



پیمایش مسیر ایستایی با روش رهایی پویا

حسین استیری^{۱*}، امیر باغبان^۲

^۱ استادیار، گروه مهندسی عمران، مجتمع آموزش عالی گناباد

^۲ استادیار، گروه مهندسی عمران، مجتمع آموزش عالی گناباد

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۲۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۸/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲

چکیده

روش‌های رهایی پویای معمول، به سبب بهره جستن از بار ثابت، توانایی پیمایش مسیر ایستایی را ندارند. در این شیوه‌ها، پرش‌هایی در نقطه‌های بازگشتی بار و تغییر مکان روی می‌دهند. با وارد کردن عامل بار متغیر، این کاستی برطرف می‌شود. در این مقاله، راه‌کار نوی برای محاسبه ضریب بار پیشنهاد می‌شود. این رابطه با کمینه کردن هم‌زمان کار خارجی و کارمایه‌ی پسماند به‌دست می‌آید. ضریب بار پیشنهادی فقط به عامل‌های ساختگی فن رهایی پویا وابسته است. برای نشان دادن شایستگی فرآیند جدید، چندین سازه‌ی خرپایی، قابی و پوسته‌ای تحلیل ناخطی هندسی می‌شوند. رتبه‌ی راه‌حل‌های گوناگون به وسیله‌ی شمار تکرارها، شمار نقطه‌های همگرایی و زمان واکاوی به‌دست می‌آید. پاسخ‌های عددی کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهند. به سخن دیگر، شیوه‌ی نویسندگان افزون بر دقت مناسب، نرخ همگرایی بالایی نسبت به دیگر راه‌کارها دارد. از سوی دیگر، زمان واکاوی شیوه‌ی نویسندگان برای پیمایش مسیرهای ایستایی نسبت به دیگر فن‌ها کاهش مناسبی داشته است.

کلمات کلیدی: رهایی پویا؛ مسیر ایستایی؛ کار خارجی؛ کارمایه‌ی پسماند؛ عامل بار؛ نقطه‌های حدی.

Tracing structural static path by dynamic relaxation method

Hossein Estiri^{1*}, Amir Bagheban²

¹ Assist. Prof, Civil. Eng., University of Gonabad, Gonabad, Iran

² Assist. Prof, Civil. Eng., University of Gonabad, Gonabad, Iran

Abstract

The common dynamic relaxation algorithm (DR) does not have the ability to trace the static path. In these techniques, the jumps occur at the limit points. A variable load factor is used to fix this defect. Here, a new procedure is suggested to calculate the load factor. The authors' relationship is achieved by minimizing external work and residual energy, simultaneously. It should be stated that the proposed load factor depends only on the DR artificial parameters. To show the ability of the new formulation, several truss and shell structures with nonlinear geometrically behavior are analyzed. All used methods are ranked by the number of iterations, numbers of convergence points and total duration analysis. Numerical solutions show the high efficiency of the new method. In other words, the authors' technique, in addition to good accuracy, has higher convergence rate, in comparison to the other strategies. On the other hand, the time duration of the proposed method to trace the static paths has been reduced appropriately compared to other techniques.

Keywords: Dynamic relaxation; External work; Residual energy; Equilibrium path; Load factor; Limit points.

۱- مقدمه

در پایان واکاوی ایستای هر سازه‌ای باید دستگاه معادله‌های برابری (۱) حل شود.

$$\mathbf{SX} = \mathbf{P} \quad (1)$$

در این جا، ماتریس سختی با S و بردارهای جابه‌جایی و بار خارجی، به ترتیب، با X و P نشان داده شده‌اند. در تحلیل‌های خطی، پاسخ دستگاه را می‌توان به سادگی به دست آورد. برخلاف آن، واکاوی ناخطی سازه‌ها فرایندی پیچیده است. در این گونه تحلیل‌ها، نیروی داخلی یا ماتریس سختی تابعی ناخطی از تغییرمکان‌های گرهی هستند. به همین سبب، برای دستیابی به پاسخ، روش‌های تکراری به کار می‌روند. پیشینیان رابطه‌سازی‌ها و نگره‌های گوناگونی برای واکاوی ناخطی سازه‌ها پیشنهاد کرده‌اند. یکی از راه‌کارهای حل سامانه‌ی (۱) شیوه‌ی رهایی پویا است. در این راه‌کار، با افزودن جرم و میرایی ساختگی به دستگاه (۱)، سامانه‌ی پویای ساختگی (۲) به دست می‌آید.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{SX} = \mathbf{P} \quad (2)$$

نمادهای M و C ، به ترتیب، ماتریس‌های جرم و میرایی ساختگی هستند. افزون بر این، بردارهای \ddot{X} و \dot{X} ، به ترتیب، شتاب و سرعت را نمایش می‌دهند. باید دانست، رهایی پویا در دسته‌ی فرآیندهای صریح جای گیرد. علت این رفتار، قطری پنداشتن ماتریس‌های جرم و میرایی است. روش رهایی پویا، دو گونه‌ی لزج و جنبشی دارد. برای گونه‌ی جنبشی آن، علامت‌های رابطه‌ی نوی برای برآورد جرم ساختگی پیشنهاد کرد [۱]. نمدپی و علامت‌های رهایی پویا را برای واکاوی دینامیکی سازه‌ها به کار گرفتند [۲]. ژوانگ و همکاران برپایه‌ی میرایی جنبشی پیوسته، گام زمانی دیگری برآورد نمودند [۳]. رضایی پزند و همکاران چندین رابطه برای برآورد جرم، میرایی و گام زمانی ساختگی به چاپ رسانیده‌اند [۴-۱۲]. مقایسه‌ی شیوه‌های گوناگون رهایی پویا، در واکاوی ناخطی هندسی سازه‌های خرپایی و قابی را رضایی پزند و همکاران انجام دادند [۱۳]. تحلیل غیرخطی ترموالاستیک صفحات گرد ساندویچی، براساس تئوری برشی مرتبه اول و روابط غیرخطی کرنش ون کارمن و در نظر گرفتن خواص مواد در دو حالت وابسته به دما و مستقل از دما، توسط گلمکانی و یوسفیان ثانی بررسی شد [۱۴]. توانایی فرایندهای رهایی پویا در تحلیل صفحه‌های

خمشی [۱۵]، قاب‌های سه بُعدی با و بدون اثر برش [۱۶] و نیز پوسته‌ها [۱۷]، به وسیله‌ی رضایی پزند و استیری انجام پذیرفت. باید دانست، سازه‌های ایشان دارای رفتار ناخطی هندسی بودند. سرافرازی و لبافی، میرایی متمرکز را در روش رهایی پویای جنبشی به کار بردند [۱۸]. زردی و علامت‌های، براساس نگره‌ی گرشگورین انتقال یافته، رابطه‌ای برای جرم پیشنهاد کردند [۱۹]. عباسی و همکاران، برپایه‌ی درون‌یابی لاگرانژی، روش رهایی پویا را بهبود دادند [۲۰]. واکاوی کمانشی و پس کمانشی سازه‌ها یکی از جنبه‌های کاربردی این روش است. به سخن دیگر، با راه‌کار رهایی پویا می‌توان به پیمایش مسیر ایستایی پرداخت. برای این کار از ضریب بار متغیر بهره می‌جویند. در ادامه، پاره‌ای از پژوهش‌های پیشینیان در این زمینه می‌آید.

لی و همکاران راه‌کار طول قوس صریح و رهایی پویای جنبشی را ترکیب کردند. ایشان، رابطه‌ی پیشنهادی خود را برای پیمایش مسیر پس کمانشی سازه‌ها به کار بردند [۲۱]. بر پایه‌ی کمینه کردن نیروی پسماند و کارمایه‌ی نامیزان رضایی پزند و علامت‌های دو رابطه برای ضریب بار به دست آوردند [۲۲]. علامت‌های بر پایه‌ی راه‌حل‌های تغییرمکانی، و کمینه سازی تغییرمکان نامیزان و کارمایه‌ی جنبشی، دو رابطه‌ی دیگر برای عامل بار نوشت [۲۳]. لی و همکاران از دو فرایند طول قوس صریح و ضمنی، برای واکاوی پس کمانشی قاب‌های فضایی، بهره جستند [۲۴]. بار کمانشی قاب‌ها به وسیله‌ی رهایی پویا توسط علامت‌های و حسینی نژاد گوشیک انجام پذیرفت [۲۵]. رضایی پزند و استیری، بار بحرانی سازه‌های گوناگون را با بهره جستن از کار خارجی یافتند [۲۶]. رضایی پزند و محمدی خاتمی، تحلیل غیرخطی سازه‌های کابلی را با رهایی پویا انجام دادند [۲۷].

در این مقاله، با کمینه کردن هم‌زمان کار خارجی و کارمایه‌ی پسماند، برابری نوینی برای عامل بار پیشنهاد می‌شود. نخست، رابطه‌های روش رهایی پویا و راه‌کارهای پیشینیان برای پیمایش مسیر ایستایی می‌آیند. سپس، شیوه‌ی نوی برای به دست آوردن ضریب بار رابطه‌سازی می‌گردد. برای رسیدن به این هدف، جمع کار خارجی و کارمایه‌ی پسماند براساس عامل‌های ساختگی شیوه‌ی رهایی پویا نوشته می‌شود. با کمینه کردن این مقدار، رابطه‌ی جدیدی برای عامل بار حساب می‌شود. ضریب بار پیشنهادی فقط به عامل‌های

عامل‌های اثر گذار در رهایی پویا، ماتریس‌های جرم و میرایی هستند. تاکنون، پژوهش‌گران شیوه‌های گوناگونی برای برآورد این‌ها پیشنهاد داده‌اند. آندروود برابری (۶) را برای ماتریس جرم به کار برد [۲۸]. ایشان مقدار گام زمانی را برابر با ۱،۱ پنداشت.

$$m_{ii} = \frac{t^2}{4} \sum_{j=1}^{ndof} |S_{ij}| \quad (6)$$

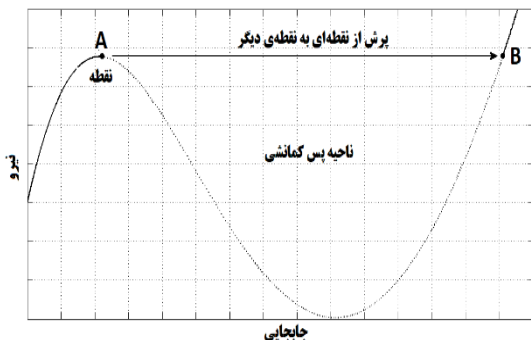
زانگ و یو، عامل میرایی را از اصل ریلی و به گونه‌ی زیر به دست آوردند [۲۹].

$$\omega_0 = \frac{X^T F}{X^T M X} \quad (7)$$

$$C = 2\omega_0 M \quad (8)$$

در رابطه‌سازی‌های معمول رهایی پویا، بار خارجی در هر نمو بارگذاری ثابت است. به همین سبب، در نقطه‌های حدی مسیر ایستایی پرش‌هایی رخ می‌دهد. از این رو، روش‌های متداول رهایی پویا توانایی گذر از نقطه‌های حدی را ندارند. شکل ۱ مسیر ایستایی سازه‌ای با ناحیه‌ی بازگشتی نیرو را نشان می‌دهد. اگر رهایی پویای معمول به کار رود، در نقطه‌ی حدی A، با افزایش اندکی در مقدار بار، نمودار به نقطه‌ی B منتقل می‌شود. برای پیمایش ناحیه‌های بازگشتی بار و تغییر مکان در روش رهایی پویا، باید بار خارجی متغیر وارد گردد. به همین سبب، نیروی نامیزان به جای (۵) از برابری (۹) به دست می‌آید. نماد λ ضریب بار است. این عامل سبب می‌شود تا تراز بار ثابت نباشد.

$$R = \lambda P - F \quad (9)$$



شکل ۱- روش رهایی پویای متداول در ناحیه‌های بازگشتی

ساختگی به کار رفته در رابطه‌سازی‌های رهایی پویا وابسته است. در ادامه، با حل نمونه‌های عددی و بر پایه‌ی شمار تکرارها، شمار نقطه‌های همگرا شده روی مسیر ایستایی سازه و زمان کل واکاوی، توانایی راه‌حل پیشنهادی با دیگر شیوه‌های پژوهش‌گران هم‌شماری می‌شود.

خاطر نشان می‌کند، در روش‌های طول قوس، شمار تکرارها و نقطه‌های همگرایی، به اندازه‌ی طول قوس وابسته است. به سخن دیگر، کاربر باید در آغاز تحلیل، طول قوس نخستین را مشخص کند. از این رو، ممکن است با تغییر در اندازه‌ی طول قوس پاسخ‌ها و اگر شوند یا زمان واکاوی بیش‌تر گردد؛ هم‌چنین، امکان به دست آوردن مسیر پیمایشی نادرست و یا با دقت کم نیز وجود دارد. از سوی دیگر، در راه‌کار پیشنهادی، کاربر دخالت چندانی ندارد. به سخن دیگر، در رهایی پویا با نزدیک شدن به نقطه‌های حدی، شمار تکرار افزایش می‌یابد. به همین سبب، پیمایش مسیر ایستایی با شیوه‌ی رهایی پویا به آسانی امکان پذیر است.

۲- روش رهایی پویا

با نوشتن رابطه‌های تفاوت محدود مرکزی برای برابری (۲)، رابطه‌های بنیادین رهایی پویا به دست می‌آید. برابری‌های (۳) و (۴)، به ترتیب، سرعت و جابجایی را در روش رهایی پویا نشان می‌دهند [۲۸].

$$\dot{X}_i^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2m_{ii}^n - C_{ii}^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n} \dot{X}_i^{n-\frac{1}{2}} + \frac{2t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} (p_i^n - f_i^n), i = 1 : ndof \quad (3)$$

$$X_i^{n+1} = X_i^n + \delta X_i^n = X_i^n + t^{n+\frac{1}{2}} \dot{X}_i^{n+\frac{1}{2}}, i = 1 : ndof \quad (4)$$

عامل‌های t^n ، f_i^n و p_i^n ، به ترتیب، گام زمانی ساختگی، درایه i ام از بردار نیروی داخلی و بردار نیروی خارجی در تکرار n ام رهایی پویا می‌باشند. شمار درجه‌های آزادی سامانه با $ndof$ نمایش داده شده است. باید دانست، برابری‌های (۳) و (۴) تا رسیدن نیروی نامیزان به خطای پذیرفتنی تکرار می‌شوند. بردار نیروی پسماند سبب نوسان ساختگی سازه می‌شود. بردار نیروی نامیزان R از تفاوت بین نیروهای داخلی و خارجی و رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$R = P - F \quad (5)$$

در رابطه سازی دیگر، ایشان با صفر کردن نمو کار نیروهای خارجی (ZWI)، راه کار نوینی برای یافتن نمو عامل بار پیشنهاد کردند. با این کار، رابطه‌ی دیگری برای نمو ضریب بار به دست آمد [۳۱]. رابطه‌ی (۱۵)، عامل پیشنهادی ایشان را نشان می‌دهد.

$$\delta \lambda^n = \frac{-\sum_{i=1}^{ndof} \frac{P_i}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \left[2t^n r_i^{n-1} + (2m_{ii}^n - t^n C_{ii}^n) \dot{X}_i \right]}{2t^n \sum_{i=1}^{ndof} \frac{(P_i)^2}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n}} \quad (15)$$

۳- روش پیشنهادی

در این پژوهش، با کمینه کردن جمع کار خارجی و کارمایه‌ی پسماند نسبت به عامل بار، رابطه‌ی نوی برای این ضریب به دست می‌آید. کار خارجی W و کارمایه‌ی پسماند RE، از رابطه‌ی (۱۶) برآورد می‌شوند.

$$W = \lambda P \delta X, \quad RE = R \delta X \quad (16)$$

سپس، مقدار نیروی پسماند از برابری (۹) در رابطه‌های بالا جای‌گزین می‌شود.

$$W + RE = \delta X (\lambda P + R) = \delta X (2\lambda P - F) = \sum_{i=1}^{ndof} (2\lambda^n p_i^n - f_i^n) t^n \left(\frac{2m_{ii}^n - C_{ii}^n t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} \dot{X}_i + \frac{2t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} (\lambda^n p_i^n - f_i^n) \right) \quad (17)$$

پس از ساده سازی و تعریف عامل‌های A^n و B^n به مانند رابطه‌های (۱۸)، برابری (۱۹) به دست می‌آید.

$$A^n = \frac{2m_{ii}^n - C_{ii}^n t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n} \dot{X}_i \quad (18)$$

$$B^n = \frac{2t^n}{2m_{ii}^n + C_{ii}^n t^n}$$

$$W + RE = (2\lambda^n p_i^n - f_i^n) t^n [A^n + B^n (\lambda^n p_i^n - f_i^n)] = (2\lambda^n p_i^n - f_i^n) t^n [A^n + B^n \lambda^n p_i^n - B^n f_i^n] = t^n [2\lambda^n A^n p_i^n + 2B^n (\lambda^n p_i^n)^2 - 2\lambda^n B^n p_i^n f_i^n - A^n f_i^n - \lambda^n B^n p_i^n f_i^n + B^n (f_i^n)^2] \quad (19)$$

هدف، محاسبه‌ی ضریب بار λ به گونه‌ای است که برابری (۱۹) کمینه شود. شرط لازم برای کمینه شدن این تابع آن است که، مشتق یکم نسبت به عامل بار صفر شود. به همین

رضایی پزند و علامت‌ها برای ضریب بار در هر تکرار رهایی بویا، دو رابطه بر پایه‌ی کمینه‌ی نیروی پسماند (MRF) و کارمایه‌ی نامیزان (MRE) پیشنهاد کردند [۲۲]. برابری‌های (۱۰) و (۱۱)، به ترتیب، از کمینه کردن نیروی پسماند و کارمایه‌ی نامیزان به دست آمده‌اند.

$$\lambda = \frac{P^T F}{P^T P} \quad (10)$$

$$\lambda^n = \frac{\sum_{i=1}^{ndof} \frac{P_i}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \left[4t^n f_i^n - (2m_{ii}^n - t^n C_{ii}^n) \dot{X}_i \right]}{4t^n \sum_{i=1}^{ndof} \frac{(P_i)^2}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n}} \quad (11)$$

افزون بر این، علامت‌ها بر پایه‌ی کمینه کردن تغییرمکان نامیزان (MKE) و کارمایه‌ی جنبشی (MDI)، به ترتیب، برابری‌های (۱۲) و (۱۳) را به چاپ رسانید [۲۳].

$$\lambda^n = \frac{\sum_{i=1}^{ndof} \frac{P_i}{(2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n)^2} \left[2t^n f_i^n - (2m_{ii}^n - t^n C_{ii}^n) \dot{X}_i \right]}{2t^n \sum_{i=1}^{ndof} \left(\frac{P_i}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \right)^2} \quad (12)$$

$$\lambda^n = \frac{\sum_{i=1}^{ndof} P_i \left(\frac{m_{ii}^n}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \right)^2 \left[2t^n f_i^n - (2m_{ii}^n - t^n C_{ii}^n) \dot{X}_i \right]}{2t^n \sum_{i=1}^{ndof} \left(\frac{m_{ii}^n P_i}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \right)^2} \quad (13)$$

هم‌چنین، رضایی پزند و استیری رابطه‌هایی برای ضریب بار به دست آورده‌اند. در یکی از آن‌ها، ایشان با کمینه سازی نمو کار نیروهای خارجی نسبت به ضریب بار (MEW)، رابطه‌ای برای نمو عامل بار پیشنهاد کردند. این نمو، به ضریب بار گام پیشین افزوده می‌شود تا عامل بار در گام نو حساب شود [۳۰]. برابری (۱۴)، نمو ضریب بار را در روش این پژوهش‌گران نشان می‌دهد.

$$\delta \lambda^n = \frac{-\sum_{i=1}^{ndof} \left(\frac{P_i}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \right) \left[(2m_{ii}^n - t^n C_{ii}^n) \dot{X}_i + 2t^n r_i^{n-1} \right]}{\sum_{i=1}^{ndof} \frac{4t^n}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} (P_i)^2} \quad (14)$$

گام ۶- اگر $10^{-4} = e_r < \left\| \frac{R^T R}{P^T P} \right\|$ بود، به گام ۸ بروید؛
 وگرنه، سرعت‌ها را از رابطه‌ی (۳) به روز کنید. مقدار e_r ، خطای پذیرفتنی است.
 گام ۷- جابه‌جایی‌های گره‌ی از برابری (۴) به روز گردد و تحلیل را از گام ۲ دنبال کنید.
 گام ۸- تغییر مکان‌ها و عامل بار این نمو را چاپ کنید.
 گام ۹- اگر بار یا تغییر مکان هدف به دست آمد، تحلیل پایان می‌یابد؛ وگرنه، $\lambda = \lambda + 1$ و از گام ۲ ادامه دهید.

۴- نمونه‌های عددی

با بهره جستن از زبان برنامه نویسی فرترن، برنامه‌ی رایانه‌ی هفت روش بخش‌های پیشین نوشته شده است. با این برنامه، سازه‌های گوناگون تحلیل ناخطی هندسی خواهند شد. برای هر نمونه، مسیر ایستایی می‌آید. ماتریس جرم، از فن آندروود و پنداشتن گام زمانی برابر یک به دست می‌آید؛ هم‌چنین، برای برآورد عامل میرایی، شیوه‌ی زانگ به کار می‌رود. شمار تکرارها و زمان واکاوی هر یک از سازه‌ها در جدول‌ها درج می‌گردند. برای هم‌شماری راه‌کارها، سه معیار به کار رفته است. رابطه‌ی (۲۳) این سه معیار را نشان می‌دهد.

$$S1 = \frac{\text{Total Iterations}}{\text{Number of Converged Points}}, \quad S2 = \frac{\text{Total Iterations}}{\text{Time Iterations}} \quad (23)$$

$$S3 = \frac{\text{Time Iterations}}{\text{Number of Converged Points}}$$

نماد SI نمایان‌گر میانگین شمار تکرارها برای رسیدن به یک نقطه‌ی همگرایی است. هر چه این مقدار کمتر باشد، آن روش، شمار نقطه‌های همگرایی بیشتری را در تکرارهای کم‌تر به دست می‌آورد. به سخن دیگر، مقدار کم‌تر SI نشان از برتری آن روش دارد. از سوی دیگر، عامل $S2$ شمار تکرار را در یک ثانیه از زمان تحلیل نشان می‌دهد. برخلاف معیار پیشین، مقدار بیش‌تر $S2$ نشان از برتری شیوه دارد. معیار $S3$ زمان لازم برای رسیدن به یک نقطه‌ی همگرا شده است. در این‌جا، مقدار کم‌تر برای $S3$ نشان از زمان کم‌تر واکاوی به ازای یک نقطه‌ی همگرایی دارد. کم بودن تعداد نقطه‌های همگرایی سبب کاهش زمان تحلیل می‌شود. از سوی دیگر، برای یافتن مسیر ایستایی دقیق‌تر، به نقطه‌های همگرایی بیش‌تری نیاز است. به همین سبب، زمان واکاوی افزایش می‌یابد. به همین سبب، این سه

سبب، از رابطه‌ی (۱۹) نسبت به ضریب بار مشتق گرفته می‌شود. با این کار، برابری (۲۰) به دست می‌آید.

$$2A^n p_i^n + 4\lambda B^n (p_i^n)^2 - 2B^n p_i^n f_i^n - B^n p_i^n f_i^n = 0 \Rightarrow$$

$$4\lambda B^n (p_i^n)^2 + 2A^n p_i^n - 3B^n p_i^n f_i^n = 0 \quad (20)$$

$$\lambda^n = \frac{3B^n p_i^n f_i^n - 2A^n p_i^n}{4B^n (p_i^n)^2}$$

هم‌چنین، شرط کافی برای کمینه شدن (۱۹) این است که مشتق دوم آن نسبت به عامل بار مثبت باشد. رابطه‌ی (۲۱) نشان می‌دهد که مشتق دوم همواره بزرگ‌تر از صفر است. از این رو، ضریب بار (۲۰)، تابع (۱۹) را کمینه می‌کند.

$$\frac{d^2(W + RE)}{d(\lambda^n)^2} = 4B^n (p_i^n)^2 t^n > 0 \quad (21)$$

سرانجام، با جای‌گذاری عامل‌های A^n و B^n در رابطه‌ی (۲۰)، می‌توان ضریب بار از برابری (۲۲) حساب کرد.

$$\lambda^n = \frac{\sum_{i=1}^{ndof} \frac{P_i}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n} \left[3t^n f_i^n - (2m_{ii}^n - t^n C_{ii}^n) X_i^{n-\frac{1}{2}} \right]}{\sum_{i=1}^{ndof} \frac{4t^n (p_i^n)^2}{2m_{ii}^n + t^n C_{ii}^n}} \quad (22)$$

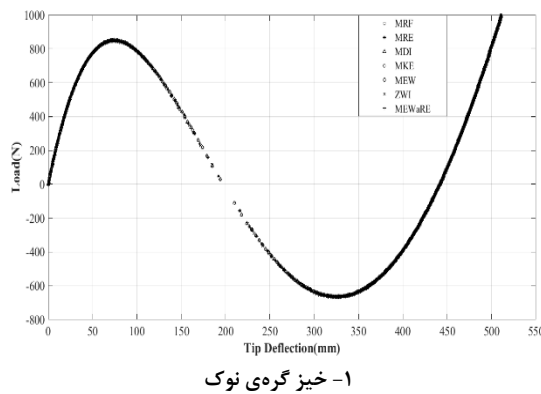
شیوه‌ی پیشنهادی برای ضریب بار فقط به عامل‌های رهایی پویا وابسته است. بر این پایه، گام‌های روش رهایی پویا در پیمایش مسیر ایستایی سازه‌ها به‌گونه‌ی زیر است:
 گام ۱- مقدارهای نخستین سرعت و تغییر مکان را صفر پندارید.

گام ۲- بردار نیروی داخلی و ماتریس سختی مماسی سازه بر پا شود. این ماتریس، فقط برای برآورد جرم ساختگی است و نیازی به محاسبه‌های ماتریسی در فرایند حل نیست.

گام ۳- ماتریس جرم و میرایی ساختگی را تشکیل دهید.
 گام ۴- عامل بار را از رابطه‌های (۱۰) تا (۱۵) یا (۲۲)، براساس فن خواستنی به دست آورید.

گام ۵- بردار نیروی نامیزان، از برابری (۹) برآورد شود.

راه‌حل، به سبب ناتوانی در پیمایش مناسب این سازه، کنار گذاشته می‌شود. پرش شیوهی MRF بین ضریب بارهای ۱/۶۹۳۶ و ۲/۶۴۶۲۲- و برای ZWI بین ۱/۱۶۱۱۶ و ۲/۳۳۲۳۶- بودند. از این رو، این دو روش رتبه‌های آخر را خواهند داشت. بر پایه‌ی شکل ۳، این خرپا دارای مسیرهای بازگشتی بار و تغییرمکان است. نخستین نقطه‌ی حدی این سازه در نیروی ۸۴۹/۵۸۱ کیلونیوتن رخ می‌دهد. خیز نوک در این نقطه برابر ۷/۴۷۸ سانتی‌متر می‌باشد این بار، بیشینه نیرویی است که خرپا می‌تواند در حالت پایدار تحمل کند. پس از آن، نیرو باز می‌گردد و کاهش می‌یابد. این کاهش بار تا رسیدن به دیگر نقطه‌ی حدی ادامه دارد. این نقطه در نیروی ۶۶۴/۷۲۶- کیلونیوتن و خیز نوک ۳۲/۵۴ سانتی‌متر روی می‌دهد. سپس، مسیر ایستایی روی شاخه‌ی افزایشی دوم قرار می‌گیرد. باید دانست، نقطه‌ی حدی تغییرمکان این سازه در بار ۱۰۹/۶۷۴- کیلونیوتن جای دارد. جابجایی افقی گرهی A در این نقطه ۱۷/۰۶ میلی‌متر به دست آمد. افزون بر این نقطه، این سازه دارای دو نقطه‌ی نیروی صفر است. در یکی از این نقطه‌ها، خیز نوک برابر ۲۰/۹۸ سانتی‌متر است. در این حالت، جابجایی افقی A برابر ۱۷/۰۶ میلی‌متر به دست می‌آید. خیز ۲۰/۹۸ سانتی‌متر به این معنی است که گرهی نوک، نسبت به صفحه‌ی تراز زیر نوک (تراز A)، در حالت تقریباً متقارن با شکل اولیه قرار دارد.



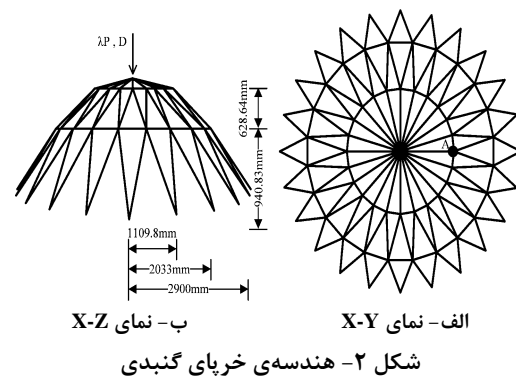
معیار به کار رفته‌اند. جدول ۱ فرآیندها و نشانه‌های راه‌حل‌های به کار رفته در این مقاله را نشان می‌دهد.

جدول ۱- راه‌کارهای رهایی بویای به کار رفته و نشانه‌ی آن‌ها

رابطه‌ی یافتن عامل بار	نشانه‌ی روش	نوع فن
(۱۰)	MRF	پیشین
(۱۱)	MRE	
(۱۲)	MDI	
(۱۳)	MKE	
(۱۴)	MEW	
(۱۵)	ZWI	
(۲۲)	MEWAre	پیشنهادی

۴-۱- خرپای گنبدی

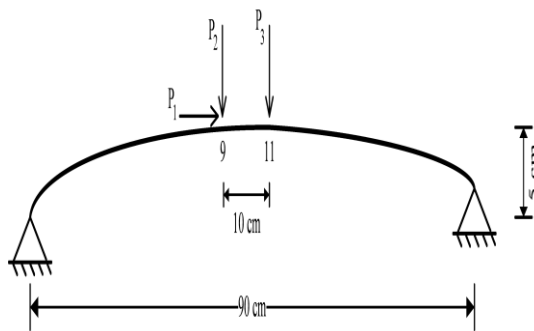
نخست، راستی آزمایی برنامه با تحلیل خرپای شکل ۲ انجام می‌پذیرد. این خرپا را رضایی پژند و علامتیان تحلیل کردند. این نمونه، ۷۳ گره، ۱۶۸ عضو و ۱۴۷ درجه‌ی آزادی دارد [۲۲]. اندازه‌های سازه در شکل ۲ می‌آید. بیشینه‌ی بلندی سازه، ۱۷۹۰/۲۲ میلی‌متر است. این خرپا، رفتار ناخطی شدیدی دارد. ضریب کشسانی و سطح مقطع، به ترتیب، ۱۰.۵ نیوتن بر میلی‌مترمربع و ۱ میلی‌مترمربع به کار می‌روند. بار پایه ۱۰۰ نیوتن در نوک خرپا وارد می‌شود. تکیه‌گاه‌های پایین‌ترین تراز، مفصلی هستند.



شکل ۳ نمودار خیز گرهی نوک و جابجایی افقی گرهی A در برابر بار P را نشان می‌دهد. همه‌ی راه‌کارها توانسته‌اند خرپا را تا پایان تحلیل کنند. با وجود این، پرش‌هایی بین نقطه‌های همگرا شده در فن‌های MRF، MEW و ZWI وجود دارند. این پرش برای روش MEW قابل ملاحظه بود. به همین سبب، این

$$y = 5 \sin\left(\frac{\pi x}{100}\right) \text{ cm} \quad (24)$$

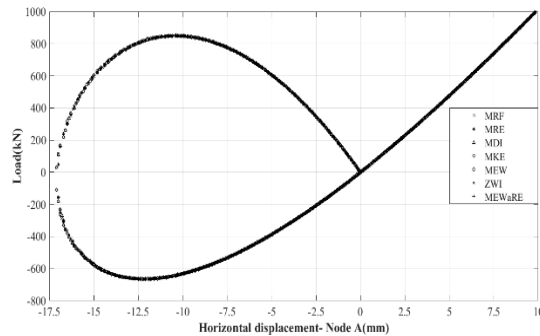
این سازه بارگذاری پادتقارن دارد. گره‌ی شماره‌ی ۱۱ در مرکز قوس قرار دارد. برای انجام تحلیل، هندسه‌ی قوس با ۲۰ عضو قابی یکسان جایگزین می‌شود. دیگر مشخصه‌های تحلیل شامل ضریب کشسانی، سطح مقطع و ممان اینرسی اعضا به ترتیب، ۱۰۰ گیگاپاسکال، ۰/۳۲ سانتی‌مترمربع و ۱ سانتی‌متر به توان چهار می‌باشند. بارهای وارده P_۱ تا P_۳ به ترتیب، 1.5P، P و P هستند.



شکل ۴- هندسه‌ی قاب سینوسی

شکل ۵، نمودار بار P در برابر تغییرمکان نقطه‌های ۹ و ۱۱ را نشان می‌دهد. فقط دو روش MRE و MEWaRE، توانسته‌اند مسیر ایستایی سازه را پیمایش کنند. بر پایه‌ی شکل ۵، مرز بین بخش‌های پیش و پس کمانشی بار ۱۴۹۷/۵۸۵۶ نیوتن می‌باشد. به‌سختن دیگر، هنگامی که نیروی P به این اندازه برسد، سازه وارد ناحیه پس کمانشی می‌شود و ناحیه‌های بازگشتی شکل می‌گیرند. نقطه‌ی حدی پسین در باری برابر با ۱۲۸۸/۲۱۳۶ نیوتن روی می‌دهد. خیز گره‌ی نوک در این نقطه‌ها، به ترتیب، برابر با ۲۹/۱۲۶۶ و ۵۴/۰۱۸ میلی‌متر هستند. بر پایه‌ی نتیجه‌های

جدول ۸ راه‌کار پیشنهادی MEWaRE در رتبه‌ی نخست و شیوه‌ی MRE در مرتبه‌ی دوم جای دارند.



۲- تغییرمکان افقی گره‌ی A

شکل ۳- نمودار بار- تغییرمکان خرابی گنبدی

در جدول ۲ پاسخ‌های تحلیل این سازه آمده است. راه‌کار ZWI، توانایی حل این مسأله را نداشت. روش MRF برپایه‌ی سنجه‌ها، رتبه‌ی نخست را دارد. با وجود این، به سبب رخداد پرش، این شیوه رتبه‌ی پنجم را به دست آورد. برترین شیوه‌ها برای واکاوی این خرابی، فرایندهای MKE و MEWaRE می‌باشند.

جدول ۲- امتیاز و رتبه‌ی روش‌ها برای خرابی گنبدی

روش	تکرار	نقاط همگرا	زمان (ثانیه)	معیار S1	معیار S2	معیار S3
MRF	22631	104	37/861	4	6	6
MRE	68208	293	130/198	1	4	3
MDI	112405	482	214/485	2	3	4
MKE	112405	482	206/357	2	2	2
MEW	----	----	----	----	----	----
ZWI	108544	491	132/46	5	5	5
MEWaRE	86371	354	138/591	3	1	1

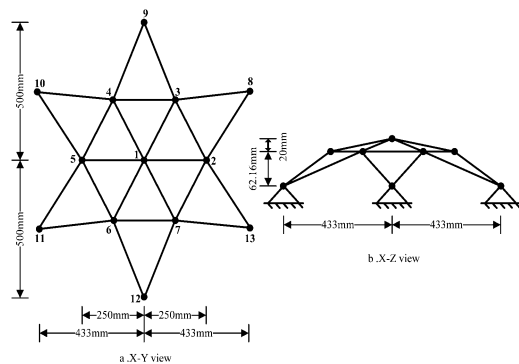
۴-۲- قاب سینوسی

در ادامه، کارایی فن نویسندگان در تحلیل سازه‌های قابی بررسی می‌شود. برای این کار، قوس شکل ۴ واکاوی می‌شود. برابری (۲۴) تابع شکل هندسی این قوس را نشان می‌دهد.

مشخصه‌های هندسی در جدول ۴ درج شده‌اند. افزون بر این، ضریب کشسانی و ضریب برشی، به ترتیب، 303000 و 109600 نیوتن بر سانتی‌متر مربع هستند. نیروی P به گرهی ۱ و به سوی پایین (خلاف راستای Z) وارد می‌شود.

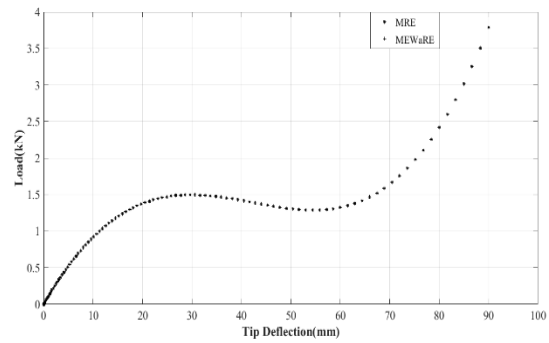
جدول ۴- مشخصات هندسی قاب ستاره‌ای بدون اثر برش

A (cm ²)	A_{v22} (cm ²)	A_{v33} (cm ²)	J (cm ⁴)	I_{22} (cm ⁴)	I_{33} (cm ⁴)
۳/۱۷	۲/۶۴۱۷	۲/۶۴۱۷	۱/۴۱۱	۰/۸۳۷	۰/۸۳۷

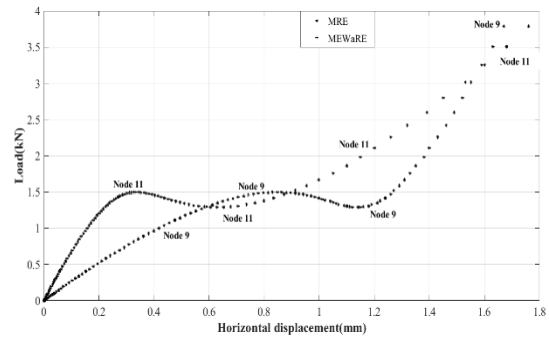


شکل ۶- قاب ستاره‌ای

اکنون، به نتیجه‌های واکاوی قاب پرداخته می‌شود. نمودارهای بار-جابجایی گره‌های ۱ و ۲ در شکل ۷ به نمایش در آمده‌اند. خم ایستایی گرهی نوک، با مرجع [۳۲] یکسان است. همه‌ی راه‌کارها، مسیر ایستایی این قاب را به طور کامل پیمایش کرده‌اند. با وجود این، شماره نمودار، تکرارها و زمان تحلیل روش‌ها، متفاوت است. دو شیوه‌ی MKE و MDI رفتار مشابهی داشتند. این سازه دارای بازگشت تغییر مکان در باری برابر $1247/28$ نیوتن می‌باشد. خیز نوک و جابه‌جایی افقی گرهی ۲ در این نقطه، به ترتیب، برابر $19/228$ و $0/293$ میلی‌متر دست آمدند. نتیجه‌های تحلیل در جدول ۵ درج شده‌اند. برپایه‌ی سه معیار در نظر گرفته شده، روش پیشنهادی رتبه‌ی نخست را به دست آورده است؛ همچنین، شیوه‌ی MKE در رتبه‌ی پایانی جای دارد.



۱- خیز گرهی نوک



۲- جابجایی افقی

شکل ۵- مسیر ایستایی قاب سینوسی

جدول ۳- امتیاز و رتبه‌ی روش‌ها برای قاب سینوسی

روش	تکرار	نقاط همگرا	زمان (ثانیه)	معیار S1	معیار S2	معیار S3
MRF	---	---	---	---	---	---
MRE	323002	106	450/872	2	2	2
MDI	---	---	---	---	---	---
MKE	---	---	---	---	---	---
MEW	---	---	---	---	---	---
ZWI	---	---	---	---	---	---
MEWaRE	322924	127	416/739	1	1	1

۴-۳- قاب ستاره‌ای بدون اثر برش

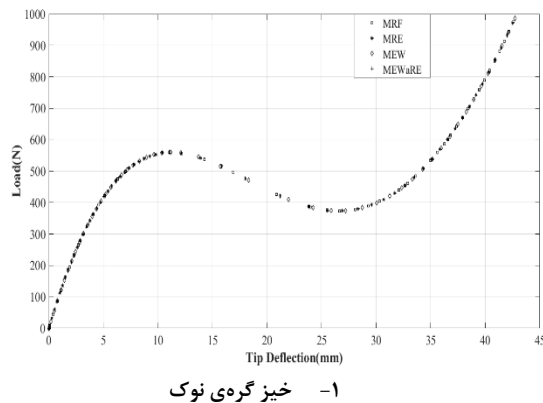
در این جا، واکاوی قاب ستاره‌ای شکل ۶ انجام می‌پذیرد. پیش از این، میک و تان این سازه را تحلیل کردند [۳۲]. این قاب دارای ۲۴ عضو، ۱۳ گره و ۶۰ درجه‌ی آزادی است.

هندسی این قاب مانند جدول ۶ است. ضریب کشسانی و ضریب برشی، به ترتیب، ۳۰۳۰۰۰ و ۱۰۹۶۰۰ نیوتن بر سانتی‌متر مربع هستند. به گرهی ۱، نیروی P و به گره‌های ۲ تا ۷، بار 0.5P وارد می‌گردند.

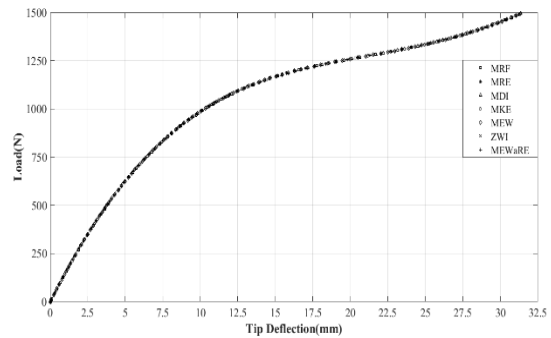
جدول ۶- مشخصات هندسی قاب ستاره‌ای با اثر برش

A (cm ²)	A _{v22} (cm ²)	A _{v33} (cm ²)	J (cm ⁴)	(cm ⁴) I ₂₂	(cm ⁴) I ₃₃
۳/۱۷	۲/۶۴۱۷	۲/۶۴۱۷	۰/۹۱۸	۰/۲۹۵	۲/۳۷۷

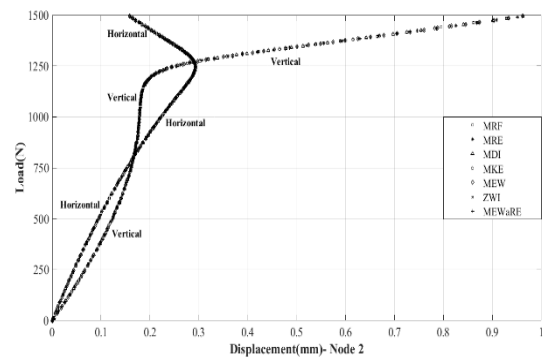
رتبه‌ی فرایندهای به کار رفته در جدول ۷ درج شده‌اند. بر این پایه، شیوه‌های MRF، MRE، MEW، MEWaRE و MRE رده‌های نخستین تا چهارم را دارند. افزون بر این، راه کارهای MDI، MKE و ZWI توانایی واکاوی این قاب را نداشتند. شکل ۸ نمودارهای بار-جابجایی گره‌های ۱ و ۲ را نشان می‌دهد که با مرجع [۳۲] هماهنگی دارد. این سازه در بارهایی، برابر با ۵۵۹/۶۹۸ و ۳۷۳/۷۷۱ نیوتن دارای نقطه‌ی حدی بار است. خیز نوک در این بارها، به ترتیب، ۱۱/۰۳۲ و ۲۶/۸۹۱ میلی‌متر بود. افزون بر این‌ها، سازه دارای یک نقطه‌ی حدی تغییرمکان در باری برابر ۴۴۸/۲۹۵۵ نیوتن است. هنگامی این بار به دست می‌آید که خیز گرهی ۲ برابر ۰/۳۵۴ میلی‌متر باشد.



۱- خیز گرهی نوک



۱- خیز گرهی نوک



۲- جابجایی گرهی ۲

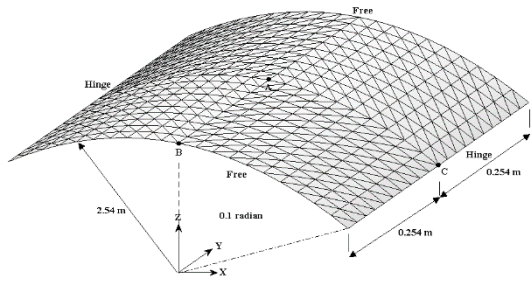
شکل ۷- مسیر ایستایی قاب ستاره‌ای بدون اثر برش

جدول ۵- امتیاز و رتبه‌ی روش‌ها در قاب بدون اثر برش

روش	تکرار	نقاط همگرا	زمان (ثانیه)	معیار S1	معیار S2	معیار S3
MRF	2145	44	170/618	4	2	3
MRE	3599	71	286/292	5	3	5
MDI	5036	98	400/609	6	4	6
MKE	5036	98	400/843	6	6	7
MEW	2651	55	211/006	2	5	2
ZWI	5009	103	399/985	3	7	4
MEWaRE	4213	88	297/431	1	1	1

۴-۴ قاب ستاره‌ای با اثر برش

اکنون، واکاوی قاب پیشین با اثر برش انجام می‌پذیرد. پیش از این، میک و تان این سازه را تحلیل کردند [۳۲]. مشخصه‌های

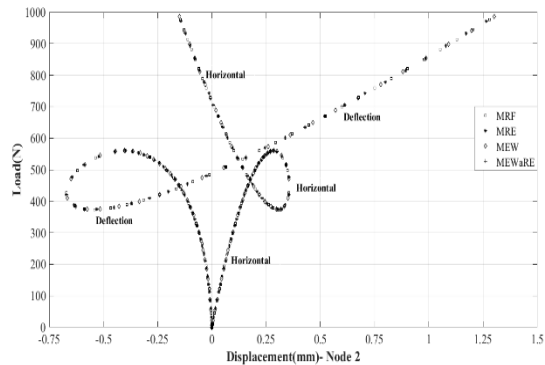


شکل ۹- سقف استوانه‌ای

شکل ۱۰ نمودار بار-خیز گره‌های A و B و نیز جابه‌جایی افقی B را نمایش می‌دهد. پیچیدگی نمودار بار-تغییر مکان افقی B سبب می‌شود تا شمار تکرارهای مورد نیاز برای پیمایش مسیر ایستایی افزایش یابد. این خود به افزایش زمان واکاوی می‌انجامد. این پوسته دارای ۲ نقطه‌ی بازگشت بار و ۳ نقطه‌ی بازگشت تغییر مکان می‌باشد. نخستین نقطه‌ی حدی در نیروی ۴۱/۸۱۳۴ نیوتن جا دارد. خیز نقطه‌های A و B و جابه‌جایی افقی B در این نقطه‌ی حدی، به ترتیب، ۷/۸۲۵، ۴/۹۹۱ و ۰/۰۵۲۸ میلی‌متر به دست آمدند. پس از این بار، سازه وارد بخش پس کمانشی می‌شود. نقطه‌ی بازگشت نیروی دیگر، در مقدار نیروی ۲۷/۳۹۵- نیوتن رخ داد. جابه‌جایی‌های مورد اشاره، به ترتیب، ۲۰/۳۳۳، ۲۴/۰۸۷ و ۰/۰۰۵۰۷ میلی‌متر بودند. سه نقطه‌ی بازگشت تغییر مکان در مسیر ایستایی گره‌ی B، به ترتیب، ۲۸/۳۶۸۲، ۲۴/۳۰۱۱- و ۲۶/۵۰۵۱- برآورد شدند.

جدول ۸ نتیجه‌های تحلیل این سقف را نشان می‌دهد. روش MRF شمار بسیار کمی نقطه‌ی همگرایی به دست آورده است. به سخن دیگر، این شیوه دارای کمترین دقت است. با وجود این، همه‌ی مسیر ایستایی را پیمایش کرد. از این رو، فرایند MRF آخرین رتبه را دارد. بر پایه‌ی

جدول ۸، راه‌کار ZWI و فن پیشنهادی MEWaRE برترین راه‌حل برای این سقف استوانه‌ای هستند. روش نویسندگان از نظر زمان تحلیل و برپایه‌ی معیارهای S2 و S3 در رتبه‌ی نخست جای دارد.



۲- جابجایی گره‌ی ۲

شکل ۸- مسیر ایستایی قاب ستاره‌ای با اثر برش

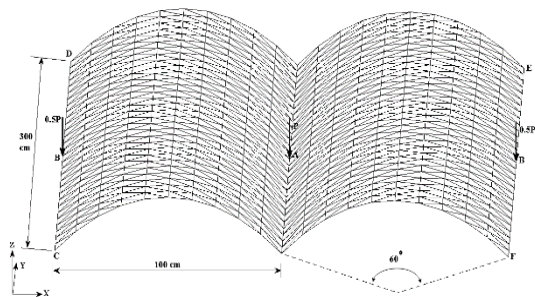
جدول ۷- امتیاز و رتبه‌ی روش‌ها برای قاب با اثر برش

روش	تکرار	نقاط همگرا	زمان (ثانیه)	معیار S1	معیار S2	معیار S3
MRF	3226	52	176/483	(2)	(2)	(2)
MRE	3956	62	216/466	(3)	(3)	(3)
MDI	----	----	----	----	----	----
MKE	----	----	----	----	----	----
MEW	3632	53	199./009	(4)	(4)	(4)
ZWI	----	----	----	----	----	----
MEWaRE	4236	71	230/731	(1)	(1)	(1)

۴-۵- سقف استوانه‌ای

در آخرین بخش این پژوهش، توانایی روش نویسندگان در پوسته‌ها بررسی می‌شود. برای این کار، دو پوسته‌ی گوناگون واکاوی می‌گردد. نخست، سقف استوانه‌ای شکل ۹ تحلیل می‌گردد. دو لبه‌ی راستای Y، تکیه‌گاه ساده و دو لبه‌ی دیگر، آزاد هستند. به سبب تقارن، یک چهارم پوسته واکاوی می‌شود. برای این کار، ۱۰۰ جزء به کار می‌رود. ضریب کشسانی ۳/۱۰۲۷۵ گیگاپاسکال، نسبت پواسون ۰/۳ و ضخامت ۳۵/۶ میلی‌متر می‌باشند. همه‌ی گره‌های قرار گرفته در راستاهای AB، AC و امتداد آن‌ها نیروی یکسان رو به پایینی دارند [۳۰].

و ضخامت، به ترتیب، ۲۰ گیگاپاسکال، ۰/۳ و ۳ سانتی‌متر می‌باشند [۱۷، ۳۰، ۳۱].



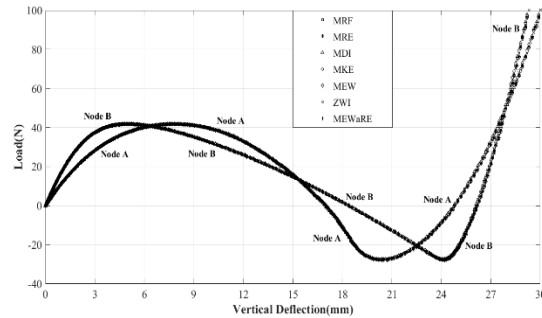
شکل ۱۱- استوانه‌ی دو دهانه

ستاده‌های تحلیل در جدول ۹ درج شده‌اند. شمار نقطه‌های همگرایی روش MRF بسیار کم‌تر از سایر شیوه‌ها است. پرش‌های چشم‌گیر این شیوه را شکل ۱۲ نشان می‌دهد. از این رو، این راه‌کار توانایی پیمایش مناسب این پوسته را ندارد. روش ZWI، برترین راه‌کار برای واکاوی این پوسته است. پس از آن، فن پیشنهادی MEWaRE جای دارد.

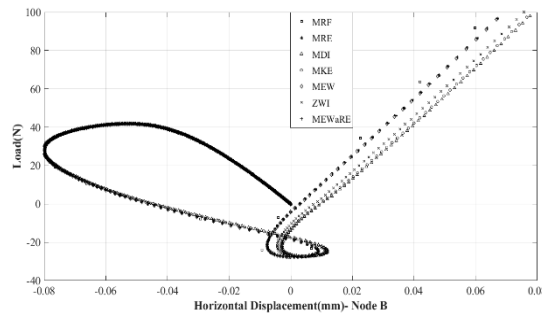
جدول ۹- امتیاز و رتبه‌ی روش‌ها برای استوانه‌ی دو دهانه

روش	تکرار	نقاط همگرا	زمان(ثانیه)	معیار S1	معیار S2	معیار S3
MRF	----	----	----	----	----	----
MRE	786277	133	6718/37	6	4	4
MDI	1064745	183	9499/71	4	5	6
MKE	1062006	181	8742/38	5	1	3
MEW	719557	133	6808/75	2	6	5
ZWI	973924	182	8053/97	1	2	1
MEWaRE	887937	163	7476/09	3	3	2

شکل ۱۲ نمودار بار- جابه‌جایی گره‌های A و B را نشان می‌دهد. نخستین نقطه‌ی حدی این سازه، نقطه‌ی حدی تغییرمکان است. بر پایه‌ی شکل ۱۲ نقطه‌ی بازگشت جابه‌جایی در نیروی ۵۷/۶۹۸۴ کیلونیوتن آغاز می‌شود. در این مقدار بار، تغییرمکان افقی گره‌ی B، خیز A و B، به ترتیب، ۳/۹۷۲۵،



۱- خیز گره‌های A و B



۲- تغییرمکان افقی B

شکل ۱۰- نمودار بار- جابه‌جایی برای سقف استوانه‌ای

جدول ۸- امتیاز و رتبه‌ی روش‌ها برای سقف استوانه‌ای

روش	تکرار	نقاط همگرا	زمان(ثانیه)	معیار S1	معیار S2	معیار S3
MRF	101126	77	637/963	7	7	7
MRE	1183477	322	7334/57	3	6	6
MDI	1728985	458	9968/5	6	3	5
MKE	1683197	450	9498/47	5	2	4
MEW	1087139	321	6418/63	2	5	3
ZWI	1458540	453	8591/51	1	4	2
MEWaRE	1523649	413	7732/55	4	1	1

۴-۶- استوانه‌ی دو دهانه

در نمونه‌ی پایانی، پیمایش مسیر ایستایی استوانه‌ی دو دهانه‌ی شکل ۱۱ به‌دست می‌آید. به سبب تقارن، یک چهارم سازه با ۳۰۰ جزء شبکه‌بندی می‌شود. ضریب کشسانی، نسبت پواسون

عامل بیان می‌دارد که راه‌کار i چند بار رتبه‌ی z را به‌دست آورده است. برای نمونه، شیوه‌ی MEWaRE، از نگاه معیارهای S2 و S3، پنج بار نخستین فن می‌باشد. بنابراین، Q_{i1} برای این راه‌حل برابر پنج است. هم‌چنین، فرایند MRE یک بار رتبه‌ی دوم را بر پایه‌ی سنجه‌ی S2 دارد. از این‌رو، Q_{i2} برای این روش برابر یک است. شمار سازه‌هایی که راه‌کار i قادر به تحلیل آن‌ها نبوده است با Q_{i0} نمایش داده می‌شود. برای نمونه، در دو مسأله شیوه‌ی MKE توانایی رسیدن به پاسخ را ندارد. پس، Q_{i0} برای آن برابر دو است.

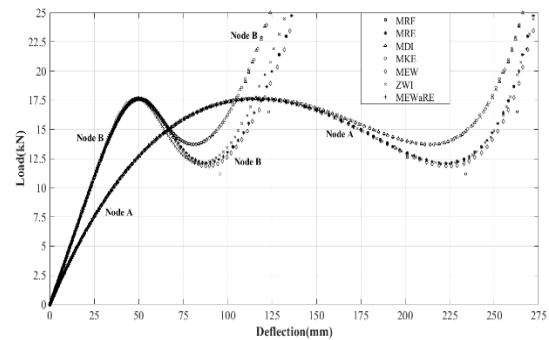
$$G_{ij} = 100 \times \sum_{j=1}^7 Q_{ij} \times (8 - j) / 42 \quad (25)$$

باید افزود، اگر فرایندی توانایی رسیدن به پاسخ را نداشته باشد، در برابری (۲۵) وارد نمی‌گردد. افزون بر این، هنگامی که یک فن در همه‌ی شش نمونه‌ی حل شده رتبه‌ی نخست را دارا باشد عدد ۴۲ به‌دست می‌آید. در نتیجه، امتیاز G_{ij} برای آن ۱۰۰ خواهد بود. امتیاز و رتبه‌ی پایانی راه‌حل‌ها در جدول ۱۰ تا جدول ۱۲ نوشته شده‌اند.

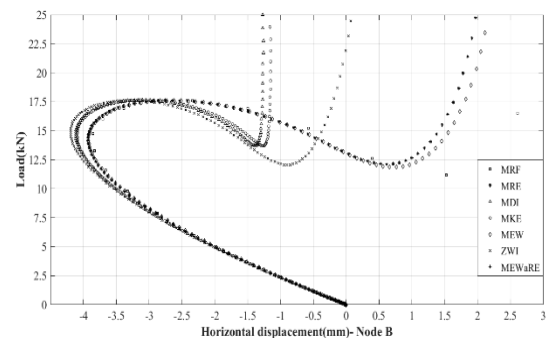
جدول ۱۰- امتیاز روش‌ها بر پایه‌ی سنجه‌ی S1

روش	Q_{ij}							G	
	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶		۷
MRF	2	1		2				1	35/714
MRE		1	1	2		1	1		66/667
MDI	2		1		1		2		33/333
MKE	2		1			2	1		33/333
MEW	2		3		1				52/381
ZWI	2	2		1		1			52/381
MEWaRE		3		2	1				83/333

۶۱/۹۵ و ۳۴/۰۸۱ میلی‌متر به دست آمدند. سپس، نقطه‌ی حدی نیرو در بار ۷۰/۴۸۸۹ کیلونیوتن شکل می‌گیرد. این جابه‌جایی‌ها برای این نقطه، به ترتیب، ۲/۷۶۵، ۱۱۶/۴۸۴ و ۵۰/۵۴۸ میلی‌متر بودند. بر پایه‌ی شکل ۱۲، مسیر ایستایی خیز دو گره، دارای نقطه‌ی بازگشت نیروی دیگری نیز است. اندازه‌ی این بار و خیز A و B برای این نقطه، به ترتیب، ۵۰/۶۲۲۹ کیلونیوتن، ۲۲۰/۳۶۸ و ۸۶/۴۶۶ میلی‌متر حساب شدند. باید دانست، پس از نقطه‌ی حدی دوم، پاسخ روش‌ها برای برآورد جابجایی افقی گره‌ی B، از یکدیگر فاصله می‌گیرند. دو شیوه‌ی MDI و MKE نمودار را به صورت یکسان پیمایش کرده‌اند. در نمونه‌های پیشین نیز مشاهده شد که نتیجه‌های این دو فن بسیار به هم نزدیک است.



۱- خیز



۲- تغییر مکان افقی گره‌ی B

شکل ۱۲- مسیر ایستایی استوانه‌ی دو دهانه

۵- رتبه‌بندی روش‌ها

از بر پایه‌ی شمار تکرارها، شمار نمونه‌های همگرایی و زمان واکاوی، مرتبه‌ی هر راه‌کار برآورد شد. برای هم‌شماری راه‌حل‌ها، امتیاز هر فرایند از برابری (۲۵) به‌دست می‌آید. نماد Q_{ij} رتبه‌های z روش i را نشان می‌دهد. به سخن دیگر، این

۶- نتیجه گیری

این مقاله به پیمایش مسیر ایستایی با شیوهی رهایی پویا و گذر از نقطه‌های حدی پرداخت. جمع کارمایه‌ی نامیزان و کار خارجی نوشته شدند. سپس، این مقدار، نسبت به ضریب بار کمینه شد. با این کار، رابطه‌ی نوینی برای عامل بار به‌دست آمد. فن پیشنهادی توانایی پیمایش مسیرهای ایستایی سازه‌هایی با رفتارهای ناخطی شدید، مانند ناحیه‌های بازگشت بار و تغییرمکان، را دارد. چندین سازه‌ی خرپایی، قابی و پوسته، با این راه‌کار واکاوی ناخطی هندسی شدند.

یکی از برجسته‌ترین ویژگی‌های راه‌حل نویسنندگان نرخ همگرایی بالا همراه با دقت مناسب است. به سخن دیگر، فرایند جدید، زمان واکاوی را نسبت به سایر روش‌ها بسیار کاهش می‌دهد؛ در حالی که دقت آن در برابر راه‌کارهای دیگر تفاوت چشمگیری ندارد. از سوی دیگر، یافتن عامل بار در شیوهی پیشنهادی خودکار و بدون شرط است و در آن تنها از عامل‌های موجود در تکرارهای رهایی پویا بهره‌جویی می‌شود. باید افزود، در فن‌های طول قوسی دخالت کاربر نیاز است. به سخن دیگر، شمار تکرارها و نقطه‌های همگرایی و به دنبال آن زمان تحلیل به اندازه‌ی طول قوس وابسته می‌باشد. کم بودن شمار نمودهای همگرایی سبب کاهش زمان تحلیل می‌شود. از سوی دیگر، برای یافتن مسیر ایستایی دقیق‌تر، زمان واکاوی افزایش می‌یابد. به همین سبب، معیار زمان نیز باید لحاظ گردد. هدف اصلی این پژوهش، افزون بر داشتن دقت و نداشتن پرش، زمان مناسب تحلیل فرایند رهایی پویا می‌باشد. برای بررسی هم‌زمان شمار نقطه‌های همگرایی، شمار کل تکرارها و زمان کل واکاوی از سه سنجه برای هم‌شماری روش پیشنهادی با سایر راه‌کارها بهره‌جویی شد. پاسخ‌های عددی نشان می‌دهند، زمان واکاوی شیوهی نویسنندگان برای پیمایش مسیرهای ایستایی نسبت به دیگر فن‌ها کاهش مناسبی داشته است. از سوی دیگر، دقت این فرایند نیز پذیرفتنی بود.

مراجع

- [1] Alamatian J (2012) A new formulation for fictitious mass of the Dynamic Relaxation method with kinetic damping. *Comput Struct* 90-9142-54.
- [2] Namadchi AH, Alamatian J (2016) Explicit dynamic analysis using dynamic relaxation method. *Comput Struct* 17591-99.

جدول ۱۱- امتیاز روش‌ها بر پایه‌ی سنجه‌ی S2

روش	Q _{ij}							G	
	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶		۷
MRF	2		2				1	1	35/714
MRE			1	2	2			1	61/905
MDI	2			2	1	1			40/476
MKE	2	1	2					1	50
MEW	2				1	2	1		28/571
ZWI	2		1		1	1		1	33/333
MEWaRE		5		1					95/238

جدول ۱۲- امتیاز روش‌ها بر پایه‌ی سنجه‌ی S3

روش	Q _{ij}							G	
	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶		۷
MRF	2		1	1			1	1	33/333
MRE			1	2	1	1	1		59/524
MDI	2				1	1	2		26/19
MKE	2	1	1	1				1	38/095
MEW	2		1	1	1	1			42/857
ZWI	2	1	1		1	1			47/619
MEWaRE		5	1						97/619

بر پایه‌ی این پاسخ‌ها، رتبه بندی روش‌ها در جدول ۱۳ می‌آید. این جدول نشان می‌دهد راه‌کار نویسنندگان، در هر سه سنجه رتبه‌ی نخست را دارد. ویژگی برجسته‌ی فن پیشنهادی، در زمان مورد نیاز برای انجام واکاوی است. این را تفاوت رتبه‌ی نخست و دوم در سنجه‌های S2 و S3 نشان می‌دهند.

جدول ۱۳- رتبه بندی روش‌ها برای هر سنجه

سنجه	رتبه						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
S1	MEWaRE	MRE	MEW & ZWI	MRF	MKE & MDI	----	----
S2	MEWaRE	MRE	MKE	MDI	MRF	ZWI	MEW
S3	MEWaRE	MRE	ZWI	MEW	MKE	MRF	MDI

- [۱۸] سرافرازی س. ر. لبافی س. ف (۱۳۹۶) روش رهایی پویا با میرایی متمرکز. مهندسی عمران مدرس ۱۷(۳): ۱۵۶-۱۴۶.
- [19] Zardi I, Alamatian J (2020) A new formulation for fictitious mass of viscous dynamic relaxation method. *Mech. Based Des. Struct. Mach.* 48(5): 542-567.
- [20] Abbasi M, Namadchi AH, Alamatian J (2021) A new formulation for kinetic dynamic relaxation method based on the Lagrangian interpolation. *Mech. Based Des. Struct. Mach.* 1-15.
- [21] Lee KS, Han SE, Park T (2011) A simple explicit arc-length method using the dynamic relaxation method with kinetic damping. *Comput Struct* 89(1-2): 216-233.
- [22] Rezaiee-Pajand M, Alamatian J (2011) Automatic DR structural analysis of snap-through and snap-back using optimized load increments. *J. Struct. Eng.* 137(1): 109-116.
- [23] Alamatian J (2013) Displacement-based methods for calculating the buckling load and tracing the post-buckling regions with dynamic relaxation method. *Comput Struct* 114-115: 84-97.
- [24] Lee K-S, Han S-E, Hong J-W (2014) Post-buckling analysis of space frames using concept of hybrid arc-length methods. *Int J Non Linear Mech* 58(0): 76-88.
- [۲۵] علامتیان ج. حسینی نژاد گوشتیک س. م (۱۳۹۸) روش رهایی پویا برای محاسبه بار کمانشی قابها. نشریه مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تبریز ۴۹(۹۶): ۶۵-۷۴.
- [26] Rezaiee-Pajand M, Estiri H (2020) Finding buckling points for nonlinear structures by dynamic relaxation scheme. *FSCE* 14(1): 23-61.
- [27] Rezaiee-Pajand M, Mohammadi-Khatami M (2021) Nonlinear analysis of cable structures using the dynamic relaxation method. *FSCE* 15(1): 253-274.
- [28] Underwood P (1983) Dynamic relaxation (in structural transient analysis). *Computational Methods for Transient Analysis*(A 84-29160 12-64) Amsterdam, North-Holland 245-265.
- [29] Zhang LG, Yu TX (1989) Modified adaptive dynamic relaxation method and its application to elastic-plastic bending and wrinkling of circular plates. *Comput Struct* 33(2): 609-614.
- [30] Rezaiee-Pajand M, Estiri H (2016) Finding equilibrium paths by minimizing external work in dynamic relaxation method. *Appl. Math. Model.* 40(23-24): 10300-10322.
- [31] Rezaiee-Pajand M, Estiri H (2016) Computing the structural buckling limit load by using dynamic relaxation method. *Int J Non Linear Mech* 81: 245-260.
- [32] Meek JL, Tan HS (1984) Geometrically nonlinear analysis of space frames by an incremental iterative technique. *Comput Methods Appl Mech Eng.* 47(3): 261-282.
- [3] Jung S, Kim T-Y, Yoo W-S (2018) Adaptive step-size control for dynamic relaxation using continuous kinetic damping. *Math. Probl. Eng.* 1-9.
- [4] Rezaiee-Pajand M, Alamatian J (2008) Nonlinear dynamic analysis by dynamic relaxation method. *Struct. Eng. Mech* 28(5): 549-570.
- [5] Rezaiee-Pajand M, Alamatian J (2010) The dynamic relaxation method using new formulation for fictitious mass and damping. *Struct. Eng. Mech.* 34(1): 109-133.
- [6] Rezaiee-Pajand M, Kadkhodayan M, Alamatian J (2012) Timestep selection for dynamic relaxation method. *Mech. Based Des. Struct. Mach.* 40(1): 42-72.
- [7] Rezaiee-Pajand M, Kadkhodayan M, Alamatian J, Zhang LC (2011) A new method of fictitious viscous damping determination for the dynamic relaxation method. *Comput Struct* 89(9-10): 783-794.
- [8] Rezaiee-Pajand M, Sarafrazi SR (2010) Nonlinear structural analysis using dynamic relaxation method with improved convergence rate. *Int. J. Comput. Methods* 7(4): 627-654.
- [9] Rezaiee-Pajand M, Sarafrazi SR (2011) Nonlinear dynamic structural analysis using dynamic relaxation with zero damping. *Comput Struct* 89(13-14): 1274-1285.
- [10] Rezaiee-Pajand M, Taghavian Hakkak M (2006) Nonlinear analysis of truss structures using dynamic relaxation. *Int. J. Eng.* 19(1): 11-22.
- [11] Rezaiee-Pajand M, Rezaee H (2012) Fictitious time step for the kinetic dynamic relaxation method. *MAMS* 21(8): 631-644.
- [12] Rezaiee-Pajand M, Mohammadi-Khatami M (2019) A fast and accurate dynamic relaxation scheme. *FSCE* 13(1): 176-189.
- [13] Rezaiee-Pajand M, Sarafrazi SR, Rezaiee H (2012) Efficiency of dynamic relaxation methods in nonlinear analysis of truss and frame structures. *Comput Struct* 112-113(0): 295-310.
- [۱۴] گلمکانی م. ا. یوسفیان ثقی ع (۱۳۹۳) تحلیل غیر خطی ترموالاستیک صفحات گرد ساندویچی با هسته تابعی. مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۴(۴): ۱۲۷-۱۴۲.
- [15] Rezaiee-Pajand M, Estiri H (2016) A comparison of large deflection analysis of bending plates by dynamic relaxation. *Period. Polytech.: Civ. Eng.* 60(4): 619-645.
- [16] Rezaiee-Pajand M, Estiri H (2017) Comparative analysis of three-dimensional frames by dynamic relaxation methods. *MAMS* 1-16.
- [17] Rezaiee-Pajand M, Estiri H (2017) Geometrically nonlinear analysis of shells by various dynamic relaxation methods. *World J. Eng.* 14(5): 381-405.