



ارایه‌ی یک مدل ریاضی برای تعیین راندمان پمپ پیستون شعاعی جابجایی ثابت

پژمان نیک‌اندیش

استادیار، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور دزفول، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۰۵، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۰۳، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۱۷

چکیده

پیش‌بینی کارایی پمپ‌های پیستون شعاعی، در شرایط کاری مختلف، به منظور مصرف بهینه‌ی انرژی در سامانه‌های انتقال توان ماشین‌های متحرک، ضرورت دارد. در این مقاله، برای تخمین راندمان پمپ پیستون شعاعی جابجایی ثابت، در شرایط کاری مختلف، یک مدل ریاضی، ارایه گردید. به منظور ارزیابی دقت عمل این مدل ریاضی، یک واحد تولید جریان، شامل پمپ پیستون شعاعی و حسگرهای مختلف، برای اندازه‌گیری راندمان‌های حجمی، مکانیکی و کل، دبی روغن خروجی از پمپ و گشتاور محور ورودی، طراحی و ساخته شد. بررسی‌ها نشان داد که متوسط اختلاف میان نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی راندمان‌های حجمی، مکانیکی و کل، با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، به ترتیب، کمتر از ۳/۵، ۳/۸ و ۴/۵ درصد می‌باشند. از سوی دیگر، روند تغییرات راندمان‌های حجمی و کل پمپ پیستون شعاعی بر حسب سرعت دورانی محور آن، شامل یک ناحیه‌ی بی‌اثر است که با افزایش فشار روغن در خروجی پمپ، گسترش می‌یابد. همچنین، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ پیستون شعاعی، موجب افزایش سرعت متناظر با بیشینه راندمان کل، می‌گردد. این در حالی است که، راندمان مکانیکی پمپ پیستونی، تحت تأثیر سرعت دورانی محور ورودی و فشار روغن، تغییرات اندکی دارد.

کلمات کلیدی: پمپ پیستون شعاعی؛ راندمان حجمی؛ راندمان مکانیکی؛ راندمان کل.

Presenting a Mathematical Model for Determining the Efficiency of the Fixed Displacement Radial Piston Pump

P. Nikandish

Assist Prof, Department of Mechanical Engineering, Jundi-Shapur University of Technology, Dezful, Iran.

Abstract

It is necessary to predict the efficiency of radial piston pumps in different working conditions, in order to optimize energy consumption in power transmission systems of mobile machines. In this article, a mathematical model was presented to estimate the efficiency of the fixed displacement radial piston pump under different working conditions. To evaluate the accuracy of this mathematical model, a flow generation unit, including a radial piston pump and various sensors, was designed and built for the measurement volumetric, mechanical, and total efficiencies, pump flow rate, and input shaft torque. The studies showed that the average difference between the results of experimental measurements of volumetric, mechanical, and total efficiencies and the results of solving the mathematical model are less than 3.5, 3.8, and 4.5%, respectively. The trend of changes in volumetric and total efficiencies of the pump according to the rotational speed of its axis, includes a "dead zone" that expands with the increase of pressure at the pump port. Also, increasing pressure in the outlet of the pump increases the speed corresponding to maximum overall efficiency. However, the mechanical efficiency of the pump shows minimal variation in response to changes in the input shaft's speed and oil pressure.

Keywords: Radial Piston Pump; Volumetric Efficiency; Mechanical Efficiency; Total Efficiency.

۱- مقدمه

مدیریت مصرف انرژی در سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی به منظور کاهش مصرف سوخت‌های فسیلی و در نتیجه، کاهش اثرات زیست محیطی، به طور ویژه‌ای مورد توجه پژوهش‌گران در سال‌های اخیر بوده است [۱]. به همین ترتیب، ارزیابی کارایی و عملکرد پمپ‌های هیدرواستاتیک، برای کاهش هدر رفت انرژی، کاهش آلودگی محیط زیست و مصرف سوخت در ماشین‌های ثابت و متحرک اهمیت فراوانی دارد [۲]. برای این منظور، به طور معمول، نمودارهای بازدهی حجمی و کل پمپ‌های هیدرواستاتیک، در شرایط کاری مشخص، در قالب مجموعه‌ای از کارنامه‌های فنی، توسط شرکت‌های سازنده، ارائه می‌گردد [۳]. در کارنامه‌های فنی، منحنی‌های مربوط به عملکرد پمپ‌های هیدرواستاتیک، برای مجموعه‌ای از کمیت‌های کاربردی مستقل، ارائه می‌شود. از این رو، یکی از ابزارهای مهم در دسترس طراح، برای انتخاب مناسب پمپ‌ها و موتورهای هیدرواستاتیک، بر اساس ملاحظات و شرایط کاری سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی، نمودارهای عملکردی می‌باشند [۴ و ۵]. این در حالی است که، برخی از تولیدکنندگان تجهیزات هیدرولیکی، مجموعه‌ای از روابط ریاضی را به جای نمودارهای کاربردی، برای تعیین راندمان حجمی و کلی پمپ‌های هیدرواستاتیک، ارائه می‌دهند [۶]. در این صورت، راندمان حجمی و کلی پمپ‌های هیدرواستاتیک، در قالب توابعی بر حسب برخی متغیرهای مستقل، مانند سرعت زاویه‌ای محور ورودی پمپ و فشار روغن در مجرای خروجی، عرضه می‌گردند [۷]. در سال‌های اخیر، استفاده از روابط ریاضی برای تخمین راندمان حجمی و کلی پمپ‌های هیدرواستاتیک بر حسب متغیرهای مستقل، نسبت به نمودارهای عملکردی، بیشتر مورد توجه و استقبال طراحان سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی قرار گرفته است. به طور معمول، انتخاب بهینه پمپ‌های هیدرواستاتیک برای یک سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی، بر اساس نمودارهای عملکردی و روابط ریاضی ارائه شده توسط شرکت‌های سازنده، در شرایط کاری مشخصی، انجام می‌گیرد [۸]. بدین ترتیب، در شرایط کاری متفاوت، بکارگیری نمودارهای عملکردی و روابط ریاضی ارائه شده برای انتخاب پمپ‌های هیدرواستاتیک با خطا همراه خواهد بود [۹].

در سال‌های گذشته، پژوهش‌های مختلف و متنوعی در

خصوص تحلیل راندمان و محاسبه‌ی تلفات حجمی و گشتاور در پمپ‌های هیدرواستاتیک انجام شده است. بررسی‌های اولیه نشان می‌دهد که، برای بهبود کارایی و افزایش راندمان پمپ‌های هیدرواستاتیک [۱۰ و ۱۱]، اصلاح ساختار درونی پمپ‌ها برای ایجاد جریان روغن در سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی [۱۲]، تعیین و اصلاح عملکرد پمپ‌های پیستون محوری [۱۳]، ارایه‌ی طرح‌ها و ساختارهای جدید [۱۴] و تقویت ابزارهای مدل‌سازی [۱۵ و ۱۶]، تلاش‌های ارزنده‌ای در سال‌های اخیر انجام گرفته است. دل کامپو و همکاران، با مدل سازی یک پمپ هیدرواستاتیک به روش دینامیک سیالات محاسباتی و اندازه‌گیری تجربی فشار روغن، اثر کلویتاسیون را بر عملکرد پمپ مطالعه کردند [۱۷]. باناشک [۹]، در پژوهشی از شبکه‌ی عصبی برای بهره‌برداری بهینه انرژی از موتور پیستون محوری A2FM، استفاده کرد. در این پژوهش، با استفاده از شبکه عصبی، بازدهی کل موتور هیدرولیکی بر حسب دو کمیت بدون بعد، شامل، نسبت فشار و نسبت سرعت محور خروجی موتور، تعیین گردید. باناشک و همکاران [۷]، در پژوهشی دیگر، راندمان کل مدار هیدرولیکی شامل دو پمپ هیدرواستاتیک مستقل را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، فشار روغن در خروجی مجموعه‌ی واحد تولید جریان، توسط یک تنظیم‌کننده‌ی فشار، در شرایط کاری مختلف، در سطح معینی ثابت نگه‌داشته شد [۷]. همچنین، باناشک و همکاران [۳]، تأثیر به کارگیری واحد تغذیه روغن را بر روی راندمان کلی و مصرف انرژی در واحدهای تولید جریان روغن بررسی کردند. در این پژوهش، برای محاسبه‌ی تلفات انرژی در دو واحد تولید جریان مجزا شامل واحد تغذیه و بدون واحد تغذیه، دو مدل ریاضی ارائه گردید [۳]. همچنین، در سال‌های اخیر، برخی از پژوهش‌گران، راندمان یک سیستم هیدرولیکی را در کاربردهای خاص مورد بررسی قرار دادند. برای نمونه، تودیک و همکاران [۱۸]، عملکرد و میزان مصرف انرژی یک پمپ پیستون محوری را برای ایجاد جریان آب و لژیفسکی و همکاران [۱۹]، سایش و تلفات ناشی از آن را در یک پمپ هیدرواستاتیک مطالعه کردند. در نهایت، موزولی و همکاران، با مدل‌سازی یک پمپ دنده خارجی به روش دینامیک سیالات محاسباتی، تأثیر کمیت‌های هندسی مختلف را بر کیفیت روانکاری و راندمان حجمی بررسی نمودند [۲۰]. علاوه بر ساختار درونی پمپ‌ها و موتورهای هیدرواستاتیکی، سیال

هیدرولیکی عامل موثر دیگری بر روی راندمان سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی به حساب می‌آید. نوواکوچ و همکاران، با انجام پژوهشی، تأثیر قابل توجه کمیت‌هایی مانند لزجت، مدول حجمی و جرم مخصوص روغن را بر روی عملکرد و کارایی پمپ هیدرواستاتیک تأیید کردند [۲].

بر اساس ارزیابی و بررسی نتایج حاصل از پژوهش‌های مختلف در سال‌های گذشته، تعیین راندمان پمپ‌های هیدرواستاتیک یک موضوع پیچیده به حساب می‌آید که به کمیت‌های مختلف و متنوعی وابسته است. به طور معمول، مدل‌های ریاضی ارائه شده برای تخمین راندمان حجمی و کل پمپ‌های هیدرواستاتیک بر اساس بازنویسی روابط بقا انرژی حاکم بر حجم‌های کنترل منطبق بر نواحی مکش و دهش بدست می‌آیند [۸]. به طور معمول، به دلیل استفاده از فرض‌های ساده‌سازی مختلف برای دستیابی به مدل‌های فیزیکی و ریاضی پمپ‌های هیدرواستاتیک با ساختارهای مختلف، اختلاف میان نتایج حاصل از حل مجموعه روابط ریاضی پیچیده و نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی، قابل توجه است. از سوی دیگر، روابط ریاضی ارائه شده برای تخمین راندمان‌های حجمی و کل پمپ‌های هیدرواستاتیک شامل کمیت‌های ثابت و متغیر متعددی می‌باشند که تعیین آنها با مشکلات متعددی همراه است. بر این اساس، در این مقاله، با توجه به نقاط ضعف مدل‌های ریاضی و عددی موجود، مدل ریاضی متفاوتی مبتنی بر نمودارهای عملکردی پمپ‌های هیدرواستاتیک، ارائه می‌گردد. این مدل ریاضی، بر خلاف سایر مدل‌های موجود، به ساختار درونی پمپ هیدرواستاتیک وابستگی ندارد. همچنین، استفاده از این مدل ریاضی، برای تخمین راندمان‌های مکانیکی، کل و حجمی، دبی روغن خروجی پمپ و گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور ورودی آن، در شرایط کاری مختلف، به سادگی امکان‌پذیر است. برای این منظور، پس از تعیین و تشخیص کمیت‌های مستقل و وابسته‌ی حاکم بر پمپ هیدرواستاتیک، رابطه ریاضی متناظر با نمودارهای عملکردی پمپ‌های هیدرواستاتیک که به طور معمول شامل یک تابع چندجمله‌ای است، به دست می‌آید. تابع چندجمله‌ای شامل مجموعه‌ای از ضرایب ثابت در کنار متغیرهای مستقل است. در این روش، کمیت‌های ثابت مدل ریاضی به گونه‌ای تعیین می‌شوند که انطباق مناسبی بین منحنی عملکردی تجربی و نتایج حاصل از جای‌گذاری

کمیت‌های مستقل در رابطه ریاضی ایجاد گردد. ارزیابی‌های اولیه نشان می‌دهد که در این روش، طرح سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی، دید فیزیکی بهتری نسبت به کارایی و عملکرد پمپ هیدرواستاتیک در سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی پیدا می‌کند. بدین ترتیب، انتخاب پمپ هیدرواستاتیک متناسب با ویژگی‌ها و مشخصه‌های عملکردی سامانه‌ی انتقال توان هیدرولیکی انجام می‌گیرد. در این مقاله، پس از، ارائه مدلی ریاضی برای تخمین مشخصه‌های عملکردی پمپ پیستون شعاعی مدل PFR525 (راندمان‌های حجمی، کل و مکانیکی، دبی روغن خروجی از پمپ و گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور ورودی آن)، طراحی و ساخت واحد تولید جریان، برای ارزیابی درستی، نتایج حاصل از حل مدل ریاضی و مقایسه آنها با نتایج تجربی، در دستور کار قرار گرفته است.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- ارائه مدل ریاضی

دبی متوسط جریان سیال خروجی از پمپ هیدرواستاتیک (Q_p)، متناسب با سرعت زاویه‌ای محور موتور محرک (ω_p) و حجم جابجایی پمپ (D_p)، تغییر می‌کند. این موضوع در شرایطی صحیح به نظر می‌رسد که علاوه بر درزبندی کامل پمپ هیدرواستاتیک و عدم وجود نشت خارجی و داخلی در آن، روغن، سیالی تراکم‌ناپذیر و غیر لزج فرض می‌گردد. با توجه به وجود تلفات جریان در فرآیند خروج روغن از پمپ هیدرواستاتیک (تلفات ناشی از نشت، تراکم‌پذیری روغن)، راندمان حجمی پمپ هیدرواستاتیک (η_p^v) بر اساس استاندارد ISO 4391: 1983، به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱]:

$$\eta_p^v(ISO) = \frac{D_p \omega_p - q_{pL} - (D_p \omega_p - q_{pL}) \frac{\Delta p}{\beta}}{D_p \omega_p} \quad (1)$$

به دلیل مقادیر اندک مدول حجمی روغن به کار رفته در مدارهای هیدرولیکی، مقدار عددی مربوط به عبارت شامل تراکم‌پذیری سیال در رابطه ۱، بسیار کوچک‌تر از عبارت‌های دیگر است. بدین ترتیب، برای تعیین و تعریف راندمان حجمی یک پمپ هیدرواستاتیک (η_p^v)، از عبارت مربوط به تلفات ناشی از تراکم‌پذیری سیال صرف نظر می‌شود. از این رو، رابطه زیر

برای تعیین راندمان حجمی در پمپ‌های هیدرواستاتیک به کار می‌رود:

$$\eta_p^v = \frac{D_p \omega_p - q_{pL}}{D_p \omega_p} \quad (2)$$

از سوی دیگر، بررسی‌ها نشان می‌دهد که، مجموع تلفات حجمی در پمپ هیدرواستاتیک ناشی از نشت روغن (q_{pL})، تابعی از اختلاف فشار روغن در مجاری پمپ است [۸]:

$$q_{pL} = K_s \left(\frac{\Delta p}{\mu} \right) \quad (3)$$

با جای گذاری دبی روغن نشتی (q_{pL}) از رابطه ۳ در رابطه ۲، راندمان حجمی پمپ، به شرح زیر به دست می‌آید:

$$\eta_p^v = 1 - \phi \left(\frac{\Delta p^*}{D^* \omega^*} \right) \quad (4)$$

کمیت‌های D^* ، ω^* و Δp^* ، به ترتیب، حجم جابجایی نسبی، سرعت زاویه‌ای نسبی و اختلاف فشار نسبی می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\Delta p_r} \quad \omega^* = \frac{\omega}{\omega_r} \quad D^* = \frac{D}{D_r} \quad (5)$$

در این پژوهش، از بیشینه‌ی فشار طراحی (Δp_{max})، سرعت نامی (ω_r) و بیشینه حجم جابجایی (D_{max})، به ترتیب، به عنوان اختلاف فشار مرجع (Δp_r)، سرعت زاویه‌ای مرجع (ω_r) و حجم جابجایی مرجع (D_r) استفاده می‌شود. از سوی دیگر، ضریب ϕ ، به شرح زیر تعریف می‌گردد:

$$\phi = \frac{K_s \Delta p_r}{\mu \omega_r D_r} \quad (6)$$

در خصوص تعیین کمیت ϕ و در نهایت راندمان حجمی پمپ هیدرواستاتیک، ملاحظات زیر می‌باید در نظر گرفته شود:

- ضریب K_s ، بستگی به اختلاف فشار روغن (Δp) دارد. بررسی‌ها نشان می‌دهد که اختلاف فشار روغن، موجب تغییر شکل درزبندها و در نهایت، تغییر ابعاد و هندسه لقی موجود میان اجزای ثابت و متحرک پمپ‌های هیدرواستاتیک می‌گردد. از سوی دیگر، تعیین دقیق ابعاد لقی موجود میان اجزای ثابت

و متحرک پمپ‌های هیدرواستاتیک، در اثر اعمال فشار روغن به درزبندها، بسیار دشوار به نظر می‌رسد. برای این منظور، به طور معمول، از روش‌های عددی پیچیده‌ای برای محاسبه‌ی ضریب K_s ، استفاده می‌شود.

- کمیت ϕ ، متناسب با عکس گران‌روی روغن نشتی (μ)، تغییر می‌کند. از سوی دیگر، گران‌روی روغن، به درجه حرارت آن در پمپ‌های هیدرواستاتیک وابسته است. افزایش درجه حرارت روغن نشتی ناشی از اصطکاک داخلی در روغن می‌باشد. به عبارت دیگر، مقاومت روغن در برابر حرکت اجزای متحرک پمپ‌های هیدرواستاتیک، موجب ایجاد تنش برشی در آن و در نهایت، افزایش درجه حرارت می‌گردد. بدین ترتیب، درجه حرارت روغن نشتی، رابطه مستقیمی با سرعت زاویه‌ای محور دورانی پمپ هیدرواستاتیک (ω) دارد. به بیانی دیگر، گران‌روی روغن نشتی به سرعت زاویه‌ای محور متحرک پمپ هیدرواستاتیک وابسته است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که دست یابی به رابطه میان گران‌روی (μ) و سرعت زاویه‌ای (ω)، به دلیل پیچیدگی قابل توجه فرآیند تولید گرما در روغن عبوری از لقی میان اجزای ثابت و متحرک پمپ هیدرواستاتیک، به آسانی امکان‌پذیر نخواهد بود.

بر اساس ملاحظات مطرح شده، ضریب ϕ ، برابر با مقدار ثابتی نخواهد بود. از این رو، برای انطباق نتایج تئوری با داده‌های تجربی در دسترس، فرایند برازش داده‌ها پیشنهاد می‌گردد. ایده اصلی بر این فرض استوار است که، کمیت ϕ ، در امتداد و میان منحنی‌های فشار ثابت در نمودارهای راندمان حجمی تغییر می‌کند. برای این منظور، روند تغییرات راندمان حجمی یک پمپ هیدرواستاتیک بر حسب سرعت زاویه‌ای نسبی محور دورانی (ω^*) در دو اختلاف فشار نسبی میان مجاری ورودی و خروجی (Δp_B^* و Δp_A^*) در نظر گرفته می‌شود ($\Delta p_B^* > \Delta p_A^*$). لازم به ذکر است که، استخراج منحنی‌های عملکردی پمپ‌های هیدرواستاتیک، در بیشینه‌ی حجم جابجایی انجام می‌گیرد. از این رو، حجم جابجایی نسبی (D^*) متناظر با منحنی راندمان حجمی پمپ هیدرواستاتیک، برابر با واحد خواهد بود ($D^* = 1$). بدین ترتیب، امکان تعیین کمیت ϕ_i در هر نقطه‌ی معینی مانند "i" بر روی هر یک از منحنی‌های فشار ثابت راندمان حجمی مانند "j"، به آسانی وجود دارد. برای این منظور، در مرحله‌ی اول، روند تغییرات ضریب ϕ ، بر حسب سرعت نسبی (ω^*) در امتداد یک منحنی

در این پژوهش، در شرایط کاری مختلف، روند تغییرات کمیت Φ بر حسب Δp^* خطی فرض می‌گردد. از این رو، رابطه زیر برای تعیین کمیت Φ ، متناظر با هر اختلاف فشار مشخص و سرعت معین (Φ_i^j)، به دست می‌آید:

$$\Phi_i^j = \Phi_1^A + (\Delta p^* - \Delta p_A^*) \left(\frac{\Phi_3^B - \Phi_1^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \right) \quad (9)$$

با جای‌گذاری کمیت‌های Φ_1^A و Φ_3^B از رابطه ۸ در رابطه ۹، رابطه کلی کمیت Φ به دست می‌آید:

$$\Phi(\omega^*, \Delta p^*) = b_0 + b_1 \omega^* + b_2 \Delta p^* + b_3 \omega^* \Delta p^* \quad (10)$$

ضرایب ثابت در رابطه ۱۰، به شرح زیر می‌شوند:

$$\begin{cases} b_0 = \frac{\Delta p_B^* a_0^A - \Delta p_A^* a_0^B}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \\ b_1 = \frac{\Delta p_B^* a_1^A - \Delta p_A^* a_1^B}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \\ b_2 = \frac{a_0^B - a_0^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \\ b_3 = \frac{a_1^B - a_1^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \end{cases} \quad (11)$$

همچنین، امکان بازنویسی رابطه ۱۰، به صورت یک عبارت ماتریسی، برای چهار نقطه‌ی مشخص (دو نقطه‌ی ۱ و ۲ بر روی منحنی A و نقاط ۳ و ۴ بر روی منحنی B)، به شرح زیر نیز وجود دارد:

$$\begin{pmatrix} 1 & \omega_1^* & \Delta p_1^* & \omega_1^* \Delta p_1^* \\ 1 & \omega_2^* & \Delta p_2^* & \omega_2^* \Delta p_2^* \\ 1 & \omega_3^* & \Delta p_3^* & \omega_3^* \Delta p_3^* \\ 1 & \omega_4^* & \Delta p_4^* & \omega_4^* \Delta p_4^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1^A \\ \Phi_2^A \\ \Phi_3^B \\ \Phi_4^B \end{pmatrix} \quad (12)$$

لازم به ذکر است که، ضرایب ثابت Φ_i^j ، در طرف دوم رابطه ۱۲، بر اساس رابطه ۳، به صورت زیر، محاسبه می‌شوند:

$$\Phi_i^j = \left(\frac{D^* \omega_i^*}{\Delta p_j^*} \right) (1 - \eta_i^v) \quad (13)$$

فشار ثابت در نمودار راندمان حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مرحله، پس از بررسی اولیه‌ی نتایج تجربی در شرایط کاری مختلف، روند تغییرات ضریب Φ ، بر حسب سرعت نسبی (ω^*)، به شرح زیر، خطی در نظر گرفته می‌شود:

$$\Phi_i^j = a_0^j + a_1^j \omega_i^* \quad (7)$$

برای تعیین ضرایب ثابت a_0^j و a_1^j در رابطه ۷، مقادیر تجربی مربوط به کمیت‌های Δp^* ، ω^* و D^* و η^v ، در دو نقطه‌ی مشخص (دو گره‌ی مشخص) بر روی هر منحنی فشار ثابت نمودار راندمان حجمی، در رابطه ۳، جای‌گذاری می‌شوند (گره‌های ۱ و ۲ بر روی یک منحنی فشار ثابت مشخص مانند A، و گره‌های ۳ و ۴ بر روی منحنی فشار ثابت دیگر مانند B). بدین‌ترتیب، کمیت Φ_i^j در دو نقطه‌ی معین از هر منحنی در نمودار راندمان حجمی محاسبه می‌گردد. سپس، با جای‌گذاری مقادیر سرعت زاویه‌ی نسبی (ω_i^*) و Φ_i^j ، متناظر با نقاط معین (دو نقطه) واقع بر هر منحنی عملکردی، به صورت جداگانه در رابطه ۷، دو معادله‌ی خطی متناظر با هر منحنی، شامل کمیت‌های مجهول a_0^j و a_1^j ، به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \Phi_1^A = a_0^A + a_1^A \omega_1^* \\ \Phi_2^A = a_0^A + a_1^A \omega_2^* \\ \Phi_3^B = a_0^B + a_1^B \omega_3^* \\ \Phi_4^B = a_0^B + a_1^B \omega_4^* \end{cases} \quad (8)$$

با حل هم‌زمان معادلات خطی در رابطه ۸، ضرایب a_0^j و a_1^j ، به صورت جداگانه، تعیین می‌شوند. در مرحله‌ی بعد، بررسی روند تغییرات کمیت Φ ، بر حسب اختلاف فشار روغن، اهمیت دارد. برای نمایش روند تغییرات کمیت Φ بر حسب اختلاف فشار (Δp)، بر روی هر منحنی فشار ثابت نمودار راندمان حجمی (منحنی‌های A و B)، در یک سرعت نسبی ثابت و معین، نقطه‌ی ۱ بر روی منحنی A و نقطه‌ی ۳ بر روی منحنی B در نظر گرفته می‌شود. در این صورت، ضریب Φ ، متناظر با منحنی عملکردی A با اختلاف فشار Δp_A در سرعت نسبی معین ω_1^* ، برابر با، Φ_1^A خواهد بود. به همین‌ترتیب، ضریب Φ ، متناظر با منحنی عملکردی B با اختلاف فشار Δp_B در سرعت نسبی مشخص ω_3^* ، برابر با، Φ_3^B در نظر گرفته می‌شود ($\omega_1^* = \omega_3^*$). بر اساس بررسی و ارزیابی نتایج تجربی

از سوی دیگر، امکان بازنویسی رابطه ۱۶ بر حسب سرعت نسبی (ω^*)، حجم جابجایی نسبی (D^*) و اختلاف فشار نسبی (Δp^*) به شرح زیر نیز وجود دارد:

$$\eta_p^m = \frac{1}{1 + \phi_\omega \left(\frac{\omega^*}{\Delta p^* D^*} \right) + \frac{\phi_f}{\Delta p^* D^*}} \quad (17)$$

کمیت‌های ϕ_ω و ϕ_f در رابطه ۱۷ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \phi_\omega = \frac{K_\omega \mu \omega_r}{D_r \Delta p_r} \\ \phi_f = \frac{T_f}{D_r \Delta p_r} \end{cases} \quad (18)$$

بدین ترتیب، راندمان کل پمپ، از حاصل ضرب راندمان حجمی (η_p^v) و راندمان مکانیکی (η_p^m) به دست می‌آید:

$$\eta_p = \frac{\eta_p^v}{1 + \phi_\omega \left(\frac{\omega^*}{\Delta p^* D^*} \right) + \frac{\phi_f}{\Delta p^* D^*}} \quad (19)$$

مشابه کمیت ϕ_i^j در رابطه ۷، امکان بازنویسی کمیت ϕ_ω بر حسب سرعت نسبی (ω^*) و در هر سطحی از اختلاف فشار نسبی (Δp^*) روغن وجود دارد ($\phi_{\omega i}^j$). از سوی دیگر، کمیت ϕ_f در طول هر منحنی فشار ثابت، برابر با مقدار ثابتی خواهد بود. بدین ترتیب، روابط زیر، برای تخمین کمیت‌های ϕ_ω و ϕ_f در هر نقطه‌ای (نقطه‌ی نام) از منحنی‌های فشار ثابت (منحنی نام) راندمان پمپ، به کار گرفته می‌شود ($\Delta p^* = \Delta p_i^*$):

$$\begin{cases} \phi_{\omega i}^j = a_0 + a_1 \omega_i^* + a_2 (\omega_i^*)^2 \\ \phi_{f i}^j = b_0 \end{cases} \quad (20)$$

لازم به ذکر است که، به دلیل پیچیدگی بالای مدل ریاضی راندمان کل در پمپ‌های هیدرواستاتیک، برای تخمین کمیت ϕ_ω ، از یک تابع درجه دوم به جای یک تابع خطی استفاده می‌شود. با جای‌گذاری کمیت‌های $\phi_{\omega i}$ و $\phi_{f i}$ ، از رابطه ۲۰ در رابطه ۱۹، رابطه‌ای برای محاسبه‌ی راندمان کل متناظر با هر نقطه از هر منحنی فشار ثابت نمودار عملکردی پمپ‌های هیدرواستاتیک (η_{pi}) به دست می‌آید:

از این رو، با حل معادله‌ی ۱۲، ضرایب b_0 ، b_1 ، b_2 و b_3 ، به دست می‌آیند. بدین ترتیب، پس از جایگذاری ضرایب ثابت در رابطه ۱۰، امکان محاسبه‌ی کمیت ϕ در هر شرایط کاری پمپ هیدرولیک، فراهم می‌گردد. در نهایت، بر اساس رابطه ۳، راندمان حجمی پمپ هیدرولیک، متناظر با هر سرعت دورانی محور ورودی و فشار روغن خروجی، محاسبه می‌شود.

برای مدل‌سازی ریاضی راندمان کلی پمپ‌های هیدرواستاتیک، بازنویسی روابط مربوط به راندمان مکانیکی بر حسب سرعت محور دورانی و اختلاف فشار روغن ضرورت دارد. راندمان مکانیکی پمپ‌های هیدرواستاتیک (η_p^m)، بر اساس استاندارد ISO 4391:1983 به شرح زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$\eta_p^m = \frac{\Delta p_p D_p}{T_p|_{real}} \quad (14)$$

در رابطه فوق، $T_p|_{real}$ ، گشتاور مورد نیاز برای حرکت دورانی محور ورودی پمپ و جابجایی اجزای متحرک آن، به منظور ایجاد جریان روغن در مدار هیدرولیک تعریف می‌گردد. همچنین، کمیت‌های Δp_p و D_p در رابطه ۱۴، به ترتیب معرف، حجم جابجایی پمپ و اختلاف فشار روغن در مجاری ورودی و خروجی پمپ می‌باشند. از سوی دیگر، حاصل ضرب اختلاف فشار روغن در حجم جابجایی پمپ، برابر با گشتاور مورد نیاز برای دورانی محور ورودی پمپ (گشتاور تئوری)، در صورت عدم وجود تلفات مکانیکی (مانند اصطکاک)، تعریف می‌گردد. لازم به ذکر است که، گشتاور تئوری مورد نیاز برای حرکت دورانی محور پمپ و ایجاد جریان روغن در مدار هیدرولیکی ($\Delta p_p D_p$)، همواره، کمتر از گشتاور واقعی ($T_p|_{real}$) است ($\Delta p_p D_p < T_p|_{real}$). گشتاور واقعی مورد نیاز محور پمپ ($T_p|_{real}$)، برای ایجاد جریان روغن در مدار هیدرولیک، بر حسب گشتاور تلف شده (T_L) به شرح زیر بدست می‌آید:

$$T_p|_{real} = \Delta p D + T_L = \Delta p D + K_\omega(\mu \omega) + T_f \quad (15)$$

با جای‌گذاری رابطه ۱۵ در رابطه ۱۴، راندمان مکانیکی پمپ (η_p^m) تعیین می‌گردد:

$$\eta_p^m = \frac{\Delta p D}{\Delta p D + K_\omega(\mu \omega) + T_f} = \frac{1}{1 + \frac{K_\omega(\mu \omega)}{\Delta p D} + \frac{T_f}{\Delta p D}} \quad (16)$$

ثابت a_0, a_1, a_2 و b_0 در رابطه ۲۰، کمیت‌های $\phi_{\omega i}^j$ و ϕ_{fi}^j متناظر با دو منحنی فشار ثابت (Δp_A^* و Δp_B^*) محاسبه می‌شوند (محاسبه‌ی کمیت‌های $\phi_{\omega i}^A, \phi_{\omega i}^B, \phi_{fi}^A$ و ϕ_{fi}^B). از سوی دیگر، با درون‌یابی خطی اختلاف فشار نسبی (Δp^*) در محدوده Δp_A^* و Δp_B^* ، روابط زیر برای محاسبه‌ی کمیت‌های $\phi_{\omega i}^j$ و ϕ_{fi}^j متناظر با هر اختلاف فشار نسبی (Δp^*) به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \phi_{\omega i}^j = \phi_{\omega i}^A + (\Delta p^* - \Delta p_A^*) \left(\frac{\phi_{\omega i}^B - \phi_{\omega i}^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \right) \\ \phi_{fi}^j = \phi_{fi}^A + (\Delta p^* - \Delta p_A^*) \left(\frac{\phi_{fi}^B - \phi_{fi}^A}{\Delta p_B^* - \Delta p_A^*} \right) \end{cases} \quad (25)$$

در نهایت، راندمان کل پمپ هیدرواستاتیک متناظر با هر سرعت نسبی محور ورودی (ω_i^*) و در هر اختلاف فشار معین (Δp_j^*)، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta_{pi} = \frac{\eta_{pi}^v}{1 + \phi_{\omega i}^j \left(\frac{\omega_i^*}{\Delta p_j^* D^*} \right) + \frac{\phi_{fi}^j}{\Delta p_j^* D^*}} \quad (26)$$

۲-۲- طراحی و ساخت واحد تولید جریان

برای ارزیابی تجربی و بررسی درستی نتایج حاصل از حل مدل ریاضی برای تعیین راندمان کل، راندمان حجمی و راندمان مکانیکی پمپ پیستون شعاعی PFR522، طراحی و ساخت واحد تولید جریان، در شکل ۱، در دستور کار قرار می‌گیرد. در این واحد هیدرولیکی، پمپ پیستون شعاعی جابجایی ثابت با حجم جابجایی $21/8 \text{ cm}^3/\text{rev}$ ، وظیفه‌ی ایجاد جریان روغن را بر عهده دارد. حرکت دورانی محور ورودی پمپ PFR522 توسط موتور الکتریکی با سرعت نامی 1000 rpm و توان 11 kw انجام می‌گیرد. در ضمن، امکان تغییر سرعت محور خروجی الکتروموتور و محور ورودی پمپ پیستونی توسط محرک زیمنس مدل V20 فراهم می‌گردد. گشتاور لازم برای حرکت محور ورودی پمپ پیستون شعاعی، توسط حسگر گشتاور می‌شود. مطابق شکل ۱، به منظور جلوگیری از افت فشار در مجرای ورودی پمپ هیدرولیک، مخزن ذخیره روغن با ظرفیت ۶۰ لیتر، در ارتفاعی بالاتر از محور پمپ نصب می‌گردد. همچنین، از سوپاپ فشارشکن تناسبی مدل EDG01، برای ایجاد محدودیت در جریان روغن خروجی و در نتیجه‌ی آن، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، استفاده می‌شود.

$$\eta_{pi} = \frac{\eta_{pi}^v}{1 + \frac{[a_0 + a_1 \omega_i^* + a_2 (\omega_i^*)^2] \omega_i^*}{\Delta p_j^* D^*} + \frac{b_0}{\Delta p_j^* D^*}} \quad (21)$$

کمیت‌های ω_i^* و η_{pi}^v در گره‌ی نام (ω_i^* و η_{pi}) بر روی هر منحنی فشار ثابت (Δp_j^*)، برابر با مقادیر معلومی می‌باشند (مقادیر عددی هر یک از این کمیت‌ها، از منحنی راندمان کل استخراج می‌شود). در این مقاله، کمیت‌های ω_i^* و η_{pi}^v در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شوند. از این رو، امکان بازنویسی رابطه ۲۱، به شرح زیر فراهم می‌شود:

$$a_0 \omega_i^* + a_1 (\omega_i^*)^2 + a_2 (\omega_i^*)^3 + b_0 = \Delta p_j^* c_i \quad (22)$$

ضریب c_i در رابطه ۲۲، به شرح زیر تعریف می‌گردد:

$$c_i = D^* \left(\frac{\eta_{pi}^v}{\eta_{pi}} - 1 \right) \quad (23)$$

برای تعیین کمیت‌های ثابت a_0, a_1, a_2 و b_0 در رابطه ۲۲، به چهار گره مشخص بر روی هر یک از منحنی‌های فشار ثابت راندمان کل، نیاز است ($i = 1, 2, 3, 4$). همچنین، بر اساس روابط ۲۲ و ۲۳، پیش از مدل‌سازی ریاضی راندمان کل، مدل سازی ریاضی راندمان حجمی ضرورت دارد. بدین ترتیب، راندمان حجمی در هر یک از چهار گره (η_{pi}^v) واقع بر هر منحنی فشار ثابت راندمان کل، برابر با مقادیر معلومی می‌باشند. از این رو، متناظر با هر منحنی فشار ثابت راندمان کل پمپ هیدرواستاتیک، رابطه ۲۲، برای چهار گره‌ی معین، در قالب یک رابطه ماتریسی به شرح زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \omega_1^* & (\omega_1^*)^2 & (\omega_1^*)^3 & 1 \\ \omega_2^* & (\omega_2^*)^2 & (\omega_2^*)^3 & 1 \\ \omega_3^* & (\omega_3^*)^2 & (\omega_3^*)^3 & 1 \\ \omega_4^* & (\omega_4^*)^2 & (\omega_4^*)^3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \Delta p_j^* \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \quad (24)$$

پس از حل مجموعه معادلات ۲۴، کمیت‌های ثابت a_0, a_1 و a_2 و b_0 ، برای هر منحنی فشار ثابت راندمان کل پمپ هیدرواستاتیک، به دست می‌آیند. سپس، با جای‌گذاری ضرایب



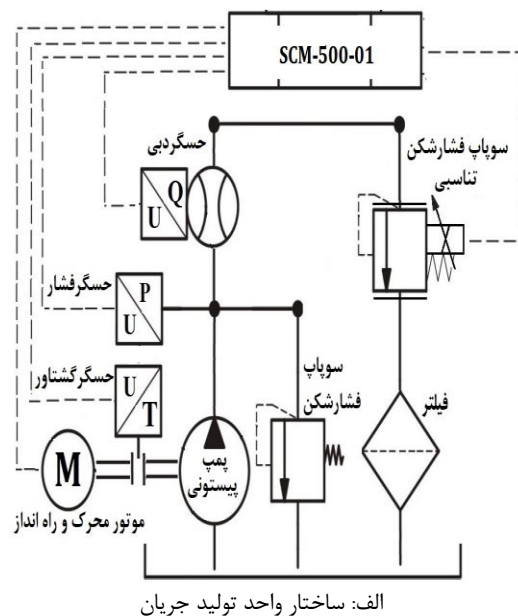
ب: واحد تولید جریان پس از ساخت و راه اندازی
 شکل ۱- سامانه‌ی واحد تولید جریان روغن شامل پمپ پیستون شعاعی PFR522

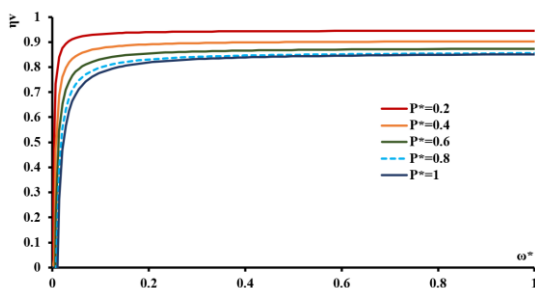
تنظیم بیشینه فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، توسط سوپاپ فشارشکن دو مرحله‌ای، مدل DB10، انجام می‌گیرد. در واحد تولید جریان نشان داده شده در شکل ۱، حسگرهای SCPT400 و SCFT060، به ترتیب، وظیفه‌ی اندازه‌گیری فشار و دبی روغن در مجاری ورودی و خروجی پمپ هیدرولیک را بر عهده دارند. برای ارزیابی تجربی کمیت‌های مرتبط با کارایی پمپ پیستون شعاعی PFR522، از روغن هیدرولیک بهران HL68، با جرم مخصوص 878 kg/m^3 در 15°C و لزجت سینماتیکی 11 cSt در 100°C درجه سانتی گراد، در واحد تولید جریان نشان داده شده در شکل ۱، استفاده می‌شود. جریان الکتریکی خروجی از حسگرهای فشار و دبی به واحد دریافت و نمایش کمیت‌های فیزیکی پارکر مدل SCM-500-01 منتقل می‌شود. در نهایت، پس از ثبت و تحلیل متغیرهای فیزیکی در رایانه، امکان مقایسه نتایج حاصل از حل مدل ریاضی راندمان پمپ پیستون شعاعی با نتایج تجربی و ارزیابی دقت عمل آن فراهم می‌شود.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- ارزیابی روند تغییرات راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی مدل PFR522

به منظور آرایه‌ی مدل ریاضی برای تعیین راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی جابجایی ثابت مدل PFR522، اندازه‌گیری راندمان حجمی در چهار نقطه یا گره مشخص در دو اختلاف فشار متفاوت 10 bar ($\Delta p^* = 0.4$) و 250 bar ($\Delta p^* = 1$)، و همچنین، در دو سرعت دورانی معین (نسبت سرعت، ω^*)، ضرورت دارد. بر این اساس، برای نسبت فشار 0.4 (منحنی فشار ثابت A از نمودار راندمان حجمی پمپ مفروض)، در دو نسبت سرعت 0.137 (گره‌ی شماره‌ی ۱) و 0.1 (گره‌ی شماره‌ی ۲)، راندمان حجمی پمپ PFR522، به ترتیب، برابر با 0.884 و 0.903 ، اندازه‌گیری گردید. به همین ترتیب، راندمان حجمی پمپ PFR522، در نسبت فشار واحد (منحنی فشار ثابت B از نمودار راندمان حجمی پمپ مفروض)، در دو نسبت سرعت 0.137 (گره‌ی شماره‌ی ۳) و 0.1 (گره‌ی شماره‌ی ۴)، به ترتیب، برابر با 0.884 و 0.903 ، برآورد می‌گردد. بر اساس تئوری بیان شده در بخش روش انجام پژوهش، رابطه‌ی کلی کمیت ϕ بر





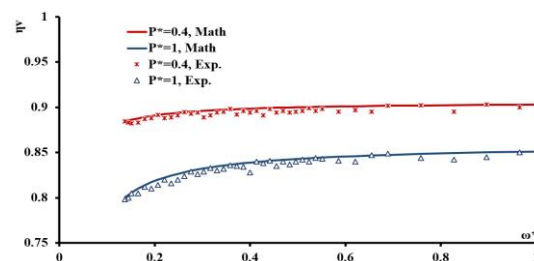
شکل ۳- روند تغییرات راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار مختلف

مطابق شکل ۳، در شرایطی که محور دورانی پمپ با سرعت زاویه‌ای کمتر از مقدار معینی دوران کند، راندمان حجمی پمپ، کمینه خواهد بود. لازم به ذکر است که در سرعت‌های پایین محور ورودی پمپ پیستونی، دبی روغن خروجی از پمپ، اندک خواهد بود (دبی روغن خروجی پمپ، به سرعت دورانی محور ورودی و حجم جابجایی آن، وابسته است). از این رو، بر اساس ساختار درونی پمپ پیستون شعاعی و وجود لقی میان اجزای ثابت و متحرک در آن، روغنی که می‌باید از پمپ خارج شود، تحت تاثیر فشار روغن، از لقی میان اجزای ثابت و متحرک و در نهایت، از طریق خط انتقال جداگانه‌ای به مخزن، ارسال می‌شود. به عبارتی دیگر، در این شرایط کاری، تمام جریان روغن خروجی پمپ، به صورت نشت، از پوسته‌ی پمپ خارج می‌شود. از این رو، در نمودار راندمان حجمی پمپ‌های هیدرواستاتیک، یک ناحیه‌ی بی‌اثر شکل می‌گیرد. بدین ترتیب، در شرایطی که سرعت دورانی محور پمپ از مقدار معینی فراتر رود، امکان خروج روغن از مجرای دهش پمپ فراهم می‌شود. همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، موجب افزایش نشت روغن می‌گردد. از این رو، ناحیه‌ی بی‌اثر در نمودار راندمان حجمی پمپ هیدرواستاتیک، با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ (افزایش اختلاف فشار روغن در دو سوی پمپ)، گسترش بیشتری می‌یابد. همچنین، در هر فشار معین روغن در مجرای خروج پمپ، با افزایش سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک، راندمان حجمی پمپ، به دلیل رشد بیشتر دبی روغن خروجی نسبت به نشت روغن در محفظه‌ی پمپ، با شیب قابل توجهی، افزایش می‌یابد. این در حالی است که در سرعت‌های بالاتر محور خروجی موتور محرک، راندمان

حسب سرعت نسبی (ω^*) و اختلاف فشار نسبی (Δp^*) برای پمپ پیستون شعاعی PFR522، به دست می‌آید:

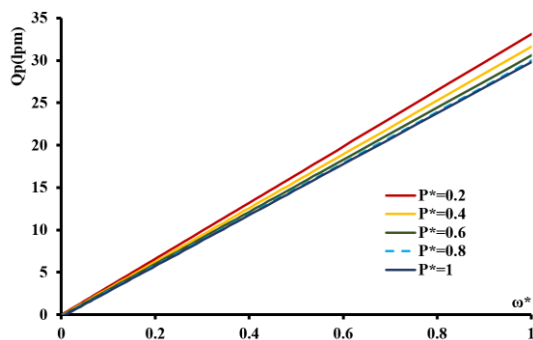
$$\Phi_{\text{pump}} = 0.0071 + 0.2976\omega^* + 0.0009\Delta p^* - 0.1567\omega^*\Delta p^*$$

در نهایت، با جای‌گذاری مقادیر عددی حاصل از رابطه ۲۷ در رابطه ۳، راندمان حجمی پمپ متناظر با شرایط کاری مفروض به دست می‌آید. به عبارت دیگر، مجموعه‌ی روابط ۳ و ۲۷، مجموعه روابط ریاضی لازم برای تخمین راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی PFR522، به حساب می‌آیند. در شکل ۲، روند تغییرات راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی PFR522 متناظر با نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، بر حسب نسبت سرعت دورانی محور ورودی، حاصل از مجموعه روابط ۳ و ۲۷، ترسیم شده است. به منظور ارزیابی درستی مدل ریاضی ارایه شده برای تخمین راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی PFR522، علاوه بر نتایج تئوری، نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی نیز، در شکل ۲ آمده است. بدین ترتیب، امکان بررسی دقت عمل نتایج حاصل از حل روابط ریاضی به سادگی فراهم می‌شود. مطابق شکل ۲، نتایج حاصل از روابط ریاضی، انطباق مناسبی با نتایج تجربی اندازه‌گیری شده توسط سامانه‌ی نشان داده شده در شکل ۱ دارند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نتایج حاصل از حل مدل ریاضی با نتایج تجربی برای نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، به طور متوسط ۳/۳ و ۳/۷ درصد اختلاف دارند. به همین ترتیب، در شکل ۳، روند تغییرات راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی PFR522 متناظر با نسبت‌های فشار ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱، بر حسب نسبت سرعت دورانی محور ورودی، نشان داده شده است.



شکل ۲- روند تغییرات راندمان حجمی پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱

در شکل ۵ نیز، روند تغییرات دبی روغن خروجی از پمپ هیدرواستاتیک سری PFR522، در نسبت‌های فشار ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱، در محدوده‌ی بیشتری از سرعت دورانی محور ورودی، نشان داده شده است.



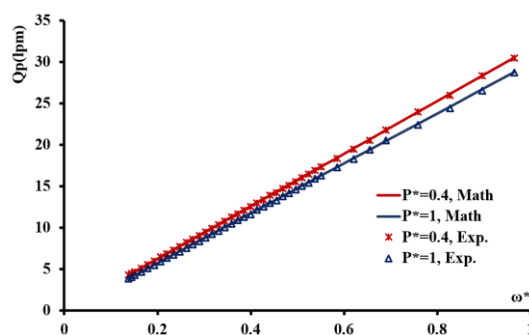
شکل ۵- روند تغییرات دبی روغن خروجی پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار مختلف

مطابق شکل ۵، در هر نسبت فشار معین، با افزایش سرعت دورانی محور ورودی پمپ، دبی روغن خروجی از پمپ به طور خطی افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که نمودار دبی روغن خروجی از پمپ نیز، در هر نسبت فشار معین، به دلیل وجود نشت داخلی در پمپ پیستونی، شامل یک ناحیه‌ی بی‌اثر است. به بیانی دیگر، در سرعت دورانی معینی از محور پمپ، امکان خروج روغن از مجرای دهش وجود دارد. در صورتی که سرعت دورانی محور پمپ از این سرعت معین کمتر باشد، روغن به صورت نشت از پمپ خارج می‌گردد. با افزایش اختلاف فشار روغن در مجاری پمپ هیدرولیک، حجم روغن نشتی در محفظه‌ی پمپ، با افزایش روبه‌رو می‌گردد. از این رو، افزایش نسبت فشار، در یک نسبت سرعت معین، موجب کاهش دبی روغن خروجی پمپ و در نهایت کاهش شیب نمودار دبی-نسبت سرعت می‌گردد. همچنین، با افزایش نسبت فشار روغن در پمپ هیدرواستاتیک، ناحیه‌ی بی‌اثر در نمودار دبی-نسبت سرعت، گسترش می‌یابد.

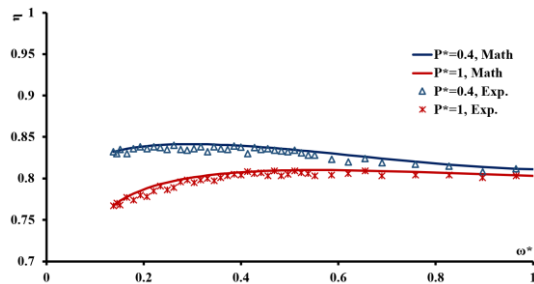
۳-۲- ارزیابی روند تغییرات راندمان کل پمپ پیستون شعاعی مدل PFR522

حجمی پمپ، تغییرات اندکی خواهد داشت. از سوی دیگر، با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، شیب روند تغییرات راندمان حجمی پمپ در سرعت‌های پایین محور خروجی موتور محرک، به دلیل افزایش حجم روغن نشتی در محفظه‌ی پمپ، کاهش می‌یابد. به همین ترتیب، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، در هر سرعت معین محور خروجی موتور محرک، موجب کاهش راندمان حجمی، به دلیل افزایش تلفات ناشی از نشت روغن، می‌گردد.

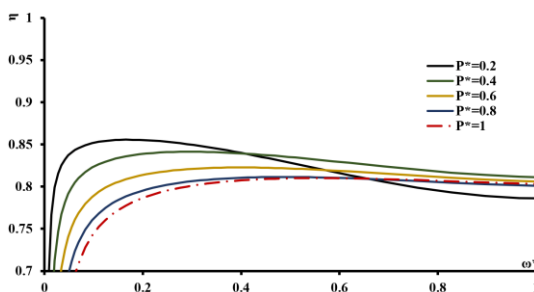
در شکل ۴، روند تغییرات دبی روغن خروجی از پمپ PFR522 در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، بر حسب سرعت دورانی محور ورودی، حاصل از حل مدل ریاضی و همچنین، نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی، نشان داده است. مطابق شکل ۴، با افزایش سرعت دورانی محور ورودی پمپ، دبی روغن خروجی از آن، به طور خطی، افزایش می‌یابد. همچنین، به دلیل وجود تلفات حجمی و نشت روغن در ساختار درونی پمپ پیستونی، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی و همچنین، افزایش سرعت دورانی محور ورودی آن، موجب کاهش شیب روند تغییرات دبی خروجی پمپ می‌گردد (واگرایی روند تغییرات دبی روغن خروجی از پمپ). در ضمن، به دلیل نشت روغن در پمپ پیستونی، نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی کمتر از نتایج حاصل از حل مدل ریاضی خواهند بود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، اختلاف میان نتایج تجربی با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، به طور متوسط، ۳ و ۳/۴ تعیین می‌گردد.



شکل ۴- روند تغییرات دبی روغن خروجی پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱



شکل ۶- روند تغییرات راندمان کل پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱



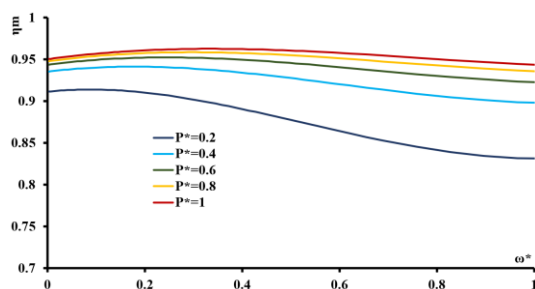
شکل ۷- روند تغییرات راندمان کل پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار مختلف

مطابق شکل ۷، در هر نسبت فشار معین، با افزایش سرعت دورانی محور ورودی، راندمان کل پمپ، در مرحله‌ی اول، افزایش و سپس، به دلیل رشد نرخ تلفات اصطکاکی، کاهش می‌یابد. از این رو، روند تغییرات راندمان کل پمپ پیستون شعاعی PFR522، در محدوده‌ی معینی از سرعت محور خروجی موتور محرک، بیشینه خواهد بود. بررسی‌های بیشتر نشان می‌دهد که با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ پیستونی، راندمان کل، در سرعت‌های بالاتری از محور خروجی موتور محرک، بیشینه خواهد بود. از سوی دیگر، در شرایطی که سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک از سرعت دورانی متناظر با بیشینه راندمان کل فراتر رود، به دلیل کاهش کیفیت روانکاری میان اجزای ثابت و متحرک و در نتیجه‌ی آن، افزایش گشتاور مقاوم در برابر حرکت محور ورودی پمپ، راندمان کل، کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که با کاهش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، روند کاهشی راندمان کل پس از نقطه‌ی بیشینه، قابل توجه خواهد بود. در

به منظور ارایه‌ی مدل ریاضی برای تعیین راندمان کل پمپ پیستونی جابجایی ثابت مدل PFR522، در دو اختلاف فشار متفاوت 100 bar ($\Delta p^* = 0.4$) و 250 bar ($\Delta p^* = 1$)، راندمان کل، در چهار سرعت معین، اندازه‌گیری می‌گردد. به بیانی دیگر، برای دستیابی به مدل ریاضی راندمان کل پمپ هیدرواستاتیک، بر روی هر منحنی فشار ثابت در نمودار راندمان کل، چهار گره در نظر گرفته می‌شود (منحنی A، متناظر با نسبت فشار 0.4 و منحنی B، متناظر با نسبت فشار 1). بر این اساس، برای نسبت فشار 0.4 ، راندمان کل پمپ PFR522، در نسبت‌های سرعت 0.137 (گره‌ی شماره‌ی ۱)، 0.41 (گره‌ی شماره‌ی ۲)، 0.689 (گره‌ی شماره‌ی ۳) و 0.824 (گره‌ی شماره‌ی ۴)، به ترتیب، برابر با 0.832 ، 0.839 ، 0.824 و 0.811 ، اندازه‌گیری گردید. به طریق مشابه، برای نسبت فشار واحد، در نسبت‌های سرعت 0.137 (گره‌ی شماره‌ی ۱)، 0.41 (گره‌ی شماره‌ی ۲)، 0.689 (گره‌ی شماره‌ی ۳) و 0.824 (گره‌ی شماره‌ی ۴)، راندمان کل پمپ PFR522، به ترتیب، برابر با 0.767 ، 0.808 ، 0.807 و 0.803 ، محاسبه گردید. از این رو، بر اساس تئوری بیان شده در بخش روش انجام پژوهش، دو کمیت Φ_ω و Φ_f ، در رابطه‌ی ۲۶، بر حسب سرعت نسبی (ω^*) و اختلاف فشار نسبی (Δp^*) برای پمپ پیستون شعاعی PFR522، به شرح زیر دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \Phi_\omega &= -0.0485 - 2.3 \times 10^{-3} \omega^* - 0.02 \Delta p^* \\ &\quad + 0.283 \Delta p^* \omega^* + 9.26 \times 10^{-3} (\omega^*)^2 \\ &\quad + 0.023 (\omega^*)^2 \Delta p^* \\ \Phi_f &= 0.0461 + 0.041 \Delta p^* \end{aligned}$$

بدین ترتیب، روند تغییرات راندمان کل پمپ پیستون شعاعی PFR522، بر حسب سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک، در نسبت‌های فشار 0.4 و 1 ، تعیین و در شکل ۶ نشان داده شده است. به منظور ارزیابی دقت مدل ریاضی، در شکل ۶، نتایج حاصل از اندازه‌گیری راندمان کل پمپ PFR522 و نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، آمده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، با نتایج تجربی در نسبت‌های فشار 0.4 و 1 ، به طور متوسط $4/3$ و $4/7$ درصد اختلاف دارند. روند تغییرات راندمان کل پمپ پیستون شعاعی PFR522 متناظر با نسبت‌های فشار 0.2 ، 0.4 ، 0.6 ، 0.8 و 1 ، در گستره‌ی وسیع‌تری از سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک، در شکل ۷، نشان داده شده است.



شکل ۹- روند تغییرات راندمان مکانیکی پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار مختلف

مطابق شکل ۹، در هر نسبت فشار، با افزایش سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک، راندمان مکانیکی پمپ پیستون شعاعی مفروض، اندکی افزایش، و سپس کاهش می‌یابد. در واقع، با افزایش سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک، اصطکاک میان اجزای ثابت و متحرک آن، به دلیل کاهش ضخامت فیلم روغن در سرعت‌های بالاتر محور، افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، افزایش اصطکاک میان اجزای ثابت و متحرک پمپ، با افزایش تلفات مکانیکی و در نتیجه‌ی آن، کاهش راندمان مکانیکی، همراه خواهد بود. این در حالی است که، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، تأثیر مثبتی بر کیفیت روانکاری اجزای ثابت و متحرک پمپ پیستونی و تلفات اصطکاکی آن دارد. بدین‌ترتیب، در شرایطی که محور خروجی موتور محرک با سرعت معینی دوران می‌کند، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی، موجب افزایش راندمان مکانیکی پمپ می‌گردد.

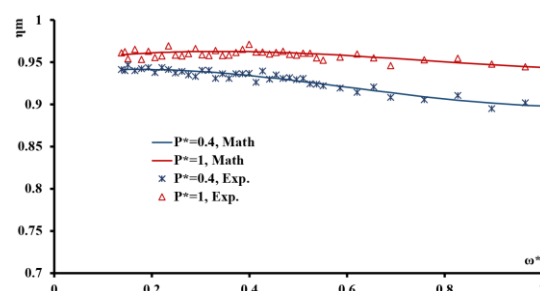
در شکل ۱۰، روند تغییرات گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور ورودی پمپ پیستون شعاعی PFR522 در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، بر اساس مجموعه روابط ریاضی ارایه شده در بخش روش انجام پژوهش و همچنین، نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی گشتاور در واحد تولید جریان روغن (شکل ۱)، نشان داده شده است.

ضمن، با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، بیشینه راندمان کل، به دلیل نشت بیشتر روغن، کاهش می‌یابد. همچنین، مشابه نمودار راندمان حجمی پمپ هیدرواستاتیک، روند تغییرات راندمان کل نیز شامل یک ناحیه‌ی بی‌اثر است. مطابق شکل ۷، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ موجب افزایش گستره‌ی ناحیه‌ی بی‌اثر در نمودار راندمان کل پمپ PR512 می‌گردد. به عبارت دیگر، با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، به دلیل افزایش حجم روغن نشتی، راندمان کل که متأثر از تلفات حجمی است، در سرعت دورانی بیشتری شروع به تغییر و افزایش می‌کند.

۳-۳- ارزیابی روند تغییرات راندمان مکانیکی پمپ

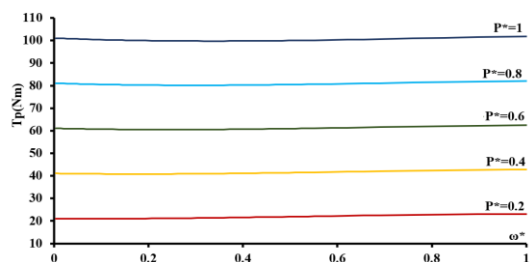
پیستون شعاعی مدل PFR522

روند تغییرات راندمان مکانیکی پمپ پیستون شعاعی PFR522 در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، در شکل ۸، نشان داده شده است. در شکل ۸، در کنار نتایج حاصل از اندازه‌گیری تجربی راندمان مکانیکی پمپ PFR522، نتایج حاصل از حل مدل ریاضی نیز آمده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نتایج تجربی حاصل از اندازه‌گیری تجربی راندمان مکانیکی پمپ پیستونی، در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، به طور متوسط ۳/۶ و ۳/۹ درصد، کمتر از نتایج حاصل از حل مدل ریاضی می‌باشند. پس از بررسی درستی مجموعه روابط ریاضی برای تخمین راندمان مکانیکی پمپ، در شکل ۹، روند تغییرات راندمان مکانیکی پمپ PFR522 متناظر با نسبت‌های فشار مختلف، در گستره‌ی وسیع‌تری از سرعت دورانی محور خروجی موتور محرک، ارایه شده است.



شکل ۸- روند تغییرات راندمان مکانیکی پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱

برابر حرکت دورانی محور پمپ، می‌گردد. از این رو، در شرایطی که محور ورودی پمپ با یک سرعت معین دوران می‌کند، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی، موجب افزایش گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور ورودی پمپ می‌گردد.

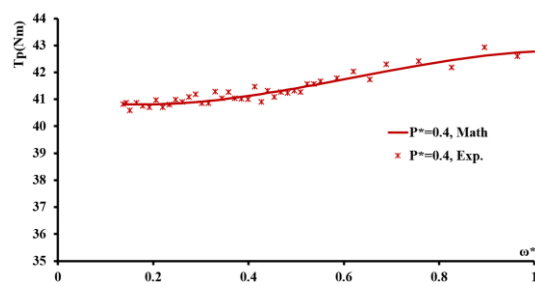


شکل ۱۱- روند تغییرات گشتاور پمپ PFR522 بر حسب سرعت محور در نسبت‌های فشار مختلف

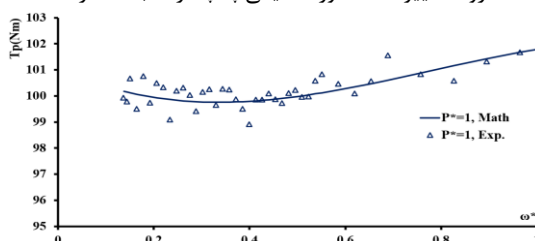
۴- نتیجه‌گیری

ارزیابی کارایی پمپ‌های هیدرواستاتیک در شرایط کاری مختلف، به منظور انتخاب بهینه آنها و همچنین، مدیریت مصرف انرژی در سامانه‌های انتقال توان هیدرولیکی، اهمیت دارد. شرکت‌های سازنده پمپ‌های هیدرواستاتیک، اطلاعات محدودی را در شرایط کاری مشخص، در کارنامه‌های فنی، ارائه می‌دهند. در این مقاله، به منظور دستیابی به عملکرد و کارایی پمپ پیستون شعاعی جابجایی ثابت، در شرایط کاری مختلف، مدلی ریاضی ارائه گردید. در این مدل ریاضی، ضمن تعیین راندمان‌های حجمی، مکانیکی و کل پمپ پیستون شعاعی، امکان پیش‌بینی دبی روغن خروجی و گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور ورودی پمپ هیدرولیک، در شرایط کاری مختلف وجود دارد. در ضمن، برای بررسی درستی نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، طراحی و ساخت واحد تولید جریان، شامل پمپ پیستون شعاعی جابجایی ثابت، به منظور، اندازه‌گیری کمیت‌های مستقل و وابسته‌ی مختلف، انجام گرفت. در زیر به برخی نتایج حاصل از این پژوهش اشاره می‌شود:

- متوسط اختلاف میان نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی کمیت‌های وابسته شامل، راندمان حجمی، راندمان مکانیکی و راندمان کل، به ترتیب، کمتر از ۳/۵، ۳/۸ و ۴/۵ درصد تعیین گردید.
- روند تغییرات راندمان‌های حجمی و کل پمپ پیستون شعاعی بر حسب سرعت دورانی محور ورودی، در نسبت‌های



الف: روند تغییرات گشتاور مکانیکی پمپ در نسبت فشار ۰/۴



ب: روند تغییرات گشتاور مکانیکی پمپ در نسبت فشار ۱

شکل ۱۰- روند تغییرات گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور پمپ پیستون شعاعی PFR522 بر حسب سرعت دورانی محور ورودی در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱

مطابق شکل ۱۰، نتایج حاصل از حل مدل ریاضی با نتایج تجربی، در نسبت‌های فشار ۰/۴ و ۱، به طور متوسط، ۳/۲ و ۳/۵ درصد اختلاف دارند. بر این اساس، با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ پیستونی مفروض و افزایش نشت روغن در محفظه‌ی درونی پمپ، اختلاف میان نتایج تجربی و نتایج حاصل از حل مدل ریاضی، افزایش می‌یابد.

در شکل ۱۱ نیز، روند تغییرات گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور پمپ PFR522 در نسبت‌های فشار مختلف نشان داده شده است. مطابق شکل ۱۱، در هر نسبت فشار، با افزایش سرعت دورانی محور ورودی، گشتاور لازم برای حرکت اجزای متحرک پمپ هیدرواستاتیک، اندکی کاهش و سپس، به طور جزئی، افزایش می‌یابد. در واقع، در شروع به کار پمپ، گشتاور لازم برای حرکت محور دورانی آن، به دلیل کاهش اصطکاک میان اجزای ثابت و متحرک، اندکی با کاهش همراه خواهد بود. این در حالی است که با افزایش سرعت دورانی محور ورودی پمپ پیستونی، اصطکاک میان اجزای ثابت و متحرک پمپ و در نتیجه، گشتاور لازم برای حرکت دورانی محور ورودی، به دلیل کاهش ضخامت فیلم روغن در سرعت‌های بالاتر، افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، مطابق شکل ۱۱، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، موجب اعمال نیروی مقاوم بیشتر در

- equipped with constant pressure regulators with different linear performance characteristics. *Energies* 15(21): 8100.
- [8] Costa G, Sepehri N (2018) Understanding the overall efficiency of hydrostatic pumps and motors. *Int. J. Fluid Power* 19(1): 106-116.
- [9] Banaszek A (2021) Identifying optimal efficiency exploitation conditions of axial piston hydraulic motor A2FM type using Artificial Neural Network algorithms. *Procedia Computer Science* 192(3):1532-1540.
- [10] Zardin B, Natali E, Borghi M (2019) Evaluation of the hydro-mechanical efficiency of external gear pumps. *Energies* 12(13): 2468.
- [11] Szwemin P, Fiebig W (2021) The influence of radial and axial gaps on volumetric efficiency of external gear pumps. *Energies* 14(15): 4468.
- [12] Sola R, Veronesi P, Zardin B, Borghi M (2020) A study on PVD coatings for the reduction of friction and wear of swashplate axial piston pumps and motors. *Int. J. Italian Assoc. Metallurgy* 112 (3):14-23.
- [13] Sledziewski P (2022) The methodology of design of satellite working mechanism of positive displacement machine. *Scientific Reports* 12: 13685.
- [14] Devendran R, Vacca A (2014) A novel design concept for variable delivery flow external gear pumps and motors. *Int. J. Fluid Power* 15(3): 121-137.
- [15] Rituraj R, Vacca A, Rigosi M (2021) Modeling and validating hydro-mechanical losses in pressure-compensated external gear machines. *Mechanism and Machine Theory* 161: 104310.
- [16] Rituraj R, Vacca A (2021) Investigation of flow through curved constrictions for leakage flow modeling in hydraulic gear pumps. *Mechanical Systems and Signal Processing* 153(15): 107503.
- [17] Del-Campo D, Castilla R, Rauch G, Gamez-Montero P, Codina E (2014) Pressure effects on the performance of external gear pumps under cavitation. *J. Mech. Eng. Sci.* 228(16): 2925-2937.
- [18] Todić N, Savić S, Gordić D, Petrović R (2022) Experimental research of the hydrodynamic processes of an axial piston water hydraulic pump. *Machines* 10(9): 728.
- [19] Lesniewski T, Stosiak M, Lubecki M, Krawczyk J (2022) Wear resistance of selected anti-wear coatings used in multi-material composite hydraulic cylinders. *Aviation* 26(3): 153-159.
- [20] Muzzioli G, Paini G, Denti F, Paltrinieri F, Montorsi L, Milani (2022) A lumped parameter and CFD combined approach for the lubrication analysis of a helical gear transmission. *J. Phys.* 2385: 012034.
- فشار مختلف، به دلیل وجود نشت روغن، شامل یک ناحیه‌ی بی‌اثر است. افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، موجب افزایش دبی روغن‌های نشستی و در نتیجه‌ی آن، گسترش ناحیه‌ی بی‌اثر در نمودارهای راندمان حجمی و کل پمپ پیستون شعاعی می‌گردد.
- نمودار راندمان کل پمپ پیستون شعاعی در محدوده‌ی معینی از سرعت محور ورودی، بیشینه خواهد بود. با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ پیستون شعاعی، راندمان کل، در سرعت‌های دورانی بیشتر محور ورودی، بیشینه خواهد بود. همچنین، با کاهش نسبت فشار، روند نزولی راندمان کل پمپ پیستون شعاعی، پس از نقطه‌ی بیشینه، قابل توجه بود. در ضمن، با افزایش فشار روغن در مجرای خروجی پمپ، بیشینه راندمان کل، به دلیل نشت بیشتر روغن، کاهش می‌یابد.
- با افزایش سرعت دورانی محور ورودی پمپ پیستون شعاعی در هر نسبت فشار معین، راندمان مکانیکی، اندکی تغییر می‌کند. در حالی که، در هر سرعت دورانی محور پمپ پیستونی، افزایش فشار روغن در مجرای خروجی، موجب افزایش راندمان مکانیکی پمپ می‌گردد.

مراجع

- [1] Chiavola O, Frattini E, Palmieri F, Fioravanti A, Marani P (2023) On the efficiency of mobile hydraulic power packs operating with new and aged eco-friendly fluids. *Energies* 16(5): 5681.
- [2] Novakovic B, Radovanovic L, Zuber N, Radosav D, Dordevic L, Kavalic M (2022) Analysis of the influence of hydraulic fluid quality on external gear pump performance. *Maintenance and Reliability* 24(2): 260-268.
- [3] Banaszek A, Petrovic R, Andjelkovic M, Radosavljevic M (2023) Comparative analysis of the overall efficiency of a hydraulic pump unit with and without a separate pre-charging system. *Energies* 16(5): 2201.
- [4] Mahato A, Ghoshal S (2021) Energy-saving strategies on power hydraulic system. *J. Systems and Control Engineering* 235(2): 147-169.
- [5] Sliwinski P (2021) Determination of the theoretical and actual working volume of a hydraulic motor. *Energies* 14(6): 1648.
- [6] Vacca A (2018) Energy efficiency and controllability of fluid power systems. *Energies*, 11(5): 1169.
- [7] Banaszek A, Petrovic R, Andjelkovic M, Radosavljevic M (2022) Concept of efficiency of a twin-two-pump hydraulic power pack with pumps