







DOI: 10.22044/jsfm.2022.6205.2473

شناسایی ترکهای یک و چندگانه در پوسته استوانهای با استفاده از روش آنالیز مودال و تبدیل موحک

> شهروز صمیمیان تهرانی^{۱٬۰} ، پدرام صفر پور^۲ ، مسعودبابایی^۲ و فراز کیارسی^۳ ^۱ دانشجوی آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران ۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران ۲ مدرس مدعو ، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوان کی، ایوان کی، ایران مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۱۶۹۸، تاریخ بازنگری: ۲۰۰/۱۹/۰۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۰۸

چکیدہ

در این تحقیق روشی جهت شناسایی یک و چندین ترک همزمان در پوسته استوانهای جدار نازک و جدار ضخیم بر پایه آنالیز مودال و تبدیل موجک و بدون نیاز به دادههای مودال در حالت سالم بررسی شده است. ترک بررسی شده در این پژوهش از نوع محیطی و سرتاسری است و بهصورت مویی و بدون عرض در نرمافزار آباکوس مدلسازی شده است. شکلهای مود دو پوسته استوانهای جدار نازک و جدار ضخیم، با شرایط تکیه گاهی آزاد-آزاد و ساده-ساده و با نسبت ترکهای گوناگون به دست آمده است. پاسخ نمون به ترک در در اولین شکل مود ارتعاشی خمشی به جعبه ابزار تبدیل موجک ساکن در نرمافزار متلب، منتقل شده است. در ادامه با فرض نمودن ترک به عنوان نویز و حذف نویز در اولین سطح تجزیه از سیگنال ورودی، سیگنال نویز به دست آورده شده است. در ادامه با فرض نمودن ترک به عنوان حالت گوناگون، بهترین موجکها برای شناسایی دقیق ترک تا نسبت ترک ۲٪ و بدون نمایش اثرات تکیه گاهی معرفی شده اند. **کلمات کلیدی:** تشخیص ترک؛ پوسته استوانهای؛ روش اجزاء محدود؛ تبدیل موجک ساکن.

Detection of Single and Multiple Cracks in Circular Cylindrical Shells Using Modal Analysis and Wavelet Transform

S. Samimian Tehrani^{1*}, P. Safarpour², M. Babaei³, F. Kiarasi³

¹M.A. Graduate Student., Mech. Eng., Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Te. ²Assistant professor, Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Te. ³Lecturer, Faculty of Mechanical Engineering, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Iran.

Abstract

In this paper, a method is studied for detecting single and multiple cracks in the thin and thick-walled Circular cylindrical shell based on the modal analysis and wavelet transform without using baseline modal data. In this research, the studied crack is the type of circumference and all over and it is also modeled in the form of hairline and without width by the ABAQUS software. The mode shapes of two thin and thick-walled cylindrical shells are obtained with free-free and simple-simple support conditions and with different cracks ratio. The cracked sample response is moved to static wavelet transform toolbox in the MATLAB software. Then, the noise signal is obtained by assuming crack as noise and removing noise at the first decomposition level of the input signal and. Finally, after reviewing 3240 various modes, the best wavelets are introduced to accurate detection of the cracks up to 2% crack ratio and without displaying the support effects.

Keywords: Crack Detection; Circular Cylindrical Shells; Finite Element Method; Stationary Wavelet Transform.

^{*} نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۲۷۱۷۶۷۶۴

آدرس پست الكترونيك: sh.samimian@yahoo.com

۱– مقدمه

پوستهها یکی از سازههای مهم و پرکاربرد در علم مهندسی به شمار میروند. از موارد استفاده آنها میتوان به بدنه هواپیماها، مخازن ذخیرهسازی، لولههای زیرزمینی ،کمپرسورها، بویلرها و ... اشاره کرد. به دلیل کاربرد فراوان این سازه در صنایع مختلف، اطمینان از سالم بودن آنها ضروری است [1].

بازرسی و عیبیابی اجزای حساس و بحرانی یک دستگاه یا سازه، امری لازم و ضروری برای ارزیابی عمر آن است؛ بنابراین بررسی و کنترل محصول برای کسب اطمینان لازم در مورد سالم بودن بهمنظور جلوگیری از شکست زودرس که در مواردی میتواند عواقب ناگواری را به دنبال داشته باشد، بسیار مهم و قابل توجه است.

منشأ عیوب در قطعات تنها به خاطر عیوب ناشی از مواد اولیه، فرایند تولید و همچنین عیوب ناشی از عملیاتی همچون عملیات حرارتی نامناسب نمیباشد و شرایط کاری نیز میتواند موجب ایجاد عیوب در قطعات شود. روشهای شناختهشده متداول برای کنترل کیفی قطعات عموماً به دودسته آزمونهای مخرب¹ و آزمونهای غیرمخرب⁷ تقسیم میشوند.

در آزمونهای مخرب معمولاً با نمونهبرداری از قطعه برای آزمایش، قطعه تخریب میشود و دیگر قابل استفاده نیست. آزمونهای غیرمخرب آزمایشهایی هستند که برای انجام آنها نیازی به تخریب قطعه نمیباشد. با استفاده از این آزمونها میتوان عیوب موجود در قطعات از قبیل تخلخل و حفرههای داخلی، ترک و ناپیوستگیهای سطحی و داخلی و ناخالصیها را شناسایی نمود. از انواع آزمونهای غیرمخرب متداول میتوان به آزمونهای اولتراسونیک، رادیوگرافی، ذرات مغناطیسی و ... اشاره کرد [۲].

علاوه بر روشهای متداول ذکرشده، در دهههای اخیر و همزمان با پیشرفت فناوری طراحی و تولید قطعات گوناگون، لزوم استفاده از روشهای علمی برای کاهش هزینه و زمان و همچنین پاسخگویی به مشکلات و نیازهای صنایع در این زمینه مطرح است؛ بنابراین روش المان محدود بهعنوان یک

روش برای حل مسائل متعدد مهندسی در حالات مختلف پایدار، گذرا، خطی یا غیرخطی به کار گرفته می شود [۳]. در میان نرم افزارهای روش المان محدود، نرم افزار آباکوس^۳ به دلیل دقت بالای محاسباتی، سهولت در دستیابی و فهم نحوه کار کرد برنامه های آن، توانایی مونتاژ قطعات در محیط جداگانه، سادگی ایجاد تماس بین سطوح و امکان تحلیل بارگذاری دینامیکی روی انواع سازه ها، به عنوان یک نرم افزار بسیار دقیق تحقیقاتی و کاربردی در صنعت و دانشگاه شناخته شده است [۴].

روش جدید و کارا که در سالهای اخیر برای تشخیص آسیب سازه موردتوجه قرارگرفته است، روش تحلیل موجک[†] و آنالیز مودال است. این روش با مباحث زمان و فرکانس ارتباط تنگاتنگی داشته و توانایی بسیار بالایی در شناسایی محل آسیب دارد و بهعنوان یک آزمون غیرمخرب، اطلاعات ارزشمندی برای نگهداری و تصمیم گیریهای اقتصادی ارائه میدهد [۵].

آنالیز مودال، فرایند تعیین خواص ذاتی دینامیکی یک سیستم در قالب فرکانسهای طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها و بهکارگیری آنها برای ایجاد مدلی ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم است. این مدل ریاضی به مدل مودال سیستم و اطلاعات مربوط به مشخصات آن، دادههای مودال نامیده میشوند. شکل مودهای ارتعاشی، وابسته به دینامیک سیستم است و به وسیله خواص فیزیکی (جرم، سختی، میرایی) و نحوه توزیع فضایی آنها تعیین میشوند [۱].

درزمینه تشخیص ترک در تیرها با استفاده از آنالیز موجک، ژانگ و اویادیجی^۵ [۶] در سال ۲۰۰۷، از روش اختلاف ضرایب جزئیات تبدیل موجک ساکن جهت یافتن مکان ترک در تیرها استفاده کردند. آنها در کار خود شکل مود را از روش اجزاء محدود استخراج کردند.

در تحقیقی که توسط ژانگ و اویادیجی [۷] در سال ۲۰۱۰ انجام شد، پاسخهای مودال تیرهای آسیبدیده با تکیهگاههای ساده، با استفاده از روش المان محدود در ترکیب با برخی آزمونهای آزمایشگاهی، مطالعه شد. آنها نشان دادهاند که تبدیل موجک ساکن دادههای مودال

¹ Destructive Testing (DT)

² Non-Destructive Testing (NDT)

³ ABAQUS

⁴ Analysis Wavelet

⁵ Zhong & Oyadiji

تیرهای ترکخورده، اثر ترک را بهتر از تبدیل موجک گسسته نشان میدهد. آنها برای شناسایی ترک به مقایسه فرکانسهای طبیعی و شکلهای مودی در تیر پرداختند و به این نتیجه رسیدند که بهطورکلی اختلاف قابل توجهی بین شکلهای مودی تیرهای آسیبدیده و سالم با ترکهایی کوچک، وجود ندارد.

ژانگ و اویادیجی [۸] در سال ۲۰۱۱ از تبدیل موجک پیوسته اطلاعات بازسازیشده مودال، برای تشخیص ترک در تیرهایی با تکیهگاه ساده استفاده نمودند که تابع استفاده شده در این پژوهش، ،تابع سیملت از مرتبه ۴ است. آنها از این روش برای تشخیص ترکهای کوچک با نسبت کمتر از پنج درصد استفاده کردند. روش پیشنهادی در این کار، بر اساس اختلاف بین تبدیلات موجک پیوستهی دو مجموعه از شکل مودها استوار است که از بررسی دونیمه چپ و راست تیر به دست میآید.

بهادر [۹] در سال ۲۰۱۳، با به دست آوردن شکل مودهای ارتعاشی و تکنیکهای پردازش سیگنال توانست ترک را در تیر با تکیهگاههای گوناگون شناسایی کند.

همچنین تحقیقاتی نیز بهمنظور تشخیص ترک در پوستههای استوانهای انجام گرفته است. چراغی و همکاران [۱۰] با اعمال تبدیل فوریه سریع، انتگرال تبدیل فوریه سریع، تبدیل موجک و تبدیل بسته موجک، به محاسبه انرژی پاسخ فرکانسی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که تبدیل موجک نسبت به سایر تبدیلها کارآمدتر است.

چراغی و طاهری [۱۱] دو روش جدید برای تشخیص ترک در لولهها ارائه کردند. آنها با استفاده از روشهای تجزیه مودهای تجربی^۱ و انتگرال فوریه سریع^۲ توانستند محل ترک و شدت آن را تشخیص دهند. آنها ابتدا توسط نرمافزار انسیس، لوله را به همراه حسگرهای پیزوالکتریک مدل کردند. سپس روشهای تجزیه مودهای تجربی و انتگرال فوریه سریع را برروی پاسخهای فرکانسی دو حالت سالم و ترکدار اعمال نمودند و با بررسی تفاوت این دو حالت توانستند مکان و شدت ترک را مشخص کنند.

اسکویی و همکاران [۱۲] اثر پارامترهای مختلف نظیر طول ترک، ضخامت پوسته و ... روی فرکانسهای ارتعاشی و شکل مودهای پوسته استوانهای را مورد بررسی قرار دادند.

ژو⁷ و همکاران [۱۳] به تشخیص ترک محیطی در یک پوسته استوانهای نامحدود پرداختند. آنها ترک را بهصورت سرتاسری در نظر گرفته و با استفاده از روابط مکانیک شکست، آن را مدلسازی کردند. سپس از رابطهای به نام جریان قدرت که حاصلضرب سرعت در نیروی تحریک خارجی است، استفاده نموده و جریان قدرت را برای پوسته سالم و ترکدار محاسبه نمودند.

هو[†] و همکاران [۱۴] یک پوسته استوانهای ترکدار را در نرمافزار انسیس مدلسازی کردند. آنها صحت مدلسازی خود را با مقایسه درصد کاهش فرکانسهای طبیعی قبل و بعد از پیدایش ترک را در نرمافزار انسیس و مدل تجربی تأیید کردند، سپس اندیس آسیب را بهصورت نسبت انرژی کرنشی مودال قبل و بعد از ایجاد ترک تعریف کردند.

ژانگ و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۴ یک روش تشخیص آسیب بر اساس منحنی تغییر مکان فرکانس برای ساختارهای پوستههای استوانهای ارائه کردند.

سارکر⁶ و همکاران [۱] در سال ۲۰۱۵ به بررسی تشخیص ترک در پوستههای استوانهای با استفاده از روش ریتز و تحلیل موجک پرداختند.

راوات⁵ و همکاران [۱۶] نیز با استفاده از تحلیل المان محدود، اثر پارامترهای مختلف نظیر شرایط تکیه گاهی و نسبت شعاع به ضخامت را برروی فرکانسهای ارتعاشی و شکل مودهای پوسته استوانهای، مورد بررسی قرار دادند.

در این میان به نظر میرسد جای روشی که بتواند همزمان موارد زیر را با استفاده از یک موجک، ارضاء نماید، خالی است:

- تشخیص آسیب در پوستههای استوانهای نازک و ضخیم و با شرایط تکیهگاهی گوناگون
- شناسایی ترکهای موجود در طول پوسته استوانه ای، بدون نیاز به اطلاعات حالت بدون آسیب.

³ Zhu

⁴ Hu

⁵ Sarker

⁶ Rawat

¹ Empirical Mode Decomposition (EMD)

² Fast Fourier Integral

- عدم وجود جهشهای ناشی از اثرات تکیهگاهی که باعث بروز خطا در نتایج به دست آمده میشود.
- عدم نیاز به دادههای مودال در حالت سالم و بدون آسیب.
- عدم نیاز به برنامه نویسیهای پیچیده و استفاده از برنامهها و نرمافزارهای موجود.

۲- تبدیل موجک

تبدیل موجک بهعنوان روشی جایگزین بر تبدیل فوریه زمان-کوتاه⁽ ارائه گردید و هدف آن، فائق آمدن بر مشکلات مربوط به رزولوشن در تبدیل فوریه زمان-کوتاه است [۱۷ و ۱۸].

موجکی را موجک مادر گویند، بهطوری که سایر موجکها از طریق تغییر مقیاس و انتقال دادن این موجک اصلی تولید شوند. به بیان علمی، موجک مادر، یک تابع الگو جهت تولید سایر پنجرهها است. موجکهای مادر یکتا نیستند و بسته به کاربرد، انواع گوناگونی را میتوان انتخاب نمود و این متنوع بودن موجکهای مادر باعث تفاوت اصلی و برتری ویژه تبدیل موجک بر سایر تبدیلها شده است.

واژه ویولت به معنای موج کوچک است که در برخی ترجمهها، تعبیر موجک برای آن آورده شده است. دلیل استفاده از واژه کوچک، محدود، کوتاه و گذرا بودن تابع پنجره است و همچنین استفاده از واژه موج نیز به دلیل ماهیت نوسانی این تابع است. تبدیل موجکها را میتوان برحسب ضرورت استفاده به سه دستهی تبدیل موجکهای پیوسته^۲، گسسته^۳ و ساکن^۴ تقسیم,ندی کرد [۱۹].

۲-۱- تبدیل موجک پیوسته

اگر فرض کنیم (x) موجک مادر پیوسته باشد، خانوادهای از موجکهای پیوسته (x) $\psi_{\alpha,b}(x)$ را میتوان توسط مقیاس کردن موجک مادر با a و انتقال آن با b به دست آورد [۱۹]:

 $\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \tag{1}$ (1)

مفهوم انتقال دقیقاً مشابه با مفهوم انتقال زمانی در تبدیل فوریه زمان-کوتاه است که میزان جابجایی پنجره را معلوم می کند و بهوضوح، اطلاعات زمانی تبدیل را در بردارد. اما برخلاف تبدیل فوریه زمان-کوتاه، در تبدیل موجک بهطور مستقیم پارامتر فرکانس نداریم. در عوض، پارامتر مقیاس را داریم که بهطور معکوس با فرکانس ارتباط دارد.

تبدیل موجک پیوستهی تابع f(x) که x مختصات مکانی (زمانی) است، در مقیاس a و مکان b بهصورت ضرب داخلی تابع سیگنال و تابع موجک تعریف می شود [۱۷]:

$$CWT(a,b) = \langle f(x), \psi_{a,b}(x) \rangle$$
$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-b) dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(\frac{x-b}{a}\right) dx \tag{7}$$

در رابطه فوق، (F(x) حریب موجک تابع f(x) برای موجک $\psi_{lpha,b}(x)$ در موجک $\psi_{lpha,b}(x)$ در همسایگی b نامیده می شود.

۲-۲- تبدیل موجک گسسته

اصول تبدیل موجک گسسته به روشی تحت عنوان کدینگ زیرباند^۷ برمی گردد که در سال ۱۹۷۶سنگ بنای اولیه آن گذارده شد. ایده اصلی این روش نیز مشابه تبدیل موجک پیوسته است که در آن نوعی توصیف زمان- مقیاس از سیگنال گسسته با استفاده از فیلترهای دیجیتال ارائه می گردد.

در حالت گسسته، فیلترهایی با فرکانسهای قطع مختلف برای تحلیل سیگنال در مقیاسهای متفاوت بهکاربرده میشود. با عبور سیگنال از فیلترهای بالاگذر و پائین گذر، فرکانسهای مختلف آن تحلیل میشود. در حالت گسسته، رزولوشن سیگنال توسط عملکردهای فیلترها کنترل میشود و مقیاس از طریق زیرنمونه گیری⁴ یا بالانمونه گیری⁴ تغییر

¹ Short-Time Fourier Transform (STFT)

⁵ Scaling

⁶ Translation ⁷ Subband Coding

⁸ Down Sampling

⁹ Up Sampling

² Continuous Wavelet Transform (CWT)

³ Discrete Wavelet Transform (DWT)

⁴ Stationary Wavelet Transform (SWT)

میکند. بهطورمعمول، این روند تغییر نرخ نمونهها، روی یک شبکه دودویی⁽ با $2_{a_0}=a$ و $b_0=1$ انجام می پذیرد؛ بنابراین مقیاسها و انتقالهای زمانی متناظر به ترتیب عبارتاند از [۲۰]:

$$a=2^{-j}$$
 , $b=2^{-j}k$ $j,k\in Z$ (۳)
با جایگذاری معادله (۳) در (۱) داریم [۶]:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{\frac{-j}{2}} \psi(2^{-j}x - k) \tag{f}$$

ضرایب خروجی فیلتر پائین گذر، شکل اولیه سیگنال را دنبال میکنند، به همین دلیل به این ضرایب، تقریب^۲ گفته میشود؛ همچنین ضرایب خروجی فیلتر بالاگذر، جزئیات فرکانس بالای سیگنال را در بردارند و ضرایب جزئیات^۳ نام دارند [۱۸]. در شکل ۱ تجزیه تبدیل موجک گسسته با استفاده از فیلترها نشان داده شده است.

نهایتاً تبدیل موجک گسسته سیگنال از کنار یکدیگر قرار دادن خروجیهای پالایهها، از مرحله اول اعمال فیلترینگ به دست میآید. بدینسان، تعداد ضرایب تبدیل موجک با تعداد نمونههای سیگنال گسسته ورودی برابر خواهد بود.

۲-۳ تبدیل موجک ساکن

در تبدیل موجک گسسته پس از هر زیر نمونه گیری، با حذف یکی در میان نمونه ها، طول سیگنال نصف خواهد شد [۶].



میشوند. این آنالیز با دو برابر کردن تعداد نمونه ورودی در

زمان ثابت ، نمی باشد.

ثابت بودن زمان در آن است.

هر تکرار، میتواند برآورد دقیقتری از تغییرات صورت گرفته در سیگنال ارائه کند [۶].

۲-۳-۲ روشهای حذف نویز در تبدیل موجک ساکن

این به این معنی است که تبدیل موجک گسسته یک تبدیل

پژوهشهای قبلی نشان دادهاند که ثابت نبودن زمان این

تبدیل، نتیجه عمل کاهش نمونه در تبدیل موجک گسسته است [۶]، بنابراین سادهترین راه برای اجتناب از ثابت نبودن زمان در این تبدیل حذف کردن عملیات زیر نمونهگیری

است. مىتوان گفت مەمترين خاصيت تبديل موجك ساكن،

با این تفاوت که عمل زیر نمونه گیری^۵ از سیگنال در این

روش انجام نمیشود و در عوض پالایهها بالا نمونهگیری ٔ

تبديل موجك ساكن مشابه تبديل موجك گسسته است،

یکی از کاربردهای مهم موجک در پردازش سیگنال، استخراج نویز از سیگنال است. کاهش نویز در حوزه موجک بر این قاعده استوار است که فقط تعداد کمی از ضرایب موجک را میتوان برای تقریب خصیصههای اصلی یک سیگنال به کار برد. ازاینرو با صفر کردن مقادیر ضرایب کوچک میتوان با تقریب خوبی نویز را کاهش داد، بدون آنکه اطلاعات اصلی سیگنال از بین برود. یکی از روشهای مهم حذف نویز با استفاده از موجک، روشهای مبتنی بر آستانه گیری ضرایب موجک است. در این روش بعد از ترایبی را که کوچکتر از یک آستانه میباشد، حذف و یا کوچک کرده و سپس سیگنال با ضرایب باقیمانده دوبارهسازی میشود [۱۸].

در قسمت جعبه ابزار نرم افزار متلب، پنجره های تحت عنوان مختلف طراحی شده است که به وسیله آن براحتی میتوان عملیات های فوق را انجام و نیازی به برنامه نویسی-های پیچیده وجود ندارد. نام یکی از این پنجره ها که در این

⁴ Time-Invariant

⁵ Down sampling

⁶ Up sampling

¹ Dyadic

² Approximation

³ Detail

مقاله از آن استفاده شده است، پنجره تبدیل موجک ساکن است.

۲-۳-۲- پنجره گرافیکی تبدیل موجک ساکن

پنجره گرافیکی تبدیل موجک ساکن در نرم افزار متلب در شکل ۲ نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۲ میتوان مواد زیر را شناسایی کرد:

سیگنال ورودی (شماره 1)، سیگنال بدون نویز (شماره 2)، سیگنال نویز(شماره 3)، تجزیه شده سیگنال با نویز (شماره 4)، تجزیه شده سیگنال بدون نویز (شماره 5).

۳– مدلسازی پوسته استوانهای با نرمافزار آباکوس

اگر پارامترهای h و R به ترتیب ضخامت و شعاع متوسط پوسته استوانهای باشد، آنگاه در صورتی که شرط ($h/R \ge 1/4$) در آن برقرار باشد، جدار نازک نامیده میشود [۱ و ۲۲]. در این پژوهش بهمنظور مطالعه برروی فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای پوسته استوانهای، دو نوع مدلسازی در نرمافزار آباکوس انجامشده است. این دو

نوع پوسته استوانهای از جنس فولاد بوده و مشخصات هندسی و مکانیکی آنها در جدول ۱ ارائه شده است.

به منظور مدلسازی هندسه پوسته استوانهای، مطالعهای جهت انتخاب بهترین اندازه برای هر المان و همچنین بهینه-ترین اندازه المان انجام شده است. به این منظور هفت فرکانس طبیعی اول پوسته استوانهای سالم با تکیهگاه آزاد-آزاد، با دو نوع المان solid سهبعدی ۸ (C3D8R) و ۲۰ گرهی (C3D20R)، با اندازههای گوناگون به ترتیب در جهت طولی ومحیطی و ضخامت به دست آورده شده است. نتایج حاصل از این مطالعه در شکل ۳ ارائه شده است.

همانگونه که مشاهده می شود با انتخاب المان مکعبی ۲۰ گرهی، با تغییر اندازه المانها، فرکانسهای طبیعی، تغییر ناچیزی از خود نشان میدهند. از طرفی با ریزتر شدن حجم المانها، حجم محاسبات بالاتر می رود [۲۳–۲۷] و حال آنکه تغییرات فرکانس طبیعی بسیار ناچیز است؛ بنابراین در این مدل سازی نوع المان مکعبی ۲۰ گرهی با اندازهای برابر ۱۰ میلی متر در ۱۰ میلی متر در ۱ میلی متر انتخاب می شود. در شکل ۴، شماتیکی از پوسته استوانهای مدل سازی شده، ارائه شده است.



شکل ۲– گراف SWT در نرمافزار متلب (برای یاسخ نمونه ترکدار یوسته نازک تحت موجک db6 (U2)).

پوسته استوانهای	طول (mm)	شعاع متوسط (mm)	ضخامت (mm)	چگالی (kg/m ³)	مدولالاستيسيته (Gpa)	ضريب پواسون
نازک	1	1	۵	۷۸۰۰	١٧٨	٠ /٣
ضخيم	۱۰۰۰	۱۰۰	١٠	۷۸۰۰	١٧٨	• /٣

جدول ۱- مشخصات هندسی و مکانیکی پوستههای استوانهای شده



شکل ۳- هفت فرکانس طبیعی اول پوستهی استوانهای جدار نازک با تکیهگاه آزاد-آزاد؛ الف) C3D8R و ب)C3D20R



شکل ۴– پوسته استوانهای نازک مدلسازی شده

ترکهای به صورت شیار^۲ و با عرض مشخص، به واقعیت نزدیک تر می باشند [۹]. عمق ترکهای مویی ایجاد شده و نسبت ترکهای گوناگون (نسبت عمق ترک به ضخامت پوسته استوانه ای) در جدول ۲ ارائه شده است و هرکدام از ترک محیطی سراسری ایجادشده در این پژوهش از نوع دوبعدی و بدون عرض بوده و در اصطلاح به آن ترک مویی^۱ (درز) گفته می شود. طبق مطالعات قبلی صورت گرفته، ترک هایی که به صورت مویی مدل سازی می شوند، نسبت به

¹ Hairline

² Slot

آنها در مکانهای L_c برابر ۰۰/۱، ۰/۳، ۵/۸ ℓ و ۰/۹ متری از ابتدای استوانه و به صورت جداگانه قرار داده شده است.

به منظور اطمینان از صحت مدلسازی انجام شده، در جدول ۳ نتایج سه فرکانس طبیعی اول پوسته استوانهای سالم در حالت تکیهگاهی آزاد- آزاد با مرجع [۲۰] مقایسه گردیده و از صحت مدلسازی اطمینان حاصل شده است.

به منظور اطمینان بیشتر از صحت مدلسازی انجام شده با وجود ترک، نتایج سه فرکانس طبیعی اول پوسته استوانهای سالم در حالت تکیهگاهی آزاد-آزاد با نتایج مرجع [۲۱] مقایسه گردیده است. برای این منظور میبایست تمامی

جدول ۲- عمق ترکهای ایجادشده در پوستههای استوانهای

پوسته استوانهای ضخیم		پوسته استوانهای نازک		
عمق ترک (mm)	نسبت ترک	عمق ترک (mm)	نسبت ترک	
• /٢	7.7	•/17۵	7.7/0	
• /۵	7.Δ	٠/٢۵	7.0	
١	/ \ .	• /۵	7.1.	

جدول ٣- مقايسه نتايج سه فركانس طبيعي اول

-			
مامنامت بالمتربين	فركانس	فركانس	فر کانس
پوسته استوانه ی	طبيعي اول	طبيعي دوم	طبيعي سوم
لللالم أراه أراه	(Hz)	(Hz) (Hz	
مدلپیشنهادی	878/84	522/47	977/74
مرجع [۲۰]	878/888	۵۲۳/۷۹۷	977/449

مشخصات هندسی و مکانیکی پوسته مطابق با جدول ۱ درنظر گرفته شود با این تفاوت که مدول الاستیسیته به ۲۰۰ گیگا پاسکال تغییر پیدا نماید. لازم به ذکر است در مرجع [۲۱] از روش مربعات دیفرانسیلی برای بدست آوردن فرکانسهای طبیعی پوسته سالم وترکدار استفاده شده است. همانطور که در جدول ۴ مشاهده میشود، مقایسه نتایج به دست آمده بسیار نزدیک و حداکثر خطا حدود ۰/۰/ است.

پس از تحلیل پوستههای استوانهای با نرمافزار آباکوس، شکل مودهای ارتعاشی دو پوسته استوانهای جدار نازک و جدار ضخیم، با شرایط تکیهگاهی آزاد و ساده با نسبت ترکهای گوناگون، محاسبه شده است (شکل ۵). لازم به ذکر است برای به دست آوردن شکل مود در آزمایشهای تجربی میتوان از ارتعاش سنجهای لیزری استفاده کرد [۹].

در ادامه، اولین شکل مود خمشی ارتعاشی پوسته استوانهای سالم و ترکدار، در ۱۰۰ نقطه و با فواصل یکسان، در جهت عرضی (U₂) و طولی (U₃)، استخراج شده است. در شکلهای ۶ و ۲، شکل مود در جهتهای U₂ و U₃، در پوسته استوانهای نازک با تکیه گاه آزاد-آزاد، در نمونه سالم و ترکدار با ترکی در مکان ۳۰ سانتیمتری و نسبت ترک ۵٪ نشان داده شده است.

همان گونه که در شکلهای ۶ و ۷ مشاهده می شود، در شکل مودهای پوسته استوانهای ترکدار هیچگونه آشفتگی مبنی بر وجود ترک مشاهده نمی شود، درنتیجه با بررسی نمودار شکل مودی نمی توان موقعیت آسیب را تشخیص داد.

پوسته استوانهای با تکیهگاه آزاد-آزاد	مشخصات ترک			فركانس طبيعي اول	فركانس طبيعي دوم	فركانس طبيعي
	مکان ترک (m)	طول ترک (درجه)	نسبت ترک (٪)	(Hz)	(Hz)	سوم (Hz)
نتايج حاضر		بدون ترک (سالم)		478/84	522/42	977/74
مرجع [٢١]		بدون ترک (سالم)		878/888	522/141	978/449
نتايج حاضر	٠/۴	۱۸۰	٣٠	378/81	۵۲۳/۵۱	971/79
مرجع [٢١]	٠/۴	۱۸۰	٣٠	<i>۳۲۶/۶۱۱</i>	522/827	971/778

جدول ۳- مقایسه نتایج سه فرکانس طبیعی اول پوسته استوانهای با مرجع [۲۱]



شکل ۵- اولین شکل مود خمشی پوسته استوانه ای ترکدار در حالت آزاد-آزاد

۴- آنالیز پوستههای استوانهای با موجک

در ادامه این بار پس از انجام آنالیز مودال برروی پوسته استوانهای آسیب دیده، شکل اولین مود خمشی استخراج شد. سپس نتایج تغییر مکانهای ۱۰۰ و ۲۰۰ گره، به نرمافزار متلب انتقال و در جعبه ابزار تبدیل موجک ساکن، تحت آنالیز موجک قرار داده شد (شکل ۲).

در این جعبهابزار با فرض نمودن ترک بهعنوان بخشی از نویز موجود در سیگنال، پس از حذف نویز در اولین سطح تجزیه از سیگنال ورودی، سیگنال بدون نویز، بازسازی و با تفاضل سیگنال بدون نویز از سیگنال ورودی، سیگنال نویز بهدستآورده شده است.

در شکل ۲، گراف تبدیل موجک ساکن برای تغییر مکانهای عرضی پوسته استوانهای نازک با تکیهگاههای ساده، با ترکی به عمق ۱۰٪، در مکان ۳۰ سانتیمتری تحت موجک db6 تحلیل شده، نشان داده شده است. در ادامه به دلیل محدودیت فضای مقاله، نتایج آنالیز در حالتهای گوناگون، فقط در حالت سیگنال نویز (S - D) آورده شده است. در

شکلهای ۸ الی ۱۱، سیگنال نویز برای تغییر مکانهای عرضی و طولی در ۱۰۰ و ۲۰۰ نقطه پوسته استوانهای جدار نازک با تکیهگاههای ساده، با ترک محیطی به عمق ۱۰٪، در مکان ۳۰ سانتیمتری تحت موجک مادر db6 تحلیل شده، نشان داده شده است.

با مشاهده شکلهای ۲ و ۸ الی ۱۱ میتوان نتیجه گرفت، تأثیر تعداد نقاط نمونهبرداری در جهت U₂ بر روی U₃ میزان جهش در محل ترک تأثیرگذار است، اما در جهت U₃ چنین نمیباشد.

به عبارت دیگر همانطور که مشاهده می شود باز محل ترک با کاهش تعداد نقاط نمونه برداری به ۲۰ عدد قابل شناسایی خواهد بود؛ همچنین میزان جهش برای یک ترک با عمق و مکان یکسان، در حالت تغییر مکان در جهت طولی U₃ به مقدار قابل ملاحظهای بیشتر از تغییر مکانها در جهت عرضی U₂ است. بعلاوه در همه حالتها، جهشهایی به دلیل وجود اثرات تکیه گاهی مشاهده می شود. حال به منظور از بین بردن این جهشها و همچنین یافتن بهترین موجک برای



¹ Coiflets

² Biors

مکانیک سازهها و شارهها/ سال ۱۴۰۱/ دوره ۱۲/ شماره ۲

مختلف تکیهگاهی و ترکهایی با عمقهای متفاوت و مکانهای متفاوت بررسی شد، بدین منظور ۳۲۴۰ بار، این محاسبات انجام گردیده است. (۲ نوع پوسته استوانهای، ۲ نوع شرایط تکیهگاهی، ۳ نوع ترک با عمقهای متفاوت، ۵ مکان متفاوت و ۵۴ موجک متفاوت). در شکل ۱۲، فلوچارت روش پیشنهادی ارائه شده است. لازم به ذکر است قسمت-هایی که درون نقطه چین قرار دارند، تماماً توسط نرم افزار اعمال و کاربر تنها با انتخاب گزینه های موجود در شکل ۲، می تواند عملیات فوق را انجام نماید.

پس از بررسیهای انجام شده، موجکهای sym8، bior5.5 به عنوان بهترین موجکها جهت شناسایی ترک در انواع پوستههای استوانهای (جدار نازک و ضخیم) معرفی میشوند. به عنوان نمونه، در شکلهای ۱۳ الی ۱۹ سیگنال نویز در محل ترک تحت موجک bior5.5، در دو نوع پوسته استوانهای جدار نازک و ضخیم و همچنین با تکیهگاه-های آزاد و ساده نشان داده شده است.



¹ Reverse Biorthogonal

همچنین در شکل ۲۰، میزان جابهجایی کل در مکان ترک برای حالتهای گوناگون نشان داده شده است.

در ادامه به منظور توانایی این روش در تشخیص تر کهای چندگانه محیطی سراسری، ۵ ترک با نسبت تر ک۰۱٪ به صورت هم زمان در مکانهای ۰/۱، ۳/۱، ۵/۱، ۷/۱ و ۰/۹ روی پوسته استوانهای مدل سازی و با تمامی موجکهای موجود در جعبه ابزار ویژه تبدیل موجک ساکن مورد بررسی قرار گرفت. همانطور که انتظار می فت، بهترین موجکهایی قرار گرفت. همانطور که انتظار می فت، بهترین موجکهایی دهند، هم اکنون نیز می توانند چندین ترک را به صورت هم زمان شناسایی کنند. در شکل ۲۱ سیگنال نویز در محل ترک تحت موجک 5.5 مال برای پوسته استوانه ای با پنج ترک هم زمان و نسبت ترک ۰/٪ نشان داده شده است.

همچنین در شکلهای ۲۲ و ۲۳ میزان جابهجایی در محل ترک توسط بهترین موجکهای شناسایی شده (موجکهایی که در ابتدا و انتهای سیگنال نویز SWT خود جهشی به خاطر اثرات تکیهگاهی مشاهده نمی شود)، برای پنج ترک همزمان در پوسته استوانهای نازک نمایش داده شده است.

همانطور که در شکل های ۲۲ و ۲۳ قابل مشاهده است، هنگام استفاده از این روش، تفاوت قابل توجهی در میزان جهش هنگام استفاده از موجکهای گوناگون مشاهده نمیشود.

در زمینه تأثیرپذیری نتایج از خطای اندازه گیری، بیان این نکته ضروری به نظر می سد که امروزه میتوان به کمک ارتعاش سنجهای لیزری، به راحتی و با خطای بسیار کم، شکل مود را محاسبه و ترسیم نمود [۶ و ۹]. در این پژوهش نویز ناشی از خطاهایی عددی در شکلهای ۹ و ۱۰ قابل مشاهده ست؛ همچنین به منظور بررسی وجود خطا در اندازه گیری شکل مود، فرض می شود به هنگام اندازه گیری خطاهای ۱۰ شکل مودهای ناشی از خطا اندازه گیری در شکل ۲۰ نشان داده شده است همانطور که مشخص هست با توجه به شکل مود شناسایی ترک قابل تشخیص نبوده است و با استفاده ازتبدیل موجک ساکن و طی مراحل قبلی برای شناسایی آسیب ، سیگنال نویز SWT پوسته نازک (آزاد-آزاد) با نسبت از ترک ۱۰، در مکان m30 = LC تحت 5.5 فاری با اسبنان الی ۲۰ درصد خطا در شکل ۲۵ (الف تا ج) به ترتیب نشان

² Discrete Meyer

داده شده است. همانطور که از شکلها مشخص است باز هم تقریباً همه جهشها به یک نسبت تغییر کرده و روش مذکور می تواند با دقت مورد نیاز محل ترک را شناسایی نماید.

۵- نتیجهگیری

الف) تبدیل موجک، قابلیت بالایی در تحلیل سیگنال







Distance (cm) شکل ۱۶- سیگنال نویز SWT پوسته نازک (ساده-ساده) با bior 5.5 نسبت ترک $L_C = 10$ cm نسبت ترک $L_C = 10$ Residuals = S - D_S

70 80 90 100





پاسخ دینامیکی یا استاتیکی دارد. این قابلیت در شناسایی انواع ناپیوستگی یا ناهماهنگی، نمایان است و از روی گراف ضرایب موجک بهصورت یک یا چند نقطه نزدیک به هم دارای نویز یا مقادیر ناهماهنگ با نقاط دیگر قابلتشخیص است. بر این اساس روش موجک از روشهای بسیار کارا در زمينه كشف آسيب به شمار ميآيد.

Residuals = S - D_S

Distance (cm)

شکل ۱۴– سیگنال نویز SWT برای پوسته نازک (آزاد– آزاد)

bior 5.5 با نسبت ترک L_C = 30 cm با نسبت ترک L_C در مکان

Residuals = S - D_S

x 10⁻⁴

10

x 10⁻⁵

10 20 30 40 50 60

x 10⁻⁵

2

0

-2

20 30 40 50 60 70 80 90 100

Displacement (m)

Displacement (m)

E 4 2

-2

-4

1

0



شکل ۲۰– جابهجایی کل تحت موجک bior5.5، در محل ترک پوسته استوانهای با شرایط تکیهگاهی: الف) نازک آزاد-آزاد، ب) ضخیم آزاد-آزاد و ج) نازک ساده-ساده



شکل ۲۱– سیگنال نویز SWT برای پوسته استوانهای نازک با پنج ترک همزمان و نسبت ترک ۱۰٪ تحت bior5.5 و شرایط تکیهگاهی: الف) آزاد–آزاد و ب) ساده- ساده







شکل ۲۳- جابهجایی کل در محل ترک در پوسته نازک برای پنج ترک همزمان با نسبت ترک ۱۰٪ تحت بهترین موجکها با تکیهگاههای ساده- ساده



شکل ۲۴- خطای ناشی از اندازه گیری شکل مود پوسته نازک (آزاد-آزاد) با نسبت ترک ۱۰٪ در مکان L_C = 30cm؛ الف) ۱۰ درصد، ب) ۱۵ درصد و ج) ۲۰ درصد



شکل ۲۵– سیگنال نویز SWT پوسته نازک (آزاد–آزاد) با نسبت ترک ۱۰٪ در مکان SWT ی*حت L_C* = 30cm الف) ۱۰ درصد خطا، ب)۱۵ درصد خطا و ج)۲۰ درصد خطا

می یابد، اما در جهت طولی، با نصف شدن تعداد نقاط نمونه برداری، تغییرات در میزان جهش بسیار ناچیز است. درنتیجه با انتخاب تغییر مکانهای طولی در اولین مود خمشی ارتعاشی، میتوان در وقت و هزینه صرفه جویی کرد. جهت میزان جهش در محل ترک، با بررسی ارتعاشات در جهت طولی، همواره بزرگتر از جهت عرضی است؛ درنتیجه ب) در ارتعاشات طولی (J₃)، تغییر مکانهای نسبتاً بزرگ و با قابلیت اندازهگیری بیشتری رخ میدهد. با مشاهده شکلهای ۲ و ۸ الی ۱۰ میتوان نتیجه گرفت، تعداد نقاط نمونهبرداری در جهت عرضی برروی میزان جهش در محل ترک با استفاده از این روش، تأثیرگذار است، بدینصورت که با افزایش فاصله نقاط نمونهبرداری، مقدار جهش کاهش

- [4] ABAQUS Analysis User's Manual (2006), ed. 6.6, Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc.
- [5] Chiu JK, Cermak JE, Chou LS (2007) Random decrement based method for modal parameter identification of a dynamic system using acceleration responses. Journal of Wind Eng and Industrial Aerodynamics (95): 389-410.
- [6] Zhong S, Oyadiji SO (2007) Crack detection in simply supported beams without baseline modal parameters by stationary wavelet transform. Mech Systems and Signal Processing (21): 1853-1884.
- [7] Zhong S, Oyadiji SO (2009) Crack detection in simply supported beams using stationary wavelet transform of modal data. Structural Control And Health Monitoring.
- [8] Zhong S, Oyadiji SO (2011) Detection of cracks in simply-supported beams by continuous wavelet transform of reconstructed modal data. Computers and Structure 127-148.
- [9] Bahador A (2013) Identification of cracks in beams using vibration modal characteristics, Thesis submitted to the university of Manchester.
- [10] Cheraghi N, Zou GP, Taheri F (2005) Piezoelectric-Based Degradation Assessment of a Pipe Using Fourier and Wavelet Analyses, Journal of Computer-Aided Civil and infrastructure engineering 20: 369-382.
- [11] Cheraghi N, Taheri F (2007) A damage index for structural health monitoring based on the empirical mode decomposition. Journal of Mechanic of Materials and Structures 2: 43-62.

[١٢] دهقانی اسکویی ص، اسمعیل پوراستکانچی هے وفائی ا

- [13] Zhu X, Li TY, Zhao Y, Yan J (2007) Vibration power flow analysis of thin cylindrical shell with a circumferential surface crack. Journal Sound and Vibration 302: 332-349.
- [14] Hu H, Wu C, Lu WJ (2011) Damage detection of circular hollow cylinder using modal strain energy and scanning damage index methods. journal of Compute Structure 89: 149-160.
- [15] Zhang Y, Lie ST, Xiang ZH, Lu QH (2014) A frequency shift curve based damage detection method for cylindrical shell structures. Journal of Sound and Vibration 333: 1671-1671.
- [16] Rawat A, Matsagar V, Nagpal A K (2016) Finite Element Analysis of Thin Circular Cylindrical Shells. Proc Indian Natn Sci Acad 82(2):349-355.
- [17] Ovanesova AV, Suarez LE (2004) Applications of wavelet transforms to damage detection in frame structures. Journal of Engineering Structures 26: 39-49.
- [18] Misiti M, Misiti Y, Oppenheim G, Poggi J (2013) Wavelet Toolbox[™] Getting Started Guide, ed. 4.11, The MathWorks Inc.

با برسی ارتعاشات در جهت طولی میتوان ترکهای با عمق کمتری را شناسایی کرد.

د) با مشاهدهٔ شکلهای ۲ و ۸ الی ۱۰ میتوان نتیجه گرفت، بررسی ارتعاشات در جهت طولی بهمنظور تشخیص ترک با روش موجود، میتواند موقعیت ترک را نسبت به جهت عرضی، دقیقتر شناسایی کند.

هـ) همانطور که در شکلهای ۸ الی ۱۰ مشاهده می شود، در همه حالتها، جهشهایی به دلیل وجود اثرات تکیه گاهی، وجود دارد و سبب بروز خطا در تشخیص ترک می شود. با بررسی های انجامشده می توان گفت، در جهت طولی، موجکهایی وجود دارند که با انتخاب آن ها می توان این اثرات را حذف نمود.

و) با بررسی انواع موجکهای موجود در جعبهابزار موجک، موجکهای هار، کویفلت و دیمی نسبت به سایر موجکها توانایی کمتری برای تشخیص ترک با استفاده از روش موجود و موجکهای دابچیز، سیملت، بایور و آربیو چندگانه معرفی میشوند. در بین ۵۴ موجک بررسی شده، موجکهای 8m8s، 5.5 bior5.5 بهعنوان بهترین موجکها جهت شناسایی دقیق محل ترکهای یک و چندگانه، در پوستههای استوانهای با شرایط تکیه گاهی آزاد-آزاد و ساده-ساده و بدون نمایش اثرات تکیه گاهی معرفی میشود.

ی) روش ارائهشده در این مقاله میتواند تمامی ترکهای محیطی موجود در طول استوانه و همچنین تا نسبت ترک ۲٪ را بهوضوح شناسایی نماید.

لازم به ذکر است روش حل اجزای محدود برای حل بسیاری از مسائل سازه ای مورد استفاده قرار گرفته است [۳۸-۲۸].

۶- مراجع

- Sarker L, Xiang Y, Zhu XQ, Zhang YY (2015) Damage Detection of Circular Cylindrical Shells by Ritz Method and Wavelet Analysis. Electronic Journal of Structural Eng 14(1): 62-74.
- [2] Friswell MI, Penny JET (2002) Crack Modeling for Structural Health Monitoring. Structural Health Monitoring 1(1): 139-148.
- [3] Bathe KJ (1996) Finite Element Procedures, ed. 4, Prentice Hall Inc.

Saturated Porous Rectangular Plates under Combined Loading Conditions. Applied Sciences, 11(21), 10434.

- [31] Shahsavari, M., Asemi, K., Babaei, M., & Kiarasi, F. (2021). Numerical Investigation On Thermal Post-buckling Of Annular Sector Plates Made Of FGM Via 3D Finite Element Method. Mechanics of Advanced Composite Structures.
- [32] Babaei, M., Asemi, K., & Safarpour, P. (2019). Buckling and static analyses of functionally graded saturated porous thick beam resting on elastic foundation based on higher order beam theory. Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME, 20(1), 94-112.

[۳۳]الرکابی, محمد, رضایی پژند, جلیل, معین فرد, & حمید. (۲۰۱۹). مقایسه ی عملکرد الاستومرهای الکترو/مگنتورئولوژیک در میراسازی ارتعاشات روتورهای دوار. مکانیک سازه ها و شاره ها, ۹(۳), ۱۵۹–۱۵۳. [۴۴]ملاعلی پور, محمد, شرعیات & ,محمد. (۲۰۱۹). تحلیل

- Babaei, M., Asemi, K., & Nazari, N. [٣۵] (2020). Low velocity impact analysis of نشريه پژوهشی مهندسی مکانیک ایران, 22(3), 183-205.
- [۳۶] پاچناری, محمد حسن, مظفری, علی, شرعیات, & محمد. (۲۰۱۶). تحلیل اجزای محدود پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق کامپوزیتی ویسکوالاستیک، به کمک تئوری لایه ای. مکانیک سازه ها و شاره ها, ۶(۳), ۱۰۸–۹۷
- [۳۷]علی موری, پویان, مرادی, شاپور, چینی پرداز, & رحیم. (۲۰۱۷). بروزرسانی مدل اجزا محدود سازه توسط آنالیز مودال محیطی و الگوریتم بهینه سازی زنبور عسل. مکانیک سازه ها و شاره ها, ۱(۴), ۱۱۱–۱۳۳.
- [۳۸]بشیرنژاد دهقان, هادی, نظری, مهدی زاده رخی, & مسعود. (۲۰۲۱). تحلیل ترک در مسائل انتشار-ترموالاستیسیته تعمیم یافته با استفاده از روش المان محدود توسعهیافته. مکانیک سازه ها و شاره ها, ۱۱(۵), ۸۲–۶۳

- [19] Kim H, Melhem H (2004) Damage detection of structures by wavelet analysis, Journal of Engineering Structures 26: 347-362.
- [20] Moradi S, Tavaf V (2013) Crack detection in circular cylindrical shells using differential quadrature method, International Journal of Pressure Vessels and Piping 111: 209-216.

[۲۱]طواف و، مرادی ش، جمشیدی مقدم پ، ابیض ع (۱۳۹۰)

[۲۲]طواف و، مرادی ش، جمشیدی مقدم پ، ابیض ع (۱۳۹۳)

- [23] Kiarasi F, Babaei M, Mollaei S, Mohammadi M, Asemi K (2021). Free vibration analysis of FG porous joined truncated conical-cylindrical shell reinforced by graphene platelets. Advances in nano research, 11(4): 361-380.
- Shahani A, Kiarasi F (2021). Numerical and [24] Experimental Investigation Poston buckling Behavior of Stiffened Cylindrical Shells with Cutout subject to Uniform Axial Compression. Journal of Applied and Computational Mechanics, doi: 10.22055/jacm.2021.33649.2261
- [25] Babaei M, Asemi K, Kiarasi F (2021) Dynamic analysis of functionally graded rotating thick truncated cone made of saturated porous materials, Thin-Walled Structures.164:107852.
- [26] Babaei M, Asemi K, Kiarasi F (2020) Static response and free-vibration analysis of a functionally graded annular elliptical sector plate made of saturated porous material based on 3D finite element method, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 1-25.
- [27] Asemi K, Babaei M, Kiarasi F (2020) Static, natural frequency and dynamic analyses of functionally graded porous annular sector plates reinforced by graphene platelets, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 1-29.
- [28] Babaei, M., Kiarasi, F., Hossaeini Marashi, S. M., Ebadati, M., Masoumi, F., & Asemi, K. (2021). Stress wave propagation and natural frequency analysis of functionally graded graphene platelet-reinforced porous joined conical– cylindrical–conical shell. Waves in Random and Complex Media, 1-33.
- [29] Babaei, M., & Asemi, K. (2020). Static, dynamic and natural frequency analyses of functionally graded carbon nanotube annular sector plates resting on viscoelastic foundation. SN Applied Sciences, 2(10), 1-21.
- [30] Kiarasi, F., Babaei, M., Asemi, K., Dimitri, R., & Tornabene, F. (2021). Three-Dimensional Buckling Analysis of Functionally Graded