



## مطالعه عددی و تجربی یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی دوپایدار مبتنی بر رفتار ضربه- ارتعاشی در یک تیر یکسرگیردار

مصطفی شاهسوار<sup>۱</sup>، محمدمهدی خطیبی<sup>۲\*</sup> و محمدرضا آشوری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، ایران.

<sup>۲</sup> دانشیار، آزمایشگاه آنالیز مودال، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۵/۲۶، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۰/۰۴، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۳۰

### چکیده

در این مقاله به منظور افزایش پهنای باند فرکانسی، یک تیر یکسرگیردار پیزوالکتریکی به‌عنوان برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی به یک مانع محدودکننده دامنه حرکت مجهز شده است. این طرح به‌عنوان برداشت‌کننده انرژی دوپایدار ضربه- ارتعاشی شناخته می‌شود. هدف اصلی این کار بررسی اثر رفتار ضربه- ارتعاشی در پهنای باند فرکانسی برداشت‌کننده انرژی است. بدین منظور، ابتدا با استفاده از فرض تیر اویلر- برنولی و روش انرژی، معادلات حاکم استخراج شده‌اند. سپس با حل عددی معادلات حاکم، پهنای باند فرکانسی و توان برداشت‌شده در حالت متداول و نیز حالت ضربه- ارتعاشی با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج نشان می‌دهد که با بهره‌گیری از رفتار ضربه- ارتعاشی، می‌توان پهنای باند فرکانسی سیستم را ۹۰ درصد افزایش داد. سپس تأثیر فاصله مانع تا تیر و نیز فاصله بین دو آهنربا روی پهنای باند فرکانسی سیستم بررسی شده است. در این مطالعه، برای ارزیابی کارایی سیستم و صحت سنجی نتایج، برداشت‌کننده پیشنهادی بصورت تجربی تحت آزمون قرار گرفته است. نتایج تجربی حاصل، نشان‌دهنده کارایی عملی مناسب برداشت‌کننده است.

**کلمات کلیدی:** برداشت انرژی؛ ضربه- ارتعاش؛ پهنای باند فرکانسی؛ برداشت‌کننده انرژی دوپایدار.

## Numerical and Experimental study of a vibro- impact bistable piezoelectric cantilever beam energy harvester

M. shahsavar<sup>1</sup>, M. M. Khatibi<sup>2\*</sup>, M. R. Ashory<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Phd Student, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Modal Analysis (MA) Research Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Iran.

### Abstract

In this paper, in order to increase the frequency bandwidth, a bistable unimorph piezoelectric cantilever beam energy harvester is equipped with a unilateral barrier to limit the oscillation amplitude. This novel design is recognized as a bistable vibro-impact energy harvester. The main objective of this work is to investigate the effects of vibro-impact behavior on the frequency bandwidth of a typical bistable energy harvester. Initially, by employing Euler-Bernoulli beam assumption and energy method, the governing equations of motion were derived. Subsequently, by numerically solving the governing equations, the frequency bandwidth and harvested power of the system in both typical bistable and vibro- impact bistable systems were compared. According to the obtained results, it was clear by exploiting the vibro- impact behavior, the frequency bandwidth of a typical bistable energy harvester could be increased up to 90%. Then, the effects of initial gap between barrier and cantilever beam on the system's frequency bandwidth were investigated. In this study, some experiments were conducted to evaluate the efficiency of the proposed model and to validate the obtained results.

**Keywords:** Energy harvesting; Vibro- impact; Frequency bandwidth; Bistable energy harvester.

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر با پیشرفت و توسعه فناوری‌های نوین، اهمیت توان رسانی به دستگاه‌های الکترونیکی کم‌مصرف ضروری به نظر می‌رسد. سیستم‌های الکترومکانیکی دارای اجزای مکانیکی و الکتریکی هستند که برای تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی و یا برعکس، با یکدیگر تعامل دارند [۱]. این دستگاه‌ها به تناسب کاربرد، مانند حسگرهای بی‌سیم پایش وضعیت سازه‌های عمرانی، حسگرهای باد تاپر و یا تجهیزات الکتریکی زیست مهندسی در اندام‌های حیاتی (مانند باتری های قلب) نیازمند توان رسانی در بازه میکرو وات هستند [۳-۲]. استفاده از باتری‌های کوچک راه‌حل قابل قبولی است، اما محدودیت‌هایی مانند مسائل مربوط به تعویض باتری، عمر کوتاه، هزینه شارژ مجدد و یا در مواردی نصب در مکان‌های غیرقابل دسترسی، دارد [۴-۵]. اگرچه منابع انرژی مقیاس بزرگ مانند انرژی‌های خورشیدی و بادی بسیار مهم هستند، اما برداشت انرژی از منابع کوچک‌مقیاس مانند منابع ارتعاشی توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است، زیرا ارتعاشات محیطی یک منبع انرژی بادوام و قابل دسترسی است که در محیط طبیعی به صورت فراوان یافت می‌شود [۶-۳].

روش‌های مختلفی برای تبدیل انرژی ارتعاشی به انرژی الکتریکی وجود دارد. استفاده از مواد پیزوالکتریکی یکی از مهم‌ترین و مؤثرترین راه‌های تبدیل انرژی ارتعاشی به انرژی الکتریکی و توان رسانی به دستگاه‌های کوچک‌مقیاس است [۷-۸]. بهره‌گیری از مواد پیزوالکتریکی در تیرهای یکسرگیردار که از آن‌ها به عنوان برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریکی یاد می‌شود، به دلیل سهولت در تولید و دارا بودن کارایی مناسب، توجه زیادی را به خود معطوف کرده است [۹].

حسینی و همکاران در زمینه کاربرد یک تیر یکسرگیردار پیزوالکتریکی به عنوان برداشت‌کننده انرژی تحقیق کردند. آنها با استفاده از یک مدل تحلیلی به اثر شکل و هندسه تیر یکسرگیردار با دولایه پیزوالکتریک پرداختند [۱۰]. حسینی و همکاران به کمک مواد پیزوپلیمری به بررسی اثر کاهش عرض برداشت‌کننده‌های یک سرگیردار پرداختند. مطابق نتایج بدست آمده، تقسیم یک تیر به عرض‌های کوچکتر می‌تواند

بازده توان تولیدی را افزایش دهد [۱۱]؛ همچنین آنها به بررسی برداشت انرژی از یک برداشت‌کننده پیزوالکتریکی از راه رفتن انسان پرداختند [۱۲].

درحالی‌که تحریکات ارتعاشی محیطی طیف فرکانسی گسترده‌ای دارند، ولی برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی خطی محدوده فرکانسی کمی دارند [۱۴-۱۳]. به همین خاطر برای دستیابی به یک نرخ تبدیل انرژی مناسب، این برداشت‌کننده‌ها فقط باید در ناحیه تشدید خود ارتعاش کنند. این حقیقت باعث شده است که بسیاری از برداشت‌کننده‌های انرژی خطی ناکارآمد باشند. در حقیقت کارایی این برداشت‌کننده‌های انرژی خطی با انحراف فرکانسی بسیار کم از ناحیه تشدید، افت شدیدی می‌کند. به همین خاطر با افزایش پهنای باند فرکانسی برداشت‌کننده‌های انرژی، می‌توان انرژی بیشتری در یک بازه فرکانسی بزرگتر استحصال نمود [۱۵]. در این زمینه تخصصی، به تبدیل انرژی مکانیکی محیطی به انرژی الکتریکی که با استفاده از روش‌های الکترومغناطیسی، الکترواستاتیکی و پیزوالکتریکی انجام می‌شود، برداشت انرژی ارتعاشی گفته می‌شود [۱۸-۱۶]. از میان روش‌های گفته شده، استفاده از مواد پیزوالکتریکی بسیار کارآمدتر به نظر می‌رسد. این کارآمدی به خاطر داشتن چگالی انرژی بالا، حجم کم و پیاده‌سازی آسان است. در روش برداشت انرژی پیزوالکتریکی معمولاً یک تیر ارتعاشی را به یک یا دولایه پیزوالکتریک مجهز می‌کنند. حسینی و حامدی به بررسی برداشت‌کننده‌های یک‌سرگیردار پیزوالکتریکی وی شکل و دوزنقه‌ای شکل پرداختند [۱۹].

برای غلبه بر مشکل پهنای باند فرکانسی در برداشت‌کننده‌ها، روش‌های متعددی به کار برده می‌شود. یکی از این روش‌های مهم اضافه کردن رفتار غیرخطی به برداشت‌کننده است [۲۰]. این رفتار غیرخطی شامل اعمال پیش بارهای محوری، ایجاد دو نقطه تعادل<sup>۱</sup> در سیستم و استفاده از روش‌های تبدیل‌های فرکانسی بالا<sup>۲</sup> است [۲۱]. بسیاری از محققان بر روی روش‌های دوپایدار<sup>۳</sup> برای افزایش کارایی برداشت‌کننده انرژی تمرکز نموده‌اند. برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایدار متداول متشکل از یک یا دولایه پیزوالکتریک، یک تیر یکسرگیردار و یک جفت

<sup>3</sup> Bistability<sup>1</sup> Bistable<sup>2</sup> Frequency up- conversion technique

آهنربای دائمی هستند. در این روش یک آهنربای دائمی به انتهای آزاد تیر متصل می‌شود و آهنربای دیگر روبروی آهنربای جرم نوک بر روی سازه میزبان ثابت می‌شود. لازم به ذکر است ایجاد دو نقطه تعادل در صورتی خواهد بود که این آهنرباها با قطب‌های همنام روبروی یکدیگر قرار بگیرند تا نیروی دافعه، سیستم را دوپایدار کند. به‌طور کلی این دو پایداری می‌تواند رفتار دینامیکی سیستم و ازجمله پهنای باند فرکانسی آن را تغییر دهد [۲۲]. با استفاده از این روش، محققین زیادی نشان داده‌اند که می‌توان پهنای باند فرکانسی سیستم را افزایش داد. حسینی و همکاران بر روی پهنای باند فرکانسی یک تیر نیمه پوشیده از لایه پیزوالکتریک متمرکز بودند. آنها به جای استفاده از مواد پیزوالکتریک متداول، از لایه‌های فعال سلولزی بهره بردند [۲۳]. ارتورک و همکاران یک دستگاه پیزو-مگنتوالاستیک برای بهبود تولید توان یک برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی را معرفی نمودند. آنها از دو آرایش تیر پیزوالکتریکی تک پایدار و دوپایدار استفاده نمودند. مطابق با نتایج به‌دست‌آمده، تحقیق آنها نشان داد که به‌وسیله آرایش تیر دوپایدار می‌توان سطح برداشت انرژی را به‌طور چشمگیری افزایش داد [۲۴]. شهروز یک برداشت‌کننده انرژی جدید ارائه کرد که به یک جفت آهنربای مغناطیسی مجهز شده بود. برداشت‌کننده انرژی او یک تیر منحنی شکل بود. او توانست با دوپایدار کردن آن سیستم، دامنه ارتعاشات را بیشتر کند و نهایتاً کارایی دستگاه را افزایش دهد [۲۵]. استنتون توانست با ارائه یک برداشت‌کننده انرژی دوپایدار کارایی آن را به‌صورت عددی مطالعه کند. او به کمک رفتار غیرخطی سازه توانست انواع پاسخ‌ها را در بازه‌های فرکانسی مختلف بررسی نماید. مطابق با نتایج به‌دست‌آمده، او توانست پهنای باند فرکانسی سیستم را نیز افزایش دهد [۲۶]. تانگ توانست مطالعه تجربی جامعی بر روی یک برداشت‌کننده ارتعاشی دوپایدار انجام دهد. او توانست با تغییر فاصله بین آهنرباها، رفتار دینامیکی سیستم را تغییر و کارایی آن را افزایش دهد [۲۷]. فیروزی و ابراهیمی-نژاد بر روی یک برداشت‌کننده غیرخطی انرژی مطالعه نمودند. آنها توانستند با بررسی پارامتریک مسئله، یک برداشت‌کننده دوپایدار غیرخطی را بهینه نمایند [۲۸]. لی و اینمن با جاروب فرکانسی<sup>۱</sup> در یک برداشت‌کننده دوپایدار رفتار و پاسخ‌های

موجود را بررسی نمودند. مطابق با نتایج آنها یک سیستم دوپایدار در سیکل‌های حدی<sup>۲</sup> خود بیشترین کارایی را دارد [۲۹]. لیتاک و همکاران با ارائه یک برداشت‌کننده سه پایدار و استفاده از تحلیل غیرخطی مانند دیاگرام‌های دوشاخه‌ای توانستند کارایی آن را بررسی نمایند [۳۰]. جووا پدرو و همکاران بر روی تأثیر نامتقارن دوپایداری بر روی دینامیک یک برداشت‌کننده ارتعاشی تمرکز نمودند. آنها با استفاده از آرایش‌های متقارن و نامتقارن آهنرباهای دائمی و در سطوح مختلف تحریک خارجی به بررسی رفتار برداشت‌کننده دوپایدار پرداختند [۸]. کیوبو جیانگ و همکاران یک برداشت‌کننده انرژی دوپایدار جدید را معرفی نمودند که نسبت به برداشت‌کننده‌های دوپایدار متداول از کارایی بیشتری برخوردار بود. در برداشت‌کننده‌ی آنها یک آهنربای دائمی به‌عنوان جرم نوک و آهنربای دیگر بر روی یک محور به‌عنوان لغزنده و یک فنر با سفتی مشخص قرار داشت. با استفاده از این آرایش آنها توانستند پهنای باند سیستم را ۶۰ درصد اضافه کنند [۷]. تاکنون مطالعات متعددی بر روی افزایش پهنای باند فرکانسی برداشت‌کننده‌های ارتعاشی دوپایدار صورت گرفته است. یک روش دیگر برای افزایش پهنای باند فرکانسی استفاده از روش تبدیل فرکانسی بالا است که با اضافه نمودن ضربه در سیستم انجام می‌شود [۳۱]. درایتی‌فر و همکاران بر روی ارتعاشات مواد پیزوالکتریکی مدرج تابعی و اثرات پارامترهای مختلف بر روی کارایی توان برداشت شده تمرکز نمودند؛ همچنین آنها به بررسی اثرات غیرخطی هندسی بر کارایی سیستم در یک تیریکسرگردار پرداختند [۳۲].

خاقانی‌فرد و همکاران با ترکیب تئوری مواد مدرج تابعی و خواص پیزوالکتریکی مدلی از برداشت‌کننده انرژی غیرخطی ارائه نمودند. در آن مدل غیرخطی دوره‌گه، با تمرکز بر روش ریتز، هر دو پیکربندی تک لایه و دولایه با رویکردهای مواد مدرج تابعی و پیزوالکتریکی مرور و بررسی شد. مطابق با نتایج حاصل شده، استفاده از مواد مدرج تابعی کارایی بیشتری نسبت به سیستم‌های پیزوالکتریکی متداول دارد [۳۳].

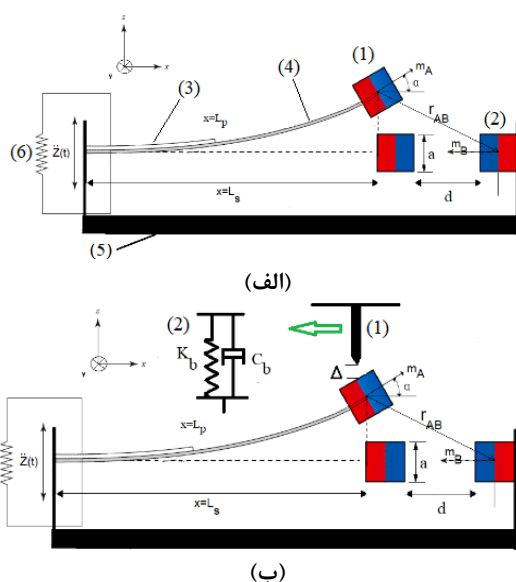
وو و همکاران با محدودکردن دامنه حرکت و با بهره‌گیری از دینامیک ناهموار سعی بر افزایش پهنای باند فرکانسی یک برداشت‌کننده انرژی نمودند. آنها با بهینه‌سازی مدار استخراج

<sup>۱</sup> Frequency sweep<sup>۲</sup> Limit cycle

پیزوالکتریک تحت آزمون قرار می گیرد و برداشت انرژی حاصل و پهنای باند فرکانسی در حالات مختلف بررسی می شود.

## ۲- مدل سازی ریاضی

در شکل ۱ (الف)، یک برداشت کننده دوپایدار متداول دیده می شود که در بسیاری از تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است. این برداشت کننده از یک لایه پیزوسرامیک، یک تیر آلومینیومی به عنوان لایه اصلی و یک جفت آهنربا، تشکیل شده است. همان طور که در این شکل دیده می شود، آهنرباها با قطب های همنام روبروی یکدیگر قرار گرفته اند که این امر موجب بروز رفتار دوپایدار می شود.



شکل ۱- شماتیک برداشت کننده انرژی؛ (الف) دوپایدار متداول، (۱) آهنربای A، (۲) آهنربای B، (۳) وصله پیزوالکتریک، (۴) تیر آلومینیومی، (۵) سازه میزبان، (۶) مقاومت الکتریکی (ب) دوپایدار ضربه- ارتعاشی، (۱) مانع محدود کننده دامنه، (۲) مدل فنر- میراگر مکانیکی مانع

اضافه کردن یک مانع محدود کننده دامنه ارتعاشات، باعث اضافه شدن رفتار غیرخطی جدیدی می شود که تأثیر آن بر روی پهنای باند فرکانسی، نیازمند تحقیق است. این مانع در یک طرف سیستم قرار داده می شود و هنگامی که نوسانگر به آن برخورد می کند در مدت زمان بسیار کمی جهت حرکت نوسانگر تغییر می کند. این پدیده باعث ایجاد رفتار غیرخطی در سیستم

انرژی به کمک دو کلید که روی دو مانع تعبیه شده بود، این کار را انجام دادند [۳۴]. محدود نمودن دامنه نوسان گر با ارتعاشات اجباری به وسیله یک مانع، تحت عنوان ضربه- ارتعاش شناخته می شود. فرایند ضربه- ارتعاش با اضافه کردن ناهماری به سیستم رفتار آن را غیرخطی می کند [۳۵]. سلیمان برای اولین بار با استفاده از روش ضربه- ارتعاش توانست پهنای باند فرکانسی یک سیستم برداشت کننده انرژی ارتعاشی را افزایش دهد [۳۶]. عابدینی و همکاران بر روی یک تیر یکسرگیردار به عنوان برداشت کننده انرژی مطالعه کرده اند و با استفاده از فرایند ضربه- ارتعاش کارایی آن را افزایش دادند. آن ها با استفاده از یک مدل معادل یک درجه آزادی توانستند رفتار ناهموار ضربه- ارتعاشی سیستم را مدل کنند [۳۷]. کائو و همکاران با استفاده از یک سیستم ضربه- ارتعاشی پیزوالکتریکی توانستند پهنای باند یک برداشت کننده انرژی را افزایش دهند [۳۸]. شاهسوار و همکاران با استفاده از ترکیب دو روش برداشت کننده انرژی دوپایدار و ضربه- ارتعاشی توانستند پهنای باند یک برداشت کننده انرژی را افزایش دهند [۳۹]. دکانت و همکاران با بهره گیری از دو مانع سعی در افزایش پهنای باند فرکانسی یک برداشت کننده انرژی دیسکی نمودند [۴۰]. آنها با تبدیل ارتعاشات فرکانس پایین به فرکانس بالا توانستند پهنای باند فرکانسی سیستم را افزایش دهند. تاکنون بسیاری از محققین با استفاده از روش دوپایدار پهنای باند فرکانسی یک برداشت کننده انرژی را افزایش داده اند. از طرفی برخی محققان نیز پهنای باند فرکانسی سیستم را با استفاده از روش ضربه- ارتعاشی افزایش داده اند؛ اما مطالعات کمی بر روی بررسی ترکیب این دو روش برای افزایش کارایی سیستم انجام شده است.

هدف اصلی این مقاله، مطالعه بر روی افزایش کارایی یک برداشت کننده پیزوالکتریکی دوپایدار با استفاده از فرایند ضربه- ارتعاش است. بدین منظور معادلات الکترومکانیکی مسئله با استفاده از روش توسعه یافته همیلتون و فرضیات تیر اوپلر- برنولی بدست می آید. سپس معادلات حاکم به صورت عددی حل می شوند. در ادامه نیز به بررسی اثرات فاصله اولیه مانع تا تیر و فاصله بین دو آهنربا بر روی توان استخراج شده و پهنای باند فرکانسی پرداخته خواهد شد؛ همچنین به منظور ارزیابی تجربی روش، یک تیر یکسرگیردار مجهز به

همچنین سرعت پایه و جابجایی نسبی عرضی تیر به ترتیب  $\dot{z}(t)$  و  $w_0(x, t)$  هستند.

انرژی پتانسیل شامل انرژی کرنشی تیر، انرژی کرنشی لایه پیزوالکتریک و انرژی پتانسیل مغناطیسی است. هنگامی که تیر به مانع برخورد می‌کند، انرژی پتانسیل مانع نیز به آن اضافه می‌گردد. بدین ترتیب انرژی پتانسیل کل برابر است با:

$$U = U_s + U_p + U_{mag} + U_{imp} \quad (7)$$

که  $U_{imp}$  و  $U_{mag}$ ،  $U_p$ ،  $U_s$  به ترتیب انرژی‌های کرنشی تیر و لایه پیزوالکتریک، انرژی مغناطیسی دو آهنربا و انرژی پتانسیل مانع محدودکننده دامنه است. بدین ترتیب انرژی‌های پتانسیل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_s = \frac{1}{2} E_s I_s \int_0^{L_s} \left( \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (8)$$

$$U_p = \frac{1}{2} C_{11}^E I_p \int_0^{L_p} \left( \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx - e_{31} A_p \bar{y}_b \int_0^{L_p} \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x^2} dx \quad (9)$$

که  $C_{11}^E$ ،  $E_s$  و  $I_p$ ،  $I_s$  به ترتیب مدول یانگ و ممان دوم سطح مقطع تیر و لایه پیزوالکتریک هستند. به علاوه  $e_{31}$  و  $v(t)$  به ترتیب ثابت مؤثر پیزوالکتریک و ولتاژ تولیدشده آن هستند. به علاوه  $\bar{y}_b$  نیز فاصله تار خنثی تا لبه پایینی لایه تیر است.

## ۲-۱-۱- انرژی پتانسیل مغناطیسی

در این مقاله میدان پتانسیل آهنرباهای دائمی با استفاده از تئوری دوقطبی- نقطه‌ای مدل‌سازی شده است. برای دستیابی به معادلات میدان مغناطیسی آهنرباهای دائمی، بردارهای ممان مغناطیسی آن‌ها به ترتیب  $\vec{m}_A$  و  $\vec{m}_B$  در نظر گرفته شده است. این بردارها در شکل ۱(ب) دیده می‌شوند و عبارتند از:

$$\vec{m}_A = M_A V_A \cos(\alpha) \hat{e}_x + M_A V_A \sin(\alpha) \hat{e}_z \quad (10)$$

$$\vec{m}_B = -M_B V_B \cos(\alpha) \hat{e}_x \quad (11)$$

که  $M_A$ ،  $M_B$  و  $V_B$ ،  $V_A$  بردارهای مغناطیسی و حجم آهنرباهای A و B هستند. به طور کلی  $M = B_r / \mu_0$  است که در آن  $B_r$  چگالی شار مغناطیسی و  $\mu_0$  ثابت نفوذپذیری خلأ نامیده می‌شوند. به خاطر تشابه دو آهنربا، حجم آن‌ها و بردار مغناطیسی شان برابر خواهد بود. علاوه بر آن  $\alpha$  نیز به صورت  $\tan^{-1}(\dot{w}_0(L_s, t))$  در نظر گرفته می‌شود که در آن “” مشتق

خواهد بود (شکل ۱(ب)). فاصله عرضی اولیه بین مانع و نوسانگر در حال تعادل  $\Delta$  نام‌گذاری شده است. فاصله بین سطوح آهنرباها در حالت تعادل با فاصله جدایی<sup>۱</sup> شناخته می‌شود که با  $d$  نشان داده شده است. برداشت‌کننده انرژی مطرح‌شده، توسط شتاب پایه هارمونیک ساده  $\ddot{z}(t) = A_c \cos(\omega t)$  تحریک می‌شود.  $A_c$  و  $\omega$  به ترتیب دامنه شتاب ورودی پایه و فرکانس تحریک هستند. مطابق شکل ۱ برای کامل شدن مدار برداشت‌کننده انرژی، مقاومت الکتریکی  $R_L$  به دو سر الکترودهای پیزوالکتریک متصل می‌شود تا توان برداشت‌شده را مصرف نماید.

## ۲-۱- اصل همیلتون توسعه‌یافته

طول و ضخامت تیر و لایه پیزوالکتریک در برداشت‌کننده به ترتیب  $L_s$ ،  $h_s$  و  $L_p$ ،  $h_p$ ؛ جرم و حجم آهنرباها به ترتیب  $M_t$  و  $V_A$  و پهنای تیر و لایه پیزوالکتریک به ترتیب  $b_s$  و  $b_p$  در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب اصل همیلتون توسعه‌یافته برای سیستم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_{ie} + \delta W_{nc}) dt = 0 \quad (1)$$

که  $\delta T$ ،  $\delta U$  و  $\delta W_{ie}$  عملگر تغییرات انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و انرژی الکتریکی داخلی سیستم است. نهایتاً  $\delta W_{nc}$  عملگر تغییرات کار مجازی نیروهای ناپایستار سیستم است که شامل کار بارهای الکتریکی می‌شود. بدین ترتیب انرژی جنبشی سیستم عبارت است از:

$$T = T_s + T_p + T_{Mt} \quad (2)$$

که در آن  $T_s$ ،  $T_p$  و  $T_{Mt}$  به ترتیب انرژی جنبشی تیر، لایه پیزوالکتریک و آهنربای نوک تیر است. روابط مربوط به انرژی‌های جنبشی عبارتند از:

$$T_s = \frac{1}{2} \rho_s A_s \int_0^{L_s} \left[ \left( \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial t} + \dot{z}(t) \right)^2 \right] dx \quad (3)$$

$$T_p = \frac{1}{2} \rho_p A_p \int_0^{L_p} \left[ \left( \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial t} + \dot{z}(t) \right)^2 \right] dx \quad (4)$$

$$T_{Mt} = \frac{1}{2} M_t \left[ \left( \frac{\partial w_0(L_s, t)}{\partial t} + \dot{z}(t) \right)^2 \right] \quad (5)$$

که در آن  $A_p$ ،  $A_s$  و  $\rho_p$ ،  $\rho_s$  به ترتیب مساحت سطح مقطع و چگالی تیر و لایه پیزوالکتریک هستند که مساحت‌ها عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} A_s &= b h_s \\ A_p &= b h_p \end{aligned} \quad (6)$$

<sup>1</sup> Separation distance

مکانی است. مطابق با شکل ۱(ب)، بردار جابجایی بین آهنرباها به صورت رابطه (۱۲) خواهد بود:

$$\vec{r}_{AB} = d \hat{e}_x - w_0(L_s, t) \hat{e}_z \quad (12)$$

بدین ترتیب انرژی پتانسیل مغناطیسی سیستم به صورت رابطه (۱۳) نوشته می شود:

$$U_{mag} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{\vec{m}_A \cdot \vec{m}_B}{\|\vec{r}_{AB}\|^3} - \frac{3\vec{r}_{AB}(\vec{m}_A \cdot \vec{r}_{AB})}{\|\vec{r}_{AB}\|^5} \right] \cdot \vec{m}_B \quad (13)$$

که در آن "۰" ضرب داخلی بین دو بردار است. بعد از جایگذاری معادلات (۱۰-۱۲) در معادله (۱۳) و انجام اعمال ریاضی، انرژی پتانسیل مغناطیسی به صورت عبارت (۱۴) خواهد شد.

$$U_{mag} = \beta \frac{(2d^2 - w_0(L_s, t)^2) \cos(\alpha) - 3dw_0(L_s, t) \sin(\alpha)}{(d^2 + w_0(L_s, t)^2)^{2.5}} \quad (14)$$

که:

$$\beta = \frac{\mu_0 M_A V_A M_B V_B}{4\pi} \quad (15)$$

$$\alpha = \tan^{-1}(\dot{w}_0(x, t))|_{x=L_s} \quad (16)$$

$$\dot{w}_0(x, t) = \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial x}|_{x=L_s} \quad (17)$$

زمانی که حرکت نسبی عرضی نوک تیر بیشتر از فاصله اولیه مانع تا آن باشد، فرایند ضربه اتفاق می افتد. در این مقاله مانع به صورت یک فنر و میراگر خطی با ثابت های  $K_b$  و  $C_b$  در نظر گرفته می شود. تابع انرژی پتانسیل مانع به صورت رابطه (۱۸) بیان می شود:

$$U_{imp} = 0.5 K_b (w_0(x_i, t) - \Delta)^2 H(w_0(x_i, t) - \Delta) \quad (18)$$

که  $x_i$  فاصله مانع تا پایه تیر و جمله  $H$  تابع هویساید است.

## ۲-۱-۲- مدل سازی الکترومکانیکی

در این بخش به مدل سازی انرژی الکتریکی درونی پیزوالکتریک و کار نیروهای ناپایستار پرداخته می شود. انرژی الکتریکی داخلی پیزوالکتریک به صورت رابطه (۱۹) خواهد بود:

$$W_{ie} = \frac{e_{31} \bar{y}_b A_p}{2h_p} v(t) \int_0^{L_p} \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x^2} dx + \frac{1}{2} C_p v(t)^2 \quad (19)$$

که  $C_p$  ظرفیت معادل خازنی لایه پیزوالکتریک است و برابر است با:

$$C_p = \frac{A_p L_p \epsilon_{33}^s}{h_p^2} \quad (20)$$

که  $\epsilon_{33}^s$  ثابت نفوذپذیری پیزوالکتریک در کرنش ثابت است. به علاوه عملگر تغییرات کار نیروهای ناپایستار که به وسیله بارهای الکتریکی تولید شده انجام می شود، عبارت است از:

$$\delta W_{nc} = Q(t) \delta v(t) \quad (21)$$

که  $Q(t)$  بار الکتریکی تولید شده از لایه پیزوالکتریک است. مشتق زمانی بار الکتریکی تولید شده نیز جریان الکتریکی

خواهد بود که به وسیله قانون اهم می توان آن را به صورت رابطه (۲۲) نوشت:

$$\dot{Q}(t) = \frac{v(t)}{R} \quad (22)$$

از طرفی عبارت میرایی ذاتی سیستم مکانیکی نیز می تواند به عنوان کار نیروی ناپایستار تلقی شود، اما بدون از دست دادن کلیت مسئله می توان تأثیر میرایی را به صورت میرایی ویسکوز رایلی به معادلات نهایی اضافه نمود.

## ۲-۱-۳- معادلات حاکم

با به کارگیری فرض غالب بودن یک مود در پاسخ ارتعاشی سیستم، حرکت عرضی آن به صورت زیر بیان می شود:

$$w_0(x, t) = \phi(x) \eta(t) \quad (23)$$

که  $\phi(x)$  شکل مود اصلی و  $\eta(t)$  تابع زمانی پاسخ سیستم خواهد بود. شکل مود سیستم نیز به صورت رابطه (۲۴) نوشته خواهد شد:

$$\phi(x) = C \left[ \cos\left(\frac{\lambda_i x}{L_s}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_i x}{L_s}\right) \right] + \chi_i \left[ \sin\left(\frac{\lambda_i x}{L_s}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_i x}{L_s}\right) \right] \quad (24)$$

که:

$$\chi_i = \frac{(\sin(\lambda_i) - \sinh(\lambda_i)) + \frac{\lambda_i \times M_t}{(m \times L_s)} \times (\cos(\lambda_i) - \cosh(\lambda_i))}{(\cos(\lambda_i) + \cosh(\lambda_i)) - \frac{\lambda_i \times M_t}{(m \times L_s)} (\sin(\lambda_i) - \sinh(\lambda_i))} \quad (25)$$

$$m = \frac{(A_p L_p \rho_p + A_s L_s \rho_s)}{L_s} \quad (26)$$

با جایگذاری معادلات ۲۴ و ۲۳ در معادلات ۱۹، ۱۸، ۱۴، ۷ و ۲ اجزای مورد نیاز اصل همیلتون توسعه یافته عبارت اند از:

$$T = \frac{1}{2} (\rho_s A_s N_1 + \rho_p A_p N_3 + M_t N_5) \dot{\eta}^2 + \frac{1}{2} (\rho_s A_s L_s + \rho_p A_p L_p + M_t) \dot{z}^2 + (\rho_s A_s N_2 + \rho_p A_p N_4 + M_t N_6) \dot{\eta} \dot{z} \quad (27)$$

$$U = \frac{1}{2} (E_s I_s N_7 + C_{11}^E I_p N_8) \eta^2 - \frac{\theta}{2} v \eta + U_{mag} + U_{imp} \quad (28)$$

$$W_{ie} = \frac{\theta}{2} v \eta + \frac{1}{2} C_p v^2 \quad (29)$$

$$\theta = \frac{e_{31} \bar{y}_b A_p N_9}{h_p} \quad (30)$$

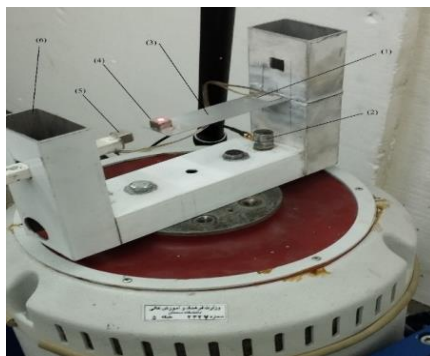
که ضرایب  $N_9 \dots N_1$  در پیوست الف موجود است. حال با اعمال معادله لاگرانژ، معادلات نهایی به صورت رابطه (۳۱) خواهد بود.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{\partial W_{ie}}{\partial q_i} = Q_i \quad (31)$$

این سیستم در دو حالت با مانع و بدون مانع مورد آزمایش قرار می‌گیرد و پهنای باند فرکانسی و توان استخراج‌شده مورد بررسی و مقایسه قرار خواهند گرفت.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲- سازه تحت آزمایش؛ (الف) (۱) ارتعاش سنج لیزری  
(۲) قاب سازه (۳) لرزاننده الکترومغناطیسی (۴) آنالایزر  
(۵) آمپلی فایر لرزاننده - (ب) (۱) وصله پیزوالکتریک (۲)  
شتاب سنج (۳) تیر یکسرگیردار آلومینیومی (۴) آهنربای A  
(۵) آهنربای B (۶) قاب سازه - (ج) (۱) مانع محدودکننده  
دامنه

که در آن  $q_i$  به ازای  $i = 1, 2$  به ترتیب  $\eta(t)$  و  $v(t)$  خواهند بود. به علاوه  $Q_i$  نشانگر نیروهای ناپایستار است که برای  $i = 1, 2$  عبارت است از:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0 \\ Q_2 &= Q(t) \end{aligned} \quad (32)$$

بعد از جایگذاری معادلات ۲۷-۳۰ در معادله ۳۱، معادلات نهایی به صورت زیر خواهد بود:

$$M_0 \ddot{\eta} + C_0 \dot{\eta} + K_0 \eta - \theta v + \frac{\partial U_{mag}}{\partial \eta} + \frac{\partial U_{imp}}{\partial \eta} = -\Gamma \ddot{z} \quad (33)$$

$$C_p \dot{v} + \theta \dot{\eta} + \frac{v}{R} = 0 \quad (34)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} M_0 &= \rho_s A_s N_1 + \rho_p A_p N_3 + M_t N_5 \\ K_0 &= E_s I_s N_7 + C_{11}^E I_p N_8 \\ \Gamma &= \rho_s A_s N_2 + \rho_p A_p N_4 + M_t N_6 \\ C_c &= 2M_0 \omega_n \\ \zeta &= \frac{C_0}{C_c} \\ C_0 &= \zeta C_c \\ \omega_n &= \sqrt{\frac{K_0}{M_0}} \end{aligned} \quad (35)$$

از طرفی فرکانس تشدید اصلی زیرسیستم خطی  $\omega_n$  خواهد بود. به علاوه جمله میرایی نیز به صورت میرایی ویسکوز رایلی به معادلات نهایی حرکت اضافه شده است. نهایتاً توان استخراج‌شده از سیستم نیز به صورت رابطه (۳۶) است.

$$p(t) = \frac{[v(t)]^2}{R_L} \quad (36)$$

$$P_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)^2 dt} \quad (37)$$

### ۳- سازه تحت مطالعه تجربی

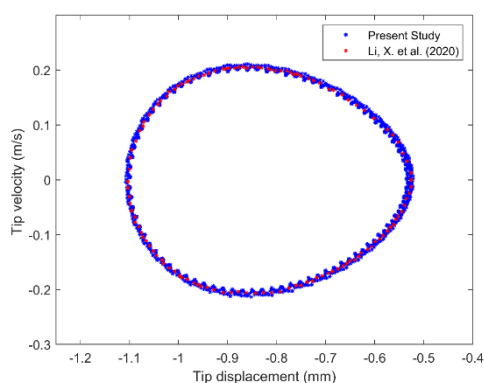
در این قسمت سازه تحت آزمایش معرفی می‌شود (شکل ۲). این مجموعه متشکل از یک تیر یکسرگیردار آلومینیومی به همراه سازه میزبان، یک وصله پیزوالکتریک و یک جفت آهنربای دائمی است. یک مقاومت الکتریکی نیز در مدار برداشت‌کننده به دو سر پیزوالکتریک متصل شده است. سازه میزبان یک قاب آلومینیومی U شکل است. این قاب بر روی یک لرزاننده الکترومغناطیسی TIRA TV5220 نصب شده است. این لرزاننده، ارتعاشات پایه را به برداشت‌کننده انرژی وارد می‌سازد. با استفاده از یک ارتعاش سنج لیزر داپلر VH300، سرعت نقاط تیر اندازه‌گیری می‌شود؛ همچنین به منظور کالیبراسیون لیزر، از یک لرزاننده کالیبراتور با شتاب ثابت BK4294 استفاده شده است.

|           |                       |                                             |
|-----------|-----------------------|---------------------------------------------|
| $Kg/m^3$  | ۷۶۰۰                  | چگالی ( $\rho_p$ )                          |
| $GPa$     | ۶۰/۶                  | مدول یانگ ( $C_{11}^E$ )                    |
| $mm$      | ۰/۲۵                  | ضخامت ( $h_p$ )                             |
| $mm$      | ۱۵                    | پهنا ( $b_p$ )                              |
| $C/m^2$   | -۲/۲                  | ثابت پیزوالکتریک ( $e_{31}$ )               |
| $nF/m$    | ۲۸/۸                  | ثابت نفوذ پیزوالکتریک ( $\epsilon_{33}^s$ ) |
| $k\Omega$ | ۲۰۰                   | مقاومت الکتریکی ( $R_L$ )                   |
| $m/s^2$   | ۳/۳                   | دامنه شتاب ورودی ( $A_c$ )                  |
| واحد      | مقدار                 | آهنربا                                      |
| $mm$      | ۱۶/۴۵                 | فاصله جدایی ( $d$ )                         |
| $gr$      | ۷/۳۵                  | جرم ( $M_t$ )                               |
| $T$       | ۱/۱۳                  | چگالی شار مغناطیسی ( $B_r$ )                |
| $N/A^2$   | $4\pi \times 10^{-7}$ | ثابت نفوذ خلأ ( $\mu_0$ )                   |
| $mm^3$    | ۱۰۰۰                  | حجم ( $V_A, V_B$ )                          |

### ۳-۱- صحت سنجی

#### الف- صحت سنجی حرکت بدون مانع:

در این قسمت برای صحت سنجی معادلات حاکم، مطابق با تحقیق [۴۲] عمل شده است. بدین ترتیب با قراردادن پارامترهای مقاله مذکور در معادلات حاکم در این پژوهش، صحت سنجی حرکت بدون مانع انجام می‌گیرد. شکل ۳ پژوهش حاضر، نتیجه صحت سنجی شکل (۶b) تحقیق [۴۲] است.



شکل ۳- مقایسه نتایج صحت سنجی نمودار فاز در تحقیق حاضر با شکل (۶b) پژوهش [۴۲]

مشخصات فیزیکی برداشت کننده انرژی طراحی شده در جدول ۱ ارائه شده است. این مشخصات در مدل سازی عددی نیز استفاده شده‌اند. طول لایه پیزوالکتریک موجود در پژوهش بر مبنای موجود در بازار انتخاب شده است و نویسندگان در انتخاب ابعاد پیزوالکتریک دارای محدودیت هستند؛ همچنین میرایی معادل در سیستم نیز با استفاده از روش بالانس انرژی (BE) بدست آمده است. تجزیه و تحلیل میرایی در طراحی و عملکرد یک سیستم مکانیکی ضروری است. بدین ترتیب میرایی معادل را می‌توان با مدل‌های مختلفی مانند میرایی ویسکوز، هیستریزیس<sup>۱</sup> و روش‌های مبتنی بر فرکانس و زمان محاسبه کرد. در این مقاله ضریب میرایی معادل سیستم با استفاده از روش تعادل انرژی بدست می‌آید. در این روش بین انرژی‌های تلف شده در سیستم و انرژی ورودی به آن در شرایط ارتعاشات اجباری یک رابطه تعادلی نوشته می‌شود. بر اساس این روش، سیگنال سرعت اندازه گیری شده از نتایج تجربی در ارتعاشات اجباری با تحریک هارمونیک، توسط روندی که در پیوست-ب توضیح داده می‌شود، در معادله حاکم ثبت<sup>۲</sup> می‌شود. برای نمونه می‌توان شرح کامل این روش را در [۴۱] مشاهده نمود.

فرکانس تشدید اول سازه نیز برابر با ۹/۶۳ هرتز است. به همین دلیل در بازه فرکانسی مورد آزمایش، بیشترین مشارکت در پاسخ فرکانسی مربوط به فرکانس مود اول خواهد بود. از این رو می‌توان حرکت نوسانی را با مود اول تقریب زد.

جدول ۱- مشخصات فیزیکی سیستم

| تیر                           | مقدار    | واحد     |
|-------------------------------|----------|----------|
| طول ( $L_s$ )                 | ۱۱۰      | $mm$     |
| چگالی ( $\rho_s$ )            | ۲۶۸۷,۴۲  | $Kg/m^3$ |
| مدول یانگ ( $E_s$ )           | ۵۸,۵۹    | $GPa$    |
| ضخامت ( $h_s$ )               | ۰,۷      | $mm$     |
| پهنا ( $b_s$ )                | ۲۷,۲۶    | $mm$     |
| ضریب میرایی ( $\zeta$ )       | ۰,۰۳۳    | -        |
| فاصله اولیه مانع ( $\Delta$ ) | ۲        | $mm$     |
| سفتی مانع ( $K_b$ )           | $۱.۵K_0$ | $N/m$    |
| میرایی مانع                   | $۰/۱C_0$ | $N.s/m$  |
| پیزوسرامیک                    | مقدار    | واحد     |
| طول ( $L_p$ )                 | ۱۵       | $mm$     |

<sup>2</sup> Register

<sup>1</sup> Hysteresis

جدول ۲ - مقایسه پارامترهای مربوط به سرعت نوک تیر (Vel.) و ولتاژ حاصل از پیزوالکتریک (Vol.) در حالت تئوری و

| تجربی برای حرکت بدون مانع |             |             |             |       |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-------|
| $Vol_{RMS}$               | $Vol_{max}$ | $Vel_{RMS}$ | $Vel_{max}$ |       |
| 0.162 V                   | 0.241 V     | 0.029 m/s   | 0.041 m/s   | تئوری |
| 0.158 V                   | 0.234 V     | 0.028 m/s   | 0.039 m/s   | تجربی |
| 2.47%                     | 2.9%        | 3.57%       | 5.1%        | خطا   |

با توجه به جدول ۲، خطای تئوری در بیشینه و مجذور میانگین مربعات سرعت نوک تیر به ترتیب ۵/۱ و ۳/۵۷ درصد و خطای تئوری در بیشینه و مجذور میانگین مربعات ولتاژ به ترتیب ۲/۹ و ۲/۴۷ درصد است. این مقادیر نشان‌دهنده دقت مناسب و قابل قبول مدل‌سازی ارائه شده است. در ادامه، به منظور اطمینان از دقت مدل، در حالت ضربه-ارتعاشی (با مانع)، نتایج حاصل از مدل‌سازی با مقادیر تجربی مقایسه شده است (جدول ۳).

جدول ۳ - مقایسه پارامترهای مربوط به سرعت نوک تیر (Vel.) و ولتاژ حاصل از پیزوالکتریک (Vol.) در حالت تئوری و

| تجربی برای حرکت ضربه-ارتعاشی (با مانع) |             |             |             |       |
|----------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------|
| $Vol_{RMS}$                            | $Vol_{max}$ | $Vel_{RMS}$ | $Vel_{max}$ |       |
| 0.272 V                                | 0.685 V     | 0.073 m/s   | 0.148 m/s   | تئوری |
| 0.283 V                                | 0.702 V     | 0.069 m/s   | 0.138 m/s   | تجربی |
| 3.87%                                  | 2.42%       | 5.8%        | 6.1%        | خطا   |

با توجه به جدول ۳، مقادیر خطای حاصل نشان می‌دهد که مدل‌سازی ارائه شده از دقت مناسبی برخوردار است؛ بنابراین می‌توان از مدل‌سازی صورت گرفته برای مطالعه تئوری سیستم در حالات مختلف استفاده نمود.

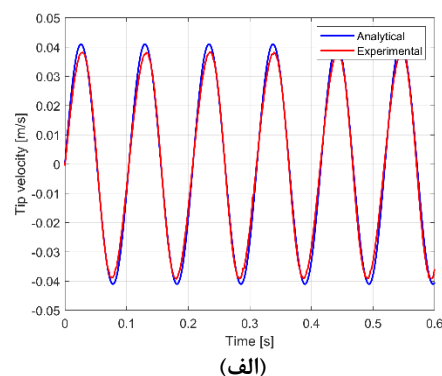
#### ۴- بررسی پهنای باند فرکانسی

هدف اصلی این بخش بررسی پهنای باند فرکانسی سیستم در دو حالت ارتعاشات بدون مانع و با مانع است. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، طیف فرکانسی تحریک محیطی معمولاً در محدوده کمتر از ۱۰۰ هرتز است؛ بنابراین فرکانس تحریک در این تحقیق در همین بازه در نظر گرفته می‌شود. برای بدست آوردن پهنای باند فرکانسی سیستم، نمودارهای پاسخ فرکانسی آن موردنیاز است. پهنای باند فرکانسی سیستم بر اساس روش

با مقایسه نتایج حاصله در شکل ۳، می‌توان به صحت‌سنجی معادلات حاکم در حرکت بدون مانع پی برد. در ادامه به صحت‌سنجی معادلات حاکم در حرکت با مانع اشاره می‌شود.

#### ب- صحت‌سنجی حرکت با مانع

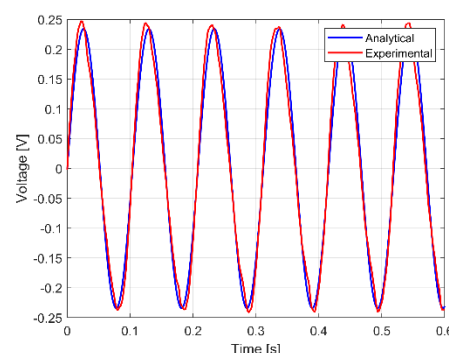
در این قسمت به صحت‌سنجی معادلات حاکم، از طریق انجام آزمایش پرداخته می‌شود. بدین منظور سیستم در حالت بدون مانع و در شتاب‌های پایه مشخص مورد آزمایش قرار می‌گیرد. شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب مقایسه تاریخچه زمانی سرعت نوک تیر و ولتاژ تولیدی لایه پیزوالکتریک را در حرکت بدون مانع نشان می‌دهد. در هر دو شکل، نتایج تئوری و تجربی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. به منظور مقایسه بهتر، پارامترهای مربوط به مطالعه تئوری و تجربی حالت بدون مانع، در جدول ۲ ارائه شده است.



شکل ۴- مقایسه سرعت نوک تیر برای ارتعاشات بدون مانع

در  $R_L = 110 \text{ k}\Omega$  و تحریک پایه

$$\ddot{z}(t) = 0.31 * \sin(2\pi * 9.63t) \text{ m/s}^2$$



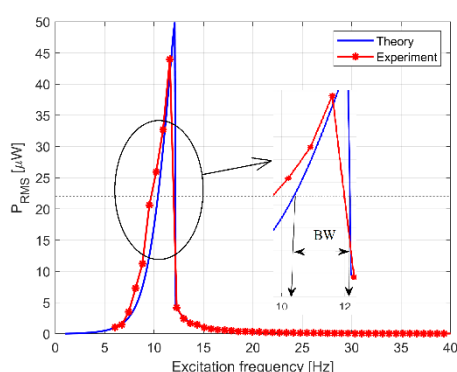
شکل ۵- مقایسه ولتاژ استخراج شده از پیزوالکتریک برای

ارتعاشات بدون مانع در  $R_L = 110 \text{ k}\Omega$  و تحریک پایه

$$\ddot{z}(t) = 0.31 * \sin(2\pi * 9.63t) \text{ m/s}^2$$

فرکانس سیستم رفتار پرش ناگهانی را از خود نشان می‌دهد. همانطور که در شکل دیده می‌شود، نمودار پاسخ کمی به سمت راست مایل است، که نشان از رفتار سفت شوندگی<sup>۱</sup> در سیستم دارد. در این شکل پاسخ فرکانسی سرعت نوک تیر با استفاده از نتایج تجربی ارائه شده است. در روند انجام آزمایش، به دلیل محدودیت های عملی، فرکانس شروع لرزاننده از ۶ هرتز در نظر گرفته شده است.

در شکل ۷، به بررسی کمیت پهنای باند فرکانسی سیستم پرداخته می‌شود. بدین منظور نمودار پاسخ فرکانسی توان سیستم ترسیم شده است.

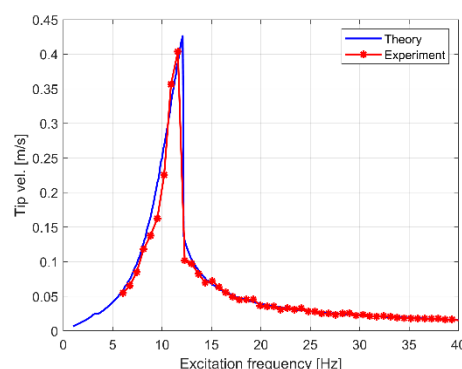


شکل ۷- پاسخ فرکانسی توان برداشت شده در حالت تئوری و تجربی در حرکت بدون مانع

شکل ۷ پاسخ فرکانسی مجذور میانگین مربعات توان برداشت شده از پیزوالکتریک را در دو حالت تئوری و تجربی نشان می‌دهد. بیشینه مقدار توان استخراج شده در فرکانس ۱۲/۱ Hz رخ داده است که برابر با مقدار ۴۹/۸ میکرو وات است. مطابق با تعریف پهنای باند فرکانسی، یک خط چین افقی در نمودار ترسیم شده است که در آن مجذور میانگین مربعات توان استخراج شده نصف مقدار بیشینه است؛ بازه فرکانسی مرتبط با محل تقاطع خط چین با نمودار، پهنای باند فرکانسی سیستم می‌باشد. مطابق با این شکل، پهنای باند سیستم در حالت بدون مانع برابر ۱/۵۵ Hz است. این شکل پاسخ فرکانسی توان برداشت شده از سامانه را در حالت تجربی نیز نشان می‌دهد. با استفاده از روش اشاره شده، پهنای باند در حالت تجربی محاسبه و برابر ۱/۶۱ Hz شده است. در ادامه به منظور بررسی رفتار

نیم توان قابل اندازه گیری است. با توجه به اینکه سیستم رفتار غیرخطی دارد، دیاگرام های پاسخ فرکانسی آن بر اساس روش brute force ترسیم می‌شود. بر اساس این روش سیستم در هر دوره تناوب تحریک باید به حالت پایدار برسد، سپس پارامترهای مورد نیاز مانند بیشینه سرعت و توان استخراج شده از سیستم ثبت می‌شود. برای فرکانس جدید، شرایط اولیه بر اساس شرایط انتهایی سیستم در فرکانس قبلی تنظیم می‌شود. بدین ترتیب اثر شرایط اولیه در رفتار سیستم قابل مشاهده خواهد بود. این روند تا رسیدن به انتهای بازه ی فرکانسی ادامه خواهد داشت. در این شبیه سازی دامنه شتاب ورودی به سیستم ثابت است و بر این اساس تمام پاسخ های ممکن در سیستم قابل دستیابی است.

در این مقاله، فرکانس تحریک از ۱ تا ۱۰۰ هرتز در نظر گرفته شده است. برای مطمئن شدن از پاسخ حالت پایدار در هر گام به سیستم اجازه داده می‌شود تا به اندازه ۱۰۰۰ دوره تناوب تحریک را بگذرانند. سپس پارامتر مورد نظر را که می‌تواند توان برداشت شده و یا دامنه سرعت باشد، محاسبه می‌شود. شکل ۶ پاسخ فرکانسی تئوری و تجربی سیستم برداشت کننده انرژی را در حرکت بدون مانع، برای دو حالت تئوری و تجربی نشان می‌دهد.



شکل ۶- پاسخ فرکانسی سرعت نوک تیر در حالت تئوری و تجربی در حرکت بدون مانع

شکل ۶ پاسخ فرکانسی سرعت نوک تیر را در حرکت بدون مانع نشان می‌دهد. بر اساس این نمودار، سیستم در فرکانس ۱۲/۱ Hz بیشترین مقدار پاسخ خود را دارد. به علاوه در این

<sup>۱</sup> Hardening effect

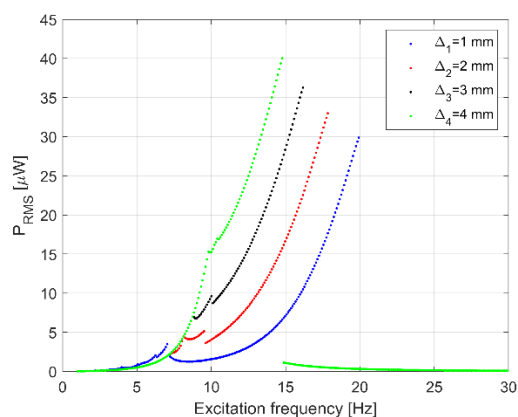
تجربی ارائه شده است که پهنای باند فرکانسی در حالت تجربی برابر با  $3/19 \text{ Hz}$  است. در ادامه، به بررسی اثر پارامترهای مؤثر بر پهنای باند سیستم، به صورت تئوری پرداخته می‌شود. این پارامترها شامل فاصله اولیه مانع تا تیر و فاصله اولیه بین دو آهنربا می‌باشند.

#### ۴-۱- بررسی اثر پارامترهای مؤثر در حرکت با مانع بر پهنای باند فرکانسی

در این قسمت به بررسی متغیرهای مؤثر در رفتار ضربه-ارتعاشی و تأثیر آن‌ها بر پهنای باند فرکانسی و توان برداشت‌شده از سیستم، به صورت تئوری پرداخته می‌شود. از مهم‌ترین این متغیرها می‌توان به فاصله اولیه مانع تا نوسانگر و فاصله اولیه بین دو آهنربا اشاره نمود. برای بررسی تأثیر هر متغیر بر پهنای باند فرکانسی سیستم، سایر متغیرها ثابت فرض می‌شود. با توجه به صحت‌سنجی و انجام آزمایش در قسمت‌های پیشین، در این قسمت صرفاً از نتایج تئوری استفاده شده است.

#### ۴-۱-۱- اثر فاصله مانع

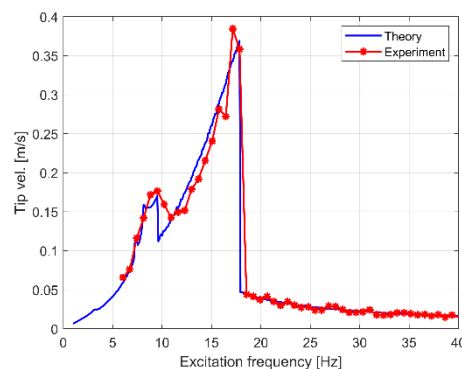
شکل ۱۰ تأثیر فاصله اولیه مانع تا تیر را بر پهنای باند فرکانسی در حرکت ضربه-ارتعاشی ارائه می‌کند. البته این فواصل به نحوی مقاداردهی شده‌اند که ضربه در حرکت بوجود بیاید. در این شکل، فاصله از  $\Delta_1 = 1 \text{ mm}$  تا  $\Delta_4 = 4 \text{ mm}$  تغییر می‌کند.



شکل ۱۰- پاسخ فرکانسی توان استخراج شده در فواصل اولیه مختلف مانع تا تیر

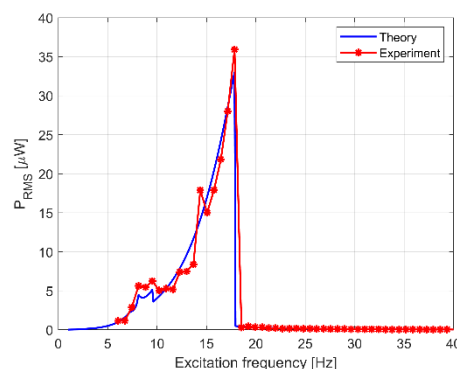
در جدول ۴، پهنای باند فرکانسی سیستم به ازای مقادیر مختلف فاصله اولیه مانع، نشان داده شده است. مطابق با این

سیستم، مانع به سیستم اضافه و نمودارهای مربوطه استخراج شده است. شکل ۸ پاسخ فرکانسی سیستم را در حالت با مانع نشان می‌دهد.



شکل ۸- پاسخ فرکانسی سرعت نوک تیر در حالات تئوری و تجربی در حرکت با مانع

شکل ۸ پاسخ فرکانسی سرعت تئوری و تجربی نوک تیر را در حالت با مانع نشان می‌دهد. بر اساس این نمودار، سیستم در فرکانس‌های  $17/85$  و  $12/1$  هرتز پرش ناگهانی از خود نشان می‌دهد. به منظور محاسبه پهنای باند فرکانسی در حالت با مانع، نمودار پاسخ فرکانسی توان سیستم ترسیم شده است (شکل ۹).



شکل ۹- پاسخ فرکانسی توان برداشت‌شده از سیستم در حرکت با مانع؛ (الف) پاسخ تئوری (ب) پاسخ تجربی

همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، سیستم در فرکانس  $17/85 \text{ Hz}$  بیشترین مقدار مجذور میانگین مربعات توان خود یعنی  $33$  میکرو وات را استخراج می‌کند. مطابق با تعریف، پهنای باند فرکانسی در این حالت محاسبه و برابر  $2/95 \text{ Hz}$  شده است که نسبت به حرکت بدون مانع افزایش یافته است. همچنین در این شکل نمودار توان استخراج شده در حالت

جدول ۵- پارامترهای سیستم در فواصل مختلف دو آهنربا

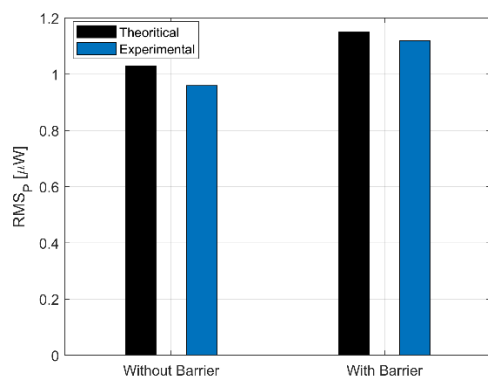
| فاصله                 | پهنای باند<br>فرکانسی (Hz) | بیشینه مقدار مجذور میانگین<br>مربعات توان ( $\mu W$ ) |
|-----------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------|
| $d_1 = 16 \text{ mm}$ | 3/06                       | 33/6                                                  |
| $d_2 = 20 \text{ mm}$ | 3/4                        | 30/43                                                 |
| $d_3 = 25 \text{ mm}$ | 4/18                       | 29/28                                                 |

## ۵- معیار طراحی

برداشت کننده های انرژی ارتعاشی برای جمع آوری انرژی جنبشی موجود در محیط طبیعی طراحی و به کار گرفته می شوند. به همین خاطر داشتن پهنای باند فرکانسی بالاتر، کارایی آن ها را افزایش می دهد؛ اما هدف نهایی از وجود پهنای باند بیشتر، افزایش سطح انرژی برداشت شده از محیط اطراف است. برای تعیین سطح انرژی برداشت شده از هر مجموعه، نیاز به تعیین یک شاخص توانی است. این شاخص که مجذور میانگین مربعات طیف فرکانسی توان تولیدی<sup>۱</sup> نامیده شده است، به محاسبه توان تولیدی در طیف پاسخ فرکانسی می پردازد و با رابطه زیر تعریف می شود:

$$RMS_P = \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^N (P_{RMS}^i)^2)}{N}} \quad (38)$$

که در آن  $P_{RMS}^i$  مقدار مجذور میانگین مربعات توان تولیدی در هر فرکانس و  $N$  تعداد نمونه در بازه مورد نظر است. بدین ترتیب شکل ۱۲ روند تغییرات متغیرهای مورد بحث را به صورت گرافیکی نشان می دهد.



(الف)

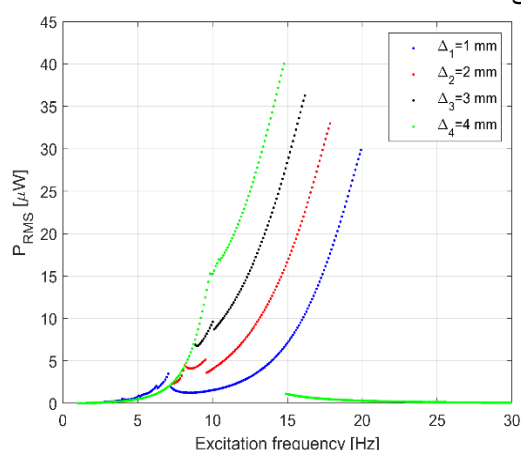
نتایج با افزایش این فاصله در بازه ی یادشده، بیشینه مقدار مجذور میانگین مربعات توان تولیدشده و پهنای باند فرکانسی سیستم به ترتیب ۳۳/۹۸ و ۲۵/۶۵ درصد افزایش داشته اند.

جدول ۴- پارامترهای سیستم در فواصل اولیه مختلف مانع

| فاصله اولیه<br>مانع تا تیر | پهنای باند<br>فرکانسی (Hz) | بیشینه مقدار مجذور میانگین<br>مربعات توان ( $\mu W$ ) |
|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------|
| $\Delta_1 = 1 \text{ mm}$  | 2/69                       | 29/87                                                 |
| $\Delta_2 = 2 \text{ mm}$  | 2/95                       | 32/99                                                 |
| $\Delta_3 = 3 \text{ mm}$  | 3/12                       | 36/28                                                 |
| $\Delta_4 = 4 \text{ mm}$  | 3/38                       | 40/02                                                 |

## ۴-۱-۲- اثر فاصله بین دو آهنربا

شکل ۱۱ تأثیر فاصله اولیه بین دو آهنربا را در پهنای باند فرکانسی سیستم در حرکت ضربه- ارتعاشی نشان می دهد. در این شکل این فاصله از  $d_1 = 16 \text{ mm}$  تا  $d_3 = 25 \text{ mm}$  تغییر می کند.



شکل ۱۱- پاسخ فرکانسی توان استخراج شده در فواصل اولیه مختلف بین دو آهنربا

در جدول ۵، پهنای باند فرکانسی سیستم به ازای مقادیر مختلف فاصله بین دو آهنربا نشان داده شده است. مطابق با این نتایج با افزایش این فاصله در بازه ی یادشده، بیشینه مقدار مجذور میانگین مربعات توان و پهنای باند فرکانسی سیستم به ترتیب ۱۲/۸۵ درصد کاهش و ۳۶/۶ درصد افزایش داشته اند.

<sup>۱</sup> Root mean square of power frequency spectrum

آلومینیومی، یک وصله پیزوالکتریک، یک جفت آهنربای دائمی، یک مقاومت الکتریکی برای کامل کردن مدار برداشت کننده و یک مانع برای محدود کردن دامنه ارتعاشات سیستم است. به منظور مطالعه تئوری رفتار سیستم، با استفاده از اصل همپلتون توسعه یافته و معادلات اویلر لاگرانژ معادلات حاکم بر سیستم به دست آمده اند. سپس با استفاده از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم معادلات حاکم به صورت عددی حل شده اند. پس از آن، تأثیر وجود مانع بر میزان توان برداشت شده از سیستم و پهنای باند فرکانسی آن بررسی شده است. در انتها نیز اثر متغیرهای مختلف ضربه-ارتعاشی از جمله فاصله اولیه مانع تا تیر و نیز فاصله بین دو آهنربا بر روی پهنای باند فرکانسی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است.

بدین ترتیب، با اضافه شدن حرکت ضربه-ارتعاشی توان کلی استخراج شده در طیف فرکانسی مورد بحث و پهنای باند فرکانسی سیستم افزایش یافته اند؛ بنابراین با ایجاد حرکت ضربه-ارتعاشی، بازده یک برداشت کننده انرژی دوپایدار متداول را می توان افزایش داد. با استفاده از نتایج این مقاله، می توان طراحی سیستم های برداشت انرژی ارتعاشی را روزرسانی نمود و همانند نمونه اولیه ساخته شده در این مقاله، می توان برداشت کننده های انرژی با کارایی مناسب صنعتی تولید کرد.

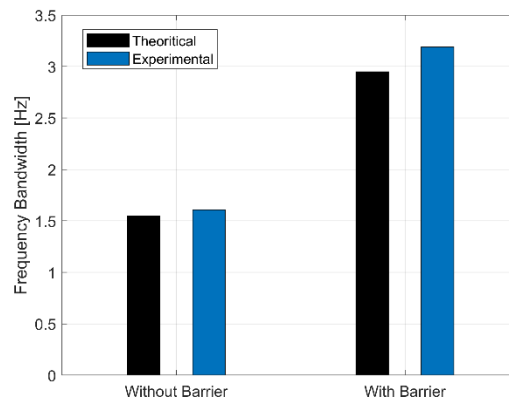
### پیوست-الف

$$\begin{aligned} N_1 &= \int_0^{L_s} \phi(x)^2 dx; & N_3 &= \int_0^{L_p} \phi(x)^2 dx \\ N_2 &= \int_0^{L_s} \phi(x) dx & N_4 &= \int_0^{L_p} \phi(x) dx \\ N_5 &= \phi(L_s)^2 & N_7 &= \int_0^{L_s} \dot{\phi}(x)^2 dx \\ N_6 &= \phi(L_s) & N_8 &= \int_0^{L_p} \dot{\phi}(x)^2 dx \\ N_9 &= \int_0^{L_p} \dot{\phi}(x) dx \end{aligned}$$

### پیوست-ب

برای یافتن ضریب میرایی به روش بالانس انرژی فقط کافیت تا رابطه زیر را تشکیل داد:

$$C_{eq} = - \frac{\int_{T_n}^{T_{n+1}} [M_0 \ddot{\eta} \dot{\eta} + K_0 \eta \dot{\eta} + C_p v \dot{v} + \frac{v^2}{R_L} + \frac{\partial U_{mag}}{\partial \eta} \dot{\eta} + \Gamma \ddot{Z} \dot{\eta}] dt}{\int_{T_n}^{T_{n+1}} \dot{\eta}^2 dt}$$



(ب)

شکل ۱۲- مقایسه متغیرهای (الف)  $RMS_p$  و (ب) پهنای باند در دو حالت ارتعاشات بدون مانع و با مانع

بدین ترتیب با اضافه شدن مانع محدود کننده دامنه، تغییرات متغیرهای مورد بحث در حرکت بدون مانع به حرکت ضربه-ارتعاشی (با مانع) مطابق با جدول ۶ خواهد بود. بر اساس نتایج تئوری، در حرکت بدون مانع پهنای باند فرکانسی سیستم ۱/۵۵ هرتز و در حرکت با مانع ۲/۹۵ هرتز است.

جدول ۶- روند تغییر متغیرهای بیشینه مقدار مجذور میانگین مربعات توان و پهنای باند با اضافه شدن مانع

| پارامتر مدنظر                    | تغییرات (%) | روند تغییر با اضافه شدن مانع |
|----------------------------------|-------------|------------------------------|
| بیشینه مقدار $RMS_p$ ( $\mu W$ ) | ۱۱/۶۵       | افزایش                       |
| پهنای باند (Hz)                  | ۹۰/۳۲       | افزایش                       |

در حقیقت پارامتر مجذور میانگین مربعات طیف توانی نماد کارایی سیستم در طیف فرکانسی مورد بحث است. به همین دلیل بیشینه توان تولیدی به نظر فاکتور مناسبی برای مقایسه نخواهد بود. سیستمی می تواند بیشینه توان برداشت بالایی داشته باشد، اما تا زمانی که مجذور میانگین مربعات طیف توان بالایی نداشته باشد، نتیجتاً در محیط کارایی عملی ندارد.

### ۶- نتیجه گیری

این مقاله به بررسی تئوری-تجربی اثر حرکت ضربه-ارتعاشی بر پهنای باند فرکانسی یک برداشت کننده انرژی دوپایدار پرداخته است. برداشت کننده شامل یک تیر یکسرگیردار

## مراجع

- [13] Twiefel J, Westermann H. Survey on broadband techniques for vibration energy harvesting. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2013;24:1291–302.
- [14] Pellegrini SP, Tolou N, Schenk M, Herder JL. Bistable vibration energy harvesters: A review. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2012;24:1303–12.
- [15] Wang S, Li Z, Zhang H, Fang S, Yurchenko D, Zhou S. Analytical and experimental investigation of a flexible bistable energy harvester in rotational environment. *Nonlinear Dynamics* 2023;111:16851–73.
- [16] Tabak A, Safaei B, Memarzadeh A, Arman S, Kizilers C. An Extensive Review of Piezoelectric Energy-Harvesting Structures Utilizing Auxetic Materials. *J. Vibration Engineering & Technologies* 2024;12:3155–92.
- [17] Wakshume DG, Placzek MŁ. Optimizing Piezoelectric Energy Harvesting from Mechanical Vibration for Electrical Efficiency: A Comprehensive Review. *Electronics* 2024;13.
- [18] Shi X, Sun Y, Li D, Liu H, Xie W, Luo X. Advances in wearable flexible piezoelectric energy harvesters: materials, structures, and fabrication. *J. Materials Science: Materials in Electronics* 2023;34:220.
- [19] Hosseini R, Hamed M. Improvements in energy harvesting capabilities by using different shapes of piezoelectric bimorphs. *J. Micromechanics and Microengineering* 2015;25:125008.
- [20] Rezaei M, Talebitooti R, Liao W-H. Investigations on magnetic bistable PZT-based absorber for concurrent energy harvesting and vibration mitigation: Numerical and analytical approaches. *Energy* 2022;239:122376.
- [21] Priya S, Song H-C, Zhou Y, Varghese R, Chopra A, Kim S-G, et al. A Review on Piezoelectric Energy Harvesting: Materials, Methods, and Circuits. *Energy Harvesting and Systems* 2017;4:3–39.
- [22] Chen K, Gao F, Liu Z, Liao W-H. A nonlinear M-shaped tri-directional piezoelectric energy harvester. *Smart Materials and Structures* 2021;30:45017.
- [23] Hosseini R, Hamed M, Im J, Kim J, Dayou J. Analytical and experimental investigation of partially covered piezoelectric cantilever energy harvester. *Int. J. Precision Engineering and Manufacturing* 2017;18:415–24.
- [24] Erturk A, Hoffmann J, Inman DJ. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. *Applied Physics Letters* 2009;94:254102.
- [25] Shahruz SM. Increasing the Efficiency of Energy Scavengers by Magnets. *J. Computational and Nonlinear Dynamics* 2008;3.
- [1] Minnemann Kuhnert W, Cammarano A, Silveira M, Paupitz Gonçalves PJ. Optimum design of electromechanical vibration isolators. *J. Vibration and Control* 2020;27:169–84.
- [2] Panda S, Hajra S, Mistewicz K, In-na P, Sahu M, Rajaita PM, et al. Piezoelectric energy harvesting systems for biomedical applications. *Nano Energy* 2022;100:107514.
- [3] Zhang L, Zhang F, Qin Z, Han Q, Wang T, Chu F. Piezoelectric energy harvester for rolling bearings with capability of self-powered condition monitoring. *Energy* 2022;238:121770.
- [4] Kazmierski TJ, Beeby S. Energy harvesting systems. Principles, Modeling and Applications; Springer Science+ Business Media LLC: New York, NY, USA 2011.
- [5] Farhangdoust S, Mehrabi A, Younesian D. Bistable wind-induced vibration energy harvester for self-powered wireless sensors in smart bridge monitoring systems. *Nondestructive characterization and monitoring of advanced materials, aerospace, civil infrastructure, and transportation XIII*, vol. 10971, International Society for Optics and Photonics; 2019, p. 109710C.
- [6] Fu H, Mei X, Yurchenko D, Zhou S, Theodossiadis S, Nakano K, et al. Rotational energy harvesting for self-powered sensing. *Joule* 2021;5:1074–118.
- [7] Jiang Q, Yu C, Zhou Y, Zhao Z, Gao Q, Sun B. Modeling and analysis of beam-spring magnetically coupled bistable energy harvester for broadband vibration energy harvesting. *J. Sound and Vibration* 2024;579:118373.
- [8] Norenberg JP, Luo R, Lopes VG, Peterson JVLL, Cunha A. Nonlinear dynamics of asymmetric bistable energy harvesters. *International J. Mechanical Sciences* 2023;257:108542.
- [9] Zheng X, He L, Wang S, Liu X, Liu R, Cheng G. A review of piezoelectric energy harvesters for harvesting wind energy. *Sensors and Actuators A: Physical* 2023;352:114190.
- [۱۰] حسینی را، لطافتی م، حسینی مقدم س. برداشت انرژی ارتعاشی با استفاده از تیر یک سردرگیر با دولایه پیزوالکتریک. مکانیک سازه ها و شاره ها ۲۰۱۷؛ ۷:۹–۷.
- [۱۱] حسینی را، ابراهیمی ممقانی ع، نوری م. بررسی تجربی اثر کاهش عرض تیر بر بازده برداشت کننده انرژی ارتعاشی پیزوپلیمری. مکانیک سازه ها و شاره ها ۲۰۱۷؛ ۷:۴۱–۵۱.
- [۱۲] حسینی را، فاتحی ناراب ه. بررسی تجربی برداشت انرژی از راه رفتن انسان. مکانیک سازه ها و شاره ها ۲۰۱۷؛ ۷:۱۷۳–۸۱.

- [35] Ai R, Monteiro LLS, Monteiro PC, Pacheco PMCL, Savi MA. Piezoelectric vibration-based energy harvesting enhancement exploiting nonsmoothness. *Actuators*, vol. 8, Multidisciplinary Digital Publishing Institute; 2019, p. 25.
- [36] Soliman MSM, Abdel-Rahman EM, El-Saadany EF, Mansour RR. A wideband vibration-based energy harvester. *J. Micromechanics and Microengineering* 2008;18:115021.
- [37] Abedini A, Wang F. Energy harvesting of a frequency up-conversion piezoelectric harvester with controlled impact. *The European Physical J. Special Topics* 2019;228:1459–74.
- [38] Cao D-X, Xia W, Guo X-Y, Lai S-K. Modeling and experiment of vibro-impact vibration energy harvester based on a partial interlayer-separated piezoelectric beam. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2020;32:817–31.
- [39] Shahsavari M, Ashory MR, Khatibi MM. Increasing the efficiency of a bistable cantilever beam energy harvester exploiting vibro-impact effects. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2022;1045389X221115703.
- [40] Dechant E, Fedulov F, Chashin D V, Fetisov LY, Fetisov YK, Shamonin M. Low-frequency, broadband vibration energy harvester using coupled oscillators and frequency up-conversion by mechanical stoppers. *Smart Materials and Structures* 2017;26:65021.
- [41] Liang J-W, Feeny BF. Balancing energy to estimate damping parameters in forced oscillators. *J. Sound and Vibration* 2006;295:988–98.
- [42] Li X, Li Z, Huang H, Wu Z, Huang Z, Mao H, et al. Broadband spring-connected bi-stable piezoelectric vibration energy harvester with variable potential barrier. *Results in Physics* 2020;18:103173.
- [26] Stanton SC, McGehee CC, Mann BP. Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 2010;239:640–53.
- [27] Tang L, Yang Y, Soh C-K. Improving functionality of vibration energy harvesters using magnets. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2012;23:1433–49.
- [28] Firoozy P, Khadem SE, Pourkiaee SM. Broadband energy harvesting using nonlinear vibrations of a magnetopiezoelectric cantilever beam. *Int. J. Engineering Science* 2017;111:113–33.
- [29] Lee AJ, Inman DJ. A multifunctional bistable laminate: Snap-through morphing enabled by broadband energy harvesting. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2018;29:2528–43.
- [30] Litak G, Margielewicz J, Gaska D, Wolszczak P, Zhou S. Multiple Solutions of the Tristable Energy Harvester. *Energies* 2021;14.
- [31] Abedini A, Onsorynezhad S, Wang F. Study of an impact driven frequency up-conversion piezoelectric harvester. *Dynamic Systems and Control Conference*, vol. 58295, American Society of Mechanical Engineers; 2017, p. V003T41A005.
- [32] Erayatifar M, Tahani M, Moeenfarid H. Nonlinear analysis of functionally graded piezoelectric energy harvesters. *Composite Structures* 2017;182:199–208.
- [33] Khaghanifard J, Askari AR, Taghizadeh M, Awrejcewicz J, Folkow PD. Nonlinear modelling of unimorph and bimorph magneto-electro-elastic energy harvesters. *Applied Mathematical Modelling* 2023;119:803–30.
- [34] Wu Y, Badel A, Formosa F, Liu W, Agbossou A. Nonlinear vibration energy harvesting device integrating mechanical stoppers used as synchronous mechanical switches. *J. Intelligent Material Systems and Structures* 2014;25:1658–63.