



## توسعه یک الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر نظریه بازی در طراحی مکانیزم‌های با کاربرد تولید

## مسیر

محمد سعید سعیدی<sup>۱</sup>، علی جمالی<sup>۲\*</sup>، بهمن احمدی<sup>۳</sup>، نادر نریمان زاده<sup>۴</sup><sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، پردیس دانشگاهی، دانشگاه گیلان<sup>۲</sup> دانشیار، دانشگاه گیلان، ایران<sup>۳</sup> استادیار، دانشگاه کردستان، ایران<sup>۴</sup> استاد، دانشگاه گیلان، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۹/۲۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۱۰/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۰۳

## چکیده

در این مقاله به مسئله بهینه‌سازی مقاوم چندهدفه مکانیزم چهارلینکی برای کاربرد تولید مسیر با استفاده از رهیافت نظریه بازی پرداخته می‌شود. یک رویکرد تصمیم‌گیری غیرمتمرکز دو سطحی جدید، با استفاده از هم‌افزایی بهینه‌سازی مقاوم مبتنی بر قابلیت اطمینان، نظریه بازی استکلبرگ و همکارانه، شبیه‌سازی مونت کارلو و برنامه‌ریزی ژنتیکی (GP) پیشنهاد شده و برای مسئله سنتز مکانیزم‌های چهارلینکی تولید مسیر اعمال شده است. چهار معیار عملکرد، شامل معیارهای دقت (TE)، مقاوم بودن ( $\mu_{TE}$  و  $\sigma_{TE}^2$ )، قابلیت اطمینان ( $f_G$ ) در سطح پیشرو و کیفیت حرکت (TA) در سطح دنباله‌رو به چهار بازیگر تخصیص داده شده است، به طوری که هر کدام از بازیگران مسئول بهینه‌سازی یک معیار عملکرد است. حداکثر گشتاور محرک ورودی ( $T_S$ ) در قالب یک معیار دینامیکی، به عنوان قید طراحی به مسئله سطح پیشرو داده شده است. از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای ایجاد مجموعه پاسخ منطقی بازیگر پیرو در فرایند بازی استکلبرگ استفاده شده و همچنین مسئله حکمیت نش برای مدل‌سازی رفتارهای همکارانه در بین بازیگران در سطح پیشرو به کار گرفته شده است. با استفاده از سناریو بازی پیشنهاد شده، مسئله بهینه‌سازی چهارهدفه مکانیزم چهارلینکی، به یک مسئله بهینه‌سازی تک‌هدفه تبدیل می‌شود. نتایج به دست آمده بهبود قابل توجهی را در قابلیت اطمینان و رفتار مقاوم مکانیزم نشان می‌دهد.

**کلمات کلیدی:** بهینه‌سازی چند هدفی؛ نظریه بازی؛ طراحی مقاوم؛ برنامه‌ریزی ژنتیکی؛ مکانیزم تولید مسیر.

### Developing a Multi-Objective Game Theoretic Design of Path-Generating Planar Mechanism

Mohammad Saeid Saeidi<sup>1</sup>, Ali Jamali<sup>2,\*</sup>, Bahman Ahmadi<sup>3</sup>, Nader Nariman-zadeh<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. student, Department of Mechanical Engineering, University Campus 2, University of Guilan, Guilan, Iran

<sup>2</sup> Assoc., Prof., Department of Dynamics, Control, and Vibrations, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Iran

<sup>3</sup> Assist., Prof., Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

<sup>4</sup> Prof., Department of Dynamics, Control, and Vibrations, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Iran

#### Abstract

This article addresses the bi-level multi-objective optimization problems raised in reliability-based robust design optimization of mechanism synthesis through establishing a state-of-the-art game theoretic scenario. A novel bi-level decentralized decision-making approach is proposed using the synergy of reliability-based robust design optimization (RBRDO), Stackelberg/cooperative game theory, Monte Carlo simulation (MCS) and genetic programming (GP). The application of the proposed approach is elaborated in a case-study of multi-objective robust synthesis of high-speed path generating four-bar. The four performance criteria, namely, accuracy (TE), robustness ( $\mu_{TE}$  and  $\sigma_{TE}^2$ ), reliability ( $f_G$ ) at upper level and quality of motion (TA) at lower level are assigned to four players so that each of whom is in charge of one objective criterion being optimized. The peak input driving torque ( $T_S$ ) as the dynamic constraint is associated with the upper-level problem. The genetic programming (GP) metamodel is used to capture the Stackelberg protocol between two levels *i.e.*, constructing the follower's rational reaction set (RRS) and the Nash arbitration scheme is hired to model the cooperative behaviors in upper level. By this way, the four-objective optimization problem of four-bar linkage is reduced into a single-objective robust design problem. The obtained results show a considerable enhancement in reliability and robust behavior of mechanism.

**Keywords:** Multi-objective optimization; Game theory; robust design; Genetic programming; Path-generating four-bar.

## ۱- مقدمه

مکانیزم، یک سازوکار مکانیکی است که به منظور انتقال حرکت و یا نیرو از یک منبع به یک خروجی بکار می‌رود [۱]. می‌توان مکانیزم‌ها را بر اساس کاربردهای آن‌ها به سه دسته ایجاد مسیر (مولد مسیر)، ایجاد عملیات (مولد تابع) و ایجاد حرکت (مولد حرکت) تقسیم‌بندی کرد [۲]. تاکنون روش‌های مختلفی برای سنتز مکانیزم‌ها بکار گرفته شده است که در یک تقسیم‌بندی کلی به سه دسته روش‌های گرافیکی، روش‌های تحلیلی و روش‌های بهینه‌سازی تقسیم‌بندی می‌شوند. هنگامی که تعداد نقاط دقت از یک مقدار مشخص بیشتر می‌شود، روش‌های گرافیکی و تحلیلی به مسئله سنتز با تعداد قیود اضافی منجر می‌شود [۲]. این عامل، روش‌های بهینه‌سازی را به یک رهیافت جایگزین برای سنتز ابعادی مکانیزم‌ها تبدیل کرده است. تا دهه ۹۰ میلادی به مسئله سنتز ابعادی مکانیزم‌های چهارلینکی به‌عنوان یک مسئله طراحی کلاسیک پرداخته می‌شد. یکی از اولین تحقیقاتی که محدودیت‌های موجود در نظریه‌های کلاسیک را برطرف کرد توسط روستون<sup>۱</sup> انجام گرفت [۳]. کاربرد آن و همکاران از یک روش بهینه‌سازی بر اساس الگوریتم‌های تکاملی برای کاربردهای سنتز ابعادی مکانیزم‌های تولید مسیر استفاده کردند [۴].

در تحقیق انجام گرفته توسط آکاریا<sup>۲</sup> پارامترهای بهینه مکانیزم چهارلینکی در تولید مسیر با استفاده از سه الگوریتم جستجوی فرااکتشافی GA، PSO و DE به دست آمدند [۵]. نریمان‌زاده و همکاران یک روش مبتنی بر الگوریتم ژنتیک چندهدفه را برای سنتز بهینه پارتو مکانیزم‌های چهارلینکی برای تولید مسیر پیشنهاد و توسعه دادند [۶]. توابع هدف متعارض شامل خطای پیمایش و انحراف زاویه انتقال از مقدار ایده‌آل ۹۰<sup>۰</sup> بودند. در سال ۲۰۱۰ لین<sup>۴</sup> با ترکیب DE و GA یک الگوریتم تکاملی جدید برای سنتز تولید مسیر مکانیزم‌های چهارلینکی پیشنهاد کرد [۷]. قطبی و دینگرا در سال ۲۰۱۲ از رهیافت نظریه بازی استاکلبرگ برای بهینه‌سازی چندهدفه مکانیزم‌های چهارلینکی سرعت‌بالا از هر دو نقطه نظر سینماتیکی و دینامیکی استفاده کردند. نویسندگان برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگر پیرو،

اعتصامی و همکاران [۱۲] از یک الگوریتم تفاضل تکاملی برای بهینه‌سازی چندهدفی پارتو مکانیزم چهارلینکی استفاده کردند که در آن گشتاور لرزشی و نیروهای لرزشی افقی و قائم به عنوان سه تابع هدف در نظر گرفته شدند. احمدی و همکاران [۱۳] از نظریه بازی همکارانه، طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان و روش نمونه برداری مونت کارلو برای بهینه‌سازی چندهدفی مکانیزم‌های چهارلینکی تولید مسیر استفاده کردند. نویسندگان تأثیر نامعینی ابعاد بر قابلیت اطمینان مکانیزم را در نظر گرفته که در آن معیارهای عملکرد شامل خطای پیمایش، انحراف زاویه انتقال از مقدار ایده‌آل و احتمال شکست شرط گراشف تعریف شد. نویسندگان در این پژوهش، منحصر به مدل بازی همکارانه از دیدگاه طراحی مقاوم مبتنی بر قابلیت اطمینان و بدون در نظر گرفتن معیارهای دینامیکی پرداختند. نویسندگان در مرجع [۱۴] یک روش کاملاً تحلیلی برای حل معادلات منحنی کاپلر در اتصالات چهارلینکی صفحه‌ای معرفی کردند.

در سال ۲۰۲۲ قیوم و محمدی [۱۵] از تکنیک‌های تکاملی مانند الگوریتم بهبود یافته جستجوی هارمونی برای تولید مکانیزم‌های تولید مسیر چهارلینکی استفاده کردند. نویسندگان از یک مدل ریاضی بر اساس معادلات حلقه بسته برداری استفاده کردند که خطاهای موقعیتی را کمینه می‌کند

در سال ۲۰۲۲ قیوم و محمدی [۱۵] از تکنیک‌های تکاملی مانند الگوریتم بهبود یافته جستجوی هارمونی برای تولید مکانیزم‌های تولید مسیر چهارلینکی استفاده کردند. نویسندگان از یک مدل ریاضی بر اساس معادلات حلقه بسته برداری استفاده کردند که خطاهای موقعیتی را کمینه می‌کند

<sup>3</sup> S. Acharyya

<sup>4</sup> W. Y. Lin

<sup>1</sup> G. P. Roston

<sup>2</sup> J. A. Cabrera

روش سنتز به کار برده شده و ... است. در تحلیل معین که در آن طول لینک‌ها مشخص و معین و لقی اتصالات صفر فرض می‌شوند، خطای ساختاری مکانیزم تا حد امکان کمینه می‌شود. مکانیزم حتی اگر در بهترین حالت خطای ساختاری صفر داشته باشد، همچنان به صورت اجتناب‌ناپذیری دارای خطای مکانیکی خواهد بود. در واقعیت رواداری طول لینک‌ها و لقی اتصالات همواره منجر به انحراف مکانیزم از اهداف پیش‌بینی شده به دلیل وجود خطای مکانیکی است. به زبان ساده، مقاوم نبودن و عدم قابلیت اطمینان مکانیزم در برابر نامعینی موجب می‌شود، مکانیزمی که از لحاظ نظری مناسب و مطلوب می‌باشد، از لحاظ عملی و کاربردی نامطلوب و یا حتی غیر قابل استفاده باشد.

در این پژوهش، بهینه‌سازی چند هدفی مقاوم مکانیزم چهارلینکی با وجود نامعینی در طول لینک مد نظر قرار می‌گیرد. همان‌طور که نشان داده خواهد شد، مسئله بهینه‌سازی چهارهدفی مقاوم مکانیزم چهارلینکی شامل توابع هدف (۱) خطای پیمایش، (۲) میانگین و واریانس خطای پیمایش، (۳) قابلیت اطمینان مکانیزم در رعایت شرط گراش و (۴) انحراف زاویه انتقال از مقدار ایده‌آل، با بکارگیری رهیافت نظریه بازی به یک مسئله بهینه‌سازی تک‌هدفی در فضای نامعین تبدیل می‌شود. در پایان، مقایسه‌ای بین نتایج بدست‌آمده از مطالعه حاضر با پژوهش‌های انجام گرفته در ادبیات موضوع صورت گرفته و بحث و تحلیل لازم در این خصوص ارائه خواهد شد.

## ۲- نظریه بازی

در نظریه بازی، مسئله بهینه‌سازی چند هدفی به صورت یک بازی مدل می‌شود که در آن هر بازیگر عهده‌دار یک تابع هدف است که باید آن را بهینه کند. هر یک از بازیگران زیرمجموعه‌ای از متغیرهای طراحی را کنترل کرده و به دنبال بهینه کردن توابع هدف خود می‌باشند. توابع هدف بازیگران معمولاً در تضاد با هم قرار دارند و بازیگران ممکن است در رسیدن به یک حل مصالحه‌ای ناکام بمانند. به‌طور کلی سه نوع بازی در رهیافت نظریه بازی مطرح می‌شود: (۱) بازی‌های هم‌کارانه<sup>۱</sup> (۲) بازی‌های غیر هم‌کارانه<sup>۲</sup> و (۳) بازی‌های استاکبرگ<sup>۳</sup>.

و محدودیت‌های ساختاری را اضا می‌کند. پاتاک و همکاران [۱۶] در یک مقاله مروری انجام شده در سال ۲۰۲۳ استفاده از تکنیک‌های محاسباتی در سنتز بهینه مکانیزم برای کاربرد‌های مختلف را مورد بررسی جامع قرار دادند. این بررسی را می‌توان به عنوان مرجعی جامع از تحقیقات انجام شده تا سال ۲۰۲۲ در نظر گرفت.

بسیاری از مدل‌های به‌دست‌آمده از سیستم‌ها و فرآیندهای مهندسی، به دلیل نامعینی‌های ناشی از عدم دقت در اندازه‌گیری و استخراج نتایج و یا عدم توانایی در نوشتن روابط مربوط به بسیاری از شرایطی که در رفتار دینامیکی سیستم تاثیر می‌گذارند، نمی‌توانند یک مدل دقیق از سیستم باشند. بطور کلی در نظر گرفتن نامعینی در طراحی تاثیر بسیار زیادی بر دقت و عملکرد مقاوم طرح دارد. برقراری توازن و مصالحه بین دقت سیستم و عملکرد مقاوم آن در حضور نامعینی‌ها، یکی از چالش‌های مهمی است که نظر مهندسان را به خود جلب کرده است [۱۷، ۱۸]. برای غلبه بر نامعینی باید طراحی به‌گونه‌ای باشد که نسبت به نامعینی‌های موجود در آن مقاوم باشد. به عنوان مثال در سنتز مکانیزم‌ها، مکانیزم باید به‌گونه‌ای طراحی شود که با وجود نامعینی بتواند در چارچوب محدودیت‌های اقتصادی بهترین عملکرد و بیشترین قابلیت اطمینان را داشته باشد. سنتز بهینه مکانیزم در فضای معین، هیچ‌گونه از موارد نامعینی (شامل اتفاقی بودن ابعاد طول لینک‌ها، لقی موجود در لولا و اتصالات، فرسودگی قطعات و غیره) را در مکانیزم و محیط پیرامونش در نظر نمی‌گیرد و این در حالی است که وجود نامعینی چه در پروسه ساخت و چه در مراحل مونتاژ و نگهداری مکانیزم اجتناب‌ناپذیر خواهد بود [۱۳].

به طور خاص، انحراف مسیر تولید شده توسط نقطه کاپلر مکانیزم چهارلینکی از مسیر مطلوب شامل مجموع خطای ساختاری (که به صورت ذاتی در مکانیزم ایده‌آل نیز وجود دارد) و خطای مکانیکی (ناشی از رواداری‌های موجود در طول لینک‌های مکانیزم و همچنین لقی موجود در اتصالات) است. خطای ساختاری مکانیزم بدون نامعینی در مقادیر نامی پارامترهای مکانیزم محاسبه می‌شود. خطای ساختاری ناشی از عوامل متعدد از قبیل انتخاب نوع مکانیزم، تعداد نقاط دقت،

<sup>3</sup> Stackelberg games

<sup>1</sup> Cooperative games

<sup>2</sup> Noncooperative games

مجموعه استراتژی‌های بهینه بازیگر پیرو، به‌عنوان RRS بازیگر پیرو شناخته می‌شود. با فرض اینکه بازیگرهای پیشرو و پیرو به ترتیب متغیرهای طراحی  $x_1$  و  $x_2$  را در اختیار دارند، مدل ریاضی بازی استاکلبرگ به صورت رابطه (۴) قابل بیان است [۹].

$$\begin{aligned} \min_{(x_1, x_2) \in S} f_1(x_1, x_2) \\ \text{subject to: } x_2 \in X_2^N(x_1) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $X_2^N(x_1)$  مجموعه پاسخ منطقی بازیگر پیرو است

$$X_2^N(x_1) = \left\{ \begin{aligned} &x_2^N \in X_2 | f_2(x_1, x_2^N) = \\ &\min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1, x_2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

از منظر ریاضیات، مجموعه پاسخ منطقی بازیگران معادله‌ای است که استراتژی بازیگر را به‌عنوان تابعی از متغیرهای طراحی تعیین می‌کند و تحت کنترل دیگر بازیگران قرار می‌گیرد. در این پژوهش، برای اولین بار از GP<sup>۱</sup> برای تخمین پاسخ منطقی بازیگر پیرو در مدل بازی استاکلبرگ استفاده شده است. در فضای استراتژی (متغیرهای طراحی)، بازیگر اول یا پیشرو نمونه‌برداری می‌شود و به‌عنوان داده‌های ورودی مورد استفاده قرار می‌گیرد. استراتژی بهینه بازیگر پیرو برای هر یک از استراتژی‌های بازیگر پیشرو، داده‌های خروجی را تولید می‌کند. درنهایت، با استفاده از GP به‌عنوان مدل‌ساز، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر پیرو به‌صورت توابع صریح ریاضیاتی به‌دست می‌آید.

### ۳- برنامه‌ریزی ژنتیکی

برنامه‌ریزی ژنتیکی (GP)، یک روش جستجوی اتفاقی و الهام گرفته از انتخاب و تکامل در طبیعت است [۲۱]. این روش برای تقریب و تخمین مدل‌ها (ساختارها و پارامترها) در مسائل مختلف علمی مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم GP با الهام از الگوریتم ژنتیک (GA)، از رشته‌های کاراکتر محور با طول ثابت برای ساخت افراد در جمعیت استفاده

عموماً یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفی به صورت یافتن  $n$  متغیر طراحی  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  به منظور بهینه کردن تابع هدف  $k$   $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$  که تحت قیدهای طراحی قرار دارند، تعریف می‌شود. بدون اینکه از عمومیت مسئله کاسته شود، فرض می‌شود که همه تابع‌های هدف باید مینیمم شوند. شکل استاندارد مسائل بهینه‌سازی چند هدفی به صورت رابطه (۱) قابل بیان است [۱۹].

$$\begin{aligned} \min F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \\ \text{subject to } x \in S \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن

$$\begin{aligned} S = \{x \in \mathbb{R}^n | g_i(x) \leq 0, h_j(x) = 0, i \\ = 1, 2, \dots, m, j \\ = 1, 2, \dots, p\} \end{aligned} \quad (2)$$

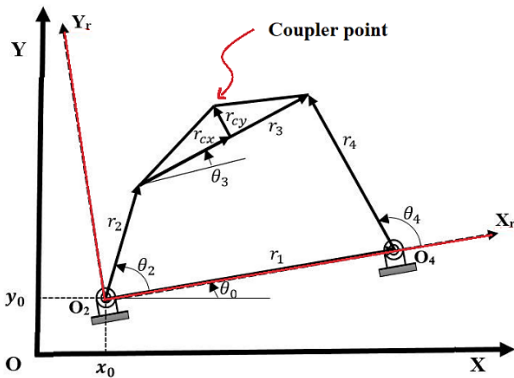
که  $x$  بردار متغیرهای طراحی،  $F$  بردار توابع هدف،  $g_i(x)$  قیود نامساوی،  $h_j(x)$  قیود مساوی و  $S$  مجموعه جواب‌های مسئله بهینه‌سازی رابطه (۱) می‌باشند.

در مدل بازی همکارانه، هرکدام از بازیگرها از استراتژی انتخاب شده توسط دیگر بازیگرها آگاه بوده و با رویکرد همکارانه با دیگر بازیگرها در تلاش برای رسیدن به پاسخ بهینه پارتو می‌باشند. مسئله حکمیت نش (Nash arbitration) یک رهیافت حل بهینه‌سازی پارتو و برآمده از نظریه بازی است. نش پیشنهاد و اثبات می‌کند که حل یک مسئله حکمیت با بیشینه‌سازی حاصل ضرب توابع مطلوبیت بازیگران به صورت حل پارتو به دست می‌آید [۲۰]. در حالتی که کمینه‌سازی توابع هدف بازیگران مورد نظر است، مسئله حکمیت نش به صورت بیشینه‌سازی رابطه (۳) بیان می‌شود [۱۹].

$$F(x) = \prod_{i=1}^k [s_i - f_i(x)] \quad (3)$$

که در آن  $s_i \geq f_i(x)$  است. شرط  $s_i \geq f_i(x)$  تضمین می‌کند که رابطه فوق یک نقطه بهینه پارتو را به دست می‌دهد. مقدار  $s_i$  می‌تواند به صورت یک حد بالا برای هر یک از توابع هدف در نظر گرفته شود که شرط  $s_i \geq f_i(x)$  را همواره اقیان کند.

<sup>۱</sup> Genetic Programming



شکل ۱- مکانیزم چهارلینکی [۱۳]

TE که خطای ساختاری مکانیزم را محاسبه می‌کند، به صورت رابطه (۶) محاسبه می‌شود [۶]:

$$TE = \sum_{i=1}^N [(C_{xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{yd}^i - C_y^i)^2], \quad (6)$$

که در آن،  $C^i = [C_x^i, C_y^i]^T$  و  $C_d^i = [C_{xd}^i, C_{yd}^i]^T$  ترتیب مجموعه‌ای از نقاط مورد نظر و پیمایش شده را مشخص می‌کند. علاوه بر این، بردار پارامترهای طراحی شامل  $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0]$  است. در این جا، دقت مکانیزم از طریق کمینه کردن (به حداقل رساندن) TE تعریف می‌شود.

تابع هدف زاویه انتقال (TA) به عنوان معیار کیفیت حرکت به صورت زیر بیان می‌شود [۶]:

$$TA = [(\gamma_{max} - 90^\circ)^2 + (\gamma_{min} - 90^\circ)^2], \quad (7)$$

که در آن، حداقل و حداکثر مقادیر  $\gamma$  از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma_{max} = \cos^{-1} \left[ \frac{r_4^2 - (r_1 + r_2)^2 + r_3^2}{2r_4r_3} \right], \quad (a8)$$

$$\gamma_{min} = \cos^{-1} \left[ \frac{r_4^2 - (r_1 - r_2)^2 + r_3^2}{2r_4r_3} \right]. \quad (b8)$$

نمی‌کند، بلکه یک یا چندین معادله ریاضی با ضابطه صریح را برای بیان مدل سیستم مورد نظر ارائه می‌دهد [۲۲].

برای ساختن عناصر درخت یعنی شاخه‌ها و برگ‌ها، لازم است مجموعه‌ای از توابع (شامل عملگرهای ریاضی، شرطی، منطقی، باینری و حسابی) و همچنین پایانه‌ها (شامل متغیرها و اعداد تصادفی) تعریف شوند. توابع و پایانه‌ها با توجه به مسئله انتخاب می‌شوند، یعنی تابع باید با توجه به پارامترهای آن‌ها تعیین شود، در حالی که پایانه‌ها مقادیر خاص خود را دارند. مشابه الگوریتم ژنتیک، جمعیت اولیه در GP به طور تصادفی تولید می‌شود. به منظور ایجاد جمعیت اولیه تصادفی، در تحقیق حاضر از تکنیک نصف نصف شیبدار استفاده شده است<sup>۱</sup>، برای آنکه می‌تواند درختان مختلفی را از نظر شکل و اندازه ارائه دهد. پس از ساخت درخت‌ها در جمعیت اولیه، اپراتورهای ژنتیکی یعنی پیوند<sup>۲</sup> و جهش<sup>۳</sup> برای افزایش برازندگی جمعیت اجرا می‌شوند. پس از انجام عملگرهای ژنتیکی، می‌توان از طرح‌های انتخاب رایج مانند تورنومنت<sup>۴</sup> یا چرخ رولت<sup>۵</sup> برای ایجاد نسل بعدی استفاده کرد. روند به‌روزرسانی نسل‌ها تا زمانی که معیار توقف برآورده شود، تکرار می‌شود. در نهایت، بهترین فرد (با بالاترین برازندگی) به عنوان پاسخ نهایی در نظر گرفته می‌شود. برخی از پارامترهای کنترلی مهم در برنامه‌ریزی ژنتیکی شامل عمق و اندازه افراد تولیدشده، اندازه جمعیت، تعداد نسل‌ها، احتمال اجرای عملگرهای ژنتیکی و تعیین عملگرها و پایانه‌های مناسب هستند [۲۳].

#### ۴- تعریف مسئله

شکل ۱ شماتیکی از یک مکانیزم چهارلینکی برای کاربرد تولید مسیر را نشان می‌دهد. به طور کلی، مسئله سنتز منحنی کاپلر بهینه شامل ارزیابی پارامترهای طراحی  $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0]$  است که در آن خطای پیمایش (TE) در طول منحنی کاپلر به حداقل می‌رسد.

<sup>4</sup> Tournament  
<sup>5</sup> Roulette Wheel

<sup>1</sup> Ramped half and half  
<sup>2</sup> Crossover  
<sup>3</sup> Mutation

$$T_S + T_{O2} - (F_{32x} + \frac{F_{O2x}}{2}) r_2 \sin(\theta_{2i}) + (F_{32y} + \frac{F_{O2y}}{2}) r_2 \cos(\theta_{2i}) = 0 \quad (g9)$$

$$T_{O3} + (F_{34x} - \frac{F_{O3x}}{2}) r_3 \sin(\theta_{3i}) - (F_{34y} - \frac{F_{O3y}}{2}) r_3 \cos(\theta_{3i}) = 0 \quad (h9)$$

$$T_{O4} - (F_{34x} + \frac{F_{O4x}}{2}) r_4 \sin(\theta_{4i}) + (F_{34y} + \frac{F_{O4y}}{2}) r_4 \cos(\theta_{4i}) = 0 \quad (i9)$$

که در آن، تجزیه و تحلیل دینامیکی در هر موقعیت درجه  $i^{\text{th}}$  ام لینک ورودی انجام می‌شود. معادلات (۹) شامل ۹ پارامتر مجهول است. این مجهولات مولفه‌های  $x$  و  $y$  و چهار نیروی داخلی ( $F_{12}, F_{23}, F_{34}, F_{14}$ ) و گشتاور حرکتی ( $T_S$ ) را شامل می‌شود. قابل ذکر است که از طریق تحلیل دینامیکی و پس از محاسبه نیروهای اینرسی هر کدام از لینک‌ها می‌توان ( $F_{Oix}, F_{Oiy}, T_{O_i}$ ) را به دست آورد. در مطالعه حاضر، بیشینه گشتاور محرک ورودی یعنی  $\max(T_S) \leq 1$  به عنوان قید طراحی اختصاص داده شده به بازیگران سطح پیشرو در نظر گرفته می‌شود.

شکل ۲ ساختار بازی را نشان می‌دهد. سه بازیگر ۱، ۲ و ۳، تحت عناوین دقت ( $TE$ )، مقاوم بودن ( $\mu_{TE}$  و  $\sigma_{TE}^2$ ) و قابلیت اطمینان در ارضا شرط گراشف ( $f_G$ ) در سطح پیشرو قرار دارند. حداکثر گشتاور ورودی در یک دوران کامل مکانیزم ( $T_S$ ) به عنوان قید مسئله بازیگران پیشرو در نظر گرفته می‌شود. بازیگر ۴، یعنی کیفیت حرکت ( $TA$ ) در سطح پایین‌تر قرار می‌گیرد و این سطح نقش بازیگر پیرو را بازی می‌کند. تعامل بین بازیگران ۱، ۲ و ۳ در سطوح بالا به عنوان یک بازی همکارانه در نظر گرفته می‌شود. تابع حکمیت نش در معادله (۳) برای مدل‌سازی رفتار همکارانه در بین بازیگران یک سطح و رویکرد نظریه بازی استکلبرگ، برای مدل‌سازی

برای دستیابی به یک مکانیزم مقاوم از دیدگاه  $RDO^1$ ، لازم است میانگین خطای پیمایش ( $\mu_{TE}$ ) و واریانس خطای پیمایش ( $\sigma_{TE}^2$ ) به حداقل برسد تا حساسیت مکانیزم به نامعینی موجود در پارامترهای آن، تا حد امکان کاهش یابد. روش  $RDO$  معمولاً در مواقعی استفاده می‌شود که طراح بخواهد با وجود نامعینی در پارامترها یا متغیرهای طراحی، پاسخی مقاوم‌تر و با حساسیت کمتر نسبت به نامعینی‌های موجود در سیستم داشته باشیم. در دیدگاه  $RDO$  هدف کمینه کردن میانگین و واریانس هر یک از توابع هدف است که در آن به جای  $k$  تابع هدف، باید  $2k$  تابع هدف را برای بهینه‌سازی چندهدفی مدنظر قرار داد. بدیهی است که بهینه‌سازی مقاوم مستلزم کمینه شدن هم‌زمان میانگین و واریانس هر یک از توابع هدف است. علاوه بر این، تضمین شرط گراشف<sup>۲</sup> با وجود نامعینی بیشترین اهمیت را در هر دو مرحله طراحی و ساخت دارد. از این‌رو، لازم است یک تابع هدف از دیدگاه  $RBDO^3$ ، یعنی قابلیت اطمینان مکانیزم در ارضا شرط گراشف ( $f_G$ ) تعریف شود. در تحلیل بر اساس  $RBDO$ ، احتمال شکست سیستم نسبت به بعضی مقادیر آستانه‌ای کاهش می‌یابد.

قید دینامیکی شامل به حداقل رساندن حداکثر گشتاور ورودی در یک دور کامل چرخش مکانیزم تعریف می‌شود. هر لینک متحرک شامل  $r_i, i = 2, 3, 4$  با جرم  $m_i$  و یک مقدار ممان اینرسی  $I_i$  است. بدون از دست دادن کلیت مسئله، هر لینک متحرک به عنوان یک میله باریک همگن مدل‌سازی می‌شود. متعاقباً معادلات دینامیکی حاکم به صورت روابط (۹) به دست می‌آیند [۲۴].

$$F_{O2x} + F_{12x} - F_{23x} = 0 \quad (a9)$$

$$F_{O2y} + F_{12y} - F_{23y} = 0 \quad (b9)$$

$$F_{O3x} + F_{23x} - F_{34x} = 0 \quad (c9)$$

$$F_{O3y} + F_{23y} - F_{34y} = 0 \quad (d9)$$

$$F_{O4x} + F_{34x} + F_{14x} = 0 \quad (e9)$$

$$F_{O4y} + F_{34y} + F_{14y} = 0 \quad (f9)$$

<sup>3</sup> Reliability Based Design Optimization

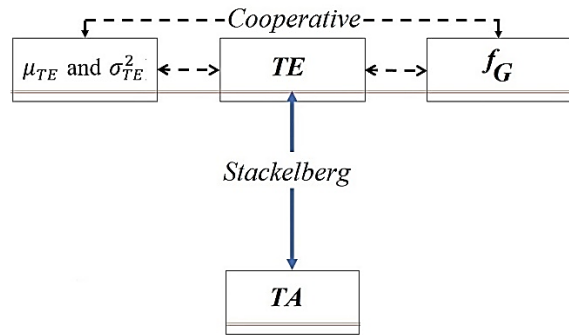
<sup>1</sup> Robust Design Optimization

<sup>2</sup> Grashof

به حداکثر رساندن تابع چانه‌زنی  $F_{B\text{-leader}}$  منجر به یک حل پارتو در سطح پیشرو می‌شود؛ زیرا مثبت بودن هر بخش در معادله (۱۱) بهینه بودن پاسخ پارتو را تضمین می‌کند. به‌آسانی استنباط می‌شود که بهترین مقادیر ممکن از معیارهای  $TE^b, TA^b, \mu_{TE}^b, \sigma_{TE}^{2-b}$  مقدار صفر است. بدیهی است که بدترین مقدار  $f_G^w$  مقدار یک است؛ همچنین بر اساس رابطه  $(Y), TA^w = 90^2 + 90^2 = 16200$  به دست می‌آید. به‌منظور تعیین  $TE^w$  حداکثر مقدار  $TE$  بر اساس استنباط شهودی از طراحی مکانیزم تعریف می‌شود. روش نمونه‌برداری  $MCS$  با ۲۰۰۰ نمونه در بازه تعریف پارامترهای طراحی تولید شده است. در نتیجه، توابع هدف  $TE$  برای هر نمونه محاسبه می‌شود.

در این مرحله از طراحی سناریو بازی، مفهوم نظریه بازی استاکلبرگ با استفاده از ترکیب  $GP$  و  $MCS$  برای یافتن مدل تقریبی  $RRS$  بازیگر دنباله‌رو ارائه می‌شود. از نقطه نظر اجرای سناریو، بازی توسط پیرو شروع می‌شود، یعنی ابتدا باید مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیرو انجام شود. این امر برای به دست آوردن  $X_f^w(x_l)$  از رابطه (۴) به‌عنوان  $RRS$  بازیگر پیرو می‌باشد که برای کمیته‌سازی  $f_l(x_f, x_l)$  لازم است. الگوریتم  $GP$  در هم‌افزایی با  $MCS$  به عنوان یک متامدل برای ایجاد  $RRS$  بازیگر پیرو، استفاده می‌شود. متغیرهای پیشرو و متغیرهای پیرو به ترتیب بیانگر مجموعه داده‌های ورودی و خروجی می‌باشند. از شبیه‌سازی مونت کارلو برای تولید نمونه‌های  $r_1$  و  $r_2$  استفاده شده است. احمدی و همکاران [۱۰] به‌صورت تحلیلی نشان دادند که برابر قرار دادن  $r_3$  و  $r_4$  به‌هینگی معیار  $TA$  را تضمین می‌کند. در اینجا با استناد به مرجع [۱۰] مقدار  $r_3$  و  $r_4$  در فرایند طراحی برابر در نظر گرفته می‌شود. برای ایجاد مدل  $GP$ ، ۲۰۰ مجموعه داده ورودی-خروجی ارائه شده است که در آن ۱۳۰ و ۷۰ جفت داده ورودی-خروجی به ترتیب برای آموزش و پیش‌بینی استفاده می‌شوند. جدول ۱ پارامترهای تعیین‌شده  $GP$  را نشان می‌دهد.

رفتار سطوح بالا و پایین استفاده می‌شود. متامدل نوع  $GP$  برای به دست آوردن تقریبی  $RRS$  بازیگر دنباله‌رو استفاده می‌شود.



شکل ۲- سناریوی نظریه بازی پیشنهاد شده

انتخاب مقادیر دو متغیر طراحی  $r_3$  و  $r_4$  (که زیرمعیار  $TA$  هستند) به بازیگر پیرو داده می‌شود، درحالی‌که  $r_1, r_2, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0$  به بازیگران سطح پیشرو اختصاص داده شده است. مقادیر معیارهای سطح پیشرو دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند که انتخاب تابع حکمیت نش را با چالش مواجه می‌کند. برای رفع این مشکل، توابع هدف نرمال شده مربوط به بازیگران به‌صورت روابط (۱۰) تعریف می‌شوند:

$$f_{Accuracy} = \left( \frac{TE^w - TE}{TE^w - TE^b} \right) \quad (a10)$$

$$f_{Robustness} = \left( \frac{\mu_{TE}^w - \mu_{TE}^b}{\mu_{TE}^w - \mu_{TE}^b} \right) \left( \frac{\sigma_{TE}^{2-w} - \sigma_{TE}^2}{\sigma_{TE}^{2-w} - \sigma_{TE}^{2-b}} \right) \quad (b10)$$

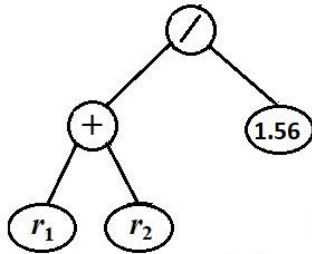
$$f_{Reliability} = \left( \frac{f_G^w - f_G}{f_G^w - f_G^b} \right) \quad (c10)$$

$$f_{Quality\ of\ motion} = \left( \frac{TA^w - TA}{TA^w - TA^b} \right) \quad (d10)$$

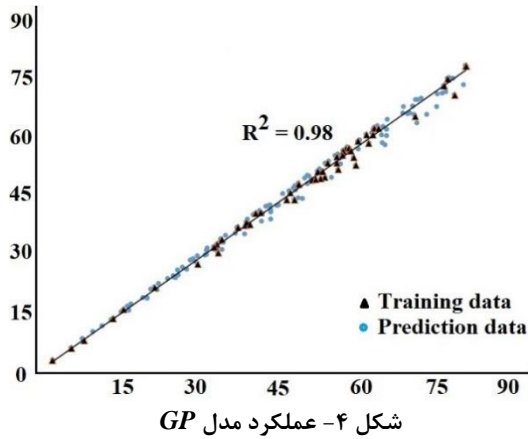
که در آن، زیرنویس‌های  $w$  و  $b$  به ترتیب نشان‌دهنده بهترین مقدار ممکن و بدترین مقدار ممکن معیارها هستند. روابط (۱۰) منجر به یک حل پارتو می‌شود. تابع حکمیت بازیگران در سطح پیشرو به‌صورت رابطه (۱۱) ساخته می‌شوند:

$$F_{B\text{-leader}} = f_{Accuracy} \times f_{Robustness} \times f_{Reliability} \quad (11)$$

$$r_3 = r_4 = \frac{r_1 + r_2}{1.56} \quad (13)$$



شکل ۳- ساختار درختی  $r_3$  و  $r_4$



شکل ۴- عملکرد مدل GP

### ۵- نتایج و بحث

به منظور وارد کردن نامعینی در فرایند طراحی، نامعینی پارامتری به مقدار  $\pm 3\%$  با توزیع نرمال حول مقادیر اسمی  $r_1, r_2, r_3$  در نظر گرفته شده است. با این حال، رویکرد پیشنهادی برای هر مقدار نامعینی با توزیع نرمال می‌تواند اعمال شود. در جدول ۲ مشخصات توزیع احتمالاتی پارامترهای نامعین نشان داده شده است.

جدول ۲- پارامترهای نامعین

پارامتر	میانگین	واریانس	نوع توزیع
$r_1$	مقدار اسمی $r_1$	3 %	نرمال (گوسین)
$r_2$	مقدار اسمی $r_2$	3 %	نرمال (گوسین)
$r_3$	مقدار اسمی $r_3$	3 %	نرمال (گوسین)
$r_4$	مقدار اسمی $r_4$	3 %	نرمال (گوسین)

جدول ۱- پارامترهای برنامه‌ریزی ژنتیکی

میزان جمعیت	۲۰۰۰
نسل	۳۰۰
حداکثر عمق	۱۰
احتمال کراس اوور پیوند	۰/۹
احتمال جهش	۰/۱۵
تورنومنت باینری	روش انتخاب تناسب
حداکثر تعداد نسل	معیارهای توقف
{plus, multiple, minus, divide}	مجموعه عملکرد
{ $r_1, r_2, rand$ }	مجموعه پایانه

رابطه صریح ریاضی متامدل GP برای مقادیر بهینه  $r_3$  و  $r_4$  توسط معادله (۱۳) ارائه شده است؛ همچنین ساختار درختی معادله (۱۳) در شکل ۳ ارائه شده است. شکل ۴ یک نمایش گرافیکی برای بررسی کارایی GP ارائه می‌دهد. مدل GP پیشنهادی به طور چشم‌گیری ضریب همبستگی بالایی برابر مقدار  $R^2 = 0.98$  را ارائه می‌دهد. در نهایت، بهینه‌سازی تک‌هدفه معادله (۱۲) انجام می‌شود. قابل ذکر است معادلات (۱۲) بیانگر یک مسئله بهینه‌سازی تک‌هدفه می‌باشند که در آن مسئله کمینه‌سازی تابع هدف  $F_{B-leader}$  (که با استفاده از مسئله حکمیت نش و مطابق معادله (۱۱) تشکیل شده از حاصلضرب سه تابع هدف در سطح بالایی سناریو بازی می‌باشد) با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می‌شود. همچنین باید دقت شود که در روند بهینه‌سازی، متغیرهای  $r_3, r_4$  مستقیماً جزو متغیرهای طراحی نبوده بلکه مطابق معادله (۱۳) وابسته به متغیرهای طراحی  $r_1, r_2$  می‌باشند.

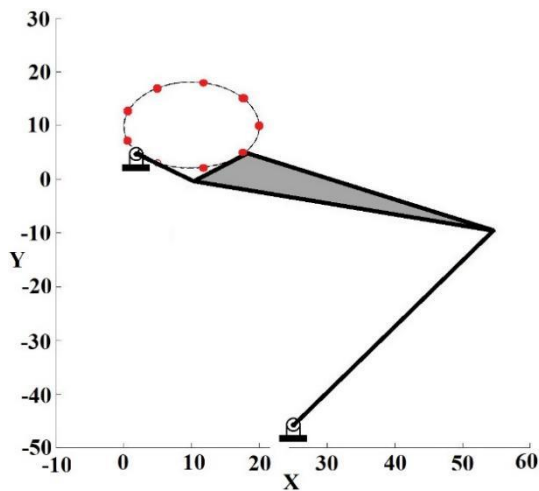
$$\text{Upper level: } \max (F_{B-leader}) \quad (a12)$$

by varying  $r_1, r_2, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0$

$$\text{Lower level: } \min (TA) \quad (b12)$$

by varying  $r_3, r_4$





شکل ۵- پیکربندی مکانیزم چهارلینکی طراحی شده (نمونه مطالعاتی اول)

جدول ۳- نتایج مقایسه مکانیزم‌های چهارلینکی (نمونه مطالعاتی اول)

پارامتر	مکانیزم	A-DE [Δ]	تحقیق حاضر
$r_1$		۵۴/۳۶۰۸۹۳	۵۴/۹۷۶۷۶
$r_2$		۸/۶۸۳۳۵۱	۹/۴۳۲۵۲
$r_3$		۳۴/۳۱۸۶۳۴	۴۵/۵۴۴۲۴
$r_4$		۷۹/۹۹۶۱۷۱	۴۵/۵۴۴۲۴
$r_{cx}$		۰/۰۰۰۱۸۷	۶/۴۴۸۳۵
$r_{cy}$		۱/۴۶۵۲۵	۶/۶۷۴۳۰
$x_0$		۱۰/۹۵۴۳۹۷	۲/۲۹۱۰۹
$y_0$		۱۱/۰۷۴۵۳۴	۴/۹۷۷۵۰
$\theta_0$		۲/۱۲۹۶۵	۵/۱۵۲۰۶
TE		۱/۹۵۲	۰/۰۴۸
TA		۹۷۷۷/۱۸	۹۰۰
$\mu_{TE}$		۳۷/۵۳۱	۱/۰۶۷
$\sigma_{TE}^2$		۴۰/۵۶	۱/۷۰۱
$f_G$ (%)		۴۸	۰
$T_S$		۳/۶	۱

در نمونه مطالعاتی اول، نقاط

$$\{C_d^i\} = \left\{ \begin{array}{l} (20, 10), (17/66, 15/14), (11/73, 17/87), \\ (5, 16/92), (0/603, 12/73), (0/603, 7/26), \\ (5, 3/07), (11/73, 2/12), (17/66, 4/85), \\ (20, 10) \end{array} \right\}$$

مسیر موردنظر را مشخص می‌کند که باید توسط نقطه

کاپلر پیمایش شود. همچنین محدوده آن روی  $r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 60]$

قرار  $\theta_0 \in [0, 2\pi]$  و  $r_{cx}, r_{cy}, x_0, y_0 \in [-60, 60]$

داده شده است. شکل ۵ پیکربندی مکانیزم طراحی شده را

نشان می‌دهد. جدول ۳ پارامترهای طراحی بهینه مکانیزم‌ها،

مقادیر معین توابع هدف (که در مقادیر اسمی پارامترهای

طراحی ارزیابی می‌شوند) و همچنین معیارهای احتمالاتی

توابع هدف این تحقیق همراه با موارد گزارش شده در ادبیات

موضوع را نشان می‌دهد. از جدول ۳، آشکار است که طراحی

مبتنی بر نظریه بازی تحقیق حاضر در هنگام در نظر گرفتن

توابع هدف احتمالاتی به‌طور قابل توجهی برتر از دیگر مکانیزم

ارائه شده در ادبیات موضوع است. همانطور که مشاهده می‌

شود، عملکرد مکانیزم در مواجهه با خطای ساختاری بسیار

رضایت بخش بوده، بطوری که خطای پیمایش و انحراف زاویه

انتقال مکانیزم طراحی شده از مقدار ایده‌آل به ترتیب ۰/۴۸٪ و

۹۰۰ است. بطور خلاصه، نتایج بدست آمده از مکانیزم پژوهش

حاضر افزایش قابل توجهی در قابلیت اطمینان و رفتار مقاوم

مکانیزم را نشان می‌دهند، درحالی‌که هر دو معیار دقت و

کیفیت حرکت حفظ شده است.

برتری مکانیزم پیشنهادی نسبت به مکانیزم A-DE در

معیار دینامیکی نیز خود را نشان داده است. همانطور که از

جدول ۳ قابل مشاهده است، بیشینه گشتاور مورد نیاز برای

دوران کامل مکانیزم پیشنهادی برابر ۱ است که نسبت به

مکانیزم A-DE تقریباً ۴ برابر کاهش داشته است. قابل ذکر

است که در این نمونه مطالعاتی از تعداد ۳۰۰ نمونه برای

ساخت مدل GP استفاده شده است.

در ادامه، معیارهای عملکرد مکانیزم به‌دست آمده در این

مطالعه با مکانیزم A-DE مقایسه شده است که در دوران کامل

مکانیزم باوجود نامعینی  $\pm 3\%$  در طول لینک‌ها انجام می‌شود.

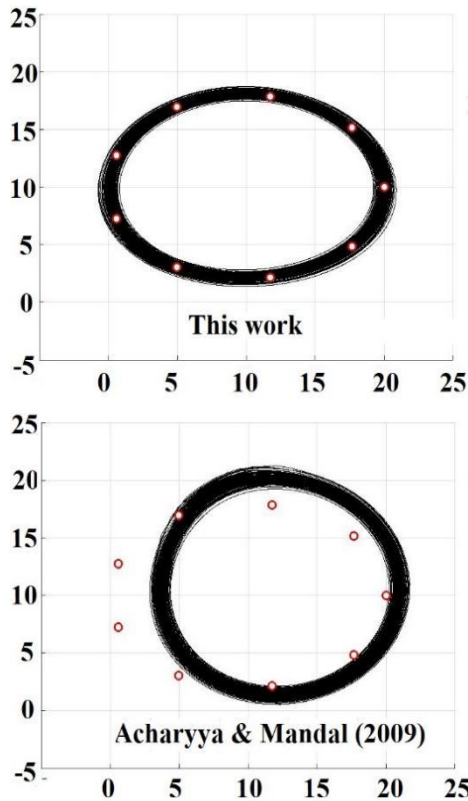
شکل ۶ هیستوگرام TE را برای هر دو مکانیزم نشان می‌دهد.

در استخراج این ارقام، روش MCS با تعداد نمونه‌برداری ۵۰۰

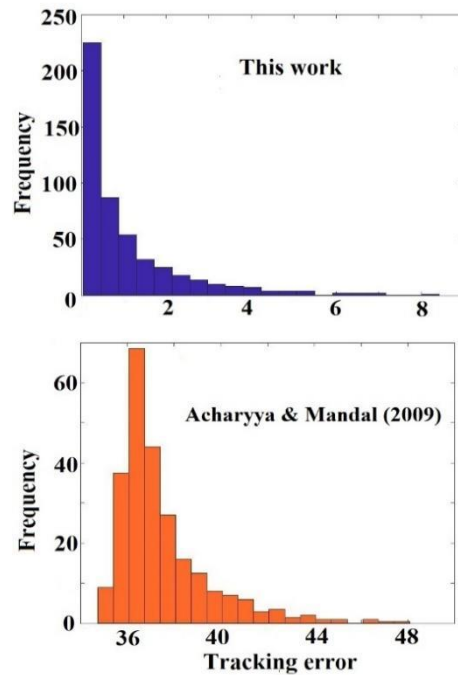
برای بررسی عملکرد مکانیزم‌ها انجام شده است. از شکل ۶

مشخص است که مکانیزم طراحی شده رفتار مقاوم و قابل

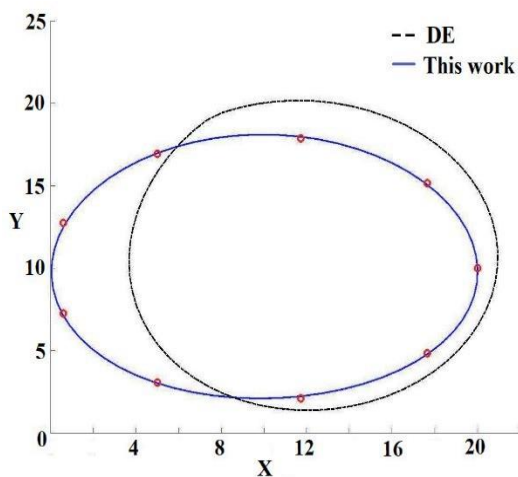
اطمینانی از خود نشان می‌دهد.



شکل ۷- محدوده جاروب منحنی‌های کاپلر



شکل ۶- هیستوگرام TE



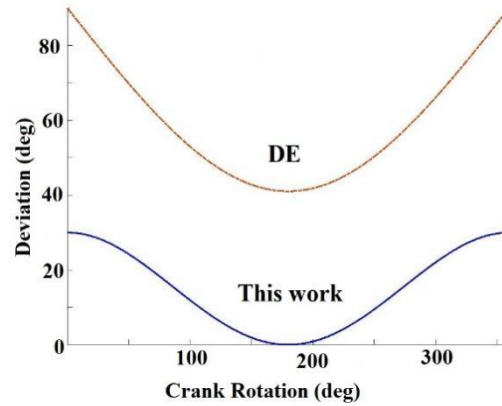
شکل ۸- مسیر ایجاد شده توسط نقطه کاپلر برای ابعاد معین مکانیزم

شکل ۷ منحنی‌های کاپلر مکانیزم طراحی شده در این تحقیق را در مقایسه با مکانیزم A-DE نشان می‌دهد. شکل ۷ به وضوح نشان می‌دهد که منحنی‌های کاپلر در مکانیزم پیشنهادی در محدوده بسیار نازک‌تر از مکانیزم A-DE است که نشان‌دهنده تأثیر ناچیز نامعینی ابعادی در عملکرد مکانیزم است. شکل ۸ تابع هدف خطای پیمایش مکانیزم‌ها را در مقادیر اسمی پارامترها نشان می‌دهد. همانطور که از شکل ۸ مشاهده می‌شود، مکانیزم پیشنهادی خطای ساختاری بسیار ناچیزی دارد. علاوه بر این، شکل ۹ مقایسه بین انحراف زاویه انتقال از مقدار ایده‌آل مکانیزم پیشنهادی و مکانیزم A-GA را نشان می‌دهد. کیفیت حرکت مکانیزم پیشنهادی کاملاً مشخص و دارای برتری قابل توجهی است. از شکل‌های ۸ و ۹ می‌توان نتیجه گرفت که رویکرد پیشنهادی عملکرد مکانیزم چهارلینکی در فضای معین را بهبود می‌بخشد. شکل ۱۰ گشتاور حرکتی را در یک دوران کامل مکانیزم‌ها را نشان می‌دهد. شایان‌ذکر است که مقدار بیشینه گشتاور ورودی بهبود یافته و به‌طور هم‌زمان قید دینامیکی ارضا شده است.

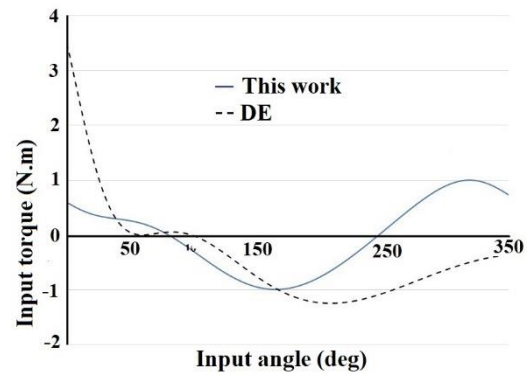
موضوع را نشان می‌دهد. از جدول ۴، آشکار است که طراحی مبتنی بر نظریه بازی در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن تمامی توابع هدف به‌طور قابل توجهی برتری دارد.

جدول ۴- نتایج مقایسه مکانیزم‌های چهارلینکی (نمونه مطالعاتی دوم)

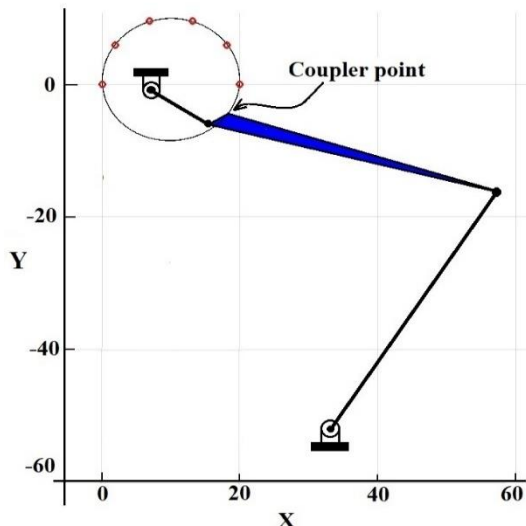
مکانیزم پارامتر	Ref. [25]	تحقیق حاضر
$r_1$	۵۰	۵۷/۳۴۴۱
$r_2$	۹/۴۳۸	۹/۸۳۸۰
$r_3$	۲۳/۵۰۷۶۴	۴۳/۰۹۷۶
$r_4$	۳۸/۷۴۱	۴۳/۰۹۷۶
$r_{cx}$	-۴۵/۳۶۱۲	۲/۴۰۴۸۱
$r_{cy}$	-۲۸/۵۹۱۵	۲/۳۱۶۳۷
$x_0$	۳۹/۶۰۱۶	۷/۰۵۷۵۰
$y_0$	-۴۳/۶۶۰	-۰/۸۹۱۴
$\theta_0$	۰/۸۶۹۸۳	۵/۱۸۴۷۴
$TE$	۴/۶۵۴۵	۰/۰۲۸۷۲
$TA$	۳۱۱۷/۷۱	۶۸۸/۱۳
$\mu_{TE}$	۱۶/۳۴	۰/۵۷۸
$\sigma_{TE}^2$	۲/۰۵	۰/۴۶۶
$(\%)f_G$	۸	۰
$T_S$	۱/۶۵	۱



شکل ۹- مقایسه انحراف زاویه انتقال مکانیزم از مقدار ایده‌آل ۹۰ درجه



شکل ۱۰- تغییرات گشتاور ورودی در دوران کامل مکانیزم



شکل ۱۱- پیکربندی مکانیزم چهارلینکی طراحی شده (نمونه مطالعاتی دوم)

در نمونه مطالعاتی دوم، نقاط

$$\{C_d^i\} = \{(0, 0), (1/90.98, 5/8779), (6/90.98, 9/5106), (13/09, 9/5106), (18/09, 5/8779), (20, 0)\}$$

مسیری را مشخص می‌کند که باید توسط نقطه کاپلر پیمایش شود؛ همچنین محدوده آن روی  $r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 50]$ ،  $r_{cx}, r_{cy}, x_0, y_0 \in [-50, 50]$  و  $\theta_0 \in [0, 2\pi]$  قرار داده شده است.

شکل ۱۱ پیکربندی مکانیزم طراحی شده را نشان می‌دهد. جدول ۴ پارامترهای طراحی بهینه مکانیزم‌ها، مقادیر معین متغیرهای طراحی (که در مقادیر اسمی پارامترهای طراحی ارزیابی می‌شوند) و همچنین معیارهای احتمالاتی توابع هدف نتایج پژوهش حاضر همراه با نتایج گزارش شده در ادبیات

- Mechanism and Machine Theory, vol. 45, no. 8, pp. 1096-1107.
- [8] E. Ghotbi and A. K. Dhingra (2012) "Optimum design of high-speed 4-bar mechanisms using a bi-level game theoretic approach," in ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, vol. 45196: American Society of Mechanical Engineers, pp. 223-232.
- [9] B. Ahmadi, N. Nariman-zadeh, and A. Jamali (2017) "Path synthesis of four-bar mechanisms using synergy of polynomial neural network and Stackelberg game theory," Engineering Optimization, vol. 49, no. 6, pp. 932-947.
- [10] B. Ahmadi, N. Nariman-Zadeh, and A. Jamali (2019) "A Stackelberg game theoretic multi-objective synthesis of four-bar mechanisms," Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 60, no. 2, pp. 699-710.
- [11] S. Nguyen-Van, Q. X. Lieu, N. Xuan-Mung, and T. T. N. Nguyen (2022) "A new study on optimization of four-bar mechanisms based on a hybrid-combined differential evolution and Jaya algorithm," Symmetry, vol. 14, no. 2, p. 381.
- [12] G. Etesami, M. E. Felezi, and N. Nariman-zadeh (2022) "Pareto optimal balancing of four-bar mechanisms using multi-objective differential evolution algorithm," J. Comput. Appl. Mech., vol. 51, no. 1, pp. 55-65, 2020.
- [13] B. Ahmadi, B. Ahmadi, S. N. Chegini, and L. Safari (2021) "Multi-objective reliability-based optimal synthesis of path generating four-bar mechanisms: Acooperative game theoretic approach," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: J. Mech. Eng. Sci., p. 09544062211028902.
- [14] R. Wu, R. Li, and S. Bai (2021) "A fully analytical method for coupler-curve synthesis of planar four-bar linkages," Mechanism and Machine Theory, vol. 155, p. 104070.
- [15] A. Qaiyum and A. Mohammad (2022) "A novel approach for optimal synthesis of path generator four-bar planar mechanism using improved harmony search algorithm," Austral. J. Mech. Eng., pp. 1-14.
- [16] V. K. Pathak, R. Singh, A. Sharma, R. Kumar, and D. Chakraborty (2023) "A Historical Review on the Computational Techniques for Mechanism Synthesis: Developments Up to 2022," Archives of Computational Methods in Engineering, vol. 30, no. 2, pp. 1131-1156.
- [17] A. Jamali, M. Ghamati, B. Ahmadi, and N. Nariman-Zadeh (2013) "Probability of failure for uncertain control systems using neural networks and multi-objective uniform-diversity genetic algorithms (MUGA)," Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 26, no. 2, pp. 714-723.
- [18] A. Jamali, B. Ahmadi, M. Ghamati, and N. Nariman-zadeh (2015) "Reliability-based optimal controller design for systems with probabilistic

## ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به بهینه‌سازی چندهدفه مقاوم مکانیزم چهار لینکی با وجود نامعینی در طول لینک (شامل توابع هدف خطای پیمایش، میانگین و واریانس خطای پیمایش، کیفیت حرکت مکانیزم و قابلیت اطمینان مکانیزم) پرداخته شد. با اعمال هر یک از توابع هدف به یک بازیگر در یک مدل بازی استاکلبرگ- همکارانه، یک سناریو بازی بصورت ترکیبی از دیدگاه تصمیم‌گیری رقابتی (در رهیافت نظریه بازی) و دیدگاه *RBRDO* (در تحلیل احتمالاتی) پیشنهاد و بکار گرفته شد. تعامل بین بازیگران در سطح پیشرو بصورت رویکرد همکارانه مدل شد؛ همچنین بازیگر کیفیت حرکت مکانیزم در سطح پیرو در بازی استاکلبرگ قرار داده شد. برای بیان تعامل و مدل‌سازی ریاضی همکارانه بازیگران در سطح پیشرو از مسئله حکمیت نش استفاده شد. برای تخمین *RRS* بازیگر پیرو از برنامه‌ریزی ژنتیکی استفاده شد. نشان داده شد که مکانیزم طراحی شده از تحلیل در فضای نامعین در شرایطی که پارامترهای طول لینک دارای نامعینی باشند، عملکرد آن مقاوم و مطلوب خواهد بود؛ همچنین نشان داده شد که عملکرد مکانیزم بدست آمده از تحلیل نامعین در فضای معین و برای مقادیر نامی طول لینک مکانیزم قابل قبول می‌باشد.

## مراجع

- [1] G. H. Martin (2002) Kinematics and dynamics of machines. Waveland Press.
- [2] R. L. Norton (2004) Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- [3] G. P. Roston and R. H. Sturges (1996) "Genetic algorithm synthesis of four-bar mechanisms," AI EDAM, vol. 10, no. 5, pp. 371-390.
- [4] J. Cabrera, A. Simon, and M. Prado (2002) "Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms," Mechanism and machine theory, vol. 37, no. 10, pp. 1165-1177.
- [5] S. Acharyya and M. Mandal (2009) "Performance of EAs for four-bar linkage synthesis," Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 9, pp. 1784-1794.
- [6] N. Nariman-Zadeh, M. Felezi, A. Jamali, and M. Ganji (2009) "Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation," Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 1, pp. 180-191.
- [7] W.-Y. Lin (2010) "A GA-DE hybrid evolutionary algorithm for path synthesis of four-bar linkage,"

- [23] H. Khayyam, A. Jamali, H. Assimi, and R. N. Jazar, "Genetic programming approaches in design and optimization of mechanical engineering applications (2020) in Nonlinear approaches in engineering applications: Springer, pp. 367-402.
- [24] E. Ghotbi (2016) "Multi-objective optimization of mechanism design using a bi-level game theoretic formulation," *Concurrent engineering*, vol. 24, no.3, pp. 266-274.
- [25] S. Ebrahimi and P. Payvandy (2015) "Efficient constrained synthesis of path generating four-bar mechanisms based on the heuristic optimization algorithms," *Mechanism and Machine Theory*, vol.85, pp. 189-204.
- uncertain parameters using fuzzy limit state function," *J. Vibrat. Cntr.*, vol.21, no.7, pp.1419-1429.
- [19] R. T. Marler and J. S. Arora (2004) "Survey of multi-objective optimization methods for engineering," *Structural and multidisciplinary optimization*, vol.26, pp. 369-395.
- [20] J. Nash (1953) "Two-person cooperative games," *Econometrica: J. Econom. Society*, pp. 128-140.
- [21] R. Mallipeddi, I. Gholaminezhad, M. S. Saeedi, H. Assimi, and A. Jamali (2020) "Robust controller design for systems with probabilistic uncertain parameters using multi-objective genetic programming," *Soft Computing*, pp. 1-17.
- [22] A. Jamali, E. Khaleghi, I. Gholaminezhad, and N. Nariman-Zadeh (2016) "Modelling and prediction of complex non-linear processes by using Pareto multi-objective genetic programming," *Int. J. Sys. Sci.*, vol. 47, no. 7, pp. 1675-1688.