, K., & Chen, G. (2023). A torsion-bending antagonistic bistable actuator

- [11] Annabestani, M., Naghavi, N., & Maymandi-Nejad, M. (2021). A 3D analytical ion transport model for ionic polymer metal composite actuators in large bending deformations. *Scientific reports*, 11(1), 6435.
- [12] Jiang, J., Lin, C., Xu, S., Yu, Y., Yao, L., & Huang, Z. (2024). Application-Oriented Modeling of Soft Actuator Ionic Polymer–Metal Composites: A Review. *Advanced Intelligent Systems*, 6(3), 2300568.
- [13] Poureini, R., Soleimanimehr, H., Viliani, N.S., & Abdollahi, A. (2025). Investigation of the Effect of a Nonlinear Ion Concentration Function on the Electromechanical Behavior of Ionic Polymer–Metal Composites. *J. Modern Proc. in Manufact. Produc.*, 2(14), 27-46.
- [14] Shahinpoor, M. (Ed.). (2015). *Ionic Polymer Metal Composites (IPMCs): Smart Multi-Functional Materials and Artificial Muscles*, Volume 2. Royal Society of Chemistry.
- [15] Rao, S. S. (2019). *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons.
- [16] Lai, W. M., Rubin, D., & Krempl, E. (2009). *Introduction to continuum mechanics*. Butterworth-Heinemann.
- [17] Mahmoodi, M. J., & Taghavi, G. A. H. (2024). Multi-scale Electrochemical-mechanical Modeling of Fast Response of Ionic Polymer-Metal Composite Actuator.
- [18] *Mechanics of materials Popov 2th edition Egor P. Popov*.
- [19] Leo, D. J. (2007). *Engineering analysis of smart material systems*. John Wiley & Sons.
- [20] Soleimanimehr, H., & Nasrollah, A. (2021). Numerical and experimental analysis on the properties of ionic-polymer-metal composites. *Iran. J. Manufact. Engin.*, 8(6), 21-25.
- enables untethered crawling and swimming of miniature robots. *Research*, 6, 0116.
- [4] Lei, H., Sharif, M. A., & Tan, X. (2016, April). A dynamic physics-based model for tubular IPMC sensors under torsional excitation. In *Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2016* (Vol. 9798, pp. 618-626). SPIE.
- [5] Kim, K. J., Pugal, D., & Leang, K. K. (2011). A twistable ionic polymer-metal composite artificial muscle for marine applications. *Marine Technology Society J.*, 45(4), 83-98.
- [6] Nasrollah, A., Soleimanimehr, H., & Haghighi, S. B. (2024). IPMC-based actuators: An approach for measuring a linear form of its static equation. *Heliyon*, 10(4).
- [7] Soleimanimehr, H., Bafandeh Haghighi, S., & Nasrollah, A. (2024). Experimental Analysis of the Effect of Mechanical Topology on the Surface of Biological Microgripper Made of Ionic-Polymer Metal Composite Smart Material. *Mechanics of Advanced Composite Structures*.
- [8] Lee, J. H., Chee, P. S., Lim, E. H., Low, J. H., & Nguyen, N. T. (2022). A stretchable kirigami-inspired self-powered electroactive sensor for tensile strain and torsion sensing. *Advanced Engineering Materials*, 24(4), 2100961.
- [9] López-Díaz, A., Vázquez, A. S., & Vázquez, E. (2024). Hydrogels in soft robotics: past, present, and future. *ACS nano*, 18(32), 20817-20826.
- [10] Fan, Y., Zhao, L., Yang, Q., & Jin, F. A Novel Modeling Approach for Ionic Polymers: Efficient Solutions for Static and Dynamic Responses. Available at SSRN 5028997.