



بهبود کار آبی برداشت‌کننده انرژی دوپایا به کمک کنترل آشوب

معین محمدپور^۱، شیرین باقری کزازی^۲، پدram صفرپور^۳، رقیه گوگساز قوچانی^۳ و مجید زندی^{۳*}

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۷/۲۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۱۷

چکیده

رفتار آشوبناک در برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا سبب کاهش شدید انرژی برداشت شده می‌شود. علاوه بر کاهش انرژی برداشت شده، وجود این رفتار سبب می‌شود تا طراحی مدارهای واسط، پیچیده و پرهزینه شود. در این پژوهش، کنترل آشوب در برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا مورد بررسی قرار گرفته است. یک کنترل‌کننده، با کنترل بازخورد دارای تاخیر، برای از بین بردن آشوب به برداشت‌کننده انرژی دوپایا اضافه شده است. سپس، محدوده پایداری بهره کنترل به کمک نگاشت پوانکاره محاسبه شده است؛ هم‌چنین، اثر پارامترهای اصلی برداشت‌کننده بر پایداری سامانه کنترل مطالعه شده است. پاسخ شبیه‌سازی عددی برداشت‌کننده انرژی دوپایای کنترل شده، نشان می‌دهد که رفتار آشوبناک به خوبی توسط کنترل‌کننده به رفتار تناوبی تبدیل می‌شود. نمودار توازن انرژی نشان می‌دهد که انرژی صرف شده جهت کنترل برداشت‌کننده در مدت کوتاهی بازیابی می‌شود. برداشت‌کننده انرژی دوپایا با کنترل‌کننده آشوب، از نظر انرژی و توان خروجی، نسبت به برداشت‌کننده دوپایا بدون کنترل‌کننده، به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود یافته است. توسط تغییر در بهره کنترلی، مدت زمان عبور انرژی تولیدی برداشت‌کننده با کنترل‌کننده از برداشت‌کننده بدون کنترل‌کننده به کمترین میزان خود رسید.

کلمات کلیدی: برداشت انرژی؛ برداشت‌کننده انرژی دوپایا؛ کنترل آشوب؛ توازن انرژی.

Enhancing the Performance of Bi-stable Energy Harvester Using Chaos Control

M. Mohammadpour¹, S. Baqeri Kazazi², P. Safarpour³, R. Gavagsaz-ghoachani³, M. Zandi^{3*}

¹ Ph.D. Student, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti Univ., Tehran, Iran.

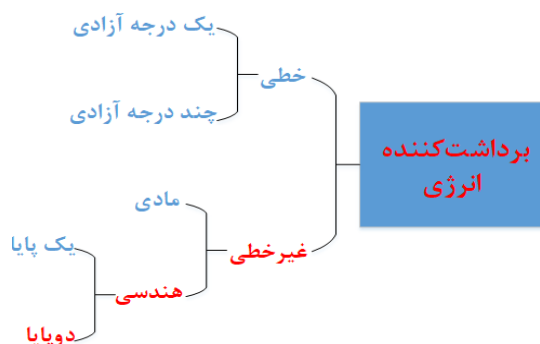
² M.Sc. Student, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti Univ., Tehran, Iran.

³ Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti Univ., Tehran, Iran.

Abstract

Chaotic behavior in bi-stable energy harvesters severely reduces the harvested energy. Besides reducing the energy extracted, this behavior makes the interface circuits' design and production complicated and costly. In this study, chaos control in bi-stable energy harvesters has been investigated. A controller with delayed feedback control has been added to the bi-stable energy harvester to eliminate chaos. Then, the stability range of the control gain is calculated by using the Poincare section. Also, the effect of the main harvesting parameters on the control system stability has been studied. The controlled bi-stable energy harvester's numerical simulation response shows that chaotic behavior is well converted to periodic behavior by the controller. The energy balance diagram shows that the controlled harvester can recover the consumed energy in the actuator in a relatively short time. A bi-stable energy harvester with a chaotic controller has improved in energy and output power compared to a bi-stable harvester without a controller. Changing the control gain, the cross-time in which the harvested energy of the controlled harvester passes the harvested energy by the uncontrolled one is optimized to its minimum possible amount.

Keywords: Energy Harvesting; Bi-stable Energy Harvester; Chaos Control; Energy Balance.



شکل ۱- انواع برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی

گرفت [۱۳]. به کار گرفتن نوسان‌گر غیرخطی باعث افزایش توان خروجی، بهبود بازده و افزایش پهنای باند می‌شود [۱۸]. از انواع بسیار متداول برداشت‌کننده‌های غیرخطی هندسی، برداشت‌کننده انرژی یک‌پایا^۷ و دوپایا^۸ هستند. در ابتدا برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا برای رفتار تشدید تصادفی معرفی شدند [۱۹]. با اضافه کردن یک تحریک هارمونیک^۹ کوچک به نیروی ورودی اصلی تصادفی، رفتار تشدید تصادفی در این نوع از برداشت‌کننده‌ها می‌تواند انرژی برداشت شده را تا حد بسیار بالایی افزایش دهد. بررسی رفتار برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا نشان داد که این برداشت‌کننده‌ها، انرژی برداشت شده را بین ۴۰۰ تا ۶۰۰ درصد در مقایسه با برداشت‌کننده انرژی خطی افزایش می‌دهند [۲۰]. به منظور بررسی دقیق‌تر پاسخ برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا، مدل‌های تحلیلی برای مطالعه نمودارهای دوشاخگی^{۱۰} به کار گرفته شدند. برداشت‌کننده دوپایا می‌تواند چند نوع رفتار از قبیل رفتار هارمونیک ساده^{۱۱} و نوسان‌های آشوبناک^{۱۲} با دامنه کوچک (نوسان‌های درون‌چاهی)، رفتار هارمونیک با دامنه بزرگ (نوسان‌های متناوب بین‌چاهی) و رفتار آشوبناک (نوسان‌های بین‌چاهی آشوبناک) را از خود بروز دهد. به دلیل وجود نوسان‌های متناوب دامنه بزرگ، برداشت‌کننده می‌تواند توان بیش‌تری در مقایسه با همتای خطی‌اش برداشت کند. با این‌که برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا برتری‌های فراوانی دارند، یک مشکل جدی در استفاده از آن‌ها وجود دارد. این

۱- مقدمه

در دو دهه اخیر، بسیاری از پژوهش‌گران در شاخه‌های مختلف مانند مهندسی مکانیک [۱ و ۲]، مهندسی برق [۳]، علم مواد [۴] و مهندسی عمران [۵]، برداشت انرژی را مورد بررسی قرار داده‌اند [۶]. برداشت‌کننده‌های انرژی به عنوان یک منبع پایدار انرژی برای تامین انرژی مورد نیاز، از منابع نامتعارف بهره می‌برند. در دستگاه‌های الکترونیکی مانند دستگاه‌های الکترونیکی کوچک که تعویض باتری در آن‌ها سخت و گاهی غیرممکن است، از این انرژی استفاده می‌شود [۶-۸]. منابع مختلفی جهت برداشت انرژی در محیط وجود دارند. انرژی مکانیکی در محیط به صورت فراوان یافت می‌شود و یک منبع مهم برای برداشت انرژی است. یکی از مزیت‌های منابع انرژی مکانیکی، کاربرد آن‌ها در طیف وسیعی از ابعاد مقیاس کوچک^۱ [۱۰]، مقیاس نانو^۲ [۱۱] و مقیاس‌های بزرگ^۳ [۱۲] است. به همین دلیل، بسیاری از پژوهش‌گران و صنعت‌گران منابع برداشت انرژی ارتعاشی زیرمجموعه گروه انرژی مکانیکی را برای برداشت انرژی به کار برده‌اند [۱۲ و ۱۳]. انواع برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی در شکل ۱ نشان داده شده است. نمونه‌های اولیه برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی^۴ به صورت یک نوسان‌گر با رفتار دینامیکی خطی یک درجه آزادی طراحی شدند [۱۵]. مهم‌ترین برتری این برداشت‌کننده‌ها، هزینه ساخت پایین و سادگی مدار رابط آن‌ها است. با وجود مزیت‌های فراوان، این برداشت‌کننده‌ها مشکل‌هایی نیز داشته‌اند [۱۶]. به دلیل شکل تابع پاسخ فرکانسی^۵ برداشت‌کننده‌های انرژی خطی، پهنای باند آن‌ها محدود است. ارتعاش‌های موجود در محیط، سیگنال‌هایی با فرکانس هستند. سامانه‌های برداشت‌کننده انرژی خطی در شرایط متغیر و حتی واقعی، کارایی پایینی دارند؛ زیرا تنها در یک بازه کوچکی از فرکانس نیروی خارجی، دارای دامنه نوسان معنادار هستند [۱۷]. به همین دلیل، راه‌کاری برای حل مسئله پهنای باند پیشنهاد شد. در آن راه‌کار، به کارگیری برداشت‌کننده غیرخطی به جای انواع خطی، مورد بررسی قرار

⁷ Mono-Stable

⁸ Bi-Stable

⁹ Harmonic

¹⁰ Bifurcation Diagrams

¹¹ Simple Harmonic

¹² Chaotic Oscillations

¹ Micro-Scale

² Nano-Scale

³ Macro-Scale

⁴ Vibration Energy Harvester (VEH)

⁵ Frequency Response Function

⁶ Bandwidth

برداشت‌کننده با استفاده از یک تغییر در زاویه حمله سیال امکان پذیر است. ضریب میرایی به عنوان یک پارامتر کنترلی انتخاب شده است. با به کار بردن بیش از ۲ میلیون نقطه روی مقطع پوانکاره، مدار متناوب ناپایدار^۷ با روش کنترل اُجی-وای پایدار شد. شبیه‌سازی آزمایشگاهی و عددی برداشت‌کننده کنترل‌شده نشان می‌دهد که این روش کنترلی پیاده‌سازی شده می‌تواند با موفقیت رفتار برداشت‌کننده را از حالت آشوبناک به رفتار متناوب تبدیل کند.

با وجود نتیجه‌های عالی شبیه‌سازی، هنوز مشکل‌هایی نیز وجود دارد. محاسبه‌های سنگین بیش از ۲ میلیون نقطه، پیاده‌سازی عملی این روش در برداشت‌کننده‌های انرژی مقیاس کوچک را در عمل امکان‌ناپذیر می‌کند؛ بنابراین به زمان طولانی جهت کنترل رفتار برداشت‌کننده نیاز است. در طول این زمان مشکل اصلی رفتار آشوبناک پابرجا است [۲۶]. در برداشت‌کننده‌های انرژی مقیاس کوچک، توان محاسباتی پایینی توسط ریزپردازنده‌ها^۸ قابل تامین است. کنترل‌کننده اُجی-وای نیز به‌گونه‌ای طراحی شده تا هر زمان که متغیر حالت انتخاب شد، به نزدیکی مدار مورد نظر برسد و نیروی کنترلی اعمال شود. پژوهش حاضر با هدف طراحی کنترل‌کننده مناسب جهت کنترل رفتار دینامیکی برداشت‌کننده انرژی دوپایا از رفتار آشوبناک به رفتار هارمونیک به‌منظور امکان‌سنجی بهبود کارایی آن انجام شده است.

در این جا روش کنترل بازخورد تاخیر، برای محاسبه نیروی کنترلی به‌کار رفته است. در این روش محاسبه‌های بسیار ساده جبری که اجرای آن‌ها در زمان بسیار کوتاهی با ساده‌ترین ریزپردازنده‌ها قابل انجام است، به‌کار برده می‌شود؛ همچنین، به‌دلیل عدم وجود خطی‌سازی، نیازی به نزدیکی مقادیر حالت‌های سامانه به یک مقدار مشخص جهت اعمال نیروی کنترلی نیست. دو برتری گفته شده در این روش، به کاهش زمان مورد نیاز جهت کنترل آشوب در برداشت‌کننده انرژی دوپایا منجر خواهد شد. علاوه بر آن، در استفاده از روش کنترلی بازخورد تاخیر نیازی به معلوم بودن دامنه مدار با انرژی بالا (رفتار بین‌چاهی) نیست. هم‌چنین، از یک قطعه پیزوالکتریک جهت اعمال نیروی کنترلی بهره گرفته شده است. اضافه کردن یک قطعه پیزوالکتریک به عنوان عمل‌گر^۹

مشکل، وجود هم‌زمان^۱ جاذب آشوبناک^۲ با نوسان‌های هارمونیک بین‌چاهی دامنه بزرگ است که منجر به رفتار آشوبناک در برداشت‌کننده می‌شود [۲۱]. علاوه بر کاهش چشم‌گیر انرژی برداشت شده در نوسان‌های آشوبناک، با توجه به ماهیت غیرقابل پیش‌بینی این نوع از نوسان‌ها، در طراحی مدار رابط بهینه و مبدل منبع‌های انرژی آشوبناک مشکل‌های زیادی وجود دارد. طراحی مدارهای رابط به‌گونه‌ای است که برای ولتاژهای ورودی متناوب، با توجه به نوع ذخیره‌سازی یا بار مصرفی، بهینه باشند؛ بنابراین زمانی که ولتاژ ورودی آن‌ها از نوع آشوبناک باشد، طراحی بهینه نیست. به‌همین دلیل، در رفتار آشوبناک، علاوه بر افت ابتدایی در انرژی برداشت شده، یک افت دوم نیز به علت اتلاف در مدارهای رابط وجود خواهد داشت. توجه به این نکته نیز ضروری است که نمی‌توان مدارهای رابط را برای حالت آشوبناک بهینه‌سازی کرد؛ زیرا ولتاژ تولیدی برداشت‌کننده در حالت طبیعی، متناوب بوده و فرکانس و دامنه رفتار آشوبناک بسیار تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی است [۲۲]. برای از بین بردن آشوب در برداشت‌کننده انرژی دوپایا پژوهش‌های اندکی صورت گرفته است. پژوهش‌گران در مرجع [۲۳] کنترل آشوب برداشت‌کننده انرژی دوپایا تحت تحریک هارمونیک را بررسی و از روش کنترل آشوب اُجی-وای^۳ استفاده کردند [۲۴].

فرض شد که یک نیروی کنترلی می‌تواند یک‌بار در هر دوره تناوب نیروی تحریک خارجی، به سامانه نیرو وارد کند. مقطع پوانکاره^۴ برای خطی‌سازی معادله‌های سامانه حول نقطه تعادل مورد نظر به‌کار برده شد. در نهایت با استفاده از رگولاتور کوادراتیک خطی^۵ نیروی کنترلی برای پایداری سامانه در مدار انرژی بالا طراحی شد. با توجه به این نتیجه‌ها، روش کنترلی موفق‌تری ارائه شد و توان خروجی برداشت شده به ۳ برابر زمانی که کنترل نمی‌شود، افزایش پیدا کرد. هوین^۶ و هم‌کاران [۲۵] یک برداشت‌کننده انرژی دوپایا با تحریک در جریان سیال را طراحی کردند. آن‌ها نشان دادند که تغییر ضریب میرایی در مدل ریاضی

¹ Coexistence

² Chaotic Attractor

³ Ott Grebogi Yorke (OGY)

⁴ Poincare Section

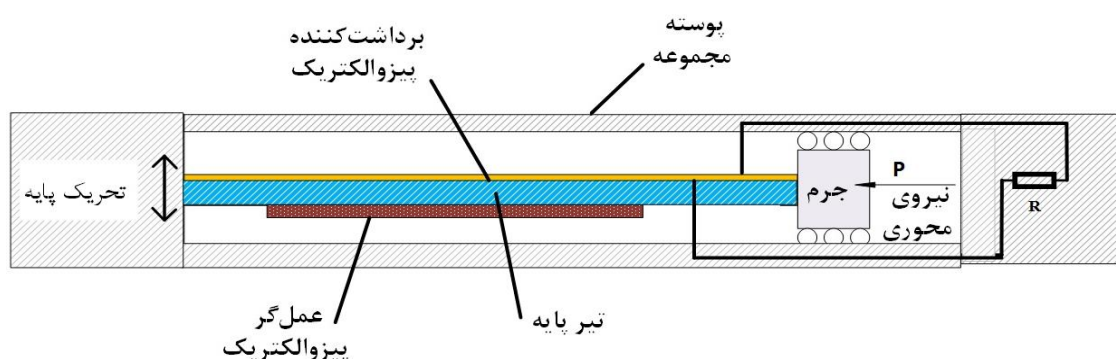
⁵ Linear Quadratic Regulator (LQR)

⁶ Huyn

⁷ Unstable Periodic Orbit (UPO)

⁸ Micro-Processors

⁹ Actuator



شکل ۲- نمای پیکربندی برداشت‌کننده

می‌دهد. یک لایه پیزوالکتریک در بالای تیر وجود دارد که انرژی ارتعاشی را برداشت کرده و به الکتریسیته تبدیل می‌کند. یک قطعه پیزوالکتریک نیز به عنوان عمل‌گر در نظر گرفته شده است. جهت ایجاد چاه پتانسیل دوگانه یک نیروی محوری ثابت روی تیر قرار دارد. برداشت‌کننده تحت تحریک پایه است و انرژی برداشت شده به یک بار مقاومتی انتقال داده می‌شود. مدل‌های ریاضی این نوع برداشت‌کننده توسط چند پژوهش‌گر ارائه شده‌اند [۲۵]–[۲۷]. به‌طور کلی معادله‌های مربوط به این مدل‌ها در حالت تک‌مد^۱ به‌صورت یک معادله دافینگ^۲ با سفتی غیرخطی از مرتبه سوم و سفتی خطی قابل تنظیم است. این سفتی خطی با استفاده از نیروی محوری تنظیم می‌شود که به تیر اعمال می‌شود. در صورت عبور اندازه نیروی محوری از حد کمانش، مقدار سفتی خطی منفی خواهد شد.

یکی از معروف‌ترین مدل‌های ریاضی بی‌بعد برداشت‌کننده انرژی دوپایا معادله‌های (۱) و (۲) است [۳۰]:

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + (1-r)x + \delta x^3 + \kappa^2 y = F \cos(\Omega t) \quad (1)$$

$$\dot{y} + \alpha y = \dot{x} \quad (2)$$

در معادله‌های (۱) و (۲)، x متغیر حالت بی‌بعد جابه‌جایی، y متغیر حالت بی‌بعد ولتاژ و نقطه در بالای هر متغیر حالت به معنای مشتق نسبت به زمان است. ζ ضریب میرایی خطی، r نسبت بار محوری به بحرانی کمانش تیر است؛ همچنین δ ضریب سفتی غیرخطی، κ^2 ضریب جفت‌شدگی^۳، F دامنه، Ω فرکانس نیروی خارجی که بر تیر

کنترلی استفاده از این روش را برای طیف وسیعی از انواع برداشت‌کننده‌های انرژی ممکن می‌کند. برای اثبات شایستگی کاربرد یک کنترل‌کننده فعال، توازن انرژی خالص تولیدی در برداشت‌کننده مورد بررسی قرار گرفته است. به این ترتیب وجه تمایز کنترل‌کننده طراحی شده در پژوهش حاضر به شرح زیر است:

۱. زمان کوتاه هدایت رفتار برداشت‌کننده از رفتار آشوبناک به مدار با انرژی بالا.
۲. محاسبات بسیار ساده و عدم نیاز به توان محاسباتی بالا که در ابعاد مقیاس کوچک قابل دستیابی نیست.
۳. عدم نیاز به معلوم بودن مدار با انرژی بالا که ممکن است در گذر زمان به طور کامل تغییر نماید.
۴. قابلیت استفاده برای طیف وسیعی از برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا.

در بخش ۲ مدل برداشت‌کننده انرژی دوپایا به‌کار برده شده، معرفی و در بخش ۳ روش کنترلی مورد بحث قرار خواهد گرفت. بخش ۴ نیز، به ارائه نتیجه‌های شبیه‌سازی عددی و بحث درباره این نتیجه‌ها اختصاص دارد. در بخش آخر نتیجه‌گیری کلی این پژوهش ارائه خواهد شد.

۲- مدل برداشت‌کننده انرژی دوپایا

برای پیاده‌سازی قانون کنترلی جهت کنترل آشوب در برداشت‌کننده انرژی دوپایا، در این بخش پیکربندی برداشت‌کننده پیزوالکتریک دوپایا و مدل ریاضی معادله‌های آن ارائه شده است. شکل ۲ پیکربندی برداشت‌کننده را نشان

^۱ Unimodal

^۲ Duffing

^۳ Coupling

روش‌های کنترل آشوب، روش کنترل بازخورد تاخیر سریع‌تر است. در این روش نیاز به محاسبات عددی گسترده برای تعیین سیگنال ورودی به کنترل‌کننده یا یک مدل دقیق از سامانه وجود ندارد. سادگی این روش و اساس آن بر یک محاسبه ساده در متغیرهای حالت سامانه، امکان پیاده‌سازی آن با مدارهای آنالوگ ساده به جای استفاده از پردازنده دیجیتال را ایجاد می‌کند [۳۳]. برای نشان دادن این روش، یک سامانه دینامیکی مانند معادله (۳) وجود دارد:

$$\dot{x} = F(x, m, p) \quad (3)$$

در معادله (۳)، x برداری از متغیرهای حالت سیستم، F یک تابع برداری که تعیین‌کننده ارتباط بین متغیرهای حالت سیستم و مشتق آن‌هاست، m بردار پارامترها و p پارامتر در دسترس سیستم جهت تغییر و اعمال عمل کنترلی است. هدف از پیاده‌سازی کنترل‌کننده آشوب تعیین تغییر p حول مقدار نامی آن، جهت از بین رفت آشوب است. نیروی کنترلی (عمل کنترلی) جهت ایجاد این تغییر در روش بازخورد تاخیر، از اختلاف بین مقدار یک یا چند متغیر حالت قابل اندازه‌گیری با مقدار قبلی آن‌ها در مدت زمان تاخیری به اندازه τ استفاده می‌شود. رابطه ریاضی تغییر پارامتر در دسترس را می‌توان به صورت رابطه (۴) نوشت.

$$p = \begin{cases} p_0 + K(x_m(t) - x_m(t - \tau)) & \text{if} \\ |K(x_m(t) - x_m(t - \tau))| \leq \Delta p_{max} & \\ p_0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

در این رابطه، حالت اول برای زمانی است که میزان تغییر پارامتر p در محدوده مورد قبول برای تغییر قرار گیرد. در صورتی که میزان تغییر بیش از محدوده مورد قبول باشد، تغییری صورت نمی‌گیرد. در این معادله، p_0 مقدار نامی پارامتر در دسترس، K بهره کنترل^۲، $x_m(t)$ متغیر حالت قابل اندازه‌گیری، τ زمان تاخیر و Δp_{max} بیش‌ترین تغییر ممکن در پارامتر در دسترس است. با انتخاب روش کنترل بازخورد در یک سامانه با رفتار آشوبناک، مدار متناوب ناپایدار سامانه پایدار شده و مقدار بازخورد به صفر می‌رسد [۳۴]. در پژوهش حاضر، برای اعمال سیگنال کنترلی تعریف شده با قانون کنترل، یک لایه پیژوالکتریک کمکی در لایه پایین برداشت‌کننده، شکل ۲، به کار رفته است. سیگنال خروجی سامانه کنترل، این لایه را فعال می‌کند تا آشوب موجود در

اعمال می‌شود و α نسبت ثابت زمانی مکانیکی و الکتریکی برداشت‌کننده انرژی است. تمامی این متغیرها و پارامترها با نسبت فرکانس طبیعی و طول تیر بی‌بعد شده‌اند. با مراجعه به مرجع [۳۰]، می‌توان روند کامل مدل‌سازی و بی‌بعدسازی معادله‌های حاکم را مشاهده کرد. با افزایش میزان پارامتر α و عبور آن از عدد یک که نشان‌دهنده بیش‌تر شدن نیروی محوری از نیروی کمانش است، سفتی خطی برداشت‌کننده منفی شده و چاه پتانسیل دوگانه شکل خواهد گرفت. در برداشت‌کننده انرژی دوپایا، دو چاه پتانسیل و دو نقطه ثابت پایدار وجود دارد.

برداشت‌کننده‌های انرژی دوپایا برای افزایش عمل‌کرد برداشت انرژی از طریق رفتار بین‌چاهی، معرفی شده‌اند [۱۸]. در این رفتار، برداشت‌کننده به‌طور دائمی از نوسان در اطراف یک چاه پتانسیل به نوسان در اطراف چاه پتانسیل دیگر حرکت می‌کند و در نتیجه رفتار با دامنه بزرگ و در سطح انرژی بالاتری را از خود بروز می‌دهد. در حالتی که برداشت‌کننده دارای چاه پتانسیل دوگانه باشد، در شرایط خاصی از نیروی تحریک خارجی و پارامترهای برداشت‌کننده رفتار آن آشوبناک خواهد بود.

۳- قانون کنترل

در این بخش قانون کنترلی جهت کنترل رفتار آشوبناک در برداشت‌کننده انرژی دوپایا انتخاب و معرفی شده است. قانون کنترل باید سیگنال کنترلی برای از بین بردن رفتار آشوبناک توسط کنترل‌کننده را تعیین کند. به‌همین دلیل باید دارای ویژگی‌های خاصی باشد. مهم‌ترین ویژگی ساده بودن روش کنترل است، زیرا در مقیاس کوچک توان محاسباتی کم بوده و پردازنده موجود نمی‌تواند محاسبه‌های گسترده انجام دهد. با استفاده از پردازنده‌هایی با توان محاسباتی بالا توان مصرفی کنترل‌کننده بالاتر می‌رود. این روش باید به اندازه کافی سریع باشد. به‌دلیل این‌که ارتعاشات محیط به اندازه کافی پایدار نیست، تا جای ممکن الگوریتم باید آشوب را با سرعت مناسبی از بین ببرد تا انرژی بیش‌تری برداشت شود. چندین روش کنترل آشوب در مراجع معرفی شده است. برای نمونه می‌توان از روش‌هایی مانند آ-جی-وای، کنترل بازخورد تاخیر^۱ [۳۱] و کنترل تطبیقی [۳۲] نام برد. در میان

² Control Gain

¹ Delayed Feedback Control (DFC)

جدول ۱- مقادیر پارامترهای سامانه

مقدار	توضیحات	نماد
۰/۰۵	ضریب میرایی	ζ
۱/۵	نسبت بار محوری به بار بحرانی	r
۰/۵	سفتی غیرخطی	δ
۰/۰۵	ضریب جفت‌شدگی ولتاژ	κ^2
۰/۱	نسبت ثابت زمانی	α
۰/۸	فرکانس تحریک	Ω
۰/۱۶۵	دامنه تحریک خارجی	F

کنترل‌کننده تحلیل شد. این تحلیل، جهت بررسی کارآمد بودن کنترل‌کننده انجام گرفته است. پس از آن نتیجه‌های مربوط به تحلیل پایداری برداشت‌کننده با وجود کنترل‌کننده مورد بررسی قرار گرفته است. در انتها نیز موازنه انرژی برداشت‌کننده انرژی دوپایا با وجود کنترل‌کننده آشوب بررسی شده است. مقدارهای از پیش تعیین شده پارامترهای سامانه در جدول ۱ ارائه شده است. شکل ۳ برداشت‌کننده انرژی دوپایا در حالت آشوبناک (الف) پاسخ زمانی جابه‌جایی بی‌بعد و (ب) صفحه فاز را نشان می‌دهد. پاسخ زمانی جابه‌جایی، دامنه و فرکانس متغیر و رفتار غیرمتناوب را نشان می‌دهد که می‌توان آن را به‌عنوان رفتار آشوبناک در نظر گرفت؛ همچنین نمودار صفحه فاز که نشان‌دهنده سرعت^۴ برحسب جابه‌جایی است، حرکت با دامنه بزرگ را نشان می‌دهد. از مشاهده این دو نمودار می‌توان به این نتیجه رسید که برداشت‌کننده، دارای رفتار آشوبناک بین‌چاهی است. این رفتار باید توسط کنترل‌کننده به رفتار متناوب بین‌چاهی هدایت شود. شکل ۴، پاسخ برداشت‌کننده کنترل شده به تحریک هارمونیک در شرایط یکسان و با کنترل‌کننده موردنظر این پژوهش را نشان می‌دهد. در این شکل، نمودار (الف) بیان‌گر پاسخ زمانی جابه‌جایی است. رفتار سامانه در ابتدا آشوبناک بوده و بعد از ۲۰۰ واحد بی‌بعد زمانی به رفتار متناوب تبدیل شد. نمودار (ب) این شکل نیز نشان می‌دهد

برداشت‌کننده را کنترل کند. با توجه به این‌که، ابعاد لایه پیزوالکتریک که به عنوان عمل‌گر کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرد در مقابل ابعاد تیر کوچک است، از دینامیک و همچنین جرم آن صرف‌نظر می‌شود و می‌توان آن را به صورت یک نیروی نقطه‌ای مدل‌سازی کرد [۳۵ و ۳۶] (جهت اطلاعات بیشتر به بخش ضمایم مقاله توجه شود)؛ بنابراین، معادله‌های کنترل حرکت برداشت‌کننده به شرح معادله‌های (۵) و (۶) است:

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + (1-r)x + \delta x^3 + \kappa^2 y = F \cos(\Omega t) + F_c \cos(\Omega t) \quad (5)$$

$$\dot{y} + \alpha y = \dot{x} \quad (6)$$

در این معادله F_c ، دامنه نیروی کنترل‌کننده، پارامتر کنترلی است که با قانون کنترلی محاسبه می‌شود. در بخش بعدی، شبیه‌سازی‌ها به کمک نرم افزار متلب^۱ انجام شده‌اند. برای شبیه‌سازی معادله‌های حلقه‌باز، که معادلات دیفرانسیل غیرخطی هستند، از روش عددی رونگ-کوتا^۲ استفاده می‌شود. معادله‌های حلقه بسته و در حضور کنترل‌کننده، معادلات از نوع دیفرانسیل غیرخطی با تاخیر زمانی^۳ هستند. برای شبیه‌سازی، از الگوریتم DDE، در نرم افزار متلب استفاده شده است. ابتدا، نتایج شبیه‌سازی معادله‌های حلقه‌باز ارائه شده تا رفتار آشوبناک در سیستم کنترل نشده مشاهده شود. سپس، نتایج مربوط به شبیه‌سازی معادله‌های حلقه بسته و تحلیل پایداری آن بررسی شده است. محدوده پایداری سامانه حلقه بسته به ازای تغییر پارامترها اصلی آن نیز مطالعه شده است. در انتها، انرژی تولیدی خالص برداشت‌کننده انرژی در حضور کنترل‌کننده، با همتای بدون کنترل‌کننده آن مقایسه می‌شود.

۴- نتیجه‌ها

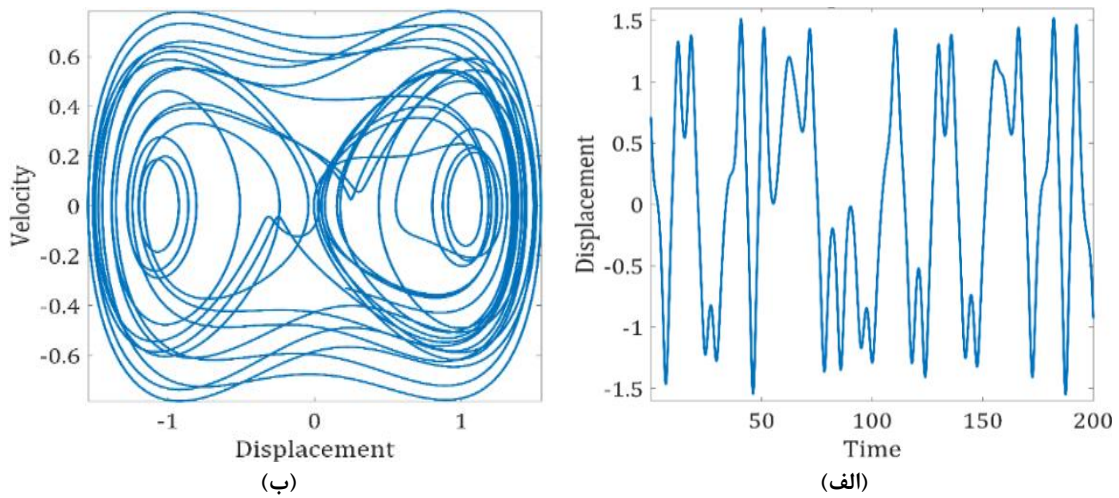
از نتیجه‌های شبیه‌سازی عددی مربوط به پاسخ حلقه باز و حلقه بسته برداشت‌کننده انرژی دوپایا، ابتدا نمودارهای مربوط به پاسخ زمانی و صفحه فاز برداشت‌کننده دوپایا در حالت آشوبناک بدون وجود کنترل‌کننده و با وجود

¹ Matlab Software 2016

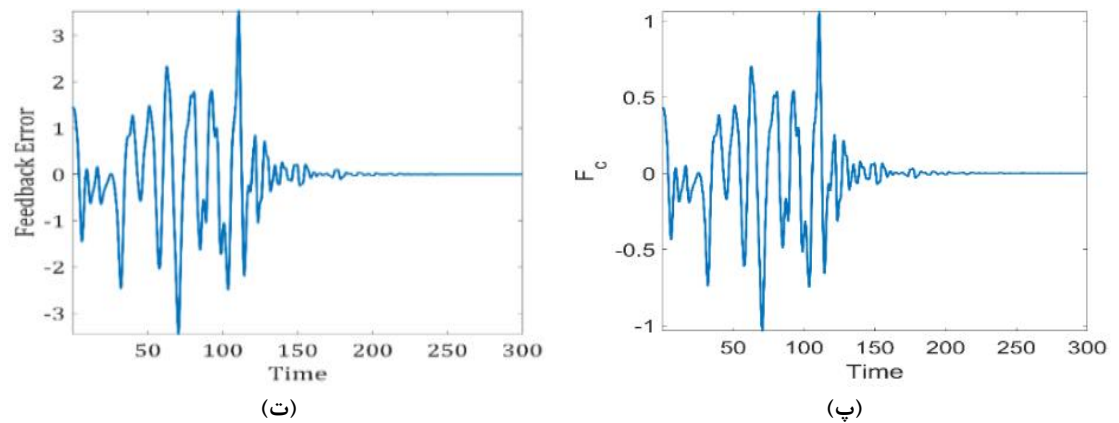
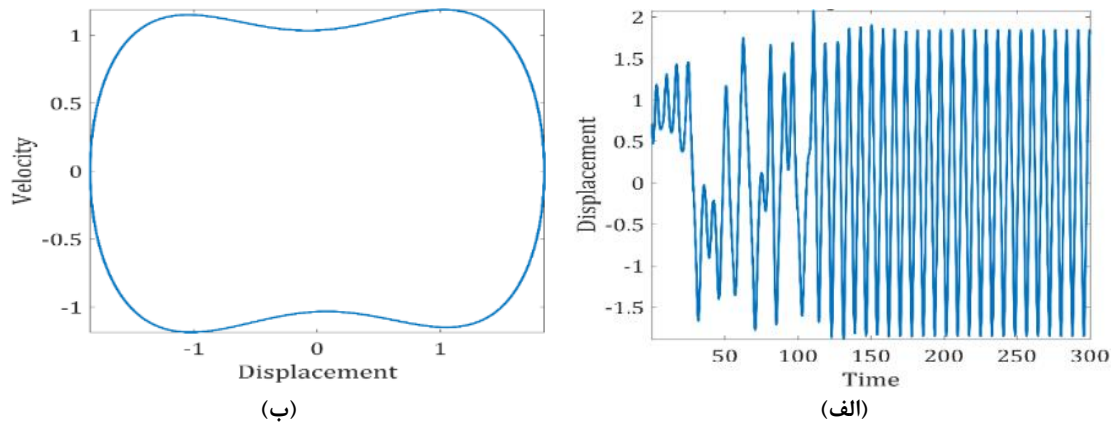
² Runge-Kutta

³ Delayed Differential Equation (DDE)

⁴ Velocity (\dot{x})



شکل ۳- برداشت کننده انرژی دوپایا در حالت آشوبناک (الف) پاسخ زمانی جابه‌جایی^۱ بی‌بعد و (ب) صفحه فاز^۲

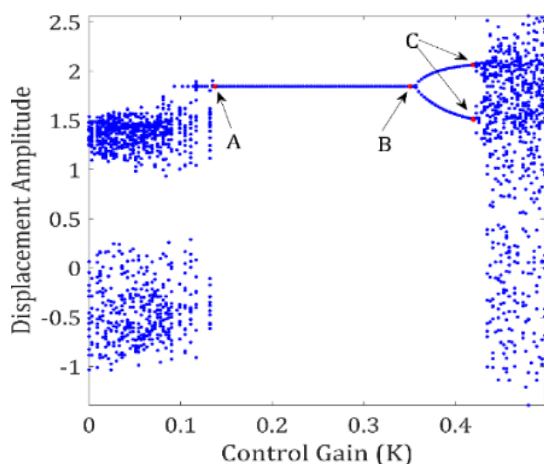


شکل ۴- نمودارهای (الف) پاسخ زمانی جابه‌جایی بی‌بعد، (ب) صفحه فاز، (پ) پاسخ زمانی نیروی کنترلی بی‌بعد و (ت) پاسخ زمانی خطای بازخورد^۳ بی‌بعد در برداشت کننده انرژی دوپایا در حضور کنترل کننده

¹ Displacement (x)

² Phase Plane

³ Feedback Error



شکل ۵- نمودار دوشاخگی برای برداشت‌کننده انرژی کنترل‌شده

به مدار تناوبی با تناوب دو^۴ تبدیل شود. افزایش بیش‌تر مقدار K پس از این نقطه، رفتار سیستم را آشوبناک می‌کند (نقطه C). مقدار مناسب K در این بازه با توجه به معیار طراحی برداشت‌کننده و تحریک خارجی انتخاب می‌شود.

شکل ۶، تغییر محدوده پایداری بهره کنترل با تغییر جفت‌شدگی ولتاژ را نشان می‌دهد. با افزایش اندکی در پارامتر جفت‌شدگی ولتاژ، محدوده پایداری وسیع شده و سبب کاهش مقدار حداقل بهره پایداری می‌شود. با افزایش بیش‌تر در جفت‌شدگی ولتاژ، بازه پایداری دوباره کاهش می‌یابد؛ هم‌چنین تغییر در این پارامتر ولتاژ روی حداقل مقدار بهره پایداری نسبت به حداکثر مقدار بهره پایداری اثر بیش‌تری دارد؛ بنابراین، تغییر جفت‌شدگی ولتاژ می‌تواند در طراحی برداشت‌کننده برای کاهش حداقل مقدار ممکن بهره کنترل استفاده شود.

شکل ۷، تغییر محدوده پایداری بهره کنترل در مقابل تغییر دامنه نیروی تحریک را نشان می‌دهد. با افزایش دامنه نیروی تحریک محدوده پایداری افزایش می‌یابد. اگرچه که طول محدوده بهره کنترل پایداری با تغییر دامنه نیروی تحریک تغییر چندانی نمی‌کند، اما، مقدار حداقل و حداکثر این بهره تغییر زیادی کرده و هر دو کاهش شدیدی پیدا می‌کنند. این حقیقت باید در مورد طراحی برداشت‌کننده انرژی دویا یا کنترل شده به دقت مورد نظر قرار گیرد؛ زیرا دامنه نیروی تحریک خارجی در کاربردهای این نوع از برداشت‌کننده‌ها

که سامانه به مدار متناوب با دامنه بزرگ رفتار بین‌چاهی هدایت شده است. برداشت‌کننده‌ها به‌طور معمول در فرکانس طبیعی نزدیک به فرکانس ارتعاشات محیط طراحی و ساخته می‌شوند. یکی از کاربردهای اصلی برداشت‌کننده‌ها در ماشین‌های دوار است. به همین دلیل اگر به‌عنوان نمونه برداشت‌کننده از نظر ابعادی به‌گونه‌ای طراحی شود که فرکانس طبیعی برابر با ۵۰ هرتز داشته باشد، مدت زمان کنترل رفتار آشوبناک کم‌تر از ۴ ثانیه خواهد بود. این زمان در مقایسه با پژوهش‌های پیشین مربوط به کنترل آشوب در برداشت‌کننده انرژی دویا یا است، بسیار کوتاه‌تر است و برتری این روش را جهت کنترل آشوب به خوبی نشان می‌دهد. هم‌چنین نمودارهای (پ) و (ت) به‌ترتیب نیروی کنترل و خطای بازخورد سامانه کنترل شده را نشان می‌دهند.

همان‌طور که در این نمودارها مشخص است. نیروی کنترلی و خطای بازخورد پس از تبدیل رفتار آشوبناک به رفتار هارمونیک، به سمت صفر میل پیدا کرده‌اند. این اتفاق نشان‌دهنده موفقیت کنترل‌کننده در هدایت برداشت‌کننده از رفتار آشوبناک به رفتار هارمونیک است. برای تحلیل درستی عمل‌کرد کامل کنترل‌کننده طراحی شده در پایدارسازی مدار متناوب ناپایدار، باید محدوده پایداری آن با توجه به پارامترهای اصلی سیستم مورد بررسی قرار گیرد.

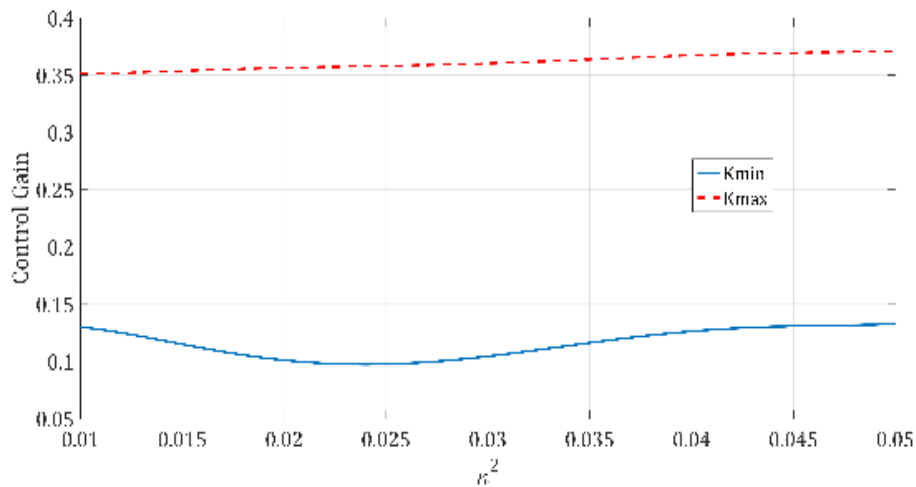
روش‌های مختلف برای محاسبه فضای پایداری بهره کنترل می‌تواند استفاده شود. در این پژوهش، روش مقطع پوانکاره به علت اجرای آسان، دقت بالا و قابلیت اطمینان آن برای تشخیص محدوده پایداری به‌کار می‌رود. مقطع پوانکاره توسط صفحه‌ای از فضای چهاربعدی متغیرهای حالت خودمختار^۱ برداشت‌کننده انرژی انتخاب می‌شود. مشتق اول جابه‌جایی یعنی سرعت، در آن صفر است. شکل ۵، نمودار دوشاخگی که به کمک مقطع پوانکاره محاسبه شده را نشان می‌دهد. برداشت‌کننده انرژی در اندازه‌های K کم‌تر از ۰/۱۳۸ (نقطه A) دارای رفتار تصادفی است. افزایش K منجر به رفتار متناوب سیستم در مدار تناوبی با تناوب یک^۲ نوسان‌های بین‌چاهی با دامنه بزرگ می‌شود. مقادیر بزرگ‌تر K ، بیش‌تر از ۰/۳۵۱ (نقطه B)، باعث می‌شوند که مدار تناوبی با تناوب یک به‌وسیله دوشاخگی دو برابر شدن دوره تناوب (PDB)^۳،

^۱ Autonomous

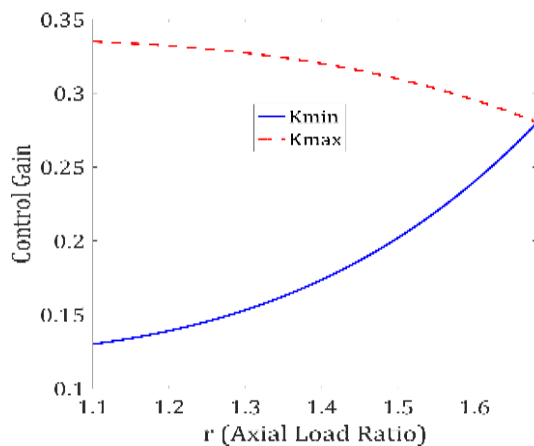
^۲ Single-Period

^۳ Period Doubling Bifurcation (PDB)

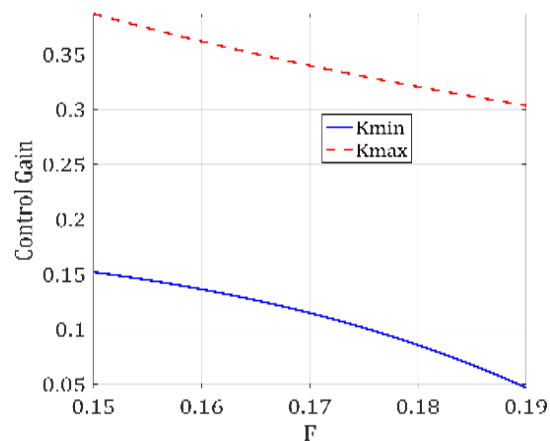
^۴ Double Period



شکل ۶- اثر تغییر ضریب جفت‌شدگی ولتاژ بر ناحیه پایدار



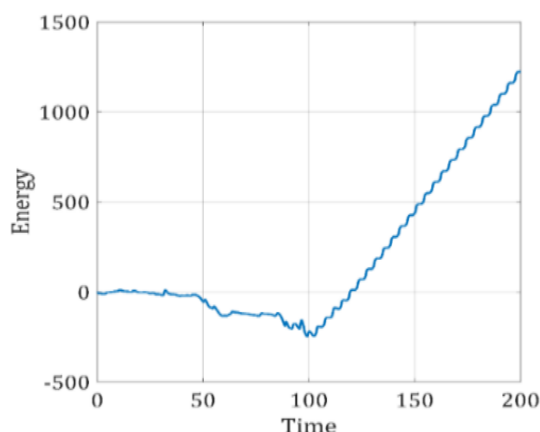
شکل ۸- اثر تغییر بار محوری بر ناحیه پایدار



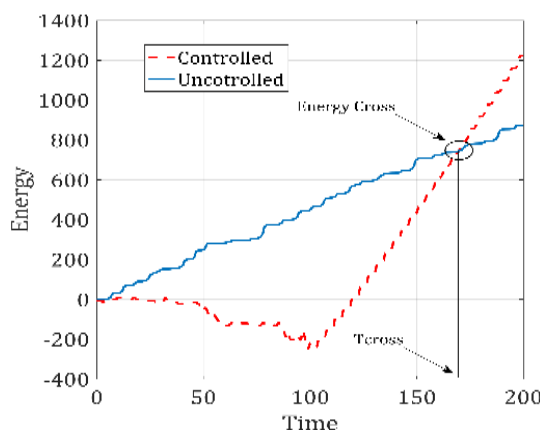
شکل ۷- اثر دامنه تحریک خارجی بر ناحیه پایدار

این سه پارامتر اصلی بررسی شد، تاثیر زیادی بر عمل‌کرد برداشت‌کننده و بر عمل‌کرد کنترل‌کننده دارند. در طراحی کنترل‌کننده و انتخاب این پارامترها دو معیار افزایش بازده انرژی برداشت‌کننده و پایداری کنترل‌کننده که در بیش‌تر مواقع مخالف یکدیگر هستند، باید مورد توجه قرار گیرد. برای مثال، افزایش در پارامتر r ، منجر به افزایش بیش‌ترین دامنه قابل دسترس و در نتیجه بیش‌ترین انرژی برداشت‌شده می‌شود. افزایش این پارامتر، دامنه پایداری سامانه کنترل را به شدت کاهش می‌دهد. استفاده از داده‌های تحلیل پایداری در این شکل‌ها برای افزایش محدوده پایداری سامانه کنترل و افزایش بازده برداشت‌کننده به طور هم‌زمان، در طراحی برداشت‌کننده انرژی دوپایا و کنترل‌کننده مفید است. جهت

می‌تواند در بازه به نسبت بزرگی تغییر کند. شکل ۸، اثر تغییر در پارامتر بار محوری، r ، در ناحیه پایدار برداشت‌کننده دوپایا کنترل‌شده را نشان می‌دهد. زمانی که پارامتر r از $1/1$ بیش‌تر می‌شود، دامنه پایدار بهره کنترل حداکثر، کاهش و دامنه پایدار بهره کنترل حداقل، افزایش می‌یابد. تنظیم پارامتر r به اعدادی بالاتر از $1/67$ منجر به از بین رفتن ناحیه پایداری کنترل‌کننده می‌شود. باید به این مساله در طراحی برداشت‌کننده انرژی دوپایا نیز توجه ویژه‌ای شود؛ زیرا این موضوع، منجر به ناپایداری کنترل‌کننده می‌شود. در این وضعیت، تنها اتلاف انرژی در کنترل‌کننده کنترلی را خواهیم داشت، بدون این‌که تغییری در رفتار آشوبناک برداشت‌کننده از طریق کنترل‌کننده رخ دهد.



شکل ۹- انرژی خالص بی‌بعد برداشت شده برای برداشت‌کننده کنترل شده



شکل ۱۰- انرژی خالص بی‌بعد برداشت شده برای برداشت‌کننده تحت کنترل و بدون کنترل

کنترل از زمان شروع مثبت است؛ زیرا انرژی مصرف نمی‌شود. وقتی کنترل‌کننده رفتار سیستم را به مدار تناوبی مورد نظر می‌برد، انرژی خالص برداشت شده در سیستم تحت کنترل افزایش می‌یابد. در یک لحظه خاص به نام T_{cross} ، مقدار انرژی خالص برداشت شده در برداشت‌کننده با کنترل‌کننده، از انرژی خالص برداشت‌کننده بدون کنترل‌کننده بیشتر می‌شود. پس از این لحظه خاص، سیستم تحت کنترل انرژی بیشتری را نسبت به سیستم بدون کنترل، برداشت می‌کند و باید این زمان را تا حد امکان کاهش داد. اندازه T_{cross} رابطه مستقیمی با طراحی سیستم کنترل و به‌ویژه بهره کنترل K دارد. شکل ۱۱، نمودار T_{cross} را به صورت تابعی از بهره کنترل نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده

بررسی تاثیر کنترل آشوب بر عمل‌کرد برداشت‌کننده انرژی دویایا، باید انرژی خالص تولیدی توسط برداشت‌کننده را به‌دست آورد. توان خروجی ناخالص برداشت‌کننده برابر با توان تلف شده در بار خارجی است که به کمک از حاصل‌ضرب ثابت زمانی در ضریب کوپلینگ در مربع ولتاژ به صورت $\kappa^2 \alpha y^2$ به‌دست می‌آید. توان مصرفی در عمل‌گر کنترلی نیز با استفاده از حاصل‌ضرب نیروی کنترلی در سرعت به‌دست می‌آید؛ بنابراین، انرژی خالص خروجی برداشت‌کننده دویایا را می‌توان با کاستن انرژی صرف شده در عمل‌گر کنترلی از انرژی برداشت شده به صورت زیر به‌دست آورد:

$$Net\ Energy = \int (\kappa^2 \alpha y^2 - F_c \dot{x}) dt \quad (7)$$

با استفاده از این رابطه، انرژی خالص تولیدی به‌دست می‌آید [۳۷]. شکل ۹، اندازه انرژی خالص برداشت شده، در برداشت‌کننده دویایا با کنترل‌کننده آشوب را نشان می‌دهد. این انرژی برابر تفاضل انرژی برداشت شده و انرژی مصرفی در کنترل‌کننده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار خالص انرژی برداشت شده قبل از زمان بی‌بعد $t = 125$ منفی است. پس از آن، علامت انرژی خالص به دو دلیل مثبت می‌شود؛ دلیل اول این است که بعد از حدود زمان ۱۰۰ واحد زمان بی‌بعد، انرژی مصرفی در کنترل‌کننده کم شده و به سمت صفر میل می‌کند. دلیل دوم نیز این است که به دلیل از میان رفتن رفتار آشوبناک، انرژی برداشت شده افزایش چشم‌گیری پیدا کرده و به بازیابی انرژی مصرف شده در عمل‌گر منجر می‌شود. این $t = 125$ واحد زمان بی‌بعد برای یک برداشت‌کننده با فرکانس طبیعی ۵۰ هرتز در حدود $2/5$ ثانیه خواهد بود که زمان کوتاهی است. با توجه به این مدت زمانی، می‌توان گفت که عمل‌کرد خوب کنترل‌کننده منجر به کاهش ریسک توازن انرژی منفی برداشت‌کننده می‌شود. این ریسک ناشی از غیرقابل پیش‌بینی بودن تحریک خارجی است؛ زیرا در برداشت انرژی، به دلیل استفاده از انرژی‌های اتلافی موجود در محیط، وجود تحریک خارجی قابل پیش‌بینی نیست. اگر کنترل‌کننده مدت زمان زیادی را صرف کنترل برداشت‌کننده انرژی کند، ممکن است بعد از این زمان تحریک خارجی قطع شده و انرژی خالص برداشت شده منفی شود. نمودارهای زمانی انرژی خالص برداشت شده برای برداشت‌کننده‌های تحت کنترل و بدون کنترل در شکل ۱۰، ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشخص است، انرژی خالص سیستم بدون

کنترل آشوب استفاده کرد؛ همچنین، توازن انرژی در برداشت‌کننده انرژی کنترل شده مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج این مطالعه نشان داد که اگرچه کنترل‌کننده در برداشت‌کننده انرژی کنترل شده انرژی مصرف می‌کند، اما بعد از مدتی در اثر افزایش انرژی تولیدی برداشت‌کننده با رفتار تناوبی این مصرف انرژی جبران می‌شود. پس از مدت زمانی به‌عنوان زمان عبور، انرژی خالص تولیدی در برداشت‌کننده انرژی کنترل شده نسبت به انرژی خالص تولیدی در همتای کنترل نشده آن بیش‌تر می‌شود. نتیجه‌های شبیه‌سازی نشان دادند که بهره کنترل اثر قابل ملاحظه‌ای روی زمان عبور داشته و می‌توان با توجه به کمینه کردن زمان عبور، بهره کنترل بهینه را بدست آورد.

۶- ضمائیم

۶-۱- رابطه بین ولتاژ ورودی عملگر و نیرو

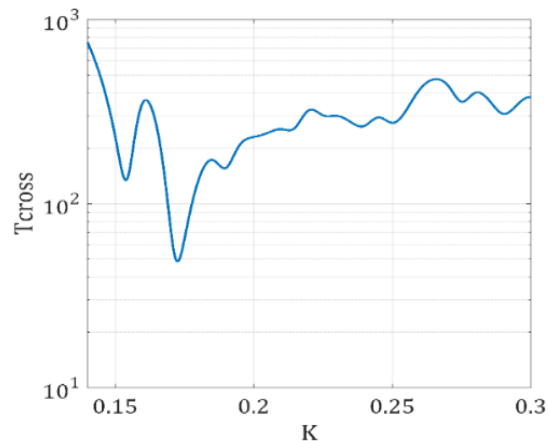
در این بخش، رابطه بین ولتاژ ورودی عملگر پیزوالکتریک و نیروی وارده از عملگر به تیر مورد تبیین قرار می‌گیرد. با توجه به کوچک بودن اندازه عملگر پیزوالکتریک نسبت به تیر و در نتیجه صلبیت نسبی آن، تنش ایجاد شده در عملگر پیزوالکتریک را می‌توان به‌طور کامل ناشی از اعمال ولتاژ خارجی دانست. به این ترتیب تنش ایجاد شده برابر است با:

$$\sigma = E\varepsilon - e_{31}v_a = -e_{31}v_a \quad (۸)$$

که در آن، σ تنش ایجاد شده، ε کرنش عملگر، e_{31} ثابت پیزوالکتریک، v_a ولتاژ اعمالی به عملگر و E مدول یانگ مربوط به ماده پیزوالکتریک است. با توجه به این معادله نیروی حاصل از تنش ایجاد شده در سطح تیر ناشی از اعمال ولتاژ به دو سر عملگر پیزوالکتریک برابر خواهد بود:

$$F = \sigma A = -e_{31}Av_a \quad (۹)$$

که در آن A مساحت مقطع عملگر است. همان‌طور که از این معادله مشخص است، نیروی اعمالی از طرف عملگر به تیر با یک ضریب، کسری از ولتاژ اعمالی به دوسر پیزوالکتریک خواهد بود. این ضریب می‌تواند با توجه جنس ماده پیزوالکتریک و مساحت مقطع عملگر متفاوت باشد. با در نظر گرفتن این ضریب، در واقع مقادیر به‌دست آمده برای محدوده بهره کنترلی پایدار جابه‌جا می‌شود.



شکل ۱۱- انرژی خالص برداشت شده بی‌بعد برای برداشت‌کننده تحت کنترل و بدون کنترل

می‌شود، زمان عبور^۱ به شدت به تغییر بهره کنترل وابسته است.

علاوه بر این، نمودار زمان عبور دارای چند مقدار کمینه محلی و مطلق است. کم‌ترین مقدار ممکن برای زمان عبور و بهره کنترل بهینه با استفاده از این شکل برای طراحی بهره کنترل انتخاب می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

این پژوهش کنترل آشوب در برداشت‌کننده انرژی دوپایا را مورد بررسی قرار داد. یک سامانه کنترل بر پایه روش کنترل بازخورد تأخیری معرفی شد. نتیجه شبیه‌سازی عددی در برداشت‌کننده انرژی دوپایا کنترل شده نشان داد که کنترل‌کننده قادر است، آشوب را کنترل کرده و سبب نوسان در مدار متناوب با دامنه بزرگ بین‌چاهی شود. تحلیل پایداری سامانه کنترل با استفاده از مقطع پوآنکاره مورد مطالعه قرار گرفت. ناحیه پایداری کنترل‌کننده با توجه به تغییر انواع پارامترهای برداشت‌کننده نیز مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شد که ناحیه پایدار با افزایش پارامتر ضریب جفت‌شدگی ولتاژ گسترش می‌یابد؛ همچنین، منطقه پایداری نسبت به پارامتر r بسیار حساس است. افزایش در این پارامتر باعث کاهش پهنای محدوده پایدار شده و با افزایش بیش‌تر r پس از $1/67$ از بین می‌رود. از این نتیجه‌ها می‌توان در طراحی برداشت‌کننده انرژی دوپایا با سامانه

^۱ Cross-Time

۲-۶- بررسی پایداری

جهت بررسی پایداری پاسخ سیستم حلقه بسته، معادله‌های حلقه بسته به شکل زیر بازنویسی می‌شوند:
با فرض اینکه سیستم حلقه باز دارای مدار تناوبی ناپایدار با مشخصات $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ باشد، معادله‌های حالت در این مدار تناوبی برای سیستم حلقه بسته برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F \cos(\Omega t) + K(x_3 - x_3(t - \tau)) \cos(\Omega t) \\ &\quad - 2\zeta x_2 - (1 - r)x_1 - \delta x_1^3 - \kappa^2 x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_2 - \alpha x_3 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2 \\ \dot{\bar{x}}_2 &= F \cos(\Omega t) + K(\bar{x}_3 - \bar{x}_3(t - \tau)) \cos(\Omega t) \\ &\quad - 2\zeta \bar{x}_2 - (1 - r)\bar{x}_1 - \delta \bar{x}_1^3 - \kappa^2 \bar{x}_3 \\ \dot{\bar{x}}_3 &= \bar{x}_2 - \alpha \bar{x}_3 \end{aligned} \quad (11)$$

در نتیجه دینامیک خطای $e = x - \bar{x}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= K e_3 \cos(e_4) - K e_3(t - \tau) \cos(e_4) - 2\zeta e_2 \\ &\quad - (1 - r)e_1 - \delta(x_1^3 - \bar{x}_1^3) - \kappa^2 e_3 \\ \dot{e}_3 &= e_2 - \alpha e_3 \\ \dot{e}_4 &= \Omega \end{aligned} \quad (12)$$

با خطی‌سازی این دینامیک خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= K(e_3 - e_3(t - \tau)) \cos(e_4) - 2\zeta e_2 \\ &\quad - (1 - r)e_1 - 3\delta \bar{x}_1^2 e_2 - \kappa^2 e_3 \\ \dot{e}_3 &= e_2 - \alpha e_3 \\ \dot{e}_4 &= \Omega \end{aligned} \quad (13)$$

در نتیجه معادله‌های مربوط به دینامیک خطا را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{e}(t) = \mathbf{A}e(t) + \mathbf{B}e(t - \tau) + [\text{HOT}] \quad (14)$$

که HOT^1 به معنی جملات مرتبه بالاتر است. با توجه به مرجع [۳۸] و استفاده از تابع لیاپانوف مناسب، سیستم حلقه بسته پایدار خواهد بود اگر که ماتریس‌های مثبت معین $X, W_1, W_2, F_{11}, F_{22}, F_{33}, F_{44}$ و هر ماتریس $Z, Y, F_{13}, F_{12}, F_{24}, F_{23}, F_{34}, F_{34}, F_{44}$ به گونه‌ای قابل تعیین باشند که در

نامساوی‌های مربوط به معادله‌های (۱۵) صدق نمایند. در این معادله‌ها، علامت * نشان‌دهنده متقارن بودن ماتریس است. با استفاده جعبه‌ابزار LMI در نرم افزار Matlab به ازای مقدار مشخص K ، می‌توان ماتریس‌هایی که در این معادله‌ها صدق می‌کنند را یافت. استفاده از این روش نشان دهنده پایدار بودن مدار تناوبی به‌دست آمده به کمک مقطع پوانکاره (شکل ۵) خواهد بود. به عنوان نمونه، در صورت انتخاب بهره کنترلی برابر با $K = 0.25$ ماتریس‌های مثبت معین برابر با مقادیر ارائه شده در معادله (۱۶) خواند بود.

$$\begin{bmatrix} \Pi & X\bar{A}^T + Y^T - Z^T + F_{12} \\ * & -h^{-1}(\alpha - 1)X \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ \bar{B}X - Y + hF_{13} & Z + hF_{14} & h\alpha Y^T \\ \bar{B}X - Y + F_{23} & Z + F_{24} & 0 \\ -W_1 + hF_{33} & hF_{34} & 0 \\ * & -W_2 + hF_{44} & 0 \\ * & * & -h\alpha X \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{aligned} -X + F_{22} &< 0 \\ \begin{bmatrix} -X & hY^T \\ * & -X \end{bmatrix} &< 0 \\ \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} \\ * & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ * & * & F_{33} & F_{34} \\ * & * & * & F_{44} \end{bmatrix} &> 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} 0.11 & 0.0001 & -0.0001 \\ 0.0001 & 0.1151 & 0.0003 \\ -0.0001 & 0.0003 & 0.0003 \end{bmatrix} \\ W_1 &= \begin{bmatrix} 4.8203 & 0.0168 & 0.0374 \\ 0.0168 & 4.7233 & -0.0033 \\ 0.0374 & -0.0033 & 4.7541 \end{bmatrix} \\ W_2 &= \begin{bmatrix} 2.0528 & 0.0093 & 0.0227 \\ 0.0093 & 2.0074 & -0.0054 \\ 0.0227 & -0.0054 & 2.0344 \end{bmatrix} \\ F_{11} &= \begin{bmatrix} 2.5311 & 0.0082 & 0.0158 \\ 0.0082 & 2.4764 & 0.003 \\ 0.0158 & 0.003 & 2.4815 \end{bmatrix} \\ F_{22} &= \begin{bmatrix} 0.5823 & 0.0007 & -0.0009 \\ 0.0007 & 0.5758 & 0.0017 \\ -0.0009 & 0.0017 & 0.5880 \end{bmatrix} \\ F_{33} &= \begin{bmatrix} 4.9139 & 0.0197 & 0.0438 \\ 0.0197 & 4.798 & -0.0044 \\ 0.0438 & -0.0044 & 4.8324 \end{bmatrix} \\ F_{44} &= \begin{bmatrix} 1.7649 & 0.0103 & 0.0242 \\ 0.0103 & 1.7204 & -0.0065 \\ 0.0242 & -0.0065 & 1.7483 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

¹ Higher Order Terms

- [12] Petrini F, Giaralis A, Wang Z (2019) Optimal tuned mass-damper-inerter (TMDI) design in wind-excited tall buildings for occupants comfort serviceability performance and energy harvesting. *Eng. Struct.* 204(11): 109904.
- [13] Tran N, Ghayesh M, Arjomandi M (2018) Ambient vibration energy harvesters: A review on nonlinear techniques for performance enhancement. *Int J Eng Sci* 127(5): 162-185.
- [۱۴] حسینی مقدم س، لطافتی م، حسینی ر (۱۳۹۶) برداشت انرژی ارتعاشی با استفاده از تیر یک سردرگیر با دو لایه پیزوالکتریک. *نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۹-۱: ۷(۱).
- [15] Joo HK, Sapsis TP (2014) Performance measures for single-degree-of-freedom energy harvesters under stochastic excitation. *J Sound Vib* 333(19): 4695-4710.
- [16] Haji Hosseinloo A, Turitsyn K. (2017) Effective kinetic energy harvesting via structural instabilities. *Acta Passiv Smart Struct Integr Syst* 10164(617): 101641G.
- [17] Yildirim T, Ghayesh M, Li W, Alici G. (2017) A review on performance enhancement techniques for ambient vibration energy harvesters. *Renew. Sustain. Energy Rev* 71(4): 435-449.
- [18] Daqaq M, Masana R, Erturk A, Dane Quinn D (2014) On the Role of Nonlinearities in Vibratory Energy Harvesting: A Critical Review and Discussion. *App Mech Rev* 66(4): 040801.
- [19] McInnes C, Gorman D, Cartmell M (2008) Enhanced vibrational energy harvesting using nonlinear stochastic resonance. *J Sound Vib* 318(4-5): 655-662.
- [20] Cottone F, Vocca H, Gammaitoni L. (2009) Nonlinear Energy Harvesting. *Am. Phys. Soc.* 102(8):080601.
- [21] Harne R, Wang K. (2013) A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems. *Smart Mater Struct* 22(2): 023001.
- [22] Daqaq M, Crespo R, Ha S. (2020) On the efficacy of charging a battery using a chaotic energy harvester. *Nonlinear Dyn* 99(2): 1525-1537.
- [23] Kumar A, Ali S, Arockiarajan A. (2016) Enhanced energy harvesting from nonlinear oscillators via chaos control. *IFAC-PapersOnline* 49(1): 35-40.
- [24] Ott E, Grebogi C, Yorke J (1990) Controlling chaos. *Phys Rev Lett* 64(11): 1196-1199.
- [25] Huynh B, Tjahjowidodo T, Zhong ZW, Wang Y, Srikanth N (2018) Design and experiment of controlled bistable vortex induced vibration energy harvesting systems operating in chaotic regions. *Mech Syst Signal Process* 98(1): 1097-1115.
- [26] Schuster H, Parlitz U, Kocarev L (2008) *Handbook of Chaos Control*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.
- [27] Masana R, Daqaq M (2011) Relative performance of a vibratory energy harvester in mono- and bi-

۷- سپاسگزاری

گروه نویسندگان از مرکز مطالعات و برنامه‌ریزی شهر تهران، بابت حمایت‌های مادی و معنوی آن مرکز جهت انجام این پژوهش، کمال تشکر و امتنان را دارد.

۸- مراجع

- [1] Wang J, Geng L, Ding L, Zhu H, Yurchenko D (2020) The state-of-the-art review on energy harvesting from flow-induced vibrations. *Appl Energy* 267(1): 114902.
- [۲] مامندی ا، جعفری ی (۱۴۰۰) بررسی بازدهی برداشت انرژی ارتعاشی تیر پیزوالکتریک با استفاده از روش اجزای محدود. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز* ۲۱۸-۲۰۸: ۵۱(۱).
- [3] Dell'Anna F, Dong T, Li P, Wen Y, Yang Z, Casu MR, Azadmehr M, Berg Y. (2018) State-of-the-art power management circuits for piezoelectric energy harvesters. *IEEE Circuits Syst Mag* 18(3): 27-48.
- [4] Salazar R, Serrano M, Abdelkefi A (2020) Fatigue in piezoelectric ceramic vibrational energy harvesting: A review. *Appl Energy* 270(4): 115161.
- [5] Gholikhani M, Roshani H, Dessouky S, Papagiannakis AT. (2020) A critical review of roadway energy harvesting technologies. *Appl Energy* 261(7): 114388.
- [6] Rafiqu S (2018) *Piezoelectric vibration energy harvesting. Modeling & Experiments*. Springer.
- [۷] سلمانی ح، رحیمی غ (۱۳۹۷) بررسی اثر تغییرات نمایی سطح مقطع بر ولتاژ خروجی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با غیرخطی‌نگی هندسی، اینرسی، ماده و میرایی *مجله مهندسی مکانیک مدرس* ۴۴۲-۴۳۴: ۱۸(۲).
- [۸] معین فرد ح، خادم باشی م (۱۳۹۶) مدلسازی برداشت انرژی الکتریکی با استفاده از مواد پیزوالکتریک تحت تحریک اتفاقی از پایه. *نشریه علمی مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۱۰-۱: ۶(۱).
- [9] Hosseini R, Hamed M (2015) Improvements in energy harvesting capabilities by using different shapes of piezoelectric bimorphs. *J Micromech Microeng* 25(12): 125008.
- [10] Selvan K, Mohamed Ali M (2016) Micro-scale energy harvesting devices: Review of methodological performances in the last decade. *Renew Sustain Energy Rev* 54(2016): 1035-1047.
- [11] Deng Q, Kammoun M, Erturk A, Sharma P. (2014) Nanoscale flexoelectric energy harvesting. *Int J Solids Struct* 51(18):3218-3225.

- [34] Kittel A, Parisi J, Pyragas K (1995) Delayed feedback control of chaos by self-adapted delay time. *Phys Lett* 198(5-6): 433-436.
- [35] Gani A, Salami M, Khan M (2003) Active vibration control of a beam with piezoelectric patches: Real-time implementation with xPC target. *IEEE Conference on Control Applications - Proceedings* 1(10): 538-544.
- [36] Rahman N, Alam M (2012) Active vibration control of a piezoelectric beam using PID controller: Experimental study. *Latin American J Solid Structures* 9(4): 657-673.
- [37] Yousefpour A, Haji Hosseinloo A, Hairi Yazdi M, Bahrami A (2020) Disturbance observer-based terminal sliding mode control for effective performance of a nonlinear vibration energy harvester. *J Intell Mater Syst Struct* 31(12): 1495-1510.
- [38] Park J, Kwon O (2005) A novel criterion for delayed feedback control of time-delay chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals* 23(2): 495-501.
- stable potentials. *J Sound Vib* 21(10): 6036-6052.
- [28] Xu C, Liang Z, Ren B, Di W, Luo H, Wang D, Wang K, Chen Z (2013) Bi-stable energy harvesting based on a simply supported piezoelectric buckled beam. *J Appl Phys* 114(11): 4507.
- [29] Erturk A, Hoffmann J, Inman D. (2009) A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. *Appl Phys* 94(25): 4102.
- [30] Panyam M, Masana R, Daqaq MF. (2014) On approximating the effective bandwidth of bi-stable energy harvesters. *Int J Non Linear Mech* 67(12): 153-163.
- [31] Pyragas K (1992) Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Phys. Lett. Sect. A Gen At Solid State Phys* 170(6): 421-428.
- [32] Fradkov A, Evans R. (2005) Control of chaos: Methods and applications in engineering. *Annu Rev Control* 29(1): 33-56.
- [33] Pyragas K. (2006) Delayed feedback control of chaos. *Philos. Trans R Soc A Math Phys Eng* 364(1846): 2309-2334.