



همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی چندگانه نامعین مبتنی بر طراحی روینگر غیرخطی بهینه: یک

رویکرد تضمین‌کننده ارتباط امن

علی اژدري^۱، علیرضا الفی^{۲*}، جواد کیقبادی^۳

^۱ دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران.

^۲ استاد، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران.

^۳ استادیار، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۱/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۲/۳۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۴/۹

چکیده

در این مقاله، مساله همزمان‌سازی تصویری و انتقال اصلاح‌شده را در حضور عدم قطعیت و سیگنال‌های اغتشاش با استفاده از یک روینگر بهینه مبتنی بر الگوریتم ابرپیچشی برای چندین سیستم آشوبناک شامل یک سیستم محرک و دو سیستم پاسخ بررسی می‌شود. به منظور تخمین پارامترهای نامعلوم و همچنین مقابله سریع با سیگنال‌های اغتشاش، یک ناظر ابرپیچشی با زمان همگرایی محدود طراحی می‌شود. سپس، بر اساس قضیه پایداری لیاپانوف، یک کنترل‌کننده با زمان همگرایی محدود برای تضمین همگام‌سازی آشوب با همگرایی خطای روینگر به سمت صفر طراحی می‌گردد. قانون کنترل پیشنهادی را می‌توان در سیستم‌های ارتباط امن آشوبناک برای افزایش امنیت استفاده کرد. علاوه بر این، یک روش الحاق آبشاری پیشنهاد می‌کنیم که برای استفاده در کاربردهای ارتباط امن، در مقایسه با روش‌های قبلی ایمن‌تر است. در نهایت، شبیه‌سازی عددی در مقایسه با کارهای مرتبط ارائه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، استحکام و کارایی رویکرد پیشنهادی را در مواجهه با عدم قطعیت و سیگنال‌های اغتشاش نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم‌های آشوبی چندگانه؛ روینگر ابرپیچشی؛ همزمان‌سازی؛ آنالیز پایداری؛ بهینه‌سازی.

Synchronization of Uncertain Multiple Chaotic Systems Based on an Optimal Nonlinear Observer: A Secure Communication Approach

Ali Azhdari¹, Alireza Alfi^{2*}, Javad Keighobadi³

¹ Graduated Master Degree, Faculty of Electrical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

² Prof., Faculty of Electrical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

³ Assist. Prof., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Abstract

In this paper, using an optimal observer-based super-twisting approach, a modified projective and transmission synchronization in the presence of uncertainty and disturbance signals is investigated for multiple chaotic systems involving one drive system and two response systems. First, in order to estimate the uncertain terms along with quickly deal with the disturbance signals, an optimal finite-time super-twisting observer is designed. Based on the Lyapunov stability theorem, a finite-time controller is then developed to ensure the chaos synchronization by converging observer error systems to zero. The proposed control law can be applied in chaotic secure communication systems to increase security. Additionally, we introduce the cascade inclusion method, which is more secure in comparison with previous approaches, for secure communication applications. Finally, the numerical simulations in comparison with related works are provided. The simulation results illustrate the robustness and effectiveness of the proposed control approach in the presence of uncertainty and disturbances.

Keywords: Multiple Chaotic Systems; Super-twisting Observer; Synchronization; Stability Analysis; Optimization.

۱- مقدمه

سیستم‌های آشوبناک چندگانه از بیش از یک جاذب آشوبناک تشکیل شده‌اند، به این معنی که بسته به پارامترها می‌توانند چندین شکل از رفتار آشوبناک را نمایش دهند. یک سیستم آشوبناک اساساً دارای دینامیک پیچیده و غیرخطی است که به دلیل حساسیت به شرایط اولیه نمی‌تواند به طور مجانبی به یک نقطه پایدار همگرا شود؛ اما محققین ثابت می‌کنند که می‌توان آن را با طراحی یک قانون کنترل مناسب، همگام‌سازی کرد. آنها نشان می‌دهند که چنین سیستم‌هایی می‌توانند زمانی همگام شوند که مشتقات توابع لیاپانوف زیرسیستم‌ها همگی دارای علامت منفی باشند [۱ و ۲]. همگام‌سازی در سیستم‌های آشوبناک پدیده‌ای است که در آن دو یا چند سیستم آشوبناک یک ویژگی معین از حرکت خود را به دلیل یک کوپلینگ یا نیرو، به یک رفتار مشخص تنظیم می‌کنند.

در چند سال گذشته، مسئله همگام‌سازی سیستم‌های آشوبناک به موضوعی جذاب برای دانشمندان تبدیل شده‌است. اخیراً توجه بیشتری به سیستم‌های آشوبناک چندگانه در چندین زمینه مانند ارتباط امن [۳]، پزشکی [۴]، رمزنگاری تصویر [۵] و شبکه‌های نوری غیرفعال [۶] شده‌است. می‌توانیم دو روش همگام‌سازی شناخته شده را در کارهای گزارش شده برای سیستم‌های آشوبناک چندگانه پیدا کنیم [۷]. روش اول همگام‌سازی انتقال حلقه‌ای است. با استفاده از مزایای کلی رویکرد کنترل حلقه‌ای و طرح همگام‌سازی خوشه‌ای برای شبکه‌های دینامیکی محرک-پاسخ و گسترش آن‌ها به سیستم‌های چندگانه با شرایط اولیه مختلف، این کار با همگام‌سازی سیستم اول با سیستم دوم و به همین ترتیب تا آخرین سیستم انجام می‌شود. این روش می‌تواند اطمینان حاصل کند که هر سیستم آشوبناک با یکدیگر همگام می‌شود. روش دوم، همگام‌سازی تصویری است که شامل همبستگی حالت‌های سیستم‌ها با استفاده از ضرایب مقیاس ۱ و ۱- می- باشد. همگام‌سازی تصویری نشان می‌دهد که چگونه سیستم پاسخ با یک عامل متناسب با سیستم محرک همگام می‌شود، زمانی که یک کنترل‌کننده مناسب طراحی شده باشد (برای جزئیات بیشتر به [۸ و ۹] مراجعه کنید).

مسئله همگام‌سازی آشوبناک به سناریویی در کنترل آشوب اشاره دارد که در آن سیستم محرک، به عنوان مرجع مورد نظر،

باید به سمت سیستم پاسخ همگرا شود. در مسئله کنترل غیرخطی، همگام‌سازی با تعریف دینامیک خطا به عنوان تفاوت بین سیستم‌های محرک و پاسخ و کاهش آن به صفر، حاصل می‌شود که منجر به همگام‌سازی دو سیستم آشوبناک می‌شود. بسیاری از مطالعات از روش‌های کنترل غیرخطی برای همگام‌سازی سیستم‌های آشوبناک بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف استفاده کرده‌اند. برای همگام‌سازی سیستم‌های چندگانه آشوبناک، مرجع [۱۰] کنترل ضربه‌ای را معرفی می‌کند. کنترل‌کننده‌های بازخورد مناسب در [۱۱ و ۱۲] برای پایداری سیستم حلقه بسته در مبدا و همگام‌سازی دو سیستم آشوبناک طراحی شده‌اند. در [۱۳]، عملکرد کنترل فعال و کنترل پسگام، به منظور همگام‌سازی سیستم‌های آشوبناک مورد مطالعه قرار گرفته‌است. همگام‌سازی یک سیستم چندگانه آشوبناک با استفاده از یک روش کنترل تطبیقی در [۸] حاصل می‌شود. این روش به طور موثر سیستم‌ها را پایدار می‌کند و پارامترهای ناشناخته را تخمین می‌زند. با این حال، ضعف اصلی در این مطالعات نادیده گرفتن سیگنال‌های اغتشاش و عدم قطعیت‌ها است.

یک سیستم آشوبناک به عنوان یک سیستم دینامیکی غیرخطی پیچیده، به شرایط اولیه بسیار حساس است. این ویژگی می‌تواند رفتار سیستم‌های آشوبناک را مختل و از هم گسیخته کند. با این حال، بسیاری از روش‌های کنترل اخیراً برای رسیدگی به این مسئله توسعه یافته‌اند. همگام‌سازی یک سیستم آشوبناک چندحالتی، متشکل از سیستم‌های آشوبناک چوا و دو سیستم آشوبناک راسلر با تأخیر زمانی، از طریق تلفیق کنترل تطبیقی و روش‌های کنترل مقاوم حاصل می‌شود [۱۴]. علاوه بر این، در [۱۵]، یک روش کنترل بازخورد تطبیقی مقاوم برای پایداری سیستم حلقه بسته، مقابله با عدم قطعیت‌ها و اطمینان از سرعت همگرایی سریع معرفی شده‌است. با این حال، این روش‌ها می‌توانند از نظر پیچیدگی طراحی و پیاده‌سازی نسبت به رویکردهای کنترل سنتی چالش برانگیز باشند. علاوه بر این، آنها در برابر نویز و محدودیت‌های مدل‌سازی حساس هستند [۱۶]. اگرچه روش‌های کنترل تطبیقی با هدف سازگاری با دینامیک متغیر سیستم هستند، ولی نمی‌توانند عملکرد مقاوم را در هر حالتی تضمین کنند. با وجود اینکه روش‌های همگام‌سازی مبتنی بر کنترل لغزشی طراحی ساده‌ای دارند، اما مهم‌ترین عیب آن‌ها

- طراحی یک رويتر ابرپيچشی برای تخمین همزمان عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات، که در مقایسه با رويترهای معمولی [۳ و ۸]، از همگرایی سریع‌تر و مقاومت بالاتری برخوردار است.
- ارائه یک کنترل‌کننده با زمان محدود مبتنی بر تحلیل پایداری لیاپانوف، که در مقابل روش‌های کنترل تطبیقی [۱۷] و کنترل لغزشی سنتی، از دقت بالاتر و اثر چترینگ کاهش‌یافته‌ای برخوردار است.
- معرفی روش الحاق آبشاری برای ارتباطات امن، که برخلاف روش‌های مرسوم از جمله ماسک کردن [۲۰] و مدولاسیون [۲۲]، با ترکیب دو سیستم آشوبناک، امنیت سیگنال‌های انتقالی را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد و شناسایی پیام را برای مهاجمان دشوارتر می‌سازد.
- بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی با الگوریتم ژنتیک، که در مقایسه با روش‌های دستی تنظیم پارامتر [۱۳ و ۲۵]، منجر به کاهش خطای همگام‌سازی و بهبود عملکرد سیستم می‌شود.

ادامه این مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: ساختار سیستم چندآشوبناک شامل یک سیستم محرک و چندین سیستم پاسخ‌دهنده می‌گردد. پس از آن، یک مطالعه موردی ارائه می‌شود که در آن یک رويتر اغتشاش بهینه برای همگام‌سازی اصلاح شده طراحی می‌شود تا عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را ارزیابی کرده و تأثیر آن‌ها را بر پاسخ سیستم به حداقل برساند. سپس، کنترل‌کننده با زمان محدود طراحی شده و در نهایت، نتایج شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری ارائه می‌شوند.

۲- مضامین پایه‌ای

با در نظر گرفتن تعداد N سیستم آشوبی نامعین m بعدی، شامل یک سیستم محرک و $N - 1$ سیستم پاسخ، مدل ریاضی زیر را می‌توان برای سیستم محرک معرفی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{11}(t) &= q_{11}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) \\ &+ \Delta Q_{11}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) + b_{11}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

پدیده چترینگ است که دقت و عملکرد کنترل را کاهش می‌دهد. در [۱۷]، ترکیبی از فیدبک غیرخطی و روش کنترل لغزشی انتگرالی برای دستیابی به همگام‌سازی سریع و دقیق سیستم‌های آشوبناک نامعین مورد بررسی قرار گرفته است. این روش اگرچه در برابر اغتشاشات مقاوم است، اما به طور کامل مشکل چترینگ را برطرف نمی‌کند. اگرچه خطاهای همگام‌سازی به طور موثر به سمت مبدا تنظیم می‌شوند، اما همگرایی خطاها به صفر سریع نیست و منجر به همگام‌سازی کندتر می‌شود؛ لذا به طور خلاصه، حساسیت بالا به شرایط اولیه و وابستگی شدید به پارامترهای سیستم، وجود عدم قطعیت‌های مدل‌سازی و اغتشاشات خارجی، ماهیت غیرخطی این سیستم‌ها، مشکل چترینگ در کنترل‌کننده‌های لغزشی و زمان محاسباتی بالا در روش‌های تطبیقی، از چالش‌های پیش‌رو در طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های آشوبناک هستند.

برای رفع چالش‌های مذکور، در این مقاله، یک روش ابرپيچشی بهینه مبتنی بر رويتر ارائه می‌شود. در این روش، از یک رويتر ابرپيچشی برای تخمین اغتشاشات یک سیستم غیرخطی در زمان محدود و کاهش چترینگ استفاده می‌شود. مکانیزم طراحی این رويتر بر پایه بکارگیری الگوریتم ابرپيچشی برای تولید یک قانون تخمین پیوسته و مقاوم است که همگرایی خطای تخمین و مشتق آن را به صفر تضمین می‌کند. سپس، یک کنترل‌کننده با زمان محدود برای تضمین همگام‌سازی آشوب با همگرایی خطای سیستم‌های رويتر به صفر بر اساس مسئله پایداری لیاپانوف پیشنهاد می‌شود. برای بهینه‌سازی چارچوب کنترلی پیشنهادی، از الگوریتم ژنتیک (GA) استفاده می‌شود. از آنجایی که سیستم‌های آشوبناک می‌توانند همگام‌سازی شوند، می‌توان از آن‌ها در ارتباطات امن استفاده کرد. از طریق دینامیک آشوبناک پیچیده، ارتباطات امن اطلاعات را ماسک می‌کند [۱۸ و ۱۹]. سه روش ارتباط امن معرفی شده است: ماسک کردن [۲۰ و ۲۱]، مدولاسیون [۲۲] و الحاق [۲۳]. در این مقاله، ما الحاق آبشاری را برای افزایش امنیت لینک ارتباطی پیشنهاد می‌کنیم که آن را ایمن‌تر می‌سازد؛ در نتیجه، پیش‌بینی رفتار حامل توسط مهاجم دشوار بوده و بنابراین یافتن طیف سیگنال پیام نهفته در آن تقریباً غیرممکن است. به طور کلی، در مقایسه با روش‌های پیشین، نوآوری‌های اصلی این مقاله عبارتند از:

لم ۱ [۲۴]: بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف، برای هر x در رابطه $\dot{V}(x) + k_1 V(x) + k_2 V^\epsilon(x) \leq 0$ به ازای $k_1, k_2 > 0$ و $\epsilon \in (0, 1)$ ، شرط زمان محدود به صورت زیر بیان می‌شود:

$$T \leq \frac{1}{k_1(1-\epsilon)} \ln \frac{k_1 V^{1-\epsilon}(x(0)) + k_2}{k_2} \quad (۳)$$

تذکره ۱: کنترل‌کننده همزمان‌سازی مبتنی بر روینگر اغتشاش، به صورت زمان محدود طراحی خواهد شد؛ لذا دینامیک خطا بایستی به طور مجانبی به مقدار صفر همگرا شود:

$$\lim_{t \rightarrow T} \|e_n\| = \lim_{t \rightarrow T} \|x_1 - \omega_n x_n\| = 0 \quad (۴)$$

برای $t \geq T$ و $n = 2, 3, \dots, N$ ، توجه کنید ω_n ماتریسی قطری $m \times m$ است که به صورت $\omega_n = \text{diag}\{\omega_{n1}, \omega_{n2}, \dots, \omega_{nm}\}$ تعریف می‌شود که هر کدام از درایه‌های ماتریس مذکور، اسکالرهایی غیر صفری هستند که توسط طراح انتخاب می‌شوند.

۳- طرح همزمان‌سازی پیشنهادی

۳-۱- طراحی روینگر فرایپچشی

به کمک روابط (۱)، (۲) و (۴)، دینامیک خطا عبارتست از:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ni} &= \dot{x}_{1i} - \omega_{ni} \dot{x}_{ni} \\ &= q_{1i}(x_1) + \Delta Q_{1i}(x_1) + b_{1i} - \omega_{ni}(q_{ni}(x_n) + \Delta Q_{ni}(x_n) + b_{ni} + u_{ni}) \\ &= q_{1i}(x_1) - \omega_{ni} q_{ni}(x_n) + B_{ni} - \omega_{ni} u_{ni} \end{aligned} \quad (۵)$$

که B_{ni} برابر $\Delta Q_{1i}(x) - \omega_{ni} \Delta Q_{ni}(x) + b_{1i} - \omega_{ni} b_{ni}$ در نظر گرفته می‌شود.

فرض ۱ [۱۷]: با در نظر گرفتن عدم قطعیت مجتمع به صورت $B_{ni} = \Delta Q_{1i}(x_1) + b_{1i}(t) - \omega_{ni}(\Delta Q_{ni}(x_n) + b_{ni}(t))$ ، شرط کراندار بودن آن توسط $|B_{ni}(x_1, x_n, t)| \leq \sigma_i$ و مشتق آن به صورت $|\dot{B}_{ni}(x_1, x_n, t)| \leq E_i$ در نظر گرفته می‌شوند که σ_i و E_i مقادیر ثابت مثبت و معلوم هستند. حال، روینگر اغتشاش مبتنی بر الگوریتم فرایپچشی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{12}(t) &= q_{12}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) \\ &+ \Delta Q_{12}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) + b_{12}(t) \\ &\dots \\ \dot{x}_{1m}(t) &= q_{1m}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) \\ &+ \Delta Q_{1m}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) + b_{1m}(t) \end{aligned}$$

که $x_1 = [x_{11}(t), x_{12}(t), \dots, x_{1m}(t)]^T$ بردار حالت سیستم محرک، $q_1(x_1) = [q_{11}(x_1), \dots, q_{1m}(x_1)]^T$ بردار توابع غیر خطی، $\Delta Q_1(x_1) = [\Delta Q_{11}(x_1), \dots, \Delta Q_{1m}(x_1)]^T$ بردار عدم قطعیت‌های مدل، $b_1(t) = [b_{11}(t), \dots, b_{1m}(t)]^T$ بردار اغتشاشات خارجی است؛ همچنین، فرم کلی زیر برای توصیف $N - 1$ سیستم پاسخ با ورودی‌های کنترلی ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n1}(t) &= q_{n1}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + u_{n1} \\ &+ \Delta Q_{n1}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + b_{n1}(t) \\ \dot{x}_{n2}(t) &= q_{n2}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + u_{n2} \\ &+ \Delta Q_{n2}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + b_{n2}(t) \\ &\dots \\ \dot{x}_{nm}(t) &= q_{nm}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + u_{nm} \\ &+ \Delta Q_{nm}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + b_{nm}(t) \end{aligned} \quad (۲)$$

که $x_n = [x_{n1}(t), x_{n2}(t), \dots, x_{nm}(t)]^T$ بردار حالت سیستم-های پاسخ، $q_n(x_n) = [q_{n1}(x_n), \dots, q_{nm}(x_n)]^T$ بردار توابع غیر خطی، $\Delta Q_n(x_n) = [\Delta Q_{n1}(x_n), \dots, \Delta Q_{nm}(x_n)]^T$ بردار عدم قطعیت‌های مدل، $b_n(t) = [b_{n1}(t), b_{n2}(t), \dots, b_{nm}(t)]^T$ بردار اغتشاشات خارجی برای $n = 2, 3, \dots, N$ می‌باشند.

به منظور تحقق هدف همزمان‌سازی زمان محدود، لم زیر مورد نیاز است:

$$\begin{aligned}
 \dot{\zeta} &= \left[\frac{1}{2|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \dot{\tilde{e}}_{ni}, \dot{\tilde{B}}_{ni} \right]^T \\
 &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left[\frac{1}{2} \dot{\tilde{e}}_{ni}, |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \dot{\tilde{B}}_{ni} \right]^T \\
 &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\begin{bmatrix} -0.5\psi_{ni} & 0.5 \\ -\kappa_{ni} & 0 \end{bmatrix} \right. \\
 &\quad \times \left. \begin{bmatrix} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) \\ \tilde{B}_{ni} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \dot{B}_{ni} \end{bmatrix} \right) \\
 &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} (A\dot{\zeta} - Q\dot{B})
 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

که $\bar{B} = |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \dot{B}_{ni}$ و $Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} -0.5\psi_{ni} & 0.5 \\ -\kappa_{ni} & 0 \end{bmatrix}$ مشتق V_1 به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= \dot{\zeta}^T P \zeta + \zeta^T P \dot{\zeta} \\
 &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\begin{matrix} \zeta^T A^T P \zeta \\ + \zeta^T P A \zeta - \bar{B} (Q^T P \zeta + \zeta^T P Q) \end{matrix} \right) \\
 &\leq \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\begin{matrix} \zeta^T A^T P \zeta \\ + \zeta^T P A \zeta + \bar{B}^2 + \zeta^T P Q Q^T P \zeta \end{matrix} \right)
 \end{aligned} \quad (۱۲)$$

با توجه به فرض ۱ و تعریف $\bar{B}$ ، معادله (۱۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &\leq \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\begin{matrix} \zeta^T A^T P \zeta \\ + \zeta^T P A \zeta + \bar{B}^2 + \zeta^T P Q Q^T P \zeta \end{matrix} \right) \\
 &\leq \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \zeta^T \left(\begin{matrix} A^T P \\ + P A + P Q Q^T P \\ + E_i^2 \Gamma^T \Gamma \end{matrix} \right) \zeta
 \end{aligned} \quad (۱۳)$$

که در آن $B' = -(A^T P + P A + P Q Q^T P + E_i^2 \Gamma^T \Gamma)$ و $\Gamma = [1 \ 0]$ به کمک روابط قبل، می‌توان B' را به صورت زیر مرتب کرد:

$$\begin{aligned}
 B' &= - \begin{bmatrix} b'_{11} & b'_{12} \\ b'_{12} & b'_{22} \end{bmatrix} \\
 b'_{11} &= -\psi_{ni}^3 + \psi_{ni}^2 - 3\psi_{ni} - \kappa_{ni}\psi_{ni} + E_i^2 \\
 b'_{12} &= \psi_{ni}^2 - \psi_{ni}, \quad b'_{22} = 1 - \psi_{ni}
 \end{aligned} \quad (۱۴)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{e}}_{ni} &= q_{1i}(x_1) - \omega_{ni} q_{ni}(x_n) + \hat{B}_{ni} \\
 &\quad - \omega_{ni} u_{ni} \\
 &\quad - \psi_{ni} |\hat{e}_{ni} - e_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\hat{e}_{ni} - e_{ni}) \\
 \dot{\hat{B}}_{ni} &= -\kappa_{ni} \text{sign}(\hat{e}_{ni} - e_{ni})
 \end{aligned} \quad (۶)$$

که ψ_{ni} و κ_{ni} مقادیر ثابت مثبت هستند. با توجه به روابط (۵) و (۶) داریم:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{e}}_{ni} &= -\psi_{ni} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) + \tilde{B}_{ni} \\
 \dot{\tilde{B}}_{ni} &= -\kappa_{ni} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) - \tilde{B}_{ni}
 \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن $\tilde{B}_{ni} = \hat{B}_{ni} - B_{ni}$ و $\tilde{e}_{ni} = \hat{e}_{ni} - e_{ni}$ برای اثبات پایداری همگرایی روبینگر پی‌شنهادی، بردار خطا را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\zeta^T = [\zeta_1, \zeta_2] = [|\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}), \tilde{B}_{ni}] \quad (۸)$$

تابع لیاپانوف به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$V_1 = \zeta^T P \zeta \quad (۹)$$

که P ماتریس مثبت معین است که به صورت $\begin{bmatrix} 2\kappa_{ni} + \psi_{ni}^2 & -\psi_{ni} \\ -\psi_{ni} & 1 \end{bmatrix}$ انتخاب می‌شود که مثبت معین بودن آن در ادامه اثبات می‌شود.

$$\begin{aligned}
 V_1 &= [|\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}), \tilde{B}_{ni}] \begin{bmatrix} 2\kappa_{ni} + \psi_{ni}^2 & -\psi_{ni} \\ -\psi_{ni} & 1 \end{bmatrix} \\
 &\quad \times \begin{bmatrix} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) \\ \tilde{B}_{ni} \end{bmatrix} \\
 &= \psi_{ni}^2 |\tilde{e}_{ni}| + \tilde{B}_{ni}^2 + 2\kappa_{ni} |\tilde{e}_{ni}| \\
 &\quad - 2\tilde{\beta}_{ni} \psi_{ni} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) \\
 &= 2\kappa_{ni} |\tilde{e}_{ni}| + (\psi_{ni} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) + \tilde{B}_{ni})^2 > 0
 \end{aligned}$$

از طرفی ζ به صورت زیر بدست می‌آید:

حال پایداری روتگر پیشنهادی به کمک روش ناتساوی ماتریس خطی (LMI) و در نظر گرفتن قیود زیر محقق می شود:

$$\begin{aligned} 1 - \psi_{ni} &< 0 \\ -\psi_{ni}^3 + \psi_{ni}^2 - 3\psi_{ni} - \kappa_{ni}\psi_{ni} + E_i^2 - (\psi_{ni}^2 - \psi_{ni})(1 - \psi_{ni})^{-1}(\psi_{ni}^2 - \psi_{ni}) &< 0 \end{aligned} \quad (۱۵)$$

لذا داریم:

$$\begin{aligned} \psi_{ni} &> 1 \\ \kappa_{ni} &> \frac{-\psi_{ni}(E_i^2 + 3) + E_i^2 + 3\psi_{ni}^2}{\psi_{ni}^2 + \psi_{ni}} \end{aligned} \quad (۱۶)$$

بنابراین مشتق تابع منتخب لیانوف با در نظر گرفتن شروط فوق، به صورت زیر بازنویسی می شود که دلالت بر پایداری روتگر پیشنهادی دارد.

$$\dot{V}_1 \leq -|\tilde{e}_{ni}|^{-0.5} \zeta^T B' \zeta \quad (۱۷)$$

۳-۲- طراحی کنترل کننده پیشنهادی

در این بخش، کنترل کننده مبتنی بر الگوریتم فراپیشگی به منظور تحقق همزمان سازی و پایداری سیستم حلقه بسته به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$\begin{aligned} u_{ni} &= \frac{1}{\omega_{ni}} (q_{1i} + \hat{B}_{ni}) - q_{ni} \\ &+ \frac{1}{\omega_{ni}} (\phi_{ni} e_{ni} + \beta_{ni} |e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni})) \end{aligned} \quad (۱۸)$$

که ϕ_{ni} و β_{ni} مقادیر مثبت هستند که بین صفر و یک انتخاب می شوند. با جایگذاری قانون کنترل پیشنهادی در $\dot{e}_{ni}$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ni} &= \\ -\tilde{B}_{ni} - \phi_{ni} e_{ni} - \beta_{ni} |e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni}) \end{aligned} \quad (۱۹)$$

با تابع لیانوف $V_2 = 0.5e_{ni}^2$ و مشتق گیری از آن داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_{ni} \begin{pmatrix} -\tilde{B}_{ni} - \phi_{ni} e_{ni} \\ -\beta_{ni} |e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni}) \end{pmatrix} \\ &= -\tilde{B}_{ni} e_{ni} - \phi_{ni} e_{ni}^2 - \beta_{ni} |e_{ni}|^\delta |e_{ni}| \end{aligned} \quad (۲۰)$$

با توجه به بخش ۳-۱، دینامیک خطای روتگر پایدار است و لذا مقدار ثابتی وجود دارد، به قسمی که $|\tilde{B}_{ni}| \leq \eta_{ni}$ ؛ لذا داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \eta_{ni} |e_{ni}| - \phi_{ni} e_{ni}^2 \\ -\beta_{ni} |e_{ni}|^\delta |e_{ni}| &\leq \eta_{ni} |e_{ni}| \end{aligned} \quad (۲۱)$$

حال با توجه به ناتساوی بدیهی $ab \leq \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq 0.5(\eta_{ni}^2 + e_{ni}^2) \\ &= V_2 + q_{ni} \end{aligned} \quad (۲۲)$$

که در آن $q_{ni} = 0.5\eta_{ni}^2$. لذا می توان نوشت:

$$V_2 \leq V_2(0)e^t - q_{ni} \quad (۲۳)$$

در نتیجه با استناد به فرم توسعه یافته وینتر [۲۵] می توان نتیجه گرفت که e_n در یک زمان محدود، کراندار است. در ادامه، تذکر ۲، علت این امر را با ذکر جزئیات ارائه می دهد. شکل ۱ بلوک دیاگرام روش پیشنهادی را نشان می دهد که شامل سه بخش اصلی، روتگر فراپیشگی به منظور تخمین نامعینی ها، کنترل کننده مقاوم زمان محدود و الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه سازی پارامترهای کنترل کننده است.

تذکر ۲: بررسی زمان محدود بودن طرح پیشنهادی به صورت زیر اثبات می گردد:

برای تابع لیانوف (مثبت معین) $V_1 = \zeta^T P \zeta$ رابطه زیر بدیهی است:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P) \|\zeta\|^2 &\leq \zeta^T P \zeta \\ &\leq \lambda_{\max}(P) \|\zeta\|^2 \end{aligned} \quad (۲۴)$$

که $\|\zeta\|^2 = \zeta_1^2 + \zeta_2^2 = |\tilde{e}_{ni}| + \tilde{B}_{ni}^2$. از طرفی واضح است که $|\zeta_1| \leq |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \leq \sqrt{\|\zeta\|^2}$. لذا برای معادله (۱۷) می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \zeta^T B' \zeta \\ &\leq \frac{-1}{|\zeta_1|} \lambda_{\min}(B') \|\zeta\|^2 = \\ &\frac{-\sqrt{\|\zeta\|^2}}{|\zeta_1|} \lambda_{\min}(B') \sqrt{\|\zeta\|^2} \leq \\ &-\lambda_{\min}(B') \|\zeta\| \leq \\ &-\lambda_{\min}(B') \frac{V_1^{0.5}}{\lambda_{\max}^{0.5}(P)} = -\gamma V_1^{0.5} \end{aligned} \quad (۲۵)$$

لذا زمان همگرایی طرح پیشنهادی $T_{ni} = T_{\bar{e}_{ni}} + T_{e_{ni}}$ مقدار محدودی می‌شود. بنابراین مقدار t محدود و ترم e^t در معادله (۲۳) محدود است.

تذکر ۳: در طرح پیشنهادی، انتخاب پارامترهای ϕ_{ni} ، β_{ni} و δ نقش کلیدی در عملکرد کنترل‌کننده و دو پارامتر ψ_{ni} و κ_{ni} تاثیر مستقیمی بر روی عملکرد رویتگر دارد. افزایش ϕ_{ni} و β_{ni} موجب کاهش خطای همزمان سازی و تسریع همگرایی می‌شود، در حالیکه با کاهش δ ، کاهش نوسانات گذرا محقق خواهد شد.

بهینه‌سازی هماهنگ این پارامترها با الگوریتم ژنتیک، موجب کاهش خطا و افزایش امنیت در انتقال سیگنال شده است. از طرفی افزایش دو پارامتر ψ_{ni} و κ_{ni} کاهش زمان همگرایی تخمین و کاهش چترینگ را در پی دارد. این دو پارامتر با تحلیل پایداری لیاپانوف و حل قیود ناتساوی ماتریس خطی تنظیم شده‌اند که همزمان پایداری سیستم و کارایی عملیاتی را تضمین نموده و در ناحیه امکان‌پذیر سیستم قرار بگیرند. این رویکرد نه‌تنها عملکرد سیستم را بهبود بخشیده، بلکه تعادل مناسبی بین سرعت، دقت و پایداری ایجاد کرده است.

تذکر ۴: الگوریتم فراپیشگی بطور کلی نسبت به کنترل لغزشی مرسوم دو برتری کلیدی دارد: (۱) حذف چترینگ با استفاده از قانون کنترلی پیوسته (۲) همگرایی در زمان محدود بدون نیاز به مشتق سیگنال لغزش. این ویژگی‌ها باعث شده است تا روش پیشنهادی برای سیستم‌های آشوبناک که به نوسانات حساس هستند، انتخاب مناسبی باشد [۱۷ و ۲۵].

۳-۳- بهینه‌سازی

در علوم مهندسی، معمولاً از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان روشی مؤثر و کارآمد برای بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی استفاده می‌شود. الگوریتم ژنتیک یک تکنیک بهینه‌سازی تکاملی است که بر اساس اصول انتخاب طبیعی و وراثت در زیست‌شناسی طراحی شده و قادر است، مسائل پیچیده با فضای جستجو وسیع و نامحدود را حل کند. این الگوریتم از یک جمعیت اولیه از راه‌حل‌ها (افراد) تشکیل می‌شود که به‌طور تصادفی ایجاد می‌شوند و به‌طور مکرر تحت فرایندهایی نظیر انتخاب، تقاطع (Crossover) و جهش (Mutation) قرار می‌گیرند. این فرایندها به الگوریتم امکان می‌دهند تا از بهینه‌های محلی عبور کرده و به سمت یک بهینه‌سازی جهانی حرکت کند.

که $\gamma = \frac{\lambda_{\min}(B')}{\lambda_{\max}(P)}$ عددی مثبت است. لذا زمان همگرایی محدود به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\gamma V_1^{0.5} \rightarrow \frac{dV_1}{V_1^{0.5}} \leq -\gamma dt \\ \rightarrow \int_{V_1(0)}^0 V_1^{-0.5} dV_1 &\leq -\gamma \int_0^T dt \\ \rightarrow -2V_1^{0.5}(0) &\leq -\gamma T \\ \rightarrow 2V_1^{0.5}(0) &\geq \gamma T \rightarrow T \leq \frac{2V_1^{0.5}(0)}{\gamma} \end{aligned} \quad (26)$$

لذا زمان همگرایی خطای رویتگر $T = T_{\bar{e}_{ni}} = \frac{2V_1^{0.5}(0)}{\gamma}$ است. از آنجایی که $t \in [0, T_{\bar{e}_{ni}}]$ محدود است، می‌توان این نتیجه را گرفت که خطای تخمین نامعینی‌ها در $\bar{e}_{ni}$ (یعنی $\bar{B}_{ni}$) به سمت صفر همگرا می‌شود. حال می‌خواهیم نشان دهیم زمان همگرایی سیستم کنترل طراحی شده توأم با رویتگر، محدود است، لذا ترم e^t در معادله (۲۳) محدود خواهد شد. با توجه به توضیحات فوق، داریم:

$$\dot{e}_{ni} = -\phi_{ni}e_{ni} - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni}) \quad (27)$$

با جایگذاری رابطه (۲۷) در $\dot{V}_2$ نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_{ni}(-\phi_{ni}e_{ni} - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni})) \\ &= -\phi_{ni}e_{ni}^2 - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta |e_{ni}| \end{aligned} \quad (28)$$

با در نظر گرفتن رابطه $V_2 = 0.5e_{ni}^2$ می‌توان نوشت:

$$e_{ni}^2 = 2V_2, \quad |e_{ni}|^\delta |e_{ni}| = |e_{ni}|^{\delta+1} = (2V_2)^{\frac{\delta+1}{2}} \quad (29)$$

لذا داریم:

$$\dot{V}_2 = -2\phi_{ni}V_2 - \beta_{ni}(2V_2)^{\frac{\delta+1}{2}} \quad (30)$$

با توجه به لم ۱، $T_{e_{ni}}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_{e_{ni}} = \frac{1}{\phi_{ni}(1-\delta)} \times \ln \left(\frac{2\phi_{ni}V_2^{\frac{1-\delta}{2}}(0) + 2^{\frac{(\delta+1)}{2}}\beta_{ni}}{2^{\frac{(\delta+1)}{2}}\beta_{ni}} \right) \quad (31)$$

ارتباطی معرفی شده است: ماسک کردن، مدولاسیون و الحاقی. در اینجا، ما یک روش جدید به نام الحاق آیشاری را پیشنهاد می‌کنیم تا با چالش برانگیزتر کردن پیش‌بینی رفتار حامل برای مهاجم و در نتیجه تعیین طیف سیگنال پیام نهفته، امنیت ارتباط را بهبود بخشیم. مراحل تعریف و طراحی این روش جدید به شرح زیر است.

۴-۱- روش الحاقی

در این روش، از سیگنال پیام برای تغییر مستقیم سیستم دینامیکی آشوبناک در فضای حالت استفاده می‌شود. این بدان معنی است که پیام قبل از ارسال به خروجی، در یک یا چند حالت سیستم آشوبناک در فرستنده گنجانده می‌شود. بسیار مهم است که پیام مورد نظر به گونه‌ای در سیستم گنجانده شود که ماهیت آشوبناک سیستم را تغییر ندهد. بنابراین، فرض می‌کنیم که سیگنال پیام محدود و به اندازه کافی کوچک است تا رفتار سیستم آشوبناک را حفظ کند. پیام پس از همگام‌سازی در گیرنده بازیابی می‌شود. از دیدگاه نظریه کنترل، بازیابی پیام در هنگام استفاده از رویکرد، به یک مسئله ورودی نامعین تبدیل می‌شود، زیرا گنجاندن پیام به عنوان ورودی، دینامیک فرستنده را تحت تأثیر قرار می‌دهد. علاوه بر این، سیستم باید الزامات قابلیت مشاهده را برآورده کند، که در این مورد به معنای آن است که قابل مشاهده باشد.

۴-۲- روش جدید الحاق آیشاری

هرچه سیستم آشوبناک پیچیده‌تر باشد، تشخیص دینامیک سیستم برای مهاجم دشوارتر خواهد بود و در نتیجه ارتباطات امن‌تر می‌شود و شناسایی پیام ارسال شده دشوارتر می‌شود.

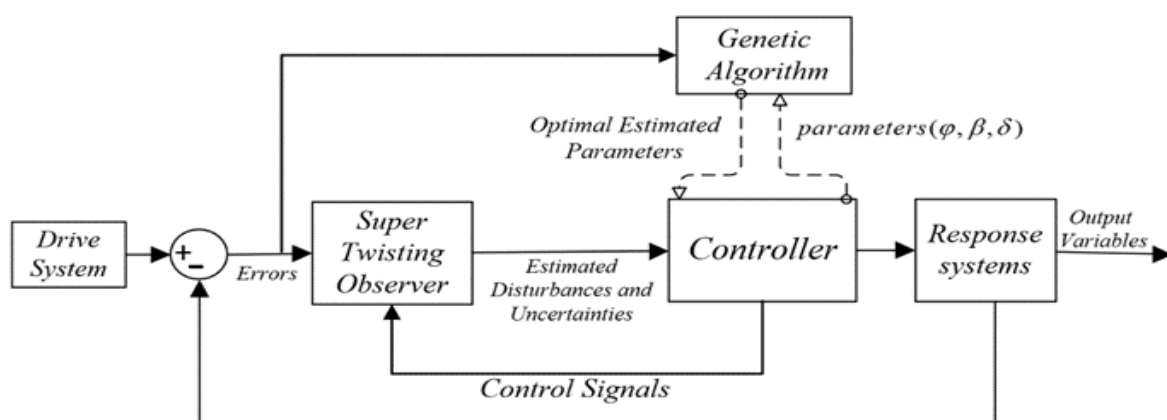
ویژگی‌های برجسته الگوریتم ژنتیک در این پژوهش، توانایی آن در یافتن مقادیر بهینه برای پارامترهای کنترلی β_{ni}, ϕ_{ni} و δ است. بدون نیاز به اطلاعات اولیه دقیق از سیستم و همچنین مشتق‌پذیری تابع هدف، الگوریتم قادر است از طریق تکامل تدریجی جمعیت‌ها، بهترین مقادیر ممکن را برای این پارامترها شناسایی کند. در این مقاله، برای ارزیابی عملکرد مدل و بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی، از تابع هدف مجموع مربعات خطا (SSE) استفاده می‌شود که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$SSE = \sum_{k=1}^N \|e_n\|^2 \quad (32)$$

که در آن e_n بردار خطای حالت و N تعداد نمونه‌ها می‌باشند.

۴-۳- رویکرد ارتباط امن

در طول یک دوره طولانی، سیستم‌های آشوبناک غیرقابل پیش‌بینی و بسیار حساس به شرایط اولیه هستند. پارامترها، شرایط اولیه و معادلات سیستم غیرخطی رفتار یک سیستم آشوبناک را به طور کامل تعیین می‌کنند. به دلیل غیرقابل پیش‌بینی بودن، پیچیدگی زیاد، پارامترهای نامعین و حساسیت به شرایط اولیه، این سیستم‌ها موضوع محبوبی در مطالعات کاربردهای آشوب هستند [۲۶]. از آنجایی که سیستم‌های آشوبناک قابل همگام‌سازی هستند، می‌توان از آن‌ها در ارتباطات امن استفاده کرد. به طور کلی، مسئله همگام‌سازی آشوبناک، یک مسئله کنترل آشوب است که در آن سیستم پاسخ باید به سیستم محرک نزدیک شود و سیستم محرک نشان‌دهنده مقدار مطلوب سیستم پاسخ است. از طریق دینامیک پیچیده آشوبناک، می‌توان اطلاعات را رمزگذاری کرد. سه روش امن



شکل ۱- بلوک دیاگرام پیشنهادی

$$\begin{aligned}\dot{x}_{11} &= -10(x_{11} - x_{12}) + \Delta Q_{11} + B_{11} \\ \dot{x}_{12} &= 28x_{11} - x_{12} - x_{11}x_{13} + \Delta Q_{12} + B_{12}\end{aligned}\quad (33)$$

$$\dot{x}_{13} = x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}x_{13} + \Delta Q_{13} + B_{13}$$

که در آن

$$\begin{aligned}\Delta Q_{11} + B_{11} &= -0.1\cos(10t) \\ \Delta Q_{12} + B_{12} &= 0.2\cos(20t) \\ \Delta Q_{13} + B_{13} &= 0\end{aligned}\quad (34)$$

دینامیک سیستم پاسخ اول به صورت

$$\begin{aligned}\dot{x}_{21} &= -35(x_{21} - x_{22}) + \Delta Q_{21} + B_{21} + u_{21} \\ \dot{x}_{22} &= -7x_{21} + 28x_{22} - x_{21}x_{23} + \Delta Q_{22} + B_{22} + u_{22} \\ \dot{x}_{23} &= -3x_{23} + x_{21}x_{23} + \Delta Q_{23} + B_{23} + u_{23}\end{aligned}\quad (35)$$

در نظر گرفته می شود که در آن

$$\begin{aligned}\Delta Q_{21} + B_{21} &= -0.1\cos(10t) \\ \Delta Q_{22} + B_{22} &= -0.1\cos(20t) \\ \Delta Q_{23} + B_{23} &= 0.2\sin(20t)\end{aligned}\quad (36)$$

و دینامیک سیستم پاسخ دوم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{31} &= -35(x_{31} - x_{32}) + \Delta Q_{31} + B_{31} + u_{31} \\ \dot{x}_{32} &= -7x_{31} + 28x_{32} - x_{31}x_{33} + \Delta Q_{32} + B_{32} + u_{32} \\ \dot{x}_{33} &= -3x_{33} + x_{31}x_{33} + \Delta Q_{33} + B_{33} + u_{33}\end{aligned}\quad (37)$$

که در آن

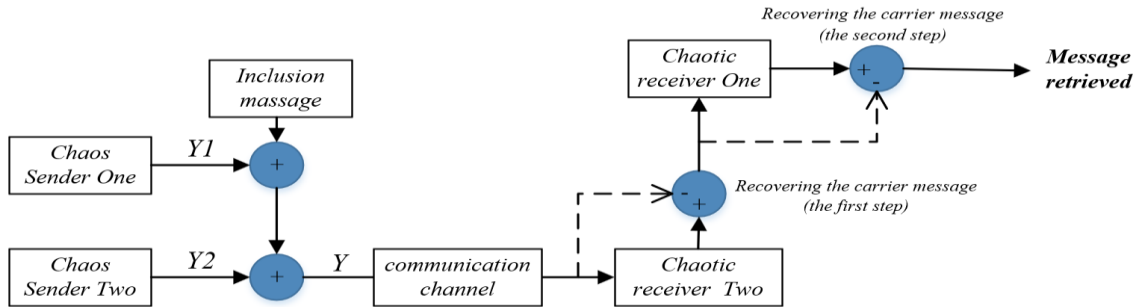
$$\begin{aligned}\Delta Q_{31} + B_{31} &= -0.1\cos(20t) \\ \Delta Q_{32} + B_{32} &= -0.1\cos(10t) \\ \Delta Q_{33} + B_{33} &= 0.2\sin(10t)\end{aligned}\quad (38)$$

در مرجع [۲۷] ذکر شده است که اضافه کردن دو

سیگنال آشوبناک با توان تقریباً برابر می تواند توانایی های امنیتی را افزایش دهد و یک سیگنال حامل با پیچیدگی فضای فاز کافی فراهم کند. شکل ۲ یک رویکرد الحاق آبشاری آشوبناک را نشان می دهد که می تواند برای تقویت امنیت ارتباطات امن آشوبناک استفاده شود. با ادغام دو سیگنال آشوبناک با قدرت تقریباً مشابه، می توان یک سیستم آشوبناک آبشاری با امنیت بسیار بالاتر ایجاد کرد. برای ساخت طرح آبشاری خود، سیستم آشوبناک چن را به عنوان سیستم آشوبناک دوم انتخاب کرده ایم. با استفاده از روش الحاق آشوب، سیگنال پیام در خروجی $Y1$ گنجانده می شود. سپس خروجی آشوبناک به خروجی $Y2$ اضافه می شود و پیام به عنوان خروجی Y منتقل می شود. به عبارت دیگر، یکی از دو سیگنالی که از سال می شود حامل پیام است و دو سیگنال آشوبناک دیگر با هم ترکیب می شوند؛ در نتیجه، امنیت ارتباط به طور قابل توجهی افزایش می یابد و پیش بینی رفتار حامل و در نتیجه تعیین طیف فرکانسی پیام مخفی شده برای مهاجم بسیار دشوارتر می شود. برای بازیابی پیام دریافتی، یک مدل آبشاری در سمت گیرنده ساخته می شود.

۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش، طرح پیشنهادی این مقاله توسط نتایج شبیه سازی نرم افزاری ارائه می گردد. لازم به ذکر است که جهت تنظیم پارامترهای کنترلی، از الگوریتم بهینه سازی ژنتیک استفاده می شود. مشخصات الگوریتم ژنتیک به کاررفته در شبیه سازی به شرح روبرو است: تعداد نسل ها ۵۰، تعداد پارامترهای بهینه سازی ۳، تعداد تکرار مجاز ۵۰۰ و نرخ تقاطع برابر با ۰/۸. در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی، سیستم آشوبی چندگانه با یک سیستم محرک و دو سیستم پاسخ را در نظر بگیرید که معادله سیستم محرک به صورت زیر باشد [۷]:



شکل ۱- روش الحاقی آبشاری آشوب

پیشنهادی برای مدل مورد مطالعه به صورت زیر ارائه می گردد که پارامترهای تنظیم توسط الگوریتم بهینه سازی ژنتیک انتخاب می شوند:

$$\begin{aligned} u_{21} &= -10(x_{11} - x_{12}) + \hat{B}_{21} \\ &+ 35(x_{21} - x_{22}) + \phi_{21}e_{21} \\ &+ \beta_{21}|e_{21}|^{\delta} \text{sign}(e_{21}) \\ u_{22} &= -28x_{11} + x_{12} + x_{11}x_{13} - \hat{B}_{22} \\ &+ 7x_{21} - 28x_{22} + x_{21}x_{23} - \phi_{22}e_{22} \\ &- \beta_{22}|e_{22}|^{\delta} \text{sign}(e_{22}) \\ u_{23} &= -0.5x_{11}x_{12} + \frac{4}{3}x_{13} - 0.5\hat{B}_{23} \\ &+ 3x_{23} - x_{21}x_{23} - 0.5\phi_{23}e_{23} \\ &- 0.5\beta_{23}|e_{23}|^{\delta} \text{sign}(e_{23}) \end{aligned} \quad (42)$$

که در آن به کمک الگوریتم ژنتیک، مقادیر ϕ_{21} ، ϕ_{22} و ϕ_{23} به صورت $142/51$ ، β_{21} ، β_{22} و β_{23} به صورت $21/44$ و همچنین δ به صورت 0.17 تعیین شده اند. همچنین:

$$\begin{aligned} u_{31} &= -10(x_{11} - x_{12}) + \hat{B}_{31} \\ &+ 35(x_{31} - x_{32}) + \phi_{31}e_{31} \\ &+ \beta_{31}|e_{31}|^{\delta} \text{sign}(e_{31}) \\ u_{32} &= -28x_{11} + x_{12} + x_{11}x_{13} - \hat{B}_{32} \\ &+ 7x_{31} - 28x_{32} + x_{31}x_{33} - \phi_{32}e_{32} \\ &- \beta_{32}|e_{32}|^{\delta} \text{sign}(e_{32}) \\ u_{33} &= -0.5x_{11}x_{12} + \frac{4}{3}x_{13} - 0.5\hat{B}_{33} \\ &+ 3x_{33} - x_{31}x_{33} - 0.5\phi_{33}e_{33} \\ &- 0.5\beta_{33}|e_{33}|^{\delta} \text{sign}(e_{33}) \end{aligned} \quad (43)$$

که در آن به کمک الگوریتم ژنتیک، مقادیر ϕ_{31} ، ϕ_{32} و ϕ_{33} به صورت $102/18$ ، β_{31} ، β_{32} و β_{33} به صورت $18/24$ و

همچنین شرایط اولیه به صورت $x_1(0) = [1, -1, 2]^T$ و $x_2(0) = [-3, -1, 5]^T$ و $x_3(0) = [2, -1, 5]^T$ انتخاب شده است. ضرایب مقیاس دهی جهت تشکیل دینامیک خطا نیز به صورت $\omega_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ و $\omega_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ لحاظ شده است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{21} &= -10(x_{11} - x_{12}) \\ &+ 35(x_{21} - x_{22}) \\ &- u_{21} + b_{21}^e \\ \dot{e}_{22} &= 28x_{11} - x_{12} - x_{11}x_{13} - 7x_{21} \\ &+ 28x_{22} - x_{21}x_{23} + u_{22} + b_{22}^e \\ \dot{e}_{23} &= x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}x_{13} \\ &+ 2(-3x_{23} + x_{21}x_{23} + u_{23}) \\ &+ b_{23}^e \end{aligned} \quad (39)$$

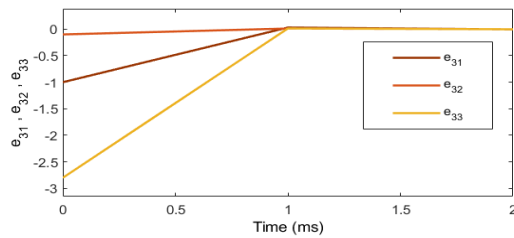
و همچنین داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{31} &= -10(x_{11} - x_{12}) \\ &+ 35(x_{31} - x_{32}) \\ &+ u_{31} + b_{31}^e \\ \dot{e}_{32} &= 28x_{11} - x_{12} - x_{11}x_{13} + 7x_{31} \\ &- 28x_{32} + x_{31}x_{33} + u_{32} + b_{32}^e \\ \dot{e}_{33} &= x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}x_{13} \\ &- 2(-3x_{33} + x_{31}x_{33} + u_{33}) \\ &+ b_{33}^e \end{aligned} \quad (40)$$

که در آن

$$\begin{aligned} b_{21}^e &= 0, b_{22}^e = 0.1 \cos(20t), \\ b_{23}^e &= 0.4 \sin(20t) \\ b_{31}^e &= -0.1 \cos(10t) - 0.1 \cos(20t) \\ b_{32}^e &= 0.2 \cos(20t) + 0.1 \cos(10t), \\ b_{33}^e &= -0.4 \sin(10t) \end{aligned} \quad (41)$$

پارامترهای طراحی رویگر به صورت $\psi_{ni} = 40$ و $\kappa_{ni} = 200$ برای $i = 1, 2, 3$ در نظر گرفته می شوند. قانون کنترل



شکل ۳- خطاهای همزمان سازی سیستم پاسخ سوم

در فرستنده، سیگنال پیام و سیگنال‌های آشوب بر هم منطبق می‌شوند تا یک سیگنال واحد ایجاد کنند. پس از آن، سیگنال خروجی باید با سیستم آشوبناک شبیه‌سازی شده چن (Chen) جمع شود که برای طراحی روش الحاق آبشاری به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۸]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= -x_1x_3 + cx_2 \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - bx_3 \end{aligned} \quad (46)$$

که $a = 34, b = 3.5, c = 20$. یک سیگنال آشوبناک با پنهان کردن اطلاعات مهم، ارتباطات امن را امکان پذیر می‌کند. با همگام سازی با سیگنال‌های محرک، سیستم پاسخ در گیرنده قادر به تکرار سیگنال آشوبناک است. اگر سیگنال‌های دریافتی توسط سیستم پاسخ از سیگنال آشوب تولید شده منفی شود، سیگنال‌های پیام می‌توانند به درستی بازیابی شوند.

در این قسمت، یک روش آبشاری برای پیاده‌سازی سیستم ارتباطی مدنظر قرار گرفته است. با این رویکرد، دینامیک سیستم پیچیده‌تر شده و مسیرهای سیستم جذب‌کننده آشوب بیشتر تغییر می‌کنند (شکل ۹ و شکل ۱۰). به دلیل افزایش پیچیدگی ایجاد شده هنگام ترکیب دو سیگنال آشوبناک با قدرت برابر (سیستم آشوبناک چندگانه و سیستم چن)، تلاش برای بازیابی پیام توسط هکرها، امری دشوارتر باشد. مشکل اصلی در رویکردهای فعلی (روش الحاق آشوب و روش ماسک کردن) این است که اثر پیام را می‌توان در دینامیک سیگنال انتقال یافت؛ در نتیجه، پیام پنهان شده را می‌توان با استفاده از روش‌های پردازش سیگنال مختلف، روش‌های طبقه‌بندی الگوریتم و غیره نشان داد. هدف ما این است که هرگونه الگو یا اصلاحی را که ممکن است در دینامیک سیستم گنجانده شود، از سیگنال انتقال حذف کنیم (شکل ۱۱).

همچنین δ به صورت 0.817 تعیین شده‌اند. نتایج ارائه شده در شکل‌های ۳ و ۴ بیانگر آن است که خطاهای همزمان سازی سیستم پاسخ دو و سه در کمتر از یک میلی ثانیه به صفر همگرا شده‌اند. با در نظر گرفتن تابع هزینه میانگین مربعات خطا، این نتیجه حاصل می‌شود که خطاهای همزمان سازی قبل و بعد از بهینه سازی به ترتیب عبارتند از 0.388 و 0.15 . نتایج حاصل از رویکرد پیشنهادی در شکل ۵ نمایش داده شده است که بیانگر آن است که خطای همزمان سازی در مدت زمان کمتر از 0.3 ثانیه به صفر همگرا می‌شود. تخمین نامعینی‌ها نیز توسط شکل ۶ گزارش شده‌است. به منظور مقایسه روش پیشنهادی، روش ارائه شده در [۳] بر روی سیستم مورد مطالعه اعمال گردید و نتایج حاصل در شکل‌های ۷ و ۸ به تصویر کشیده شده‌است که دال بر موفقیت روش پیشنهادی در تحقق هدف همزمان سازی دارد.

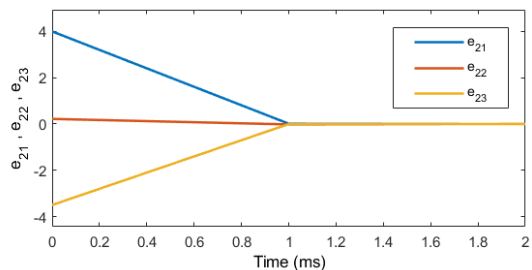
۶- کاربرد در ارتباط امن

در روش الحاقی، پیام‌های ما به‌طور دلخواه با حالت‌های سیستم جذب‌کننده آشوب، مرتبط می‌شوند. به منظور پیاده‌سازی آن، رابطه (۲۴) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

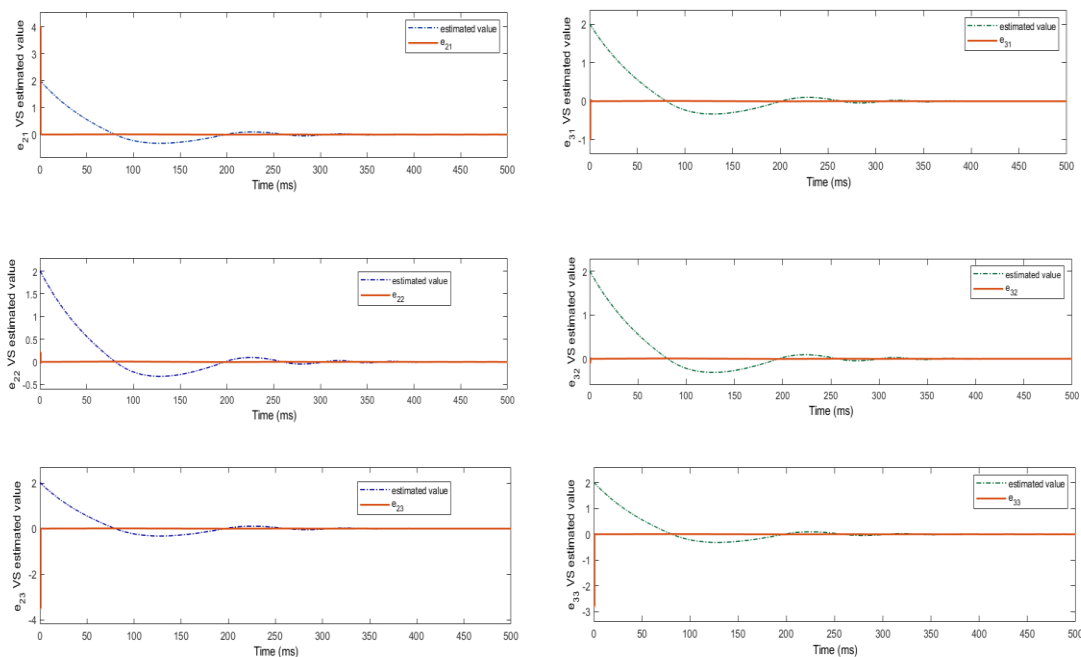
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{13} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -10(x_{11} - S_1) \\ 28S_2 - x_{12} - x_{11}x_{13} \\ x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}S_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -0.1\cos(10t) \\ 0.2\cos(20t) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

که در آن

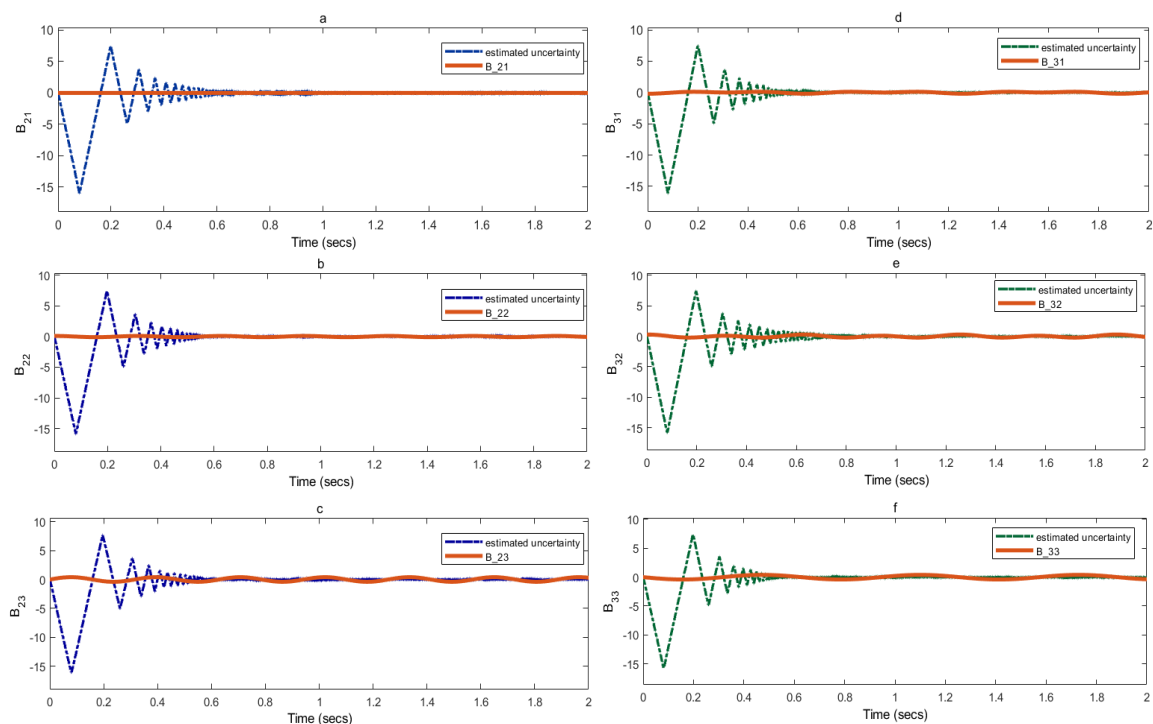
$$\begin{aligned} S_1 &= x_{12} + m(t), \\ S_2 &= x_{11} + m(t), \\ S_3 &= x_{13} + m(t), \\ m(t) &= 0.9 \sin(20t) \end{aligned} \quad (45)$$



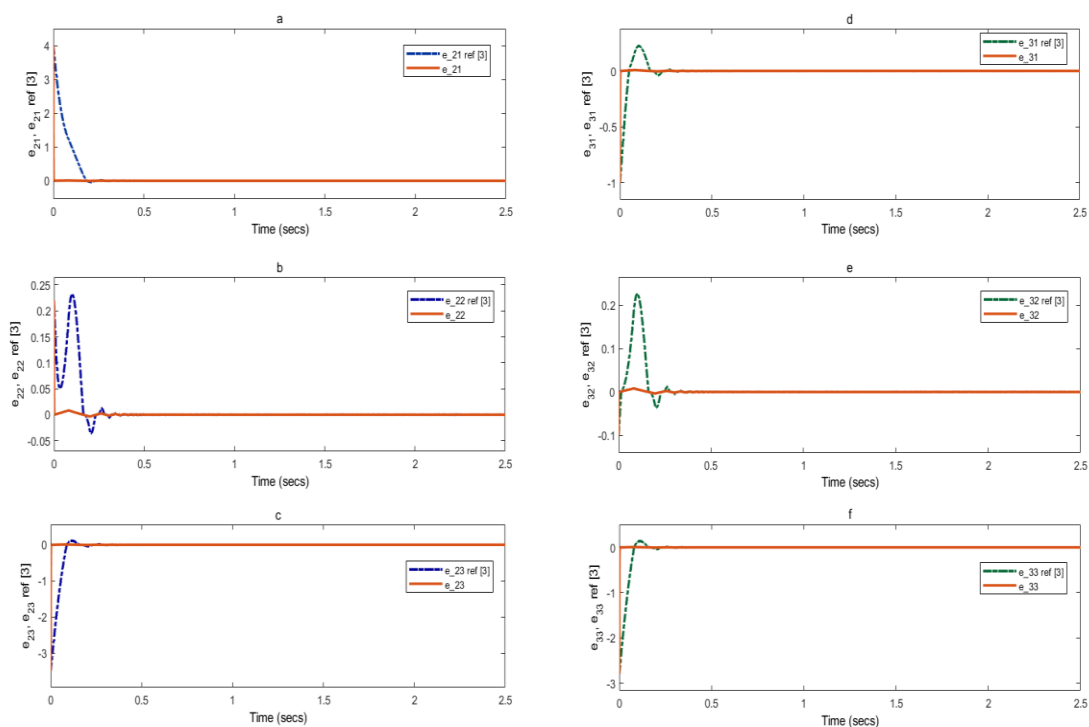
شکل ۲- خطاهای همزمان سازی سیستم پاسخ دوم



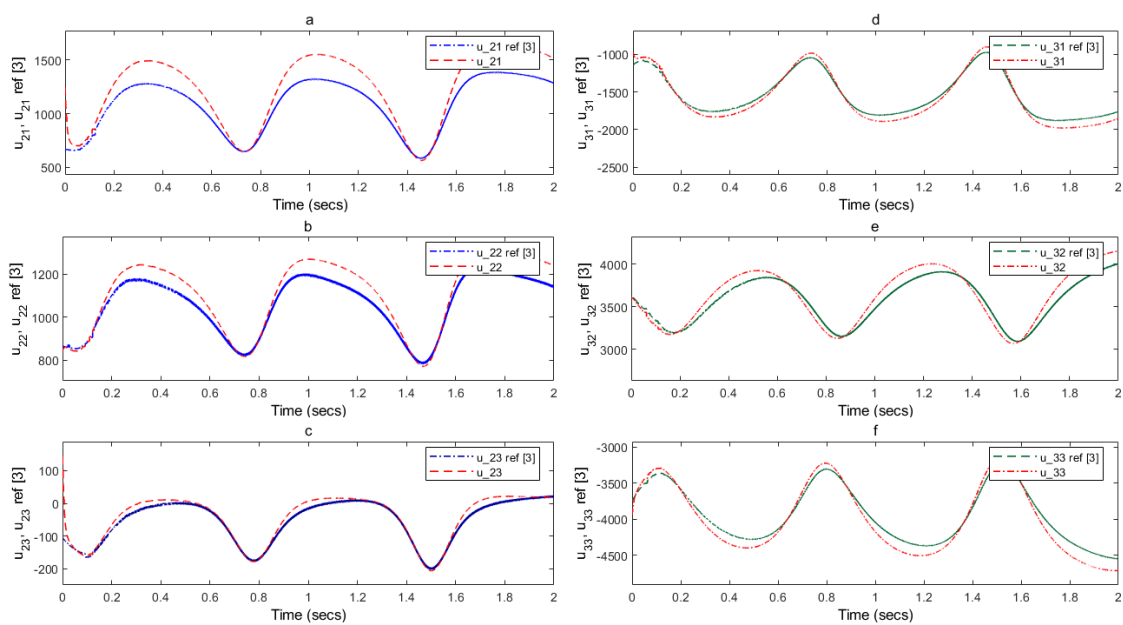
شکل ۵- خطاهای سیستم‌های پاسخ و تخمین آن‌ها



شکل ۶- تخمین عدم قطعیت‌های سیستم پاسخ دوم و سوم



شكل ۷- مقايسه عملکرد همزمان سازي روش پيشنهادهی و مقاله [۳]



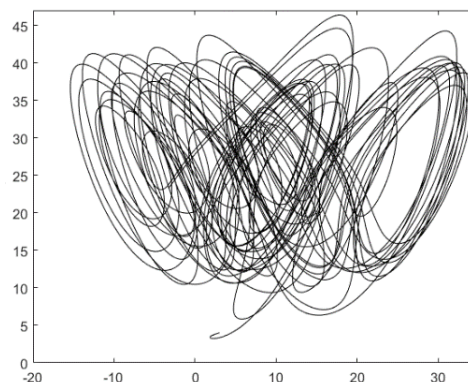
شكل ۸- مقايسه سيگنال‌های كنترلی روش پيشنهادهی و مقاله [۳]

در نهایت، پس از رسیدن به نتیجه مطلوب در مورد همگام سازی سیستم های آشوبناک، از چندین سیستم آشوبناک در ارتباطات امن استفاده شد که اتصال الحاق آشوب را به صورت آبشاری پیاده سازی گردید. در این اتصال، سیستم آشوبناک چندگانه با یک سیستم آشوبناک منفرد ترکیب شده و یک دینامیک جدید ایجاد می کند. پیام ارسالی شده در یکی از این دو سیستم گنجانده و ارسالی می شود. گیرنده نیز مسئول بازیابی این پیام است. در نتیجه این کار، پیچیدگی بالای سیستم را در فضای فاز مشاهده کردیم که تشخیص آن را برای مهاجمان بسیار دشوارتر می کند. علاوه بر این، استحکام رویکرد ما با اضافه کردن به کانال ارتباطی امن جدید پیشنهادی بررسی شد که عملکرد مناسب روش را نشان می دهد. در کار آینده، روش پیشنهادی به سیستم های آشوبی مرتبه کسری اعمال خواهد شد.

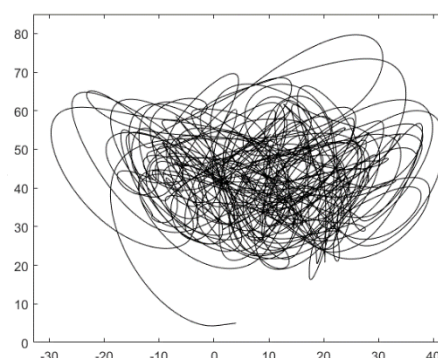
مراجع

- [1] Louis M (1992) Synchronization in chaotic systems, Phys Rev Lett 64(8): 821-825, 1990.
- [2] Prliz U (1992) Experimental demonstration of secure Communication Via Chaotic synchronization, Int J Bifur Chaos 2(3): 709-713.
- [3] Luo J, Qu S, Xiong Z, Appiagyei E (2019) Observer-based finite-time modified projective synchronization of multiple uncertain chaotic systems and applications to secure communication using DNA encoding. IEEE Access, 7: 65527-65543.
- [4] Sudheesh KV (2022) Self-adaptive based medical image encryption using multiple chaotic systems. Int J Comput Appl 183(48): 0975-8887, 48.
- [5] Wang X, Guan N, Zhao H, Wang S, Zhang Y (2020) Open a new image encryption scheme based on coupling map lattices with mixed multi-chaos. Sci Rep 10: 9784.
- [6] Itong YLI, Ianguo JYU (2020) Multi scrolls chaotic encryption scheme for CO-OFDM-PON. Opt Express 28(14): 19808-19817.
- [7] Chen X, Park JH, Cao J, Qiu J (2017) Sliding mode synchronization of multiple chaotic systems with uncertainties and disturbances, Appl Math Comput 308: 161-173.
- [8] Chen X, Cao J, Qiu J, Alsaedi A, Alsaedi FE (2016) Adaptive control of multiple chaotic systems with unknown parameters in two different synchronization modes, Adv Differ Equ 2016: 1-17.
- [9] Yadav N, Pallav, Handa H (2023) Projective synchronization for a new class of

برای اثبات کنترل کننده جدید و پایداری ارتباطات امن، ما سه نوع نویز را به کانال انتقال اعمال کردیم. (پالس ژنراتور با دامنه ۳/۵ به کانال X11، نویز سفید با توان ۰/۱ به کانال X12 و پالس ژنراتور با دامنه ۱/۵ به کانال X13 اضافه شد). شکل ۱۲ نشان می دهد که پیام های بازیابی شده چگونه به دست آمده اند.



شکل ۹- عملکرد آشوب الحاقی آبشاری روی صفحه $X1 - X2$

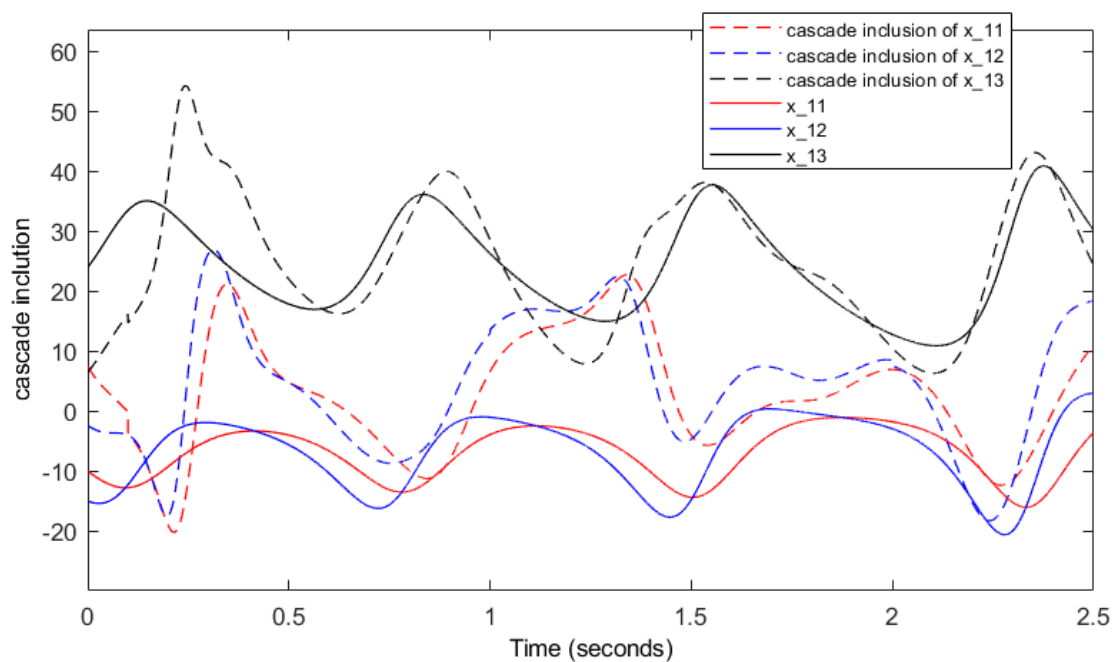


شکل ۱۰- عملکرد آشوب الحاقی آبشاری روی صفحه $X1 - X3$

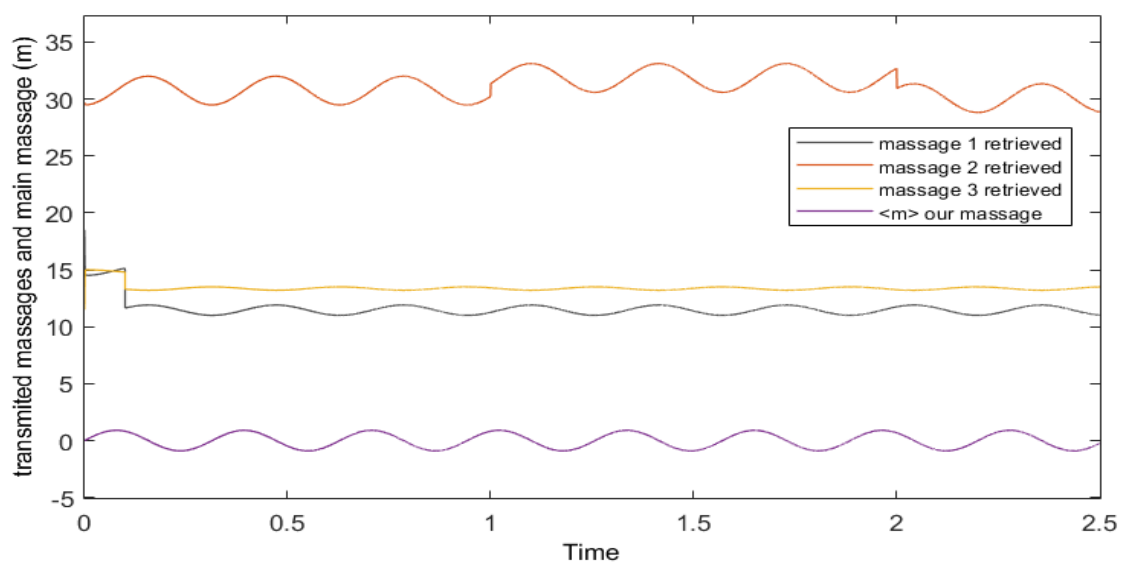
۷- نتیجه گیری

هدف این مقاله همگام سازی چندین سیستم آشوبناک نامعین در حضور اغتشاش برای استفاده در ارتباطات امن است. بدین منظور، یک کنترل کننده زمان محدود برای حالت همگام سازی اصلاح شده و یک رویگر ابر پیچشی برای تخمین اغتشاشات طراحی شد. علاوه بر این، الگوریتم ژنتیک برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده به منظور به حداقل رساندن خطا و کم کردن زمان همگام سازی استفاده گردید.

- [18] Nabil H, Tayeb H (2025) Modified generalized projective synchronization of the geomagnetic Krause and Robert fractional-order chaotic system and its application in secure communication. *Eur Phys J B*, 98 (4): 56.
- [19] Iqbal S, Wang J (2025) A novel fractional-order 3-D chaotic system and its application to secure communication based on chaos synchronization. *Physica Scr* 100(2): 025243.
- [20] Strogatz SH, Oppenheim AV (1993) Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to Communications. *IEEE Trans Circuits and Sys II: Analog and Digital Signal Processing*, 40(10): 626–633.
- [21] Suchit S, Goenka P, Nand D (2024) Implementation of secure communication system using various chaotic systems, 3rd International Conference for Innovation in Technology, Bangalore, India, pp. 1-4.
- [22] Bowong S, Kakmeni FMM, Siewe MS (2007) Secure communication via parameter modulation in a class of chaotic systems. *Comm Nonlinear Sci Numer Simul* 12(3): 397–410.
- [23] L'Hernault, M, Barbot JP, Ouslimani A (2008) Feasibility of analog realization of a sliding-mode observer: Application to data transmission. *IEEE Trans Circuits Syst I: Regular Papers* 55(2): 614–624.
- [24] Hong Y, Jiang ZP (2006) Finite-time stabilization of nonlinear systems with parametric and dynamic uncertainties, *IEEE Trans Autom Control* 51(12): 1950-1956.
- [25] Hong Y, Guowu Y, Linda B, Hua OW (2000) Global finite-time stabilization: from state feedback to output feedback. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 3: 2908-2913.
- [26] Sun K (2016) *Chaotic secure communication: principles and technologies*, Walter de Gruyter GmbH & Co KG.
- [27] Short KM (1994) Steps toward unmasking secure communications. *Int. J. Bifur. Chaos*, 4: 959–977.
- [28] Chen G (2002) A new chaotic attractor coined, *Int J Bifur Chaos* 12(3): 659–661.
- chaotic/hyperchaotic systems with and without parametric uncertainty. *Trans Inst Meas Control* 45(10): 1975-1985.
- [10] Sun J, Shen Y, Zhang G, Sun J, Shen Y, Zhang G (2012) Transmission projective synchronization of multi-systems with non-delayed and delayed coupling via impulsive control transmission projective synchronization of multi-systems with non-delayed and delayed coupling via impulsive control. *Chaos: Interdiscip J Nonlinear Sci* 22: 043107-1.
- [11] Ahmad IA (2015) Research on the synchronization of two novel chaotic systems based on a nonlinear active control algorithm. *Eng Technol Appl Sci Res* 5(1): 739–747.
- [12] Pahnehkolaei SMA, Alfi A, Machado JT (2020) Fuzzy logic embedding of fractional order sliding mode and state feedback controllers for synchronization of uncertain fractional chaotic systems. *Comput Appl Math* 39(3): 182.
- [13] Tarammim A, Akter MTA (2022) Comparative study of synchronization methods of Rucklidge chaotic systems with design of active control and backstepping methods. *Int J Mod Nonlinear Theory Appl*. 11: 31–51.
- [14] Akbar A, Javan K, Shoeibi A, Zare A, Izadi NH, Jafari M (2021) Design of adaptive-robust controller for multi-state synchronization of chaotic systems with unknown and time-varying delays and its application in secure communication. *Sens* 21(1): 254.
- [15] Ahmad I, Shafiq M (2020) Robust adaptive anti-synchronization control of multiple uncertain chaotic systems of different orders. *Automatika* 61(3): 396–414.
- [16] Behrooz F, Mariun N, Marhaban MH, Radzi MAM, Ramli AR (2018) Review of control techniques for HVAC systems-nonlinear approaches based on fuzzy cognitive maps. *Energies*, 11(3): 495.
- [17] Mobayen S (2018) Chaos synchronization of uncertain chaotic systems using composite nonlinear feedback based integral sliding mode control. *ISA Trans* 77: 100–111.



شکل ۱۱- مقایسه عملکرد سیستم محرک قبل و بعد از اعمال روش الحاقی آبشاری



شکل ۱۲- نتایج پیام های بازیابی شده