



استخراج عدد بی بعد جهت تعیین مرز گرمایش آیرودینامیکی و تشعشعی دماغه‌های فناشونده

سعده رستمی^۱، جاماسب پیرکندی^{۲*}، مهرداد ملک‌زاده دیرین^۳

^۱ دانشجوی دکتری مکانیک - تبدیل انرژی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد غرب، تهران، ایران

^۲ دانشیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۳ استادیار، گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد غرب، تهران، ایران

یادداشت پژوهشی، تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۰۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۲۵

چکیده

کامل‌ترین روش جهت محاسبه گرمایش آیرودینامیکی و تشعشعی اعمال شده به دیواره دماغه‌های فناشونده‌ی ماوراءصوت، حل همزمان معادلات جریان، سنتیک واکنش‌های شیمیایی، مدل احتراق در لایه‌ی فنا شونده، مدل‌های تشعشعی و آشفستگی جریان است. به دلیل بالا بودن زمان حل، کاربران این کد، استفاده از آن را جهت اهداف طراحی اولیه، منطقی نمی‌دانند؛ بنابراین، هدف از این تحقیق، تدوین عدد بی‌بعد با استفاده از نتایج کد مذکور و روش باکینگهام جهت تعیین مرز بین گرمایش آیرودینامیکی و تشعشعی به منظور کاهش زمان حل مربوط به این کد است، به گونه‌ای که اگر عدد بی‌بعد کمتر از یک باشد، می‌توان از گرمایش تشعشعی در مقابل گرمایش آیرودینامیکی صرف‌نظر کرد و زیربرنامه مربوط به گرمایش تشعشعی را غیر فعال نمود. اگر عدد بی‌بعد بیشتر از دو باشد، می‌توان از گرمایش آیرودینامیکی در مقابل گرمایش تشعشعی صرف‌نظر نموده و زیربرنامه مربوط به گرمایش آیرودینامیکی را غیر فعال نمود. با لحاظ نمودن این تغییرات روی کد زمان حل آن برای یک دماغه‌ی با مسیر و پوشش پروازی نوعی به میزان ۱۵ درصد کاهش می‌یابد و حداکثر میزان خطا در شار حرارتی کل نسبت به کد کمتر از ۲ درصد می‌رسد.

کلمات کلیدی: مدل احتراق؛ دماغه‌های فناشونده‌ی ماوراءصوت؛ گرمایش آیرودینامیکی؛ گرمایش تشعشعی؛ پوشش پروازی.

Compiling the RN dimensionless number to determine the boundary between aerothermodynamics and radiation heating for ablative noses

Saadolahe Rostami¹, Jamasb Pirkandi^{2*}, Maherdad Malekzadie deerin³

¹ PhD student, Department of Mechanic- Energy Conversion Engineering, Azad University, West Tehran, Iran.

² Assoc., Prof., Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

³ Assist., Prof., Department of Mechanic Engineering, Azad University, West Tehran, Iran.

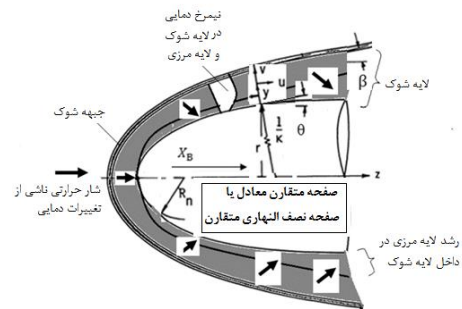
Abstract

The most complete method to calculate aerothermodynamics and radiation heating applied to the walls of the hypersonic destructible is simultaneous solution of flow equations, chemical reaction kinetics, combustion model in the destructible layer, radiation models and flow turbulence. Due to the high solution time, the users of this code do not consider it reasonable to use it for preliminary design purposes. Therefore, the aim of this research is to compile the dimensionless number RN by using the results of CTCA code and Buckingham's method to determine the boundary between aerothermodynamics and radiation heating in order to reduce the solution time related to CTCA code, so that in RN smaller than 1.0, it is possible to calculate the heating ignore radiation versus aerothermodynamics heating and disable the subroutine related to radiation heating, and also in RN greater than 2.0, you can ignore aerothermodynamics heating versus radiation heating and disable the subroutine related to aerothermodynamics heating. By considering these changes on CTCA code, its solution time for a nose with a typical flight envelope reduce by 15%, the maximum amount of error in the total heat flux compared to CTCA code is less than 2%.

Keywords: Combustion model; Hypersonic ablative noses; Aerothermodynamics heating; Radiation heating; Flight envelope.

۱- مقدمه

گرمایش آیرودینامیکی القاء شده به بخش‌های مختلف دماغه‌ی محموله‌های بالای صوت، ناشی از تبدیل انرژی جنبشی به انرژی داخلی گرمایی است. مطابق شکل ۱ بخش زیادی از انرژی گرمایی بیان شده ناشی از شوک آیرودینامیکی بوده که منجر به ایجاد لایه‌ی شوک می‌گردد و بخش دیگری از آن ناشی از اصطکاک پوسته و رشد لایه مرزی لزج در داخل لایه‌ی شوک است. از طرف دیگر، تغییر شرایط پروازی (عدد ماخ، چگالی محیط و...) باعث تغییر در شار حرارتی و دمای جبهه‌ی شوک می‌گردد. بطوری که در سرعت‌های ماوراءصوت، پدیده‌هایی مانند تحریکات نوسانی ملکولی، فعل و انفعالات شیمیایی (تجزیه/یونیزاسیون هوا و فناشوندگی سطح)، غیر آیزونروپیک شدن لایه‌ی شوک ناشی از رشد لایه‌ی آنتروپی در داخل لایه‌ی مرزی، منجر به پیچیده شدن رفتار مخلوط گازی لایه‌ی شوک می‌شود. در دماهای پایین‌تر از ۱۰۰۰ کلوین، القاء شار حرارتی مذکور ناشی از گرادیان دما (انتقال حرارت هدایتی و جابجایی) است، ولی در دماهای بالاتر، المان‌های مخلوط گازی لایه‌ی شوک مقدار قابل توجهی از انرژی گرمایی خود را به صورت تشعشع انتقال می‌دهند که به گرمایش تشعشی معروف است [۱].



شکل ۱- نمایی از کانتر دمایی لایه مرزی و لایه شوک [۱]

یکی از نیازمندی‌های اصلی گروه‌های مختلف طراحی محموله‌های بالای صوت، دست‌یابی به مقدار دقیقی از شار حرارتی است؛ بنابراین به دلیل حساسیت موضوع، بحث شار حرارتی، یکی از پایه‌های توسعه‌ی علوم آیرودینامیک و آیروشیمی محسوب می‌گردد، به همین دلیل، روند تحقیقات در این زمینه با آزمایش و خطا صورت گرفت [۲]. تحقیقات

زیادی در این زمینه صورت گرفته است که به برخی از آنها اشاره می‌شود.

در سال ۱۹۸۰ حل تحلیلی جریان‌های آرام و آشفته با در نظر گرفتن پدیده‌های تشعشع و فناشوندگی سطح بر اساس حل عددی جریان غیر لزج لایه‌ی شوک توسط کومار صورت گرفت [۳]. در سال ۱۹۸۵ تخمین خوبی از میزان گرمایش تشعشی القاء شده به دیواره‌ی دماغه‌های ماوراءصوت با فرض عدم وجود فعل و انفعالات شیمیایی هوا و فناشوندگی سطح، توسط ساتن، صورت گرفت [۴]. در سال ۲۰۱۱ مدل سازی عددی محموله‌های ماوراءصوت به روش حجم محدود گام به گام زمانی توسط گولان بدون در نظر گرفتن اثرات فناشوندگی سطح، ارتقاء یافت [۵] و در همین سال، لایه‌های شوک مربوط به اتم‌سفر زمین و سیاره مریخ توسط پوتر، به صورت جامع با در نظر گرفتن اثرات فعل و انفعالات شیمیایی متعادل هوا و فناشوندگی سطح به روش حجم محدود گام به گام زمانی با فرض جاذب-متشعشع بودن المان‌های مخلوط گازی لایه‌ی شوک و بهره‌گیری از نرم‌افزار فلوننت مدل سازی گردید. در این تحقیق، مخلوط لایه‌ی شوک در دو حالت فناشوندگی و عدم فناشوندگی سطح به ترتیب ۲۲ و ۱۱ گونه فرض شده و خروجی آن، یک کد است که بر اساس آن می‌توان نوع اطلاعات تعریف شده در یک نرم افزار را تغییر داد [۶]. در سال ۲۰۱۴ مدل سازی عددی میدان جریان دماغه‌های ماوراءصوت جهت محاسبه توزیع دمایی و دمای روی سطح با در نظر گرفتن اثرات فناشوندگی، تجزیه/یونیزاسیون هوا با فرض ترمودینامیک تعادلی و عدم تعادل شیمیایی به روش حجم محدود کاملاً ضمنی، توسط بنجامین و همکاران صورت گرفت [۷]. در سال‌های ۲۰۱۶، ۲۰۱۷ و ۲۰۱۹ این مدل سازی با استفاده از روش گام به گام مکانی و الگوریتم اختلاف محدود ضمنی در طی مسیر پرواز بوسیله دوستدار و همکاران صورت گرفت و نتایج آن جهت شبیه‌سازی توزیع دمایی، مدل سازی گرمایش آیرودینامیکی، بررسی اثرات کاتالیتیکی دیواره روی گرمایش آیرودینامیکی دماغه‌های فناشونده ماوراءصوت، صحت‌گذاری گردید [۲] و [۸-۱۰]. در سال ۲۰۱۵ بررسی گرمایش آیرودینامیکی جسم در حال پرواز با استفاده از انتقال حرارت مزدوج سیال - جامد توسط عبدالهی و همکارانش به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفت، در این

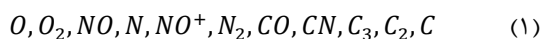
تحقیق، تدوین و صحه‌گذاری یک عدد بی‌بعد، جهت تعیین مرز بین گرمایش آبروترمودینامیکی و گرمایش تشعشعی با استفاده از مشخصه‌های پروازی محموله‌های با اعداد ماخ کمتر از ۲۰ و استفاده از نتایج کد محاسبه کانتور دمایی و گرمایش آبرودینامیکی و روش باکینگهام است. به گونه‌ای که با استفاده از آن، می‌توان در محدوده‌ای از این عدد بی‌بعد از گرمایش تشعشعی در برابر گرمایش آبروترمودینامیکی صرف‌نظر کرد؛ همچنین در محدوده‌ی دیگری از این عدد بی‌بعد، می‌توان از گرمایش تشعشعی در برابر گرمایش آبروترمودینامیکی صرف‌نظر کرد.

الگوریتم حل عددی معادلات بیان شده که منجر به تدوین کد محاسبه کانتور دمایی و گرمایش آبرودینامیکی شده است، در مرجع [۲] آمده است.

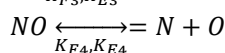
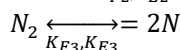
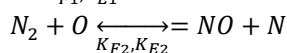
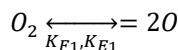
۲- معادلات حاکم

۲-۱- کد محاسبه کانتور دمایی و گرمایش آبرودینامیکی [۲,۹]

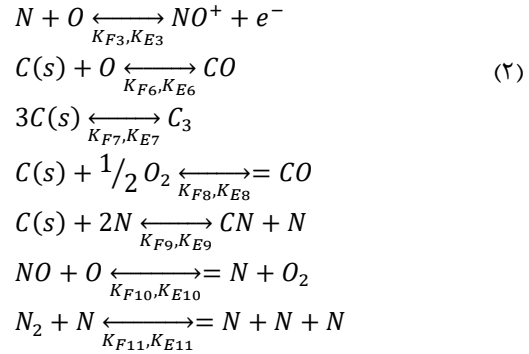
همانطور که در بخش ۱ بیان شد، به دلیل پدیده‌هایی مانند فعل و انفعالات شیمیایی هوا (تجزیه/یونیزاسیون) در لایه‌ی شوک و فناشوندگی سطح، مخلوط لایه شوک ترکیبی از گونه‌های گازی مختلف است. در این کد فرض بر این است که گونه‌های گازی ناشی از فعل و انفعالات شیمیایی به صورت زیر است:



با استفاده از فعل و انفعالات شیمیایی معادله‌ی (۲) و با بهره‌گیری از ترکیبی از مدل‌های سنتیک شیمیایی ماینر-لوپس و پارک، غلظت لحظه‌ای گونه‌ها به‌عنوان یکی از ورودی‌های اصلی الگوریتم شار حرارتی، محاسبه شده است. ورودی‌های اصلی این مدل‌ها، دما و فشار لحظه‌ای نقطه‌ی مورد بررسی است.



تحقیق از یک مدل استوانه‌ای با دماغه مخروطی در محدوده ماخ ۱/۵ تا ۴/۲ استفاده شد، مزیت این روش این است که دمای دیواره و شار حرارتی در دماغه و پوسته با یا بدون تقارن محوری را در زوایای حمله مختلف می‌توان محاسبه کرد [۲۰]. در سال ۲۰۱۶ جت‌های پالسی جریان مخالف بر عملکرد آبرودینامیکی یک کپسول Re-Entry در جریان مافوق صوت توسط عبدالهی پور و همکارانش مورد مطالعه قرار گرفت، در این روش عملکرد آبرودینامیکی کپسول در جریان آزاد ماخ ۳/۴۸ با ۵ دبی مختلف جت مخالف جریان بررسی شد، نتایج نشان داد که دو رژیم جریان را می‌توان با افزایش نرخ جریان جرم جت مشاهده کرد، حالت نفوذ طولانی و حالت نفوذ کوتاه. حالت نفوذ طولانی که در دبی جرمی کم ظاهر می‌شوند، باعث افزایش فاصله شوک جداشدگی، ناپایداری و نوسانات جریان و حالت نفوذ کوتاه که در دبی بالا ظاهر می‌شود، باعث کاهش فاصله شوک جداشدگی می‌شود [۱۹]. در سال ۲۰۱۹ گرمایش آبروترمودینامیکی القاء شده روی بدنه‌های ماوراء صوت توسط تاو و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه با استفاده از تحلیل برخورد ملکولی، تئوری گرمایش آبروترمودینامیکی در مقیاس میکروسکوپی، تدوین گردید [۱۱]. در سال ۲۰۲۰ الگوریتم‌های محاسبه‌ی گرمایش آبروترمودینامیکی القاء شده روی بدنه‌های ماوراء صوت در راستای افزایش دقت محاسبات، توسط جان زانگ و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه، الگوریتم جدیدی جهت افزایش دقت محاسبات گرمایش آبروترمودینامیکی، تدوین گردید [۱۲]. در سال ۲۰۲۱ گرمایش آبروترمودینامیکی القاء شده روی بدنه‌ی کپسول ورود به مریخ توسط کیولی و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه، با استفاده از روش‌های تجربی و عددی، روش خوبی جهت بررسی و محاسبه‌ی گرمایش آبروترمودینامیکی القاء شده روی بدنه‌ی کپسول ورود به مریخ، تدوین گردید [۱۳]. در سال ۲۰۲۲ اثرات جت خروجی جریان و اسپایکروی گرمایش آبروترمودینامیکی القاء شده در نقطه‌ی سکون بدنه‌های ماوراء صوت توسط رینان و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه، با استفاده از روش عددی و با فرض ترموشیمی غیرتعادلی، الگوریتم محاسبه‌ی گرمایش آبروترمودینامیکی در نقطه‌ی سکون این دماغه‌ها، تدوین شد [۱۴]. در ادامه‌ی تحقیقات [۱۴-۲۰]، هدف از این



بنابراین این مدل‌ها براساس شبکه‌ی نشان داده شده در شکل ۲ با معادلات لایه شوک لزج، معادله‌ی حالت، مدل آشفتگی بالدوین-لومکس، معادله‌ی پیوستگی گونه‌ها، معادله‌ی تعادل انرژی در لایه‌ی فناشونده، مدل‌های محاسبه‌ی خواص انتقالی گونه‌ها و مخلوط لایه‌ی شوک (مدل ویلک)، معادله‌ی انتقال حرارت در پوسته‌ی دماغه، معادله‌ی شار حرارتی کل و معادله‌ی گرمایش تشعشی مخلوط گازی (مدل جسم شفاف)، معادلات شرایط مرزی شوک (مدل رنگین-هیوگونیت) و شرط مرزی دیواره، کوپل شده است. این معادلات براساس شکل ۲ عبارتند از:

۲- معادلات جریان

۲-۱- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial}{\partial y} ((r + y \cos \theta)^j \rho u) + \left(\frac{\partial}{\partial y} (1 + \gamma y) \right) (r + y \cos \theta)^j \rho u + M_{cg} = 0 \quad (4)$$

۲-۲- معادله ممنتوم رویه‌ای (مماسی)

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{1+\gamma y} \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho u v \frac{\gamma}{1+\gamma y} + \\
 \frac{1}{1+\gamma y} \frac{\partial P}{\partial s} = E^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\gamma u}{1+\gamma y} \right) \right) + \\
 E^2 \mu \left(\frac{\gamma}{1+\gamma y} + \frac{j \cos \theta}{r+y \cos \theta} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\gamma u}{1+\gamma y} \right) \quad (5)
 \end{aligned}$$

۲-۳- معادله ممنتوم در جهت عمود بر سطح

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho u^2 \frac{\gamma}{1+\gamma y} \quad (6)$$

۲-۴- معادله انرژی

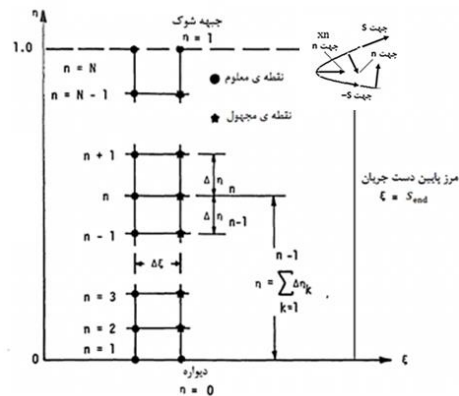
$$\begin{aligned}
 \frac{\gamma}{1+\gamma y} \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial s} + \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{1+\gamma y} u \frac{\partial P}{\partial s} - \\
 v \frac{\partial P}{\partial y} = E^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + E^2 \left(\frac{1}{1+\gamma y} + \right. \\
 \left. \frac{j \cos \theta}{r+y \cos \theta} \right) K \frac{\partial T}{\partial y} - E^2 \sum_{i=1}^{n_3} J_i C_{P_i} \frac{\partial T}{\partial y} + \\
 E^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{1+\gamma y} \right)^2 - \sum_{i=1}^{n_3} h_i w_i \quad (7)
 \end{aligned}$$

۳- معادله‌ی پیوستگی گونه‌ها

$$\begin{aligned}
 \frac{\gamma}{1+\gamma y} \rho u \frac{\partial C_i}{\partial s} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = w_i - \varepsilon^2 \frac{\partial J_i}{\partial s} - \\
 \varepsilon^2 \left(\frac{x}{1+\gamma y} + \frac{j \cos \theta}{r+y \cos \theta} \right) J_i \cdot J_i = \\
 \frac{\mu}{Pr} L e_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \cdot C_i \frac{\rho_i}{\rho} \quad (8)
 \end{aligned}$$

۴- معادله‌ی تعادل انرژی در لایه‌ی فناشونده

$$\begin{aligned}
 -(K_x \zeta_x + K_y \zeta_y) \frac{\partial T}{\partial \zeta} - (K_x \eta_x + \\
 K_y \eta_y) \frac{\partial T}{\partial \eta} - K_z \frac{\partial T}{\partial z_{gas,w}} - \\
 \sum_{i=1}^{n_s} h_i T_w w_i + \alpha q_r - \sigma T_w^4 = 0 \quad (9)
 \end{aligned}$$



شکل ۲- نمایی از سیستم‌های محاسباتی و رویه‌ای [۲]

۱- معادله‌ی شار حرارتی القاء شده بر دیواره

$$\begin{aligned}
 q_w = \text{Conduction} + \text{Convection} + \\
 \text{Radiation} = -E^2 \left(K \frac{\partial T}{\partial y} + \right. \\
 \left. \sum_{i=1}^{n_s} \frac{\mu}{Pr} L e_i h \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{u_{sh}^2 \mu_w u_w \frac{\partial u}{\partial \eta}}{T_{sh}} \right) + \\
 q_r E = \frac{1}{R_e} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$-1, \pi_1 = \frac{q}{KRT} = \frac{q}{KR \frac{a_s^2}{\gamma R}} = \frac{q}{KR C_P (\gamma - 1)}, PR =$$

$$C_P \frac{\mu}{K} \Rightarrow \pi_1 = \frac{q}{\mu R a_s^2} PR(\gamma - 1), PR(\gamma - 1) \approx$$

$$Const \Rightarrow \pi_1 = \frac{q}{\mu R a_s^2}$$

(۱۴):

$$\pi_2 = P_1^a P_2^b P_3^c P_4^d P_5' \\ = L^a (ML^{-1}T^{-1})^b (MLT^{-3}\theta^{-1})^c (\theta)^d (ML^{-1})$$

$$= M^0 L^0 T^0 \theta^0 \Rightarrow a = 0, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}, d =$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \pi_2 = V \sqrt{\frac{\mu}{KT}}, \frac{\mu}{KT} = \frac{\mu}{K \frac{a_s^2}{\gamma R}} = \frac{PR}{C_P \frac{a_s^2}{\gamma R}}$$

$$= \frac{V}{a_s} \sqrt{PR(\gamma - 1)}, PR(\gamma - 1) \approx Const \Rightarrow \pi_2 =$$

$$Ma = Ma_\infty f_1(\theta) \Rightarrow \pi_2 = Ma_\infty f_1(\theta)$$

(۱۵):

$$\pi_3 = P_1^a P_2^b P_3^c P_4^d P_5' =$$

$$L^a (ML^{-1}T^{-1})^b (MLT^{-3}\theta^{-1})^c (\theta)^d (ML^{-3}) =$$

$$M^0 L^0 T^0 \theta^0 \Rightarrow a = 1, b = \frac{-3}{2}, c = \frac{1}{2}, d =$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \pi_3 = \frac{\rho R}{\mu} \sqrt{\frac{KT}{\mu}}, \frac{\mu}{KT} = \frac{\mu}{K \frac{a_s^2}{\gamma R}} = \frac{PR}{C_P \frac{a_s^2}{\gamma R}}, Re =$$

$$\frac{\rho VR}{\mu} \Rightarrow \pi_3 = \frac{Re}{Ma} \frac{1}{\sqrt{PR(\gamma - 1)}} \Rightarrow \pi_3 = \frac{Re}{Ma} =$$

$$\frac{Re}{Ma_\infty} f_2(\theta_{ave}) \Rightarrow \pi_3 = \frac{Re}{Ma_\infty} f_2(\theta_{ave})$$

(۱۶):

$$\pi_4 = P_1^a P_2^b P_3^c P_4^d P_5' =$$

$$L^a (ML^{-1}T^{-1})^b (MLT^{-3}\theta^{-1})^c (\theta)^d (L^2 T^{-2} \theta^{-1}) =$$

$$M^0 L^0 T^0 \theta^0 \Rightarrow a = 0, b = 1, c = -1, d = =$$

$$0 \Rightarrow \pi_4 = \frac{\mu C_P}{K} \Rightarrow \pi_4 = Pr$$

با توجه به روابط ۱۲ تا ۱۶، رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

(۱۷):

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \theta) \Rightarrow \frac{q}{\mu R a_s^2} =$$

$$f(Ma_\infty, Re, Pr_\infty, \theta) \Rightarrow \frac{q}{\mu R a_s^2} =$$

$$Ma_\infty^{c_1} \left(\frac{Re_\infty}{Re_{\infty, s1}}\right)^{c_2} Pr_\infty^{c_3} Pr_\infty \approx 0.7$$

۵- معادله‌ی انتقال حرارت پوسته‌ی دماغه

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} \alpha_i = \frac{K_i}{\rho C_P} \quad (۱۰)$$

۶- معادله‌ی گرمایش تشعشی مخلوط گازی (مدل الستند- جسم شفاف)

$$q_r^* = q_{p,r} A_i \\ = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{iend} \sum_{j=1}^{je} \frac{E_{i,j} \sin \beta_i}{x_{n_{i,j}}} A_i^2 dn_{i,j},$$

$$A_i = \pi (S_i^2 - S_{i-1}^2),$$

$$V_{i,j} = A_i dn_{i,j}, \omega = \frac{\pi}{2} - \beta, J_{i,j} \quad (۱۱)$$

$$= K_P \int_0^\infty \beta_{v_{i,j}} dv, E_{i,j} = 4\pi J_{i,j}, \beta_{v_{i,j}}$$

$$= \frac{2hv^3}{C^2 \exp\left(\frac{hv}{KT_{i,j}} - 1\right)}$$

۲-۲- عدد بی بعد

با استفاده از نتایج تحقیقات [۵] و [۱۸-۱۵]، می‌توان گفت که انتقال حرارت هدایتی و جابجایی با شعاع نوک دماغه رابطه مستقیم دارند؛ همچنین انتقال حرارت تشعشی با شعاع نوک دماغه رابطه معکوس دارد؛ بنابراین می‌توان گفت که شار حرارتی کل، تابعی از متغیرهای زیر است:

$$q = f(V, R, \mu, K, \rho, T, C_P, \theta), P_1 = R(L), P_2 = \mu(ML^{-1}T^{-1}), P_3 = K(ML^{-3}\theta^{-1}), P_4 = T(\theta), P_5 = \mu(ML^{-1}T^{-1}), P_1' = q(ML^2T^{-3}), P_2' = V(LT^{-1}), P_3' = \rho(ML^{-3}), P_4' = C_P(L^2T^{-2}\theta^{-1}) \quad (۱۲)$$

در معادله‌ی ۱۲، P_4, P_3, P_2, P_1 به ترتیب بیانگر، شعاع دماغه، لزجت، ضریب انتقال حرارت هدایتی و دمای مخلوط گازی لایه شوک است. با استفاده از قضیه π باکینگهام، گروه‌های بی‌بعد استخراج می‌گردند. این گروه‌ها عبارتند از [۱۳]:

$$\pi_1 = P_1^a P_2^b P_3^c P_4^d P_5' \Rightarrow L^a (ML^{-1}T^{-1})^b (MLT^{-3}\theta^{-1})^c (\theta)^d (ML^2T^{-1}) = M^0 L^0 T^0 \theta^0 \Rightarrow a = 1, b = 0, c = -1, d =$$

۳- فرضیات، الگوریتم و روش حل تحقیق

فرضیات این تحقیق مانند فرضیات کد محاسبه کانتور دمایی و گرمایش آیرودینامیکی بوده است و شامل موارد زیر است:

۱- معادلات جریان در یال دماغه سهموی است و ضخامت لایه مرزی در نقطه سکون نازک است.

۲- فعل و انفعالات شیمیایی در لایه‌ی شوک (فناشوندگی سطح، تجزیه/یونیزاسیون هوا)، نامتعادل هستند.

۳- خواص ترمودینامیکی و انتقالی لایه‌ی شوک تابعی از دما بوده و جهت محاسبه‌ی آنها از برازش منحنی مبتنی بر تئوری ملکولی قطبی و نتایج آزمایشات طیف نگاری استفاده می‌گردد.

۴- جهت در نظر گرفتن اثرات فناشوندگی سطح از تئوری صحنه‌گذاری شده‌ی پارک استفاده می‌گردد.

۵- انتقال حرارت جابجایی آزاد داخل دماغه با انتقال حرارت هدایتی، معادل‌سازی شده است.

۶- به دلیل بالا بودن سرعت، گردابه‌های ناشی از آشفته‌گی جریان، رفتار دوبعدی دارند و با مدل بالدوین-لومکس مدل‌سازی می‌گردند.

۷- به دلیل بالا بودن دمای نقطه سکون نسبت به پایین دست جریان، فرض بر این است که مسیر صدور تشعشع در لایه‌ی شوک از بالادست به پایین دست جریان است.

۸- جهت محاسبه عبارات چشمه از قانون اثر جرم وابسته به زمان استفاده می‌گردد.

۹- فرض بر این است که محیط گازی لایه شوک پیوسته است، به عبارت دیگر با معرفی شعاع دماغه به عنوان طول معیار، عدد نادسن کمتر از ۰/۰۰۱ است.

با نگاهی به تحقیقات صورت گرفته در زمینه گرمایش آیرودینامیکی و تشعشی، می‌توان گفت که تحقیقات جامع و وسیعی در این زمینه صورت گرفته است ولی روش حل عددی اکثر تحقیقات مذکور حجم محدود گام به گام زمانی است. از معایب این روش، می‌توان به بالا بودن حجم فضای محاسباتی و زمان حل اشاره کرد و این عیب در شبیه سازی گرمایش آیرودینامیکی محموله‌های برد بلند در طی مسیر پرواز بسیار پررنگ‌تر خواهد شد و همچنین از مزایای آن می‌توان به جامع بودن فرض جاذب-متشعشع بودن المان‌های لایه‌ی شوک به دلیل هذلولی بودن معادلات جریان در روش حل عددی گام به گام زمانی، اشاره نمود. در کد محاسبه کانتور دمایی و گرمایش آیرودینامیکی، جهت

کاهش زمان حل معادلات جریان از روش ترکیبی گام به گام مکانی لایه شوک لزج و لایه مرزی لزج خودمتشابه، استفاده شده است. استفاده از روش ترکیبی مذکور باعث سهموی شدن معادلات جریان شده و الزام عدم انتشار اطلاعات از پایین دست به بالادست جریان را به دنبال دارد. یعنی، الزام استفاده از فرض شفاف بودن المان‌های لایه شوک را به طراح، دیکته می‌کند [۲] و [۸-۱۰].

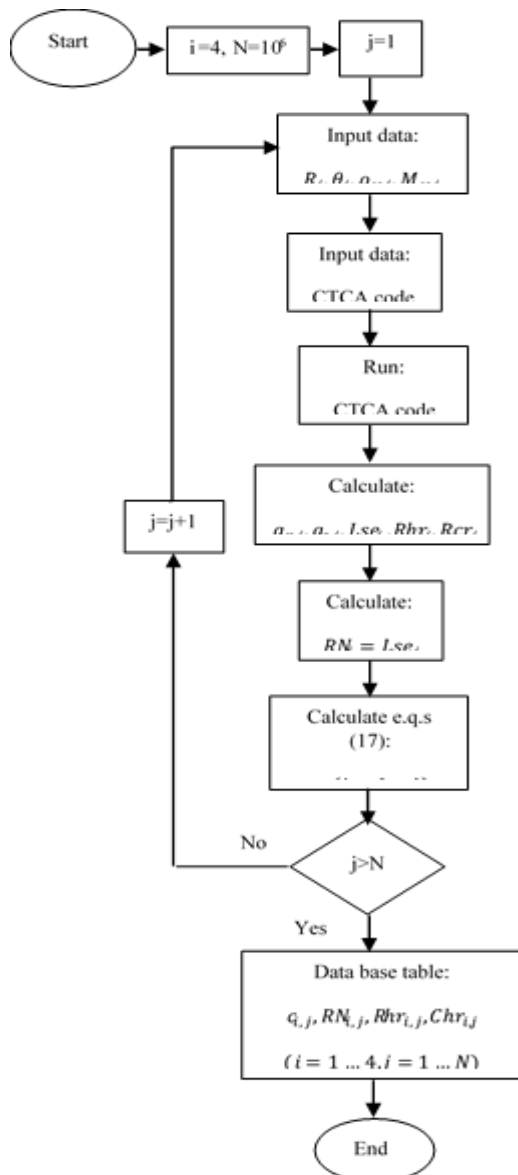
در الگوریتم شکل (۳)، اطلاعات ورودی شامل عدد ماخ جریان آزاد، دانسیته ارتفاع پروازی، شیب دماغه و شعاع نوک دماغه $(R_i, \theta_i, \rho_{\infty,i}, M_{\infty,i})$ را به عنوان ورودی‌های کد CTCA در فایل ورودی وارد، و کد را اجرا می‌کنیم. با استفاده از نتایج کد، نسبت‌های گرمایش تشعشی، آیرودینامیکی، عدد لویس، شماره های حرارتی آیرودینامیکی و تشعشی $(q_{r,i}, q_{c,i}, Lse_i, Rhr_i, Rcr_i)$ با استفاده از معادله‌ی (۱۸) محاسبه می‌گردد و مقدار $(RN_i = Lse_i)$ قرار می‌دهیم. با استفاده از معادله‌ی (۱۷)، ضرایب $(C_{i,j})$ را محاسبه می‌گردد. برای i مورد بررسی، اطلاعات $(C_{i,j}, RN_{i,j}, Rhr_{i,j}, Rcr_{i,j})$ ذخیره می‌گردد. اگر $j > N$ باشد، $j = j + 1$ قرار می‌گیرد و در صورتی که:

$$j < 11: i = 11, j < 101: i = 2, j < 10001: i = 3, j < 1000001: i = 4$$

باشد، الگوریتم تکرار، و در پایان بانک اطلاعاتی زیر استخراج می‌گردد.

$$c_{i,j}, RN_{i,j}, Rhr_{i,j}, Rcr_{i,j}; i = 1 \dots 4, j = 1 \dots 10^6$$

با اجراهای مختلفی که با هندسه‌ها متفاوت از منظرهای شعاع و زاویه‌ی شیب دماغه $(N1=10, N2=10)$ ، ارتفاعات مختلف پروازی از منظر دانسیته $(N3=100)$ ، اعداد ماخ مختلف در محدوده‌ی ۱ تا ۲۰ $(N4=100)$ که روی کد صحنه‌گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی صورت گرفت (مجموعاً ۱۰۶ اجراء)، بانک اطلاعاتی مقادیر c_1, c_2, c_3, c_4 مطابق الگوریتم نشان داده شده در شکل (۳) استخراج می‌گردد. الگوریتم بیان شده بعنوان نوآوری تحقیق بوده و توسط محققان جهت تدوین عدد بی بعد (RN)، توسعه یافته است.



شکل ۳- الگوریتم استخراج بانک اطلاعاتی c_i, RN_i, Rhr_i, Chr_i

۴- نتایج و بحث

در این بخش، برخی از اجزای صورت گرفته شده روی کد صحه‌گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی جهت استخراج نتایج بدست آمده در "معادلات (۱۹، ۲۰) تحت عنوان مطالعات موردی ۱ تا ۴ آورده شده است و نتایج بدست آمده در این معادلات با نتایج مرجع [۳] صحه‌گذاری شده است؛ همچنین جهت معرفی میزان خطای ناشی از اغماض مربوط به شار حرارتی در محدوده‌های مختلف عدد

با استفاده از اطلاعات خروجی الگوریتم، عدد بی‌بعد (RN) به صورت حاصلضرب لگاریتم سمت چپ معادله‌ی (۱۷) و عدد ثابت ۰/۲۸۶ تعریف می‌گردد؛ همچنین عبارات Rhr, Rhc به ترتیب بیانگر نسبت های گرمایش تشعشی و آیرودینامیکی است:

(۱۸)

$$\begin{aligned}
 RN = Lse &= 0.268 \log \left(\frac{q}{a_{s,w}^2 \mu_{wR}} \right) \\
 &= 0.268 \log \left(\frac{q_c + q_r}{a_{s,w}^2 \mu_{wR}} \right), Rhr \\
 &= \frac{q_r}{q}, Rcr = \frac{q_c}{q}
 \end{aligned}$$

با استفاده از بانک اطلاعاتی بدست آمده از فلوجارت شکل ۳ ملاحظه گردید که:

(۱۹)

$$\begin{cases}
 2.98 \leq C_1 \leq 3.03 \Rightarrow C_1 \approx 3 \\
 0.20 \leq C_2 \leq 0.212 \Rightarrow C_2 \approx 0.206 \\
 0.025 \leq C_3 \leq 0.031 \Rightarrow C_3 \approx 0.028 \\
 0.69 \leq C_4 \leq 0.81 \Rightarrow C_4 \approx 0.75
 \end{cases} \Rightarrow RN =$$

$$\begin{aligned}
 Lse &= 0.268 \log \left(\frac{q}{a_{s,w}^2 \mu_{wR}} \right) = \\
 &= 0.268 \log \left(Ma_{\infty}^3 \left(\frac{Re_{\infty}}{Re_{\infty,si}} \right)^{0.206} 0.7^{0.028} \theta^{0.75} \right)
 \end{aligned}$$

(۲۰)

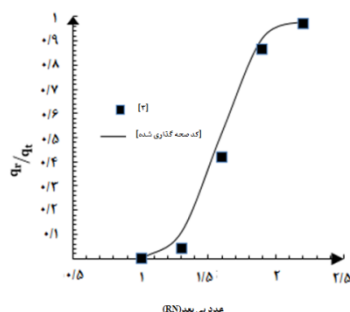
$$Rhc = \begin{cases} 0.03, \max RN < 1 \\ 98, \min RN > 2 \end{cases}$$

$$Chc = \begin{cases} 97, \min RN < 1 \\ 0.02, \max RN > 2 \end{cases}$$

نتایج بدست آمده در معادله‌ی (۲۰) نشان داد که:

- ۱- در $RN < 1$ ، حداکثر مقدار Rhr برابر ۰/۰۳ است، یعنی از مقدار گرمایش تشعشی می‌توان صرف‌نظر کرد.
- ۲- در $RN > 2$ ، حداکثر مقدار Rcr برابر ۰/۰۲ است، یعنی از مقدار گرمایش آیرودینامیکی می‌توان صرف‌نظر کرد.

در $RN < 1$ ، نسبت مقدار گرمایش تشعشی و آیرودینامیکی به سمت صفر میل می‌کند، پس می‌توان از مقدار گرمایش تشعشی در مقایسه با گرمایش آیرودینامیکی صرفنظر کرد؛ همچنین در $RN > 2$ ، نسبت مقدار گرمایش آیرودینامیکی و تشعشی به سمت 0.1 میل می‌کند، پس می‌توان از مقدار گرمایش آیرودینامیکی در مقایسه با گرمایش تشعشی صرفنظر کرد. جهت تأیید یافته‌ی فوق الذکر، در "شکل 5"، درصد میزان گرمایش تشعشی نقطه‌ی سکون دماغه محموله‌ی بیان شده نسبت به انتقال حرارت کل، برحسب عدد بی بعد (RN) نشان داده شده و نتایج آن با نتایج مرجع [۳] مقایسه شده است.



شکل ۵- درصد میزان گرمایش تشعشی نسبت به انتقال حرارت کل بر حسب RN

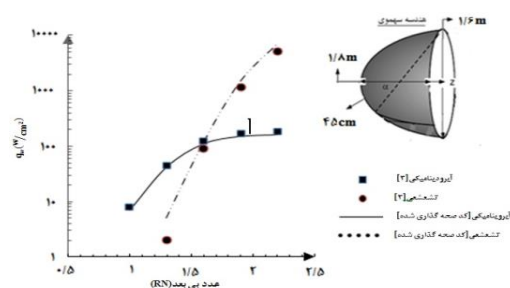
نتایج شکل ۵ نشان می‌دهد که در $RN < 1$ ، درصد سهم گرمایش تشعشی در شار حرارتی کل صفر است، همچنین در $RN > 2$ ، درصد سهم گرمایش آیرودینامیکی در شار حرارتی کل به سمت صفر میل می‌کند.

مطالعه موردی (۲): در شکل ۶ گرمایش تشعشی مدل 0.1 سفینه‌ی، های بوزا با پوشش فنا شونده کربن-فنولیک برحسب فاصله رویه‌ای (s) در $RN = 1.92$ نشان داده شده و نتایج آن با مرجع [۶] و نتایج تست تونل باد، مقایسه شده است.

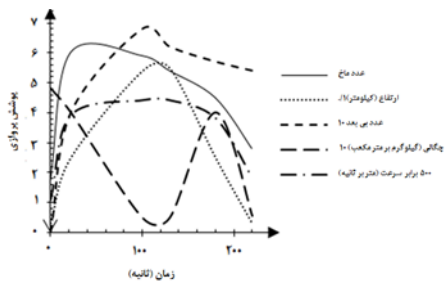
بی بعد (RN)، نتایج اصلی شار حرارتی کد صحنه گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی با نتایج فرعی شار حرارتی (خروجی شار حرارتی کد صحنه گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی با در نظر گرفتن میزان اغماض ناشی از محدوده‌های مختلف عدد بی بعد (RN)، مقایسه شده است. کانتورهای مرتبط جهت اعتبارسنجی کیفی در نمودارهای ۴ تا ۱۲ معرفی می‌گردد. به عنوان نمونه، نمودار همگرایی و زمان اجراء مربوط به مطالعه موردی چهارم در شکل ۱۲ نشان داده شده و میزان کاهش در زمان همگرایی کد CTCA با بهره‌گیری از عدد بی بعد RN، قابل توجه است.

مطالعه موردی (۱): در این حالت، با استفاده از کد صحنه گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی گرمایش آیرودینامیکی و تشعشی در نقطه‌ی سکون یک دماغه‌ی سهموی، پوشش فناشوندگی کربن-فنولیک و با شعاع نوک ۴۵ سانتیمتر در اعداد بی بعد مختلف (RN) محاسبه گردید (با در نظر گرفتن اغماض‌های ناشی از محدوده‌های اعداد بی بعد مختلف (RN) و نتایج آن با نتایج مرجع [۳] مقایسه گردید. این مطالعه جهت اطمینان از انطباق نتایج کد صحنه‌گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی و نتایج مرجع [۳] با عدد بی بعد (RN) انجام شد.

نتایج شکل ۴ نشان می‌دهد که خطای نسبی الگوریتم شار حرارتی کد CTCA با لحاظ نمودن میزان اغماض مربوط به محدوده‌های مختلف (RN)، جهت محاسبه‌ی گرمایش آیرودینامیکی و تشعشی نقطه‌ی سکون، در مقایسه با مرجع [۳] به ترتیب کمتر از ۸ و ۱۱ درصد است.

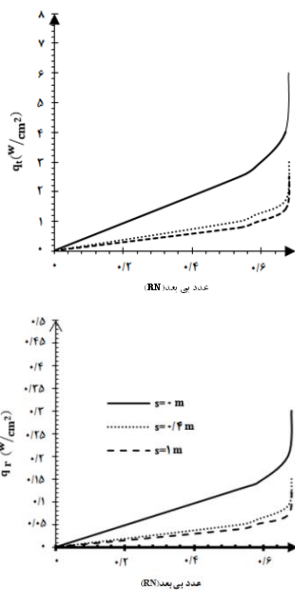


شکل ۴- مقایسه‌ی نتایج گرمایش آیرودینامیکی و تشعشی نقطه‌ی سکون یک دماغه‌ی نوعی مربوط به کد صحنه‌گذاری شده با مرجع [۳] بر حسب عدد بی بعد



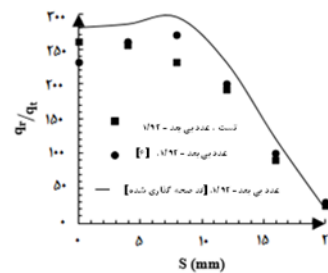
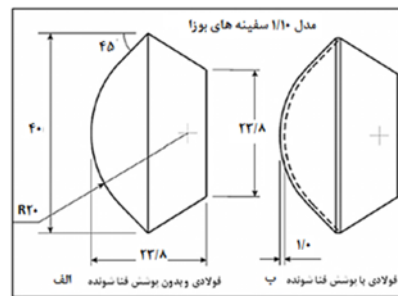
شکل ۷- پوشش پروازی مطالعه‌ی موردی سوم

نتایج شکل ۸ نشان می‌دهد که به دلیل پایین بودن عدد بی بعد (RN)، مقدار گرمایش تشعشعی در طول پرواز پایین است (کمتر از ۵ درصد شار حرارتی کل) و در تحلیل دمایی پوسته دماغه می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. لازم به ذکر است که در این حالت می‌توان الگوریتم شار حرارتی تشعشعی کد صحنه گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی را غیرفعال کرد. انجام این کار باعث ۱۲/۳ درصد کاهش زمان حل مطالعه موردی سوم در طول پرواز گردید.



شکل ۸- تغییرات شار حرارتی کل و شار تشعشعی دماغه مطالعه موردی سوم بر حسب فاصله رویه‌ای و عدد بی‌بعد RN

مطالعه موردی (۴): مشخصات هندسی (r, z) نشان داده شده در شکل ۱ دماغه‌ی با پوشش فناشوندگی الیاف شیشه-رزین فنولیک مربوط به یک محموله‌ی نوعی به همراه پوشش

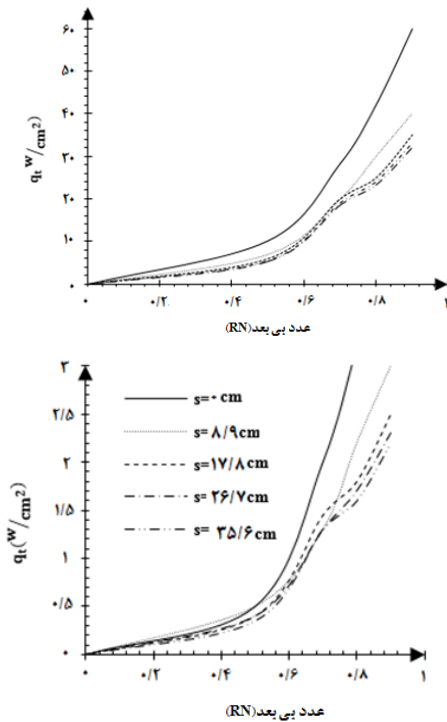


شکل ۶- گرمایش تشعشعی با مقیاس ۰/۱ برای سفینه هایباسا بر حسب فاصله (S) و عدد بی بعد ۱/۹۲

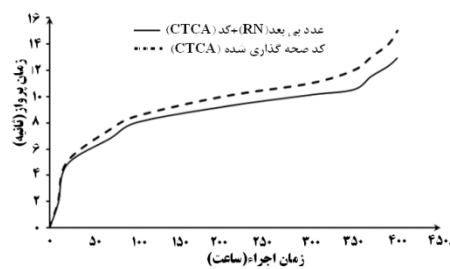
نتایج "شکل ۶" نشان می‌دهد که:

- ۱- در مقایسه با نتایج تست تونل باد، منحنی تغییرات گرمایش تشعشعی بر حسب فاصله رویه‌ای در تحقیق فعلی، رفتار منطقی تری نسبت به نتایج مرجع [۶] دارد.
 - ۲- بالا بودن میزان گرمایش تشعشعی در نقاط نزدیک به نقطه‌ی سکون در تحقیق فعلی نسبت به نتایج تست تونل باد، به دلیل فرض شفاف بودن المان‌های مخلوط گازی است.
 - ۳- خطای نسبی تحقیق فعلی و مرجع [۶] نسبت به نتایج تست تونل باد، به ترتیب ۱۰/۹۳ و ۷/۲ درصد است.
- مطالعه موردی (۳): در شکل ۷ پوشش پروازی یک محموله‌ی نوعی با دماغه‌ی با ساختار هندسی جناغی و پوشش فنا شوندگی الیاف شیشه-رزین فنولیک، نشان داده شده‌است. در شکل ۸ منحنی تغییرات شار حرارتی کل (هدایتی/جابجایی و تشعشعی) نصف النهار رو به باد دماغه‌ی بیان شده در شکل ۷ در زاویه حمله‌ی ۱۰ درجه بر حسب فاصله رویه‌ای (S) و عدد بی بعد (RN) نشان داده شده و مقادیر آن با میزان گرمایش تشعشعی مقایسه شده‌است.

RN و ترکیب CTCA در RN، با همدیگر مقایسه شده است. در انتهای پرواز، در صورت استفاده از عدد بی بعد RN، کاهش ۱۴ درصدی در زمان همگرایی، قابل توجه است.



شکل ۱۱- تغییرات شار حرارتی کل و شار تشعشی دماغه مطالعه موردی چهارم بر حسب فاصله رویه‌ای و عدد بی بعد RN

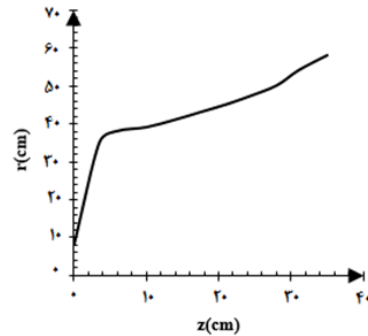


شکل ۱۲- تأثیر عدد بی بعد RN روی زمان اجرای کد CTCA در مطالعه موردی چهارم

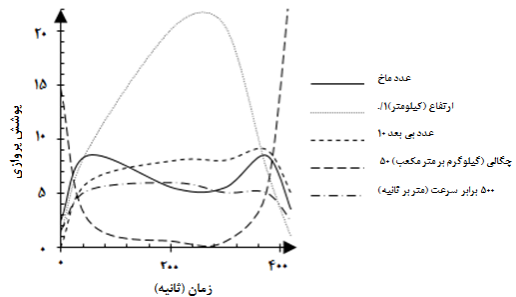
۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، جهت صرفه‌جویی بیشتر در زمان حل کد صحنه گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آبرودینامیکی،

پروازی آن در اشکال ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. در شکل ۱۱ منحنی تغییرات شار حرارتی کل و گرمایش و تشعشی دماغه‌ی نشان داده شده در شکل ۹ در زاویه حمله‌ی صفر درجه بر حسب فاصله رویه‌ای (S) و عدد بی بعد (RN) نشان داده شده و مقادیر آن با میزان گرمایش تشعشی مقایسه شده است.



شکل ۹- مشخصات هندسی دماغه‌ی مربوط به مطالعه‌ی موردی چهارم



شکل ۱۰- پوشش پروازی مطالعه‌ی موردی سوم

نتایج شکل ۱۱ نشان می‌دهد که به دلیل پایین بودن عدد RN، مقدار گرمایش تشعشی در طول پرواز پایین است (کمتر از ۷ درصد شار حرارتی کل در $t=370$ sec یا $RN=0.9$) و در تحلیل دمایی پوسته دماغه می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. لازم به ذکر است که در این حالت می‌توان الگوریتم شار حرارتی تشعشی کد CTCA را غیرفعال کرد. انجام این کار باعث ۱۴ درصد کاهش زمان حل مطالعه موردی چهارم در طول پرواز گردید.

نتایج شکل ۱۲ نشان می‌دهد که براساس نمودارهای همگرایی کد CTCA، مدت زمان همگرایی بر حسب زمان پرواز در مطالعه‌ی موردی چهارم در دو حالت CTCA بدون

$\frac{kg}{s}$	دبی جرمی گازهای ناشی از فناشوندگی سطح
	تعداد گونه‌ها
Pa	فشار
	عدد پرائتل
$\frac{w}{m^2}$	شار حرارتی
m	فاصله‌ی هر نقطه از دماغه تا محور افقی
m	شعاع نوک دماغه
	عدد رینولدز
s	زمان
K	درجه حرارت
m	فاصله‌ی رویه‌ای تا نقطه سکون - محور رویه‌ای
$\frac{m}{s}$	سرعت جریان در راستای محور رویه‌ای
	سرعت جریان در راستای محور نرمال (عمود بر رویه)
$\frac{m}{s}$	نرخ غلظت گونه‌ها
	فاصله‌ی نرمالیزه شده هر نقطه تا جبهه شوک
	محور نرمال (عمود بر رویه) در هر نقطه از دماغه
	فاصله‌ی افقی m

۶-۲- علائم یونانی

α	زاویه حمله rad
α	ضریب پخش حرارت $\frac{m^2}{s}$
β	زاویه دید rad
θ	زاویه رویه با محور افقی rad
γ	نسبت گرمای ویژه در فشار به حجم ثابت
γ	میزان انحناء بدنه
ρ	دانسیته $\frac{kg}{m^3}$
Ξ	شاخص عدد رینولدز
ζ, η	بردارهای نرمالیزه شده γ, s در مختصات دکارتی
ϑ	فرکانس تابش Hz

۶-۳- زیر نویس‌ها

∞	جریان آزاد
0	نقطه سکون
ave	میانگین
i	شماره گونه
r	تشعشع
s	صوت

شار حرارتی کلی مرزبندی گردید. جهت تعیین مرز گرمایش آیرودینامیکی و تشعشعی عدد بی بعد (RN)، استخراج شد. نتایج این تحلیل‌ها نشان داد که در اعداد ماخ کمتر از ۲۰، برای RN < 1 می‌توان از میزان گرمایش تشعشعی در برابر گرمایش آیرودینامیکی صرف نظر کرد، همچنین در RN > 2 می‌توان از میزان گرمایش آیرودینامیکی در برابر گرمایش تشعشعی صرف نظر کرد. با این کار، بسته به مقدار عدد بی بعد (RN)، می‌توان یکی از زیر برنامه های گرمایش آیرودینامیکی یا تشعشعی را غیرفعال کرد. نتایج تحقیق فعلی برای معالعات موردی سوم و چهارم نشان داد که استفاده از مرزبندی صورت گرفته شده بر اساس عدد بی بعد (RN)، باعث صرفه‌جویی ۱۴ و ۱۲/۳ درصدی در زمان همگرایی کد صحه‌گذاری شده‌ی محاسبه کانتور دمای و گرمایش آیرودینامیکی شده است. لازم به ذکر است که استفاده از عدد بی بعد (RN)، می‌تواند کاربری مهندسی در تخمین میزان شار حرارتی کل را نیز داشته باشد و این موضوع می‌تواند، موضوع پیشنهادی خوبی جهت تحقیقات آتی متعاقب این تحقیق باشد.

۶- فهرست علائم

۶-۱- علائم اصلی

A	سطح مقطع m^2
a_s	سرعت صوت $\frac{m}{s}$
C	غلظت یا کسر جرمی
C_p	گرمای ویژه در فشار ثابت $\frac{J}{kg.K}$
E	انرژی تشعشعی J
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی $\frac{w}{m^2.K}$
h	آنتالپی مخصوص $\frac{J}{kg}$
j	شاخص شناسایی نوع بدنه (0 یا 1)
J	ضریب نفوذ جرمی
K	ضریب انتقال حرارت هدایتی $\frac{w}{m.K}$
K_p	میانگین ضریب جذب پلانک
K_θ	ضریب تابش
Le	عدد لوئیس
Ma	عدد ماخ

- [10] M. M. Doustar, M. Mardani, F. Ghada (2017) Numerical simulation of radiance effects on the aerodynamic heating of ablative nose with VSL-VBLS method, Struct. Fluid J. Shahrod Univ., Vol. 5, No. 3, pp. 10-27 (in Persian).
- [11] Y. Tao., Z. Wuli., Q. Han (2019) Theory of Aerodynamic heating from molecular collision analysis, J. Phys. Let. A, Vol. 384, No. 4.
- [12] J. Zhang., J. Guangchen (2020) Recent advances in the application of advanced algorithms in computational dynamics technology, Int. J. a Aerospace Eng., Vol. 32, No. 5.
- [13] L. Qi., L. Junhong., Z. Jingyun (2021) Thermal Environment and Aeroheating Mechanism of Protuberances of Mars Entry Capsule, J. Space Sci. Tech., Vol. 28, No. 12.
- [14] R. Renane., R. Allouche (2022) Aeroheating optimization of a hypersonic thermochemical non equilibrium around blunt body by application of opposing Jet and Blunt Spike, Hypersonic Vehicles Books.
- [15] E.W. Miner, Computer User's (1975) Guide for a Chemically Reacting Viscous Shock Layer Code, NASA CR-2551, pp.24-32.
- [16] G. Irina, C. Brykina, D. Scott (1998) An Approximate Axisymmetric Viscous Shock Layer Aeroheating Method for Three-Dimensional Bodies, AIAA NASA, TM198-207890, pp.14-22.
- [17] G.R. Dextygen1.6.1 (2012) Ablation Modeling of Nose Section with UDF Linkage to Fluent Software. J. Thermophys.Heat Trans., Vol. 14, No. 3, pp. 32-41.
- [18] J.D. Marvin (1983) Turbulence Modeling for Computational Aerodynamics, AIAA J., Vol. 21, No. 7, pp. 941-955.
- [19] Abdolahi Poor, S., Mardani, A., & Seyed Shams Taleghani, S. A. (2016). Effects of pulsed counter flow jets on aerothermodynamics performance of a Re-Entry capsule at supersonic flow. Aero. Knoldge. Tech. J., 5(1), 55-65.
- [20] Abdolahi, S., Etemadi, F., & Ebrahimi, M. (2015). Aerodynamic Heating Prediction of Flying Body Using Fluid-Solid Conjugate Heat Transfer. Space Science and Technology, 8(3).

جبهه شوک	sh
دیواره	W
مشتق نسبت به x	x
مشتق نسبت به y	y

۷- مراجع

- [1] J. Anderson (1989) Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics, Second Edition, pp. 25-346, New York: ISBN:978-964-2751-04-4.
- [2] M. M. Doustar, M. Mardani, F. Ghadak (2017) Aero-heating Modelling on the Ablative Noses during Flight Trajectory, Aircraft Engineering and Aerospace Tech. J., Vol. 8, No. 3, pp.52-70.
- [3] A. Kumar (1980) Laminar and Turbulent Flow Solutions with Radiation and Ablation Injection for Jovian Entry, AIAA J., Vol. 12, No. 3, pp.30-41.
- [4] K. Sutton (1985) Air Radiation Revisited, in Thermal Design of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles, AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics Series, Vol. 96, pp. 419-441.
- [5] R. J. Gollan (2011) Numerical Modeling of Radiating Supraorbital Flows, The University of Queensland Brisbane 4072, Australia.
- [6] D. F. Potter (2011) Modeling of radiating shock layers for atmospheric entry at Earth and Mars, Scientaa AC Abore, Vol. 34, pp. 320-341.
- [7] S. Benjamin, H. Roy, H.S. Paul, T. Baumanb, and T. A. Oliver (2014) Modeling hypersonic entry with the fully-implicit Navier-Stokes (FIN-S) stabilized finite element flow solver Computers & Fluids, pp. 281-292.
- [8] M. M. Doustar, M. Mardani, F. Ghadak (2016) Simulation of temperature distribution for hypersonic ablative noses during flight trajectory by space marching method, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 12, pp. 163-174 (in Persian).
- [9] M. M. Doustar, M. Mardani, F. Ghadak (2019) Investigation of the catalytic wall effect on the aerothermodynamics heating of ablative noses by space marching method, Fluid mechanic and aerodynamic J. Imam hossien Univ., Vol. 4, No. 2, pp. 40-50 (in Persian).