مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۹/ دوره ۱۰/ شماره ۴/ صفحه ۱۴۵-۱۶۳

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

DOI: 10.22044/jsfm.2020.9649.3180

مطالعه پارامتریک دینامیکی لوله‌های چرخان مدرج محوری حامل سیال با درنظرگیری اثرات اندازه

علی فروغی[1] و علی ابراهیمی ممقانی[2,*]

[1] دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

[2] دکتری تخصصی، دانشکده مهندسی برق، مکانیک و کامپیوتر، دانشگاه ایوان‌کی، ایوان‌کی، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۱۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۱۹

چکیده

با هدف بهبود عملکرد سیستم‌های بایژیروسکوپیک، ارتعاشات و پایداری یک نانولوله حامل سیال مدرج محوری تابعی چرخان تحت یک بار محوری براساس تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی، عددی و تحلیلی مطالعه شده است؛ همچنین، یک تحقیق پارامتریک مفصل به‌منظور توضیح اثر فاکتورهای کلیدی مختلف مانند، نوع توزیع مواد و پارامترهای وابسته به‌اندازه بر مرزهای کمانش و فلاتر سیستم انجام شده است. ضمنا، یک مطالعه مقایسه‌ای برای ارزیابی تئوری‌های موجود در زمینه مدل‌سازی سیستم‌های نانوفلوییدیک انجام شده است. فرض شده است، مشخصات مادی سیستم در راستای طولی بر طبق قانون توانی تغییر می‌کنند. برای فرموله کردن صحیح سیستم، شرط لغزش در نظر گرفته شده است. با استفاده از تبدیل لاپلاس و تکنیک گسسته سازی گالرکین، معادلات وابسته به‌اندازه حاکم بر سیستم حل شده‌اند. ضمناً، یک روش تحلیلی نیز برای شناسایی آستانه‌های ناپایداری سیستم به‌کاربرده شده است. پیکره بندی ارتعاشاتی، نمودارهای کمپبل و نقشه‌های پایداری سیستم آزموده شدند و برای اولین بار در این مقاله نشان داده شده است که با تنظیم صحیح درجه‌بندی محوری مواد می‌توان روند تکاملی دینامیکی سیستم را تغییر داد؛ همچنین، نتیجه شده است که برعکس پارامترهای غیرمحلی و گرادیان چگالی، با افزایش پارامترهای گرادیان کرنش و گرادیان مدول الاستیک می‌توان محدوده‌های پایداری را گسترش داد و اثرات ناپایدارکننده نیروی محوری فشاری را تقلیل داد.

کلمات کلیدی: مواد مدرج محوری؛ نانولوله حامل سیال چرخان؛ تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی؛ دینامیک سازه؛ تحلیل کمانش و فلاتر.

Parametric Dynamical Investigation of Axially Graded Spinning Tubes Conveying Fluid by Considering Scale Effects

A. Forooghi[1], A. Ebrahimi-Mamaghani[2,*]

[1] MSc. Student, Mech. Eng., Tarbiat Modares University., Tehran, Iran.

[2] PhD, Faculty of Electrical, Mechanical and Computer Engineering, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Iran.

Abstract

In order to improve the performance of bi-gyroscopic systems, the vibrations and stability of an axially graded whirling nanotube containing fluid under an axial force have been studied numerically and analytically based on the nonlocal strain gradient theory. Also, a detailed parametric study has been performed to explain the effect of various key factors such as the type of material distribution and size-dependent parameters on the divergence and flatter of the system. Meanwhile, a comparative study has been performed to evaluate existing theories in the field of modeling of nanofluidic systems. It is assumed that the material characteristics of the system change according to the power-law along a longitudinal direction. To correct formulate the system, the slip condition is considered. Using the Laplace transform and the Galerkin discretization technique, the size-dependent governing equations of the system have been solved. In addition, an analytical method has been used to identify system instability thresholds. Vibrational configuration, Campbell diagrams, and system stability maps were tested, and for the first time in this paper, it is demonstrated that by adjusting correctly the axial graded of the material, the dynamic evolution process of the system can be changed. Also, it has been concluded that unlike nonlocal and density gradient parameters, by increasing the strain gradients and elastic modulus gradients, stability areas can be expanded and the destabilizing effects of compressive axial load can be reduced.

Keywords: Axial Graded Materials; Nanotubes Conveying Whirling Fluid; Nonlocal Strain Gradient Theory; Dynamical Structure; Divergence and Flutter Analysis.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۱۸۲۸۸۳۹۹۱؛ فکس: ۰۲۱۸۲۸۸۴۹۰۹

آدرس پست الکترونیک: a.ebrahimimamaghani@modares.ac.ir

۱- مقدمه

در سازه‌های تعامل با سیال، لوله‌های حامل جریان یکی از متداول‌ترین اجزایی هستند که ارتعاشات خودتحریک القا شده از جریان را تجربه می‌کنند. ازآنجاکه این سازه‌های کاربردی در زمینه‌های مختلف مهندسی نقش مهمی ایفا می‌کنند، مطالعات گسترده‌ای به آن‌ها اختصاص داده شده است [۱-۴]. تحلیل دینامیکی لوله‌های حامل سیال وقتی پیچیده‌تر می‌شود که آن‌ها تحت حرکت چرخش قرار بگیرند. لوله‌های حامل سیال دوار می‌توانند در صنایع کلیدی مانند، توربوماشین‌ها، لوله‌های دریل استرینگ حامل گل‌ولای، و مبدل‌های حرارتی چرخنده استفاده شوند. تا به امروز، تحقیقات زیادی در حوزه دینامیک لوله‌های حامل سیال ساکن انجام شده است، درحالی‌که مطالعات کمی با هدف تحلیل ارتعاشاتی لوله‌های حامل سیال چرخان در ادبیات باز وجود دارد. در این سازه‌های کلیدی، نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز اضافی القا شده توسط حرکت چرخش با اثرات سیال کوپل می‌شوند که منجر به یک سیستم بایژیروسکوپ ناشی از حرکت چرخشی و تعامل سازه و سیال می‌شوند [۵-۱۰]. ازآنجاکه فهم دینامیک این سازه‌ها برای استفاده بهینه از آن‌ها ضروری است، تحلیل ارتعاشاتی این سازه‌ها یک موضوع بین‌رشته‌ای جذاب تحقیقاتی مهندسان شده است. در این زمینه، لیانگ و همکارانش [۱۱]، دینامیک لوله‌های چرخان حامل سیال همراه با گسترش طولی را مدل کردند. آن‌ها نشان دادند که تکامل دینامیکی لوله‌های منبسط شونده و منقبض شونده معکوس یکدیگر هستند. بهالدینی و سعیدی [۱۲]، تحلیل ارتعاشات لوله‌های جدار نازک چرخان حامل سیال تقویت شده را بررسی کردند. آن‌ها اثر توزیع و کسر حجمی‌های مختلف کربن نانوتیوب را بر سرعت‌های بحرانی سیستم مطالعه کردند. لیانگ و همکارانش [۱۳]، ارتعاشات آزاد عرضی و حرکت پیچیده مودال در لوله‌های دوسرمفصل چرخان حامل سیال را مطالعه کردند. آن‌ها اثبات کردند که سرعت دورانی اثر قابل‌ملاحظه‌ای بر مقادیر کمی فرکانس‌های طبیعی سیستم دارد. لیانگ و همکارانش [۱۴]، پاسخ ارتعاشاتی غیرخطی لوله‌های ویسکوالاستیک چرخان را مورد آزمون قرار دادند. آن‌ها ابراز کردند که فرکانس‌های خطی و غیرخطی سیستم به ترتیب به سرعت جریان داخلی و سرعت چرخش وابستگی بالایی دارند.

در قرن گذشته، به دلیل غنای بالای پایه‌ای علمی، قابلیت و پتانسیل تغییرات انقلابی در فناوری‌های بحرانی و ویژگی‌های تعجب‌آور مشخصه‌های نانوتیوب‌ها توجهات زیادی به خود جلب کرده‌اند. این لوله‌های کوچک‌سازی شده، منجر به دستاوردهای برجسته در شاخه‌های مختلف مهندسی نانو مانند نانوموتورها و نانوماشین‌های دقت بالا شده است و آینده امیدبخشی برای آن‌ها در صنایع مدرن انتظار می‌رود [۱۵-۱۸]. به‌طور مثال، تو و همکارانش[۱۹] با به‌کارگیری یک غشا فیلتری نانوتیوب کربن چرخان، یک وسیله شیرین کن نانوفلوییدیک تصفیه‌کن نوین طراحی کردند و برای تعیین بازدهی مدل پیشنهادی خود، از مدل‌سازی مولکولی بهره بردند. یک مرور جامع روی کاربردهای مهندسی پزشکی نانوتیوب‌ها را می‌توان در کار پاردو و همکارانش [۲۰] پیدا کرد. به دلیل اهمیت کاربردی نانوسازه‌های تکنولوژی پیشرفته، احتیاج حیاتی به تشخیص مکانیسم‌های دینامیکی و استراتژی‌های ممکن برای کاهش ارتعاشات این سازه‌های پیچیده نانوتکنولوژیکی وجود دارد؛ همچنین، به دلیل فرآیندهای قابل توجه در جنبه‌های تئوری و آزمایشگاهی نانوتکنولوژی، ساخت نانوماشین‌ها، برخلاف ابعاد کوچک آن‌ها، ملاحظات فراوانی ازلحاظ کارایی و بازدهی بالا دارد. یکی از قسمت‌های کلیدی نانو ماشین‌ها، المان‌ها چرخان هستند که گشتاور و قدرت را انتقال می‌دهند و طراحی آن‌ها اصول متفاوتی دارد. ازآنجاکه طراحی ابزارهای دقیق ما را به تحلیل آن‌ها قبل از ساخت ترغیب می‌کنند، برای طراحی مؤثر این نانوسازه‌های بایژیروسکوپیک، فهم درست مشخصات دینامیکی لازم است. در این راستا، نارندار [۲۱]، ارتعاشات خمشی غیرمحلی یک نانوتیوب چرخان را با به‌کارگیری روش مربعات تفاضلی تعمیم‌یافته تحلیل کرد و اثر پارامتر غیرمحلی و شعاع هاب را بر فرکانس طبیعی سیستم کاوش کرد. ایلخانی و نظام نژاد [۲۲]، برای مدل‌سازی ارتعاشات نانوتیوب‌های کربنی چرخان بارگذاری شده محوری از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی و مدل پوسته استوانه‌ای وابسته به‌اندازه بهره بردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش اثرات وابسته به‌اندازه، بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد. ترکمان اسدی و همکارانش [۲۳]، دینامیک نانوتیوب‌های کربنی چرخان محاط شده سرعت بالا را مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که مشخصه‌های دینامیکی سیستم حساسیت

بالایی به سرعت دورانی و الاستیسیته بستر دارند. حسینی هاشمی و ایلخانی [۲۴]، ارتعاشات آزاد و پایداری نانوتیوب های چرخان را براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول غیرمحلی پوسته بازرسی کردند و برای تمامی شرایط مرزی سیستم، راه‌حل دقیق ارائه کردند. برخلاف مقالات مرور شده بالا، تنها پژوهش‌های محدودی اثر جریان درونی را در تحلیل ارتعاشاتی نانوتیوب‌های چرخان در نظر گرفته‌اند. صفرپور و قدیری [۲۵]، اثر حرکت دورانی و جریان داخلی ویسکوز را بر ارتعاشات آزاد نانولوله‌های تک جداره کربنی چرخان حامل سیال را آدرس داده‌اند. آن‌ها برای لحاظ کردن اثرات اندازه در مدل سیستم، تئوری کوپل تنش اصلاح‌شده را استفاده کردند و نشان دادند که پارامتر طولی ماده اثر برجسته‌ای بر سرعت‌های بحرانی سیستم دارد.

نتایج آزمایشگاهی، مدل‌سازی‌های اتمی و دینامیک مولکولی نشان داده‌اند که با کوچک‌سازی، خصوصیات مکانیکی سیستم‌ها به‌شدت تحت تأثیر قرار می‌گیرند و در ابعاد نانو، تئوری الاستیسیته سنتی نتایج قابل اطمینانی نمی‌دهد [۲۶-۲۸]. تئوری نوین گرادیان کرنش غیرمحلی، با ترکیب مزایای تئوری‌های گرادیان کرنش و غیرمحلی، برای در نظرگیری دقیق اثرات اندازه، مدل‌سازی صحیح و پیش‌بینی مؤثر رفتار مکانیکی نانوسازه‌ها از دقت بالایی برخوردار است [۲۹-۳۳]. با اطمینان به تئوری مرتبه‌بالای گرادیان کرنش غیرمحلی، پژوهشگران ویژگی‌های دینامیکی و ارتعاشی نانوسازه‌های حامل جریان متعددی را بررسی کرده‌اند. به‌طور مثال، قانع و همکارانش [۳۴]، ارتعاشات نانولوله‌های جدار نازک تحت یک میدان مغناطیسی را مطالعه کردند. آن‌ها یک مدل گرادیان کرنش غیرمحلی تیر تیموشنکو را در نظر گرفتند و اثر نانوجریان مغناطیسی و عدد نادسن را بر ناپایداری فلاتر سیستم بررسی کردند. فرچپور و همکارانش [۳۵]، ارتعاشات دامنه بزرگ نانولوله‌های معیوب هندسی را بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی بررسی کردند و هردوی اثرات سخت‌شوندگی و نرم شوندگی را در سیستم تسخیر کردند. شن و همکارانش [۳۶]، رفتار دینامیکی میکرولوله‌های کوچک تحت بارهای مکانیکی و حرارتی را تحلیل کردند و اثرات گرادیان غیرمحلی و گرادیان کرنش را در سیستم مشاهده کردند. با این وجود، تحلیل‌های کمی روی نانوسیستم‌های حامل جریان چرخان براساس تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی صورت پذیرفته است. اخیراً، مهین زارع و همکارانش [۳۷]، خصوصیات دینامیکی یک نانولوله کربنی تک جداره ویسکوالاستیک چرخان حامل سیال ویسکوز را در چارچوب تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی تشخیص دادند. آن‌ها نشان دادند که تغییرات ضریب ویسکوالاستیک اثری بر سرعت‌های بحرانی سیستم ندارد.

در دو دهه گذشته، با پیشرفت در علم مواد و فرآیندهای ساخت، محققین با تعدیل هوشمندانه خواص مواد، کارایی سیستم‌های مهندسی را بهبود داده‌اند. ازآنجاکه مواد مدرج تابعی مواد مهندسی شده ناهمگن شامل حداقل دو نوع ماده هستند که خواصشان در یک یا چند راستای مشخص به‌تدریج تغییر می‌کنند؛ درنتیجه، امتیازات ارزشمندی مانند سفتی شکست مناسب، تمرکز تنش کم و مقاومت حرارتی و خوردگی مناسب ارائه می‌کنند. این حقایق مهندسان رو ترغیب می‌کنند تا با جایگزین کردن مواد همگن و لایه‌ای سنتی و مرسوم، با مواد مدرج تابعی کارایی نانوسازه‌های حامل سیال را بهبود دهند. به‌طور مثال، افتخاری و حسینی [۳۸]، پایداری ترمومکانیکی لوله‌های یکسرگیردار چرخان مدرج تابعی حامل سیال را در نظر گرفتند. آن‌ها اثر نیروی محوری فشاری، گرادیان دمایی، نسبت جرمی سیال، شاخص کسر حجمی مواد مدرج تابعی و مشخصات هندسی را بر پاسخ دینامیکی سیستم ارزیابی کردند. ستوده و افراهیم [۳۹] یک حل تحلیلی برای ارتعاشات غیرخطی میکرولوله‌های مدرج تابعی به دست آوردند. آن‌ها با به‌کارگیری روش تحلیل هوموتوپی، عبارت صریح برای فرکانس غیرخطی سیستم به دست آوردند. دنگ و همکارانش [۴۰]، ارتعاشات و پایداری وابسته به‌اندازه نانولوله‌های حامل سیال را با به‌کارگیری یک روش هیبریدی مطالعه کردند و فهمیدند که شاخص کسر حجمی اثر قابل‌ملاحظه‌ای بر فرکانس‌های طبیعی سیستم دارد. فلیز و آیدوگدو [۴۱]، انتشار موج را در نانولوله‌های محاط شده مدرج تابعی بررسی کردند و اثر گرادیان مواد و جهت جریان سیال را در سیستم مطالعه کردند. در اکثر مطالعات موجود انجام شده روی لوله‌های حامل جریان مدرج، فرض شده است، مواد سیستم در راستای شعاع درجه‌بندی شده‌اند، درحالی‌که علیرغم

اهمیت درجه‌بندی محوری مشخصات مواد، پایداری لوله‌های مدرج تابعی محوری در ادبیات کمتر آدرس داده شده‌اند.

طبق اطلاعات نویسندگان، تاکنون تحلیل ارتعاشاتی نانولوله‌های چرخان حامل سیال مدرج تابعی محوری تحت نیروی محوری بر طبق تئوری گرادیان کرنشی غیرمحلی بحث نشده است و اثر مواد مدرج محوری، شاخص توانی، حرکت چرخشی، حرکت جریان سیال درونی، پارامترهای وابسته به‌اندازه غیرمحلی و گرادیان کرنش بر پایداری دینامیکی سیستم‌های نانوفلوییدیک تابه‌حال گزارش نشده است. با توجه به این موضوع، مسئله اصلی این مقاله، تعیین مشخصه‌های ارتعاشاتی و آستانه‌های ناپایداری نانولوله‌های چرخان حامل جریان تحت نیروی محوری متشکل از مواد مدرج تابعی محوری است. در ادامه، یک مدل تئوری برای سیستم بسط داده می‌شود و معادلات دینامیکی استخراج می‌شوند. روش حل و تحلیل پایداری توضیح داده می‌شود. اثر پارامترهای کلیدی بر فرکانس‌های طبیعی و سرعت‌های بحرانی سیال و چرخش شفاف‌سازی می‌شوند. مدل‌سازی و نتایج پژوهش حاضر می‌تواند در طراحی سیستم‌های بایژیروسکوپیک غیرهمگن و زمینه مهندسی پزشکی (ارسال دارو) مفید باشد.

۲- مدل‌سازی ریاضی

در شکل ۱، شماتیک یک نانولوله حامل جریان چرخان دوسربسته نشان داده شده است. طول نانولوله L است و با سرعت دورانی Ω حول محور طولی خود می‌چرخد. جرم بر واحد طول جریان نانوسیال m_f است که با سرعت U درون لوله حرکت می‌کند؛ همچنین سطح مقطع نانولوله A است؛ همچنین، سیستم تحت نیروی محوری P است:

فرض می‌شود که ویژگی‌های مادی سیستم در راستای محور طولی بر طبق قانون توانی تغییر می‌کنند؛ درنتیجه، چگالی، $\rho(x)$ و مدول الاستیک، $E(x)$، چنین داده می‌شوند:

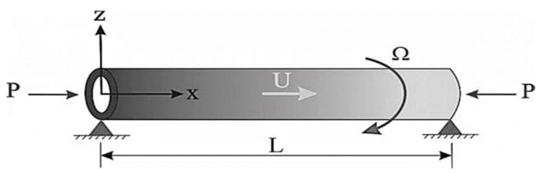
$$\rho(x) = \rho_0 g(x) \tag{۱}$$

$$E(x) = E_0 f(x) \tag{۲}$$

که در آن

$$g(x) = 1 + \frac{x}{L}(\alpha_\rho - 1)^k \tag{۳}$$

$$f(x) = 1 + \frac{x}{L}(\alpha_E - 1)^k \tag{۴}$$



شکل ۱- شماتیک یک نانولوله مدرج محوری دوسرمفصل چرخان حامل جریان تحت نیروی محوری

در معادلات (۳) و (۴)، α_ρ و α_E به ترتیب پارامترهای گرادیان چگالی و مدول الاستیک هستند و این‌چنین بیان می‌شوند:

$$\alpha_\rho = \frac{\rho_L}{\rho_0} \tag{۵}$$

$$\alpha_E = \frac{E_L}{E_0} \tag{۶}$$

اندیس‌های 0 و L مشخصات مادی در سمت چپ و راست هستند. معادله اساسی گرادیان کرنش غیرمحلی برای سیستم مدرج تابعی طولی وابسته به‌اندازه این‌چنین است [۴۲]:

$$(1 - (ea)^2\nabla^2)t_{xx} = E(x)\varepsilon_{xx} - l^2\nabla.(E(x)\nabla\varepsilon_{xx}) \tag{۷}$$

در تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی، تنش کلی، t_{xx} و پارامتر گرادیان کرنش l است. پارامتر غیرمحلی ea برای در نظرگیری اثر میدان غیرمحلی در نظر گرفته شده است. ضمناً، ε_{xx} کرنش خطی سیستم است و $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}$ اپراتور لاپلاسین است. بردار سرعت یک نقطه از نانولوله این‌چنین تعریف می‌شود [۱۳]:

$$v_p = (\dot{v} - \Omega w)j + (\dot{w} + \Omega v)k \tag{۸}$$

که Ω سرعت چرخش است؛ همچنین سرعت یک ذره از سیال این‌چنین بیان می‌شود [۱۳]:

$$v_f = Ui + (\dot{v} - \Omega w + Uv')j + (\dot{w} + \Omega v + Uw')k \tag{۹}$$

اثر شرط مرزی لغزش برای نانوجریان قابل‌چشم‌پوشی نیست؛ درنتیجه، برای تسخیر شرط مرزی لغزش و ویسکوزیته جریان، رشیدی و همکارانش (۱) یک ضریب تصحیح سرعت ($U = VCF \times U_{avg(no\text{-}slip)}$) برای اصلاح سرعت نانوجریان به شکل مقابل ارائه کردند:

$$VCF = (1 + \alpha Kn)\left(1 + 4\left(\frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v}\right)\left(\frac{Kn}{1 + Kn}\right)\right) \tag{۱۰}$$

که در آن $U_{avg(no\text{-}slip)}$ سرعت میانگین جریان تحت شرط مرزی بدون لغزش است؛ همچنین Kn عدد نادسن است و σ_v

ضریب تطبیق ممان مماسی است و ۰/۷ در نظر گرفته می‌شود و α نیز برابر است با [۴۳]:

$$\alpha = \alpha_0(2/\pi)\left(\tan^{-1}(\alpha_0 Kn^b)\right)$$
$$\alpha_0 = 64/\left(3\pi(1-4/b)\right) \tag{۱۱}$$

که $\sigma_v = 4, B = 0/4, b = -1$ است. انرژی جنبشی سیستم چنین محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{1}{2}\int_0^L \rho(x)A\left(v_p.v_p\right)dx + \frac{1}{2}\int_0^L m_f\left(v_f.v_f\right)dx \tag{۱۲}$$

که A سطح مقطع است. انرژی کرنشی نانولوله این‌چنین تشریح می‌شود:

$$V = \int_0^L t_{xx}\varepsilon_{xx}A dx \tag{۱۳}$$

با در نظرگیری رابطه خطی کرنش-جابجایی برای سیستم موردنظر، کرنش طولی سیستم، ε_{xx}، این‌چنین نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_{xx} = -y\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{۱۴}$$

v و w، جابجایی‌های عرضی در راستای y و z هستند. گشتاورهای خمشی به شکل مقابل به‌کاربرده می‌شوند:

$$M_y = \int_A z t_{xx} dA \quad , \quad M_z = \int_A y t_{xx} dA \tag{۱۵}$$

انرژی کرنشی سیستم به شکل مقابل می‌توان بازنویسی کرد:

$$V = -\int_0^L \left(M_z\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + M_y\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)dx \tag{۱۶}$$

کار انجام شده توسط نیروی محوری فشاری نیز برابر است با:

$$W = \frac{1}{2}\int_0^L P\left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right)dx \tag{۱۷}$$

که P نیروی محوری فشاری وارد بر سیستم است. معادله مومنتومی تعادل مومنتومی برای حرکت سیال براساس معادله ناویر-استوکس نیز برابر است با:

$$m_f\frac{\mathrm{D}\overrightarrow{v_f}}{\mathrm{Dt}} = -A\nabla p + \mu A\nabla^2\overrightarrow{v_f} \tag{۱۸}$$

که در آن $\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{Dt}}$ مشتق مادی است و μ ویسکوزیته سیال است. معادلات دینامیکی حاکم سیستم با به‌کارگیری قانون تعمیم‌یافته همیلتون قابل استخراج هستند:

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T + W - V)dt = 0 \tag{۱۹}$$

با جایگذاری انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و کار نیروی خارجی در معادله (۱۷)، معادلات تعادل این‌چنین به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} &- \left(m_f + \rho(x)A\right)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\\ &-2m_f\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t}\\ &-m_f\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\\ &+\mu\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial t}\\ &+\mu\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^3}\\ &+2m_f\Omega\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial w}{\partial x}\\ &+2\left(m_f + \rho(x)A\right)\Omega\frac{\partial w}{\partial t}\\ &+\left(m_f + \rho(x)A\right)\Omega^2 v - P\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0\end{aligned} \tag{۲۰}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} &- \left(m_f + \rho(x)A\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\\ &-2m_f\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}\\ &-m_f\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\ &+\mu\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t}\\ &+\mu\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^3}\\ &-2m_f\Omega\left(VCF \times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial v}{\partial x}\\ &-2\left(m_f + \rho(x)A\right)\Omega\frac{\partial v}{\partial t}\\ &+\left(m_f + \rho(x)A\right)\Omega^2 w - P\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0\end{aligned} \tag{۲۱}$$

با جایگذاری معادلات (۷) و (۱۳) در (۱۵)، می‌توان گفت:

$$\begin{aligned}M_z = (ea)^2\frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} - E(x)I\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\\ +l^2 I\frac{\partial}{\partial x}\left(E(x)\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}\right)\end{aligned} \tag{۲۲}$$

$$M_y=(ea)^2\frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2}-E(x)I\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+l^2 I\frac{\partial}{\partial x}\left(E(x)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right) \qquad (۲۳)$$

با جایگذاری روابط (۲۰) و (۲۱)، در معادلات تعادل (۱۸) و (۱۹)، معادله دینامیکی سیستم به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)-l^2\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(E(x)I\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}\right)\\&+\left(1-(ea)^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Bigg[\left(\rho(x)A+m_f\right)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\\&+2m_f\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial t}\\&+m_f\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\\&-\mu\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2\partial t}\\&-\mu\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^3}\\&-2m_f\Omega\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial w}{\partial x}\\&-2\left(\rho(x)A+m_f\right)\Omega\frac{\partial w}{\partial t}\\&-\left(\rho(x)A+m_f\right)\Omega^2 v+P\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\Bigg]=0\end{aligned} \qquad (۲۴)$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)-l^2\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(E(x)I\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)\\&+\left(1-(ea)^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Bigg[\left(\rho(x)A+m_f\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\\&+2m_f\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}\\&+m_f\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\&-\mu\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2\partial t}\\&-\mu\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^3}\\&+2m_f\Omega\left(VCF\times U_{avg(no-slip)}\right)\frac{\partial v}{\partial x}\\&+2\left(\rho(x)A+m_f\right)\Omega\frac{\partial v}{\partial t}\\&-\left(\rho(x)A+m_f\right)\Omega^2 w+P\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\Bigg]=0\end{aligned} \qquad (۲۵)$$

برای استخراج روابط بی‌بعد، پارامترهای مقابل معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned}&x^*=\frac{x}{L},v^*=\frac{v}{L},w^*=\frac{w}{L},P^*=\pm\frac{PL^2}{E_0 I}\\&t^*=t\sqrt{\frac{E_0 I}{\rho_0 A+m_f}},\tau=\frac{ea}{L},\eta=\frac{l}{L}\\&\beta=\frac{m_f}{\rho_0 A+m_f}\ ,U^*=\sqrt{\frac{m_f}{E_0 I}}LU_{avg(no-slip)}\\&\Omega^*=\Omega L^2\sqrt{\frac{\rho_0 A+m_f}{E_0 I}}\ ,\mu^*=\frac{\mu A}{E_0 I\sqrt{m_f}}\end{aligned} \qquad (۲۵)$$

با جایگذاری پارامترهای بی‌بعد در معادلات (۲۴) و (۲۵)، معادلات دینامیکی بی‌بعد سیستم به دست خواهند آمد:

$$\begin{aligned}&(f(x)v'')''-\eta^2(f(x)v''')'''\\&+(1-\tau^2)((\beta+(1-\beta)g(x))\ddot{v}\\&+2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\dot{v}'+((VCF\times U)^2+P)v''\\&-\mu(VCF\times U)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2\partial t}-\mu(VCF\times U)^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^3}\\&-2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\Omega w'\\&-2\Omega\left(\beta+(1-\beta)g(x)\right)\dot{w}\\&-\left(\beta+(1-\beta)g(x)\right)\Omega^2 v)''=0\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

$$\begin{aligned}&(f(x)w'')''-\eta^2(f(x)w''')'''\\&+(1-\tau^2)\left(\left(\beta+(1-\beta)g(x)\right)\ddot{w}\right.\\&+2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\dot{w}'+((VCF\times U)^2+P)w''\\&-\mu(VCF\times U)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2\partial t}-\mu(VCF\times U)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^3}\\&+2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\Omega v'\\&+2\Omega\left(\beta+(1-\beta)g(x)\right)\dot{v}\\&-\left(\beta+(1-\beta)g(x)\right)\Omega^2 w)''=0\end{aligned} \qquad (۲۸)$$

۳- روش حل

براساس تبدیل لاپلاس می‌توان گفت:

$$L\left[\eta^{(\varepsilon)}(\tau)\right] = s^{\varepsilon}\eta(s) - s^{\varepsilon-1}\eta(0) \tag{۲۹}$$

بنابراین، با فرض شرایط اولیه صفر، معادلات بی‌بعد دینامیکی سیستم را در دامنه لاپلاس می‌توان این‌چنین نوشت:

$$\begin{aligned}&(f(x)v'')'' - \eta^2(f(x)v''')''' \\ &+(1-\tau^2)\Big(\big(\beta + (1-\beta)g(x)\big)s^2 v \\ &+2\sqrt{\beta}(VCF\times U)sv' + ((VCF\times U)^2 + P)v'' \\ &-\mu(VCF\times U)sv'' - \mu(VCF\times U)^2 v''' \\ &-2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\Omega w' \\ &-2\Omega\big(\beta + (1-\beta)g(x)\big)sw \\ &-\big(\beta + (1-\beta)g(x)\big)\Omega^2 v\big)'' = 0\end{aligned} \tag{۳۰}$$

$$\begin{aligned}&(f(x)w'')'' - \eta^2(f(x)w''')''' \\ &+(1-\tau^2)\Big(\big(\beta + (1-\beta)g(x)\big)s^2 w \\ &+2\sqrt{\beta}(VCF\times U)sw' + ((VCF\times U)^2 + P)w'' \\ &-\mu(VCF\times U)sv'' - \mu(VCF\times U)^2 v''' \\ &+2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\Omega v' \\ &+2\Omega\big(\beta + (1-\beta)g(x)\big)sv \\ &-\big(\beta + (1-\beta)g(x)\big)\Omega^2 w\big)'' = 0\end{aligned} \tag{۳۱}$$

جابجایی‌های عرضی سیستم را می‌توان این‌چنین تخمین زد:

$$v(x,t) = \sum_{j=1}^{n} p_j(t)\phi_j(x) \tag{۳۲}$$

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{n} q_j(t)\phi_j(x) \tag{۳۳}$$

که در آن p و q مختصات تعمیم‌یافته در راستای y و z هستند؛ همچنین φ شکل مود بی‌بعد برای جابجایی‌های عرضی سیستم است. ضمناً، n تعداد شکل مودهای در نظر گرفته شده برای سیستم است. با جایگذاری معادلات (۳۲) و (۳۳) در معادلات (۳۰) و (۳۱) و به‌کارگیری روش گالرکین، فرم تعمیم‌یافته معادلات جداسازی شده سیستم به شکل مقابل بیان می‌شوند:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix}\mathbf{K_1} & \mathbf{K_2}\\ -\mathbf{K_2} & \mathbf{K_1}\end{bmatrix} + \mathrm{s}\begin{bmatrix}\mathbf{G_1} & \mathbf{G_2}\\ -\mathbf{G_2} & \mathbf{G_1}\end{bmatrix} + \mathrm{s}^2\begin{bmatrix}\mathbf{M_1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{M_1}\end{bmatrix} \tag{۳۴}$$

که $\mathbf{Z}$ اشاره به ماتریس ضرایب است و المان‌های ماتریس $\mathbf{M}_1$، $\mathbf{G}_1$، $\mathbf{G}_2$، $\mathbf{K}_1$ و $\mathbf{K}_2$ این‌چنین تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}(M_1)_{sr} &= \beta\int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r(x) - \tau^2\phi_r''(x)\big)dx \\ &+(1-\beta)\int_0^1 \phi_s(x)\Big(g(x)\phi_r(x) - \tau^2\big(g(x)\phi_r''(x) + 2g'(x)\phi_r'(x) + g''(x)\phi_r(x)\big)\Big)dx\end{aligned} \tag{۳۵}$$

$$\begin{aligned}(G_1)_{sr} &= 2\sqrt{\beta}(VCF\times U)\int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r'(x) - \tau^2\phi_r'''(x)\big)dx \\ &-\mu(VCF\times U)\int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r''(x) - \tau^2\phi_r''''(x)\big)dx\end{aligned} \tag{۳۶}$$

$$\begin{aligned}(G_2)_{sr} &= -2\beta\Omega\int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r(x) - \tau^2\phi_r''(x)\big)dx \\ &-2(1-\beta)\Omega\int_0^1 \phi_s(x)\Big(g(x)\phi_r(x) - \tau^2\big(g(x)\phi_r''(x) + 2g'(x)\phi_r'(x) + g''(x)\phi_r(x)\big)\Big)dx\end{aligned} \tag{۳۷}$$

$$
\begin{aligned}
(K_1)_{sr} = {} & \int_0^1 \phi_s(x)\big(f(x)\phi_r''''(x) + 2f'(x)\phi_r'''(x) + f''(x)\phi_r''(x)\big)dx \\
& -\eta^2 \int_0^1 \phi_s(x)\big(f(x)\phi_r''''''(x) + 3f'(x)\phi_r'''''(x) + 3f''(x)\phi_r''''(x) + f'''(x)\phi_r'''(x)\big)dx \\
& +((VCF \times U)^2 + P)\int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r''(x) - \tau^2\phi_r''''(x)\big)dx - \beta\Omega^2 \int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r(x) - \tau^2\phi_r''(x)\big)dx \\
& -(1-\beta)\Omega^2 \int_0^1 \phi_s(x)\Big(g(x)\phi_r(x) - \tau^2\big(g(x)\phi_r''(x) + 2g'(x)\phi_r'(x) + g''(x)\phi_r(x)\big)\Big)dx \\
& -\mu(VCF \times U)^2 \int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r'''(x) - \tau^2\phi_r'''''(x)\big)dx
\end{aligned}
\tag{۳۸}
$$

$$
(K_2)_{sr} = -2\sqrt{\beta}(VCF \times U)\Omega \int_0^1 \phi_s(x)\big(\phi_r'(x) - \tau^2\phi_r'''(x)\big)dx \tag{۳۹}
$$

۴- تحلیل پایداری

برای جواب‌های غیربدیهی، دترمینان ماتریس ضرایب باید صفر شود. ریشه‌های آن، λ، برحسب پارامترهای کلیدی محاسبه می‌شوند. قسمت حقیقی ریشه‌ها، $\omega=\mathrm{Real}(\lambda)$، فرکانس‌های طبیعی هستند. هنگامی‌که قسمت حقیقی یکی از فرکانس‌ها صفر شود، ناپایداری کمانش رخ می‌دهد. اگر قسمت موهومی مثبت شود، سیستم ناپایداری فلاتر را تجربه می‌کند.

۵- بحث و نتایج

در شکل‌های ۲ تا ۴، نتایج پژوهش حاضر با نتایج ارائه شده در ادبیات فنی [۴۷,۱۳,۴۶,۴۵,۴۸,۴۴] اعتبار سنجی شده است. در شکل ۲ الف-ب، مقادیر ویژه نانوتیرهای دوسربسته برحسب پارامتر غیرمحلی برای تیرهای دوسرمفصل در نبود جریان داخلی رسم شده‌اند. در شکل ۳-الف، فرکانس‌های پایه‌ای لوله همگن غیرچرخان دوسرگیردار در نبود نیروی محوری با درنظرگیری اثرات اندازه رسم شده است. در شکل ۳-ب، اثرات ویسکوزیته سیال بر فرکانس پایه‌ای سیستم نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با در نظرگیری ویسکوزیته سیال، فرکانس ارتعاشات افزایش می‌یابد. در شکل ۳-ج، سرعت بحرانی سیال برحسب عدد نادسن رسم شده است. با افزایش عدد نادسن سرعت بحرانی کمانش کاهش می‌یابد.

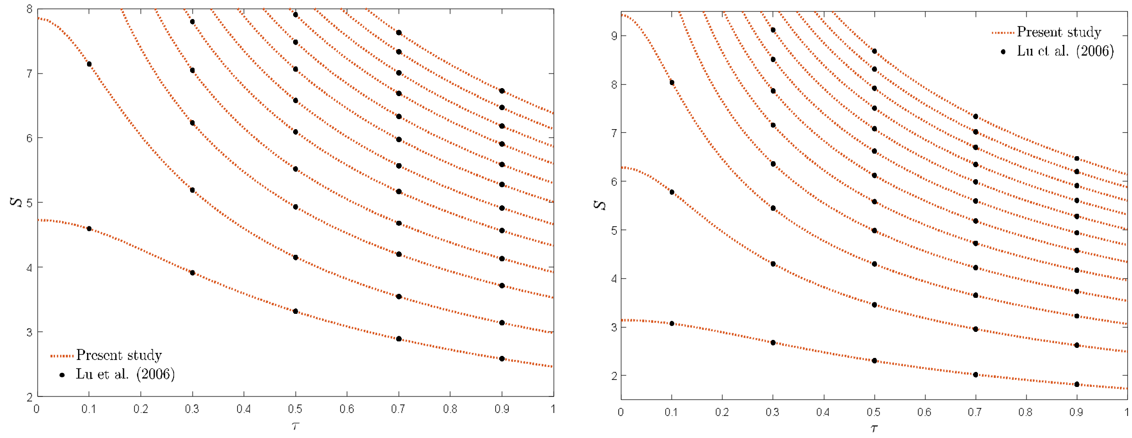
در شکل ۴، چهار فرکانس اول طبیعی سیستم چرخان همگن دوسرمفصل برحسب سرعت سیال با نادیده‌گیری اثرات اندازه رسم شده است. نتایج به‌دست آمده از پژوهش حاضر، همخوانی خیلی خوبی با نتایج به‌دست‌آمده توسط لیانگ و همکارانش [۱۳] دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دینامیک لوله‌های ساکن حامل سیال و چرخان باهم تفاوت زیادی دارند. در مقایسه با سیستم‌های ساکن حامل سیال، لوله‌های حامل سیال چرخان در روند تکامل پایداری‌شان، دو بار سرعت کمانش سیال (U_d^1 و U_d^2) را تجربه می‌کنند. مشخصات هندسی و مادی سیستم نیز در جدول ۱ بیان شده است.

۵-۲- اثر نیروی محوری

در این زیربخش، مشخصه‌های دینامیکی سیستم در حالت همگن ارائه می‌شوند. در شکل‌های ۵ (الف-ج) تغییرات فرکانس‌های سیستم همگن برحسب تغییرات سرعت سیال به ازای نیروهای محوری مختلف رسم شده است. همچنان که

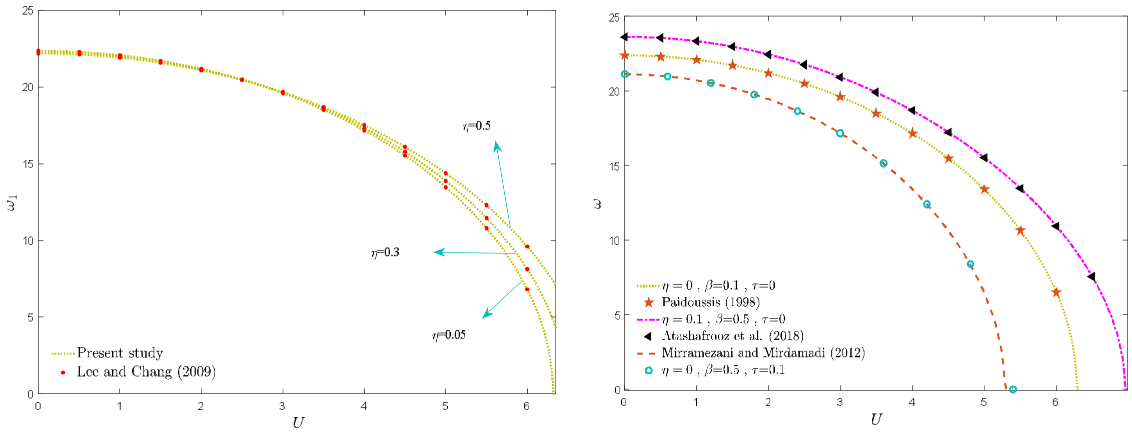
جدول ۱- مشخصات هندسی و مادی سیستم [۴۳]

کمیت	پارامتر	کمیت	پارامتر
7500 Kg/m^3	ρ	1000 Kg/m^3	ρ_f
20 nm	d	20	L/D
0.001	Kn	2 nm	h
0.1	μ	126 Gpa	E

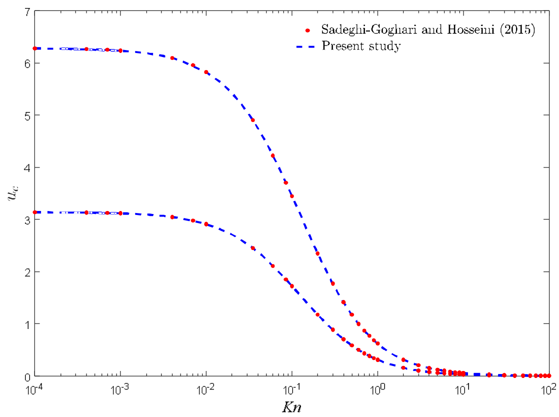


(ب) (الف)

شکل ۲- مقادیر ویژه نانوتیر همگن الف) دوسرمفصل و ب) دوسرگیردار برحسب پارامتر غیرمحلی

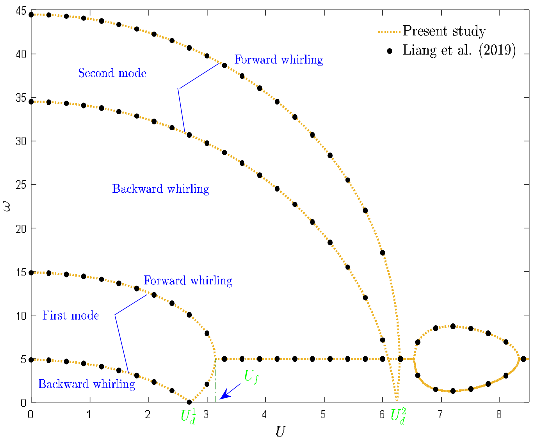


(ب) (الف)



(ج)

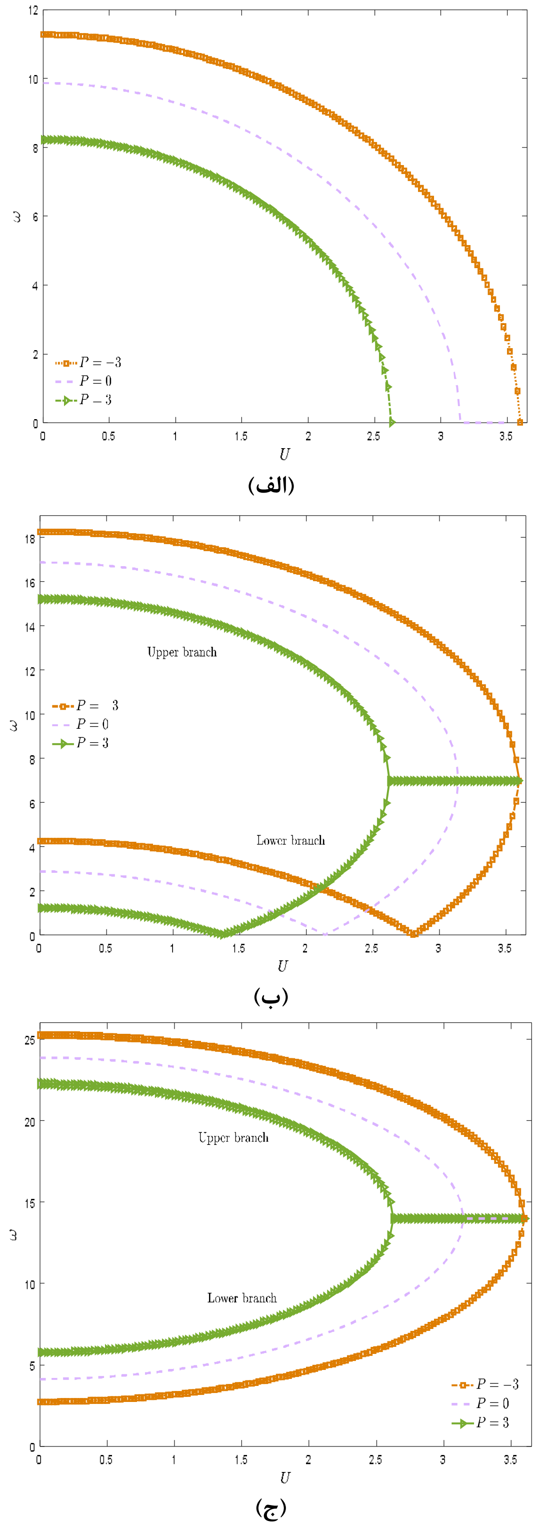
شکل ۳- الف) فرکانس پایه‌ای سیستم غیر چرخان همگن دوسرگیردار برحسب سرعت سیال $P=\tau=0$، ب) فرکانس پایه‌ای سیستم دوسرمفصل غیر چرخان همگن برحسب سرعت سیال $P=\eta=0$ و ج) سرعت سیال بحرانی سیستم دوسربسته غیر چرخان همگن برحسب عدد نادسن $P=\tau=\eta=0$



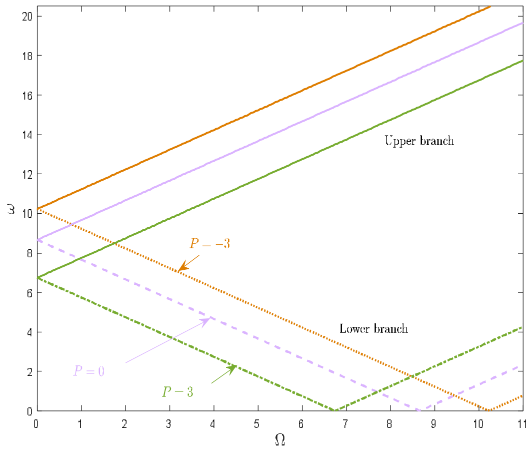
شکل ۴- فرکانس‌های سیستم چرخان همگن دوسرمفصل برحسب سرعت سیال $\beta^{0.5}=0.6,\ \Omega=5,\ P=\tau=\eta=0$

در شکل ۳-الف مشاهده می‌شود، در نبود حرکت دورانی در سیستم ($\Omega=0$)، فرکانس پایه‌ای سیستم یک شاخه دارد؛ درنتیجه، فرکانس‌های عرضی سیستم روی هم منطبق هستند. در این حالت، با افزایش سرعت سیال، فرکانس پایه‌ای سیستم به‌طور یکنوا کاهش می‌یابد تا در سرعت سیال کمانش (U_d)، فرکانس پایه‌ای سیستم صفر می‌شود و بعدازآن در یک سرعت سیال مشخص، سیستم متحمل پدیده کمانش می‌شود. از توصیف گرافیکی واضح است که با افزایش نیروی محوری فشاری، فرکانس پایه‌ای بعلاوه سرعت سیال کمانش سیستم کاهش می‌یابد. این روند را می‌توان با این حقیقت توجیه کرد که ازآنجایی‌که با افزایش نیروی محوری فشاری، سختی مؤثر سیستم کاهش می‌یابد، درنتیجه افزایش نیروی محوری، اثر سختی-نرمی بر سیستم اعمال می‌کند. با افزایش نیروی محوری کششی، مقاومت سیستم به کمانش افزایش پیدا می‌کند و سیستم در سرعت‌های بالاتر متحمل پدیده کمانش می‌شود. اعمال نیروی محوری کششی منجر به رفتار سخت‌تر می‌شود. هنگامی‌که سیستم تحت اثر هم‌زمان حرکت‌های دورانی و سیال درونی است (شکل‌های۵ب-ج)، به دلیل اثر ژیروسکوپیک کوریولیس، یک انشعاب در فرکانس‌های طبیعی رخ می‌دهد. درنتیجه فرکانس‌های سیستم به دو شاخه مجزای چرخش پس‌رو (شاخه پایینی) و چرخش پیشرو (شاخه بالایی) تقسیم می‌شود. در این حالت، حرکت‌های چرخشی پیشرو و پس‌رو برای دو مود اول به‌نوبت اتفاق می‌افتند و یک موج عرضی با پیکربندی فضایی در طول ارتعاشات ارائه می‌شود. اثر تغییرات سرعت سیال درونی بر فرکانس سیستم، وابسته به مقدار سرعت دورانی سیستم است. به‌طوری‌که مطابق شکل ۳-ب، در سرعت‌های دورانی کوچک (مثلاً $\Omega=7$)، ابتدا با افزایش سرعت سیال، فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو سیستم به‌آرامی کاهش می‌یابند تا در یک سرعت سیال مشخص، فرکانس پس‌رو صفر می‌شود و سیستم پدیده کمانش را تجربه می‌کند. بعدازآن، بلافاصله با افزایش سرعت سیال، سیستم مجدداً پایدار می شود. در این شرایط، با افزایش بیشتر سرعت سیال، فرکانس پس‌رو روند افزایشی پیدا می‌کند، درحالی‌که فرکانس شاخه بالایی همچنان کاهش می‌یابد. این روند ادامه پیدا می‌کند تا در سرعت سیال فلاتر (U_f)، شاخه‌های پایینی و بالایی فرکانس با یکدیگر تلاقی پیدا می‌کنند و باهم یکی می‌شوند و یک فلاتر کوپلینگ دوجهته از طریق یک انشعاب هاپف همیلتونین اتفاق می‌افتد؛ درنتیجه، سیستم دچار پدیده فلاتر می‌شود و یک کوپلینگ فلاتر بین مختصات عمومی در دو جهت عرضی اتفاق می‌افتد. برای فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو مود دوم همین روند تکرار می‌شود. با افزایش نیروی محوری فشاری، سرعت‌های سیال متناظر پدیده‌های کمانش و فلاتر هر دو کاهش می‌یابند. برای سرعت‌های سیال کمتر از سرعت کمانش سیال ($U<U_d$)، اعمال نیروی محوری اثر یکسانی بر شاخه‌های پایینی و بالایی فرکانس دارد و با افزایش نیروی کششی، فرکانس‌های پیشرو و پس‌رو افزایش می‌یابند؛ اما به ازای $U>U_d$، این اثر بر شاخه پایینی معکوس می‌شود. در سرعت‌های دورانی زیاد (مثلاً $\Omega=14$)، کمانش رخ نمی‌دهد (شکل ۵-ج). در این حالت، با کاهش نیروی محوری فشاری، فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو، به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند. با افزایش سرعت دورانی سیستم، منحنی‌های فرکانس سیستم به سمت مقادیر فرکانس‌های بیشتر جابجا می‌شوند؛ درنتیجه، با افزایش سرعت دورانی سیستم، سرعت کمانش سیستم می‌یابد تا اینکه در سرعت‌های دورانی زیاد، در سیستم کمانش رخ نمی‌دهد. تغییرات سرعت دورانی، روی سرعت فلاتر اثری ندارد، درحالی‌که با افزایش نیروی محوری کششی می‌توان هردوی سرعت‌های کمانش و فلاتر را هم‌زمان به تأخیر انداخت.

در شکل ۶، نمودار کمپبل رسم شده است. در این نمودار، تغییرات فرکانس‌ها برحسب سرعت چرخشی هنگامی



شکل ۵- فرکانس‌های طبیعی سیستم همگن برحسب سرعت سیال $\tau=\eta=0$ (a) $\Omega=0$ (b) $\Omega=7$ (c) $\Omega=14$

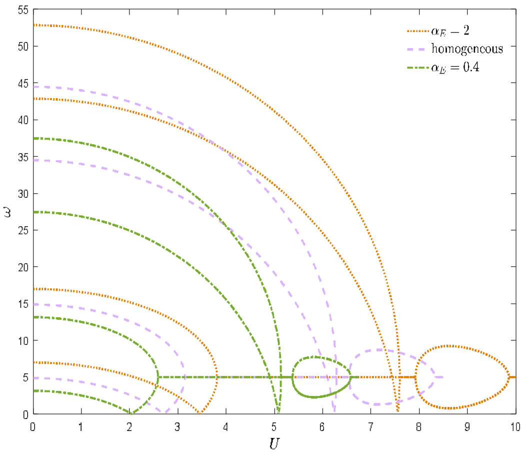


شکل ۶- فرکانس‌های طبیعی سیستم چرخان همگن برحسب سرعت دورانی $U=2,\ \tau=\eta=0$

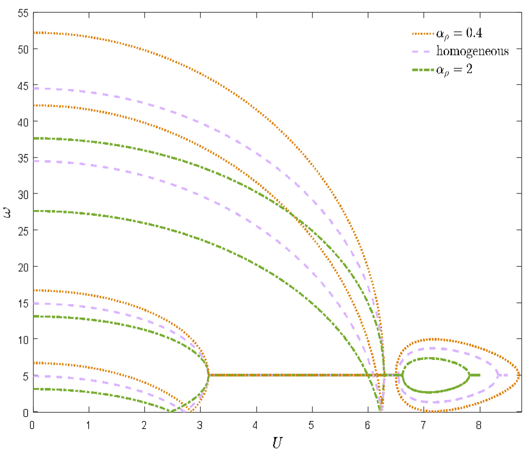
که سیستم در معرض بارهای مختلف محوری قرار دارد، نشان داده شده است. بر اساس شکل ۶، با افزایش سرعت دورانی، فرکانس پیشرو، زیاد می‌شود، درحالی‌که فرکانس پس‌رو کاهش می‌یابد. این روند ادامه می‌یابد تا هنگامی‌که فرکانس پس‌رو در یک سرعت دورانی مشخص صفر می‌شود و سیستم دچار کمانش می‌شود. سرعت دورانی متناظر، سرعت دورانی کمانش (Ω_d) نامیده می‌شود. بعدازاین با افزایش بیشتر سرعت دورانی سیستم، فرکانس پس‌رو یک روند افزایشی نمایش می‌دهد و شاخه‌های فرکانسی پایینی و بالایی باهم موازی می‌شوند. براساس شکل ۶، هنگامی‌که سیستم تحت نیروی محوری فشاری قرار می‌گیرد، سرعت دورانی کمانش کاهش می‌یابد؛ همچنین، به ازای سرعت‌های دورانی کمتر از سرعت دورانی کمانش ($\Omega<\Omega_d$)، با افزایش P، هردوی فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو کاهش می‌یابند، درحالی‌که به ازای سرعت‌های دورانی بیشتر از سرعت دورانی کمانش ($\Omega>\Omega_d$)، فرکانس پس‌رو با افزایش P روند کاهشی دارد. همان‌طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، با تغییرات نیروی محوری، شاخه‌های فرکانس به‌صورت موازی جابجا می‌شوند.

۵-۳- اثر گرادیان چگالی و مدول الاستیک

چهار فرکانس اول سیستم برحسب سرعت سیال، هنگامی‌که مدول الاستیک و چگالی در راستای محوری به‌صورت خطی تغییر می‌کنند، در شکل‌های ۷ و ۸ بیان شده است. با افزایش



شکل ۷- فرکانس‌های طبیعی سیستم چرخان برحسب سرعت سیال Ω=5, P=τ=η=0, α_ρ=k=1



شکل ۸- فرکانس‌های طبیعی سیستم چرخان برحسب سرعت سیال Ω=5, P=τ=η=0, α_E=k=1

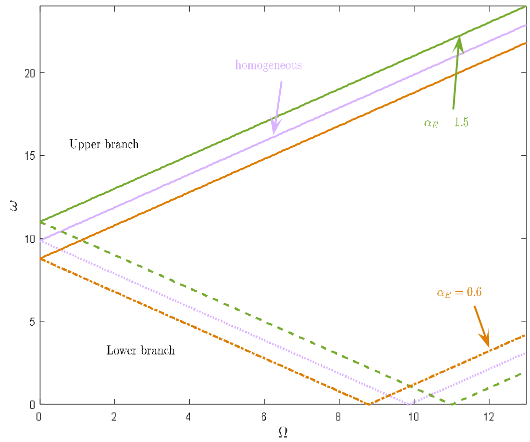
پارامتر گرادیان مدول الاستیک، فرکانس‌های طبیعی، سرعت‌های کمانش و فلاتر افزایش می‌یابند. ازآنجایی‌که پارامتر گرادیان مدول الاستیک، تنها در ماتریس سختی نقش دارد، بنابراین افزایش α_E، متقابلاً اثر افزایش سختی بر سیستم القا می‌کند. به‌بیان‌دیگر، برعکس نیروی محوری فشاری، افزایش α_E منجر به یک سیستم سخت‌تر و پایدارتر می‌شود. با افزایش پارامتر گرادیان چگالی، فرکانس‌های پیشرو به ازای تمامی سرعت‌های سیال کاهش می‌یابند؛ همچنین، برای سرعت‌های سیال کمتر از سرعت کمانش سیال (U<U_d)، با افزایش پارامتر گرادیان چگالی فرکانس‌های پس‌رو کاهش می‌یابند، درحالی‌که برای U>U_d، این روند معکوس می‌شود. با افزایش α_ρ، سرعت‌های کمانش سیال کاهش می‌یابد، اما سرعت فلاتر سیستم تغییری نمی‌کند. براساس شکل‌های ۷ و ۸، دینامیک سیستم، وابستگی بالایی به پارامترهای گرادیان چگالی و مدول الاستیک دارد، مخصوصا برای مودهای ارتعاشاتی بالاتر.

در شکل‌های ۹، فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو سیستم برحسب سرعت چرخشی رسم شده است. مطابق شکل ۹-الف، با افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک، سرعت دورانی کمانش سیستم افزایش می‌یابد. به ازای سرعت‌های دورانی کمتر از سرعت دورانی کمانش (Ω<Ω_d)، با افزایش α_E، هردوی فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو افزایش می‌یابند، درحالی‌که به ازای سرعت‌های دورانی بیشتر از سرعت دورانی کمانش (Ω>Ω_d)، فرکانس پس‌رو با افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک روند کاهشی دارد. با تغییرات α_E، شاخه‌های فرکانس سیستم به‌صورت موازی جابجا می‌شوند. ازآنجاکه افزایش α_E و کاهش P، منجر به افزایش سختی مؤثر سیستم می‌شوند، درنتیجه می‌توان اثرات تغییرات این دو پارامتر بر رفتار دینامیکی سیستم را مخالف یکدیگر در نظر گرفت. با کاهش پارامتر گرادیان مدول الاستیک (یعنی α_E=0.6)، در رفتار دینامیکی سیستم، ناپایداری کمانش مشاهده نمی‌شود. در این حالت شاخه‌های پس‌رو و پیشرو بر روی‌هم منطبق می‌شوند و سیستم پایداری خود را به ازای تمامی سرعت‌های دورانی از طریق ناپایداری فلاتر از دست می‌دهد. هنگامی شاخه‌های بالایی و پایینی فرکانس بر روی‌هم منطبق نباشند، سرعت چرخشی فلاتر سیستم ازنظر تئوری بی‌نهایت است. در مقایسه باحالت همگن، با تغییرات پارامتر گرادیان مدول الاستیک، می‌توان روند تکاملی پایداری سیستم را تغییر داد.

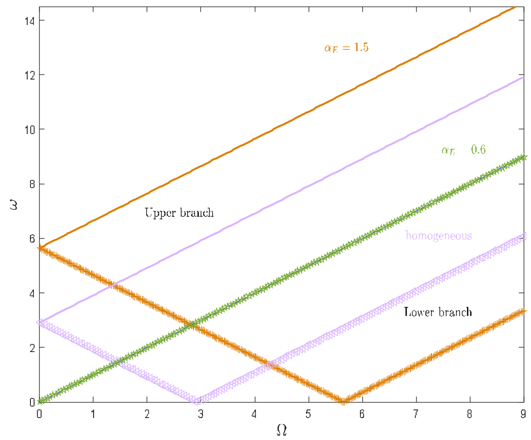
نقشه پایداری سیستم در صفحه U-P در شکل ۱۰ به ازای Ω=5 رسم شده است و سرعت اول کمانش و محدوده‌های فلاتر نشان داده شده‌اند. پاسخ سیستم شامل سه بخش است: پایدار، کمانش و فلاتر. ذکر این نکته حائز اهمیت است که سیستم به ازای تمامی سرعت‌های کمتر از اولین سرعت کمانش سیال (U<U_d^1) پایدار است؛ همچنین فراتر از سرعت فلاتر سیال (U>U_f) سیستم ناپایداری فلاتر را تجربه خواهد کرد. از آنجا که با افزایش نیروی محوری فشاری

سختی مؤثر سیستم کاهش می‌یابد، درنتیجه مناطق پایداری سیستم کوچک می‌شوند و مقاومت سیستم به کمانش و فلاتر کم می‌شود. به‌بیان‌دیگر، افزایش نیروی محوری فشاری، جابجایی مرزهای ناپایداری فلاتر و کمانش به سمت سرعت‌های کمتر را نتیجه می‌دهد؛ همچنین، در سرعت‌های بالای سیال، مرز ناپایداری کمانش از بین می‌رود و با افزایش نیروی محوری فشاری سیستم ناپایداری کمانش را تجربه نمی‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک، نقش تعیین‌کننده‌ای در جابجایی مرزهای پایداری کمانش و فلاتر به سرعت‌های بالاتر ایفا می‌کند. در مقایسه با سیستم همگن، سرعت‌های کمانش و فلاتر سیال با افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک افزایش می‌یابند و مناطق پایداری سیستم منبسط می‌شوند. ضمناً، همان‌طور که مشاهده می‌شود، سرعت‌های کمانش با روش عددی، همخوانی قابل قبولی با روش تحلیلی ارائه شده در پیوست دارند.

برای ارزیابی بهتر اثر گرادیان‌های مدول الاستیک و چگالی در راستای طولی بر دینامیک سیستم، نقشه پایداری سیستم در صفحه Ω-P در شکل ۱۱ به ازای U=1 رسم شده است و محدوده‌های مربوط به کمانش و فلاتر نشان داده شده‌اند. برای سیستم همگن، به ازای سرعت‌های دورانی کم (یعنی Ω<9.1)، با افزایش P، ابتدا سیستم پایدار است و در یک نیروی محوری مشخص متحمل ناپایداری کمانش می‌شود و سپس مجدداً پایدار می شود. به‌عبارت‌دیگر، برای سرعت‌های دورانی نسبتاً کم، ناپایداری اولیه همیشه از نوع کمانش است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، دو ناحیه پایدار توسط مرز ناپایداری کمانش از هم جدا می‌شوند و پدیده کمانش فقط بر روی این مرز اتفاق می‌افتد و ناحیه ناپایداری کمانش وجود ندارد. به‌طور فیزیکی، در این حالت تیر در هردو راستای عرضی کمانش می‌کند؛ همچنین ازآنجایی‌که سیستم کانسرواتیو است، ناپایداری اولیه کمانش است که در سیستم رخ می‌دهد. با افزایش بیشتر نیروی محوری فشاری، سیستم به ازای P>8.9 از طریق ناپایداری فلاتر، پایداری خود را از دست می‌دهد و دیگر پایداری خود را به دست نمی‌آورد. به‌عبارت‌دیگر، در سمت راست خطوط قایم نشان داده شده، سیستم متحمل ناپایداری فلاتر می‌شود؛ همچنین به ازای سرعت‌های دورانی زیاد (مثلاً

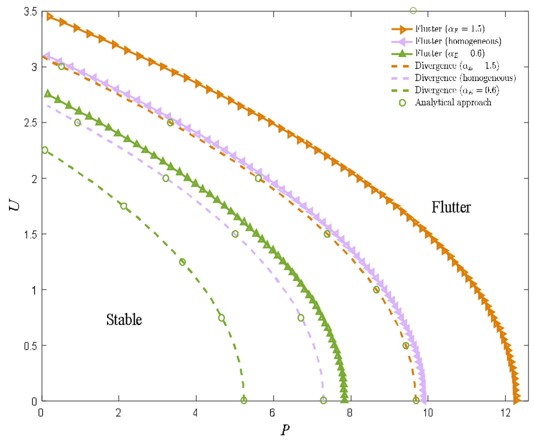


(الف)



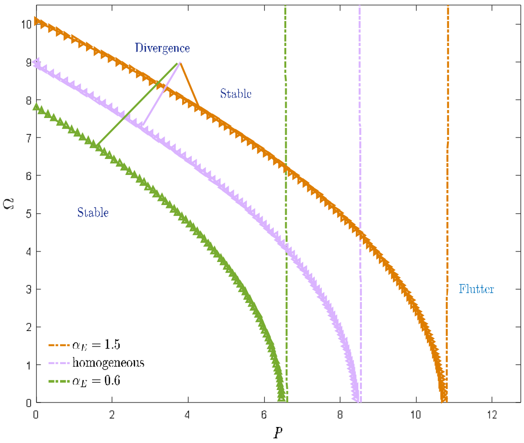
(ب)

شکل ۹- فرکانس‌های طبیعی سیستم چرخان برحسب سرعت سیال U=3 (b) U=0 (a) $k=\alpha_\rho=1$, $P=\tau=\eta=0$



شکل ۱۰- سرعت‌های سیال بحرانی سیستم چرخان برحسب نیروی محوری فشاری $\tau=\eta=0$, $k=\alpha_\rho=1$, $\Omega=5$

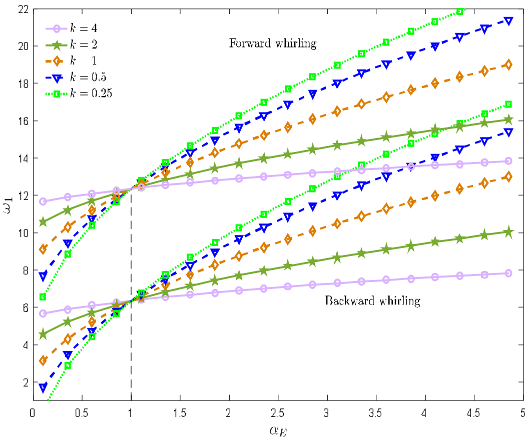
(Ω>9.1)، سیستم ناپایداری کمانش را تجربه نمی‌کند و با افزایش نیروی فشاری محوری ابتدا پایدار است و سپس در سیستم ناپایداری فلاتر رخ خواهد داد. به‌بیان‌دیگر سیستم همگن، به ازای سرعت‌های دورانی کم (مثلاً Ω<9.1) می‌تواند پایدار باشد و ناپایداری‌های کمانش و فلاتر را تجربه کند، اما به ازای Ω<9.1، تنها ناپایداری فلاتر را متحمل می‌شود؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که برای سرعت‌های دورانی کم، روند تکاملی سیستم همگن "پایدار- کمانش -فلاتر" است. درحالی‌که برای سرعت‌های دورانی بالا، روند تکاملی به "پایدار-فلاتر" تغییر پیدا می‌کند و مرز کمانش ناپدید می‌شود. بر اساس شکل ۱۱، با افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک، مرزهای کمانش به سمت نیروهای محوری فشاری و سرعت‌های دورانی بزرگ‌تر جابجا می‌شوند. به‌بیان‌دیگر، با افزایش α_E ناحیه پایداری اولیه برای سیستم بزرگ‌تر می‌شود؛ همچنین ازآنجاکه افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک خاصیت افزایش سختی دارد، درنتیجه محدوده فلاتر نیز به سمت نیروهای محوری بزرگ‌تر جابجا می‌شوند و پدیده فلاتر در نیروهای محوری فشاری بزرگ‌تر رخ می‌دهد. کاهش سرعت دورانی/سیال در سیستم، موجب افزایش سرعت کمانش سیال/دورانی و پیشرفت رفتار دینامیکی می‌شود.



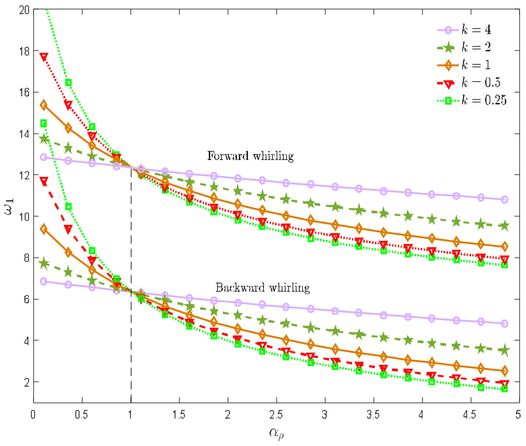
شکل ۱۱- سرعت دورانی بحرانی سیستم چرخان برحسب نیروی محوری فشاری $\tau=\eta=0, k=\alpha_\rho=1, U=1$

۵-۴- اثر شاخص توانی

برای مطالعه اثر شاخص توانی، فرکانس‌های پس‌رو و پیشرو سیستم برحسب پارامترهای گرادیان مدول الاستیک و چگالی در شکل‌های ۱۲ (الف-ب)، رسم شده‌اند. فرکانس‌های سیستم با افزایش α_E و α_ρ به ترتیب کاهشی و افزایشی هستند. اثر شاخص توانی بر فرکانس سیستم در مقادیر بزرگ و کوچک گرادیان ماده محسوس‌تر است. هنگامی‌که پارامتر گرادیان مدول الاستیک بزرگ‌تر/کوچک‌تر از یک است، افزایش شاخص توانی منجر به کاهش/افزایش فرکانس‌های سیستم می‌شود. این روند برای حالت چگالی متغیر برعکس است. هنگامی‌که α_E=1 و α_ρ=1 است، سیستم موردنظر به حالت همگن کاهش می‌یابد و فرکانس‌های طبیعی برای تمامی توزیع‌های مادی سیستم باهم برابر هستند. می‌توان شاخص توانی را به‌عنوان یک پارامتر کلیدی برای کنترل ارتعاشات سیستم معرفی کرد.



(الف)

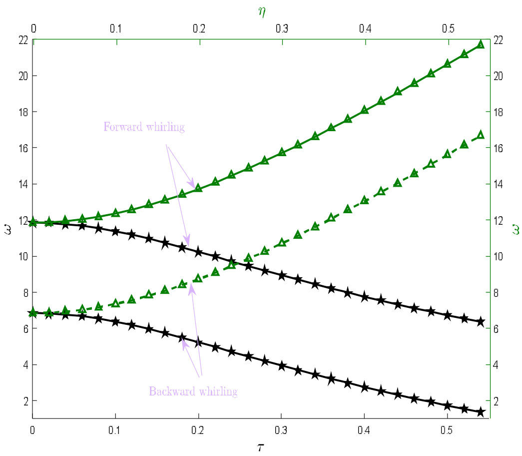


(ب)

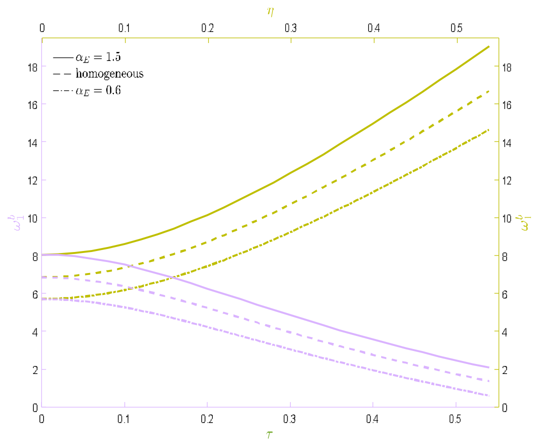
شکل ۱۲- فرکانس‌های سیستم برحسب الف) پارامتر گرادیان مدول الاستیک و ب) گرادیان چگالی $\tau=\eta=0, U=1, \Omega=3$

۵-۵- اثرات پارامترهای وابسته به اندازه

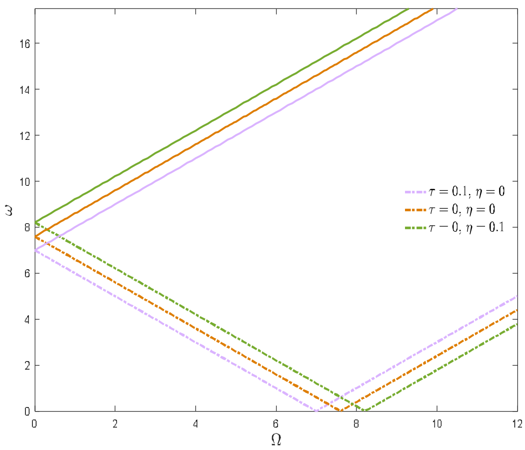
فرکانس سیستم برحسب پارامترهای گرادیان کرنش و غیرمحلی در شکل ۱۳ رسم شده است. فرکانس‌های سیستم با افزایش پارامترهای گرادیان کرنش و غیرمحلی، به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. با اعمال پارامترهای گرادیان کرنش و غیرمحلی، به ترتیب اثرات افزودگی سختی و سختی-نرمی بر سیستم القا می‌کنند. افزایش پارامتر گرادیان کرنش/غیرمحلی، منجر به افزایش رفتار سخت شونده/نرم شونده می‌شود. در شکل ۱۴، نمودار کمپبل با در نظرگیری اثرات اندازه نمایش داده شده است. لحاظ کردن اثر گرادیان کرنش/غیرمحلی، منجر به سخت‌شوندگی/نرم‌شوندگی می‌شود. در نظر گرفتن پارامتر گرادیان کرنش/غیرمحلی، سرعت دورانی کمانش و فرکانس پیشرو سیستم افزایش/کاهش می‌یابد. با افزایش η، فرکانس پس‌رو سیستم قبل و بعد از کمانش، به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. این روند با افزایش τ، معکوس می‌شود. اولین فرکانس پس‌رو سیستم برحسب پارامترهای اندازه و به ازای پارامترهای گرادیان مدول الاستیک و چگالی در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ رسم شده‌اند. همانند پارامترهای گرادیان مدول الاستیک و چگالی، پارامترهای گرادیان کرنش و غیرمحلی نیز در رفتار دینامیکی



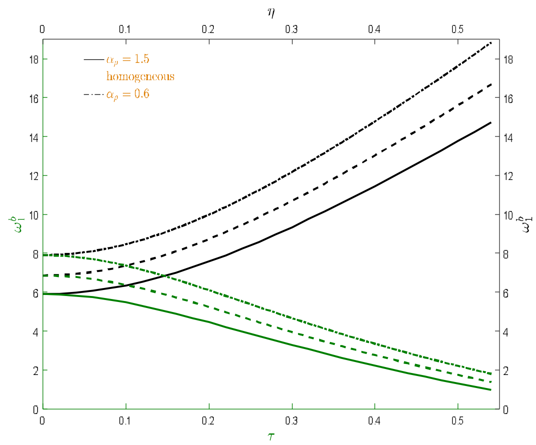
شکل ۱۳- فرکانس‌های سیستم چرخان همگن برحسب پارامترهای وابسته به اندازه Ω=2.5, U=1, P=0



شکل ۱۵- فرکانس‌های پس‌رو برحسب پارامترهای وابسته به اندازه Ω=2.5, U=2, P=0, α_ρ=k=1



شکل ۱۴- فرکانس‌های طبیعی سیستم چرخان همگن برحسب سرعت دورانی U=2, P=0



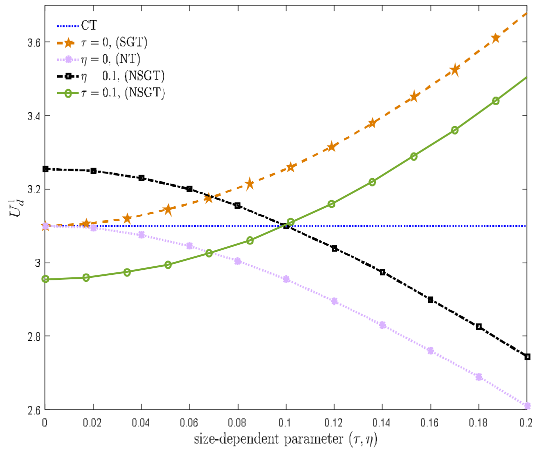
شکل ۱۶- فرکانس‌های پس‌رو سیستم چرخان برحسب پارامترهای وابسته به اندازه Ω=2.5, U=2, P=0, α_E=k=1

نقش متضاد بازی می‌کنند؛ همچون پارامتر گرادیان مدول الاستیک، لحاظ کردن پارامتر گرادیان کرنش پاسخ ارتعاشاتی سیستم را سخت می‌کند. درحالی‌که همچون پارامتر گرادیان چگالی، با در نظرگیری پارامتر محلی، رفتار دینامیکی سیستم از نوع نرم شده می‌شود. افزایش پارامتر گرادیان کرنش/غیرمحلی، صلبیت سیستم را تقویت/تضعیف می‌کند. در مقایسه با پارامتر غیرمحلی، پارامتر گرادیان کرنش اثر محسوس‌تری بر ارتعاشات سیستم دارد.

به‌منظور بررسی پایداری سیستم در حضور اثرات اندازه، در شکل ۱۷، سرعت کمانش سیال برحسب پارامترهای وابسته به‌اندازه رسم شده‌اند. همان‌طور که مشخص است، سرعت‌های بحرانی سیستم وابستگی بالایی به پارامترهای اندازه دارند. براساس این دو شکل می‌توان گفت، مدل کلاسیک (CT) در پیش‌بینی درست آستانه‌های ناپایداری سیستم‌های کوچک اندازه ناتوان است؛ همچنین، با افزایش پارامترهای وابسته به‌اندازه، لوله‌های حامل سیال با مدل‌های تئوری گرادیان کرنش و تئوری غیرمحلی، به ترتیب بیشترین و کمترین سرعت‌های بحرانی را در میان بقیه دارند. از طرف دیگر، مدل تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی با تنظیم صحیح پارامترهای وابسته به‌اندازه و درنتیجه، درنظرگیری هر دو رفتار نرم شوندگی و سخت‌شوندگی در سیستم، قادر به پیش‌بینی دقیق نانولوله‌های حامل سیال چرخان است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، دینامیک سازه‌ای وابسته به‌اندازه نانولوله‌های حامل سیال چرخان مدرج محوری تحت بارمحوری خارجی براساس تئوری گرادیان کرنش غیرمحلی مطالعه شده است. با افزایش مدول الاستیک و کاهش چگالی در راستای طولی سیستم، فرکانس پیشرو سیستم افزایش می‌یابد. اثر گرادیان محوری مواد بر فرکانس پس‌رو سیستم پیچیده‌تر است. اگر در سیستم ناپایداری کمانش رخ دهد، افزایش پارامتر گرادیان مدول الاستیک و کاهش پارامتر گرادیان چگالی، فرکانس پس‌رو را در سرعت‌های کمتر و بیشتر از سرعت سیال کمانش به ترتیب افزایش و کاهش می‌دهند، در غیر این صورت، منجر به کاهش فرکانس پس‌رو سیستم می‌شود. پارامترهای گرادیان چگالی و مدول الاستیک، به ترتیب اثرات ناپایدارکننده و پایدارکننده بر سیستم دارند. در مقایسه با



شکل ۱۷- سرعت سیال بحرانی سیستم چرخان همگن برحسب پارامترهای وابسته به اندازه P=0, Ω=1

تیرهای همگن، تیرهای مدرج محوری هنگامی که چگالی/مدول الاستیک در راستای طولی سیستم کاهش/افزایش یابد، پایدارتر خواهند بود. در حالت چگالی (مدول الاستیک) متغیر، هنگامی‌که $\alpha_\rho>1$ $(\alpha_E<1)$ است، افزایش شاخص توانی منجر به فرکانس‌های طبیعی بزرگ‌تر و سیستم پایدارتر می‌شوند. با تنظیم درست تغییرات محوری مواد می‌توان مرز ناپایداری کمانش را حذف نمود و محدوده‌های ناپایداری فلاتر را به تعویق انداخت. افزایش پارامتر گرادیان کرنش (غیرمحلی)، با اعمال اثر سختی (نرمی)، آستانه‌های ناپایداری سیستم را افزایش (کاهش) می‌دهد.

۷- پیوست

هنگامی‌که سیستم سرعت سیال (یا دوران) بحرانی دارد، کمترین فرکانس طبیعی سیستم یعنی فرکانس پس‌رو سیستم صفر می‌شود. این بدان معنی است که سیستم سختی خود را به ازای مود اصلی از دست می‌دهد؛ درنتیجه، به‌منظور استخراج سرعت بحرانی مربوط به مود اول، معادله (۳۴) با در نظر گرفتن یک مود (r=s=1)، به معادله زیر کاهش می‌یابد:

$$Z_{11} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ -k_{12} & k_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ -g_{12} & g_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & 0 \\ 0 & m_{11} \end{bmatrix} \qquad \text{(الف-۱)}$$

با در نظر گرفتن تغییرات خطی مشخصات مادی برای و نادیده‌گیری اثرات اندازه در سیستم می‌توان نوشت:

$$k_{11} = \pi^4(\alpha_E + 1) - \pi^2(U^2 + P) - \beta\Omega^2$$
$$-(1-\beta)\Omega^2(\alpha_\rho - 1) \quad \text{(الف-۲)}$$

$$k_{12} = 0 \quad \text{(الف-۳)}$$

بر طبق تئوری پایداری سیستم‌های خطی ژیروسکوپیک (۱)، هنگامی‌که مقادیر ویژه سیستم صفر شود، دترمینان ماتریس سختی صفر می‌شود.

۸- مراجع

[1] Ebrahimi-Mamaghani A, Mirtalebi SH, Ahmadian MT (2020) Magneto-mechanical stability of axially functionally graded supported nanotubes. Mater Res Express 6(3): 1250c1255.

[2] Ebrahimi-Mamaghani A, Sarparast H, Rezaei M (2020) On the vibrations of axially graded Rayleigh beams under a moving load. Appl Math Model 84(3): 554-570.

[3] Ebrahimi-Mamaghani A, Sotudeh-Gharebagh R, Zarghami R, Mostoufi N (2019) Dynamics of two-phase flow in vertical pipes. J Fluids Struct 87(1): 150-173.

[4] Ebrahimi-Mamaghani A, Sotudeh-Gharebagh R, Zarghami R, Mostoufi N (2020) Thermo-mechanical stability of axially graded Rayleigh pipes. Mech Based Des Struc 1-30. doi:10.1080/15397734.2020.1717967.

[5] Ebrahimi Mamaghani A, Hosseini R, Shahgholi M, Sarparast H (2018) Free lateral vibration analysis of inhomogeneous beams under various boundary conditions. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 8(1): 123-135. (In Persian)

[6] Ebrahimi Mamaghani A, Sarparast H (2018) Target energy transfer from a doubly clamped beam subjected to the harmonic external load using nonlinear energy sink. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 8(9): 165-177. (In Persian)

[7] Hosseini R, Ebrahimi mamaghani A, Nouri M (2017) An experimental investigation into width reduction effect on the efficiency of piezopolymer vibration energy harvester. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 7(3): 41-51. (In Persian)

[8] Mamaghani AE, Khadem S, Bab S (2016) Vibration control of a pipe conveying fluid under external periodic excitation using a nonlinear energy sink. Nonlinear Dyn 86(1): 1761-1795.

[9] Mamaghani AE, Khadem SE, Bab S, Pourkiaee SM (2018) Irreversible passive energy transfer of an immersed beam subjected to a sinusoidal flow via local nonlinear attachment. Int J Mech Sci 138(8): 427-447.

[10] Mamaghani AE, Zohoor H, Firoozbakhsh K, Hosseini R (2013) Dynamics of a running below-knee prosthesis compared to those of a normal subject. J Solid Mech 6(3): 152-160.

[11] Liang F, Yang XD, Zhang W, Qian YJ (2018) Dynamical modeling and free vibration analysis of spinning pipes conveying fluid with axial deployment. J Sound Vib 417:65-79

[12] Bahaadini R, Saidi AR (2018) Stability analysis of thin-walled spinning reinforced pipes conveying fluid in thermal environment. Eur J Mech A Solids 72: 298-309

[13] Liang F, Yang XD, Qian YJ, Zhang W (2018) Transverse free vibration and stability analysis of spinning pipes conveying fluid. Int J Mech Sci 137: 195-204

[14] Liang F, Yang XD, Zhang W, Qian YJ (2018) Nonlinear free vibration of spinning viscoelastic pipes conveying fluid. Int J Appl Mech 10(07): 1850076

[15] Hosseini R, Hamedi M, Ebrahimi Mamaghani A, Kim HC, Kim J, Dayou J (2017) Parameter identification of partially covered piezoelectric cantilever power scavenger based on the coupled distributed parameter solution. Int J Smart Nano Mater 8(2): 110-124.

[16] Safarpour M, Rahimi A, Alibeigloo A, Bisheh H, Forooghi A (2019) Parametric study of three-dimensional bending and frequency of FG-GPLRC porous circular and annular plates on different boundary conditions. Mech Based Des Struc Mach 1-31. doi:10.1080/15397734.2019.1701491.

[17] Jermsittiparsert K, Ghabussi A, Forooghi A, Shavalipour A, Habibi M, Won Jung D, Safa M (2020) Critical voltage, thermal buckling and frequency characteristics of a thermally affected GPL reinforced composite microdisk covered with piezoelectric actuator. Mech Based Des Struc Mach 1-23. doi:10.1080/15397734.2020.1748052.

[18] Abdelmalek Z, Karbon M, Eyvazian A, Forooghi A, Safarpour H, Tlili I (2020) On the dynamics of a curved microtubule-associated proteins by considering viscoelastic properties of the living biological cells. J Biomol Struc Dyn 1-15. doi: 10.1080/07391102.2020.1747549

[19] Tu Q, Yang Q, Wang H, Li S (2016) Rotating carbon nanotube membrane filter for water desalination. Sci Rep 6: 26183

[20] Pardo J, Peng Z, Leblanc RM (2018) Cancer targeting and drug delivery using carbon-based quantum dots and nanotubes. Molec 23 (2): 378

[21] Narendar S (2012) Differential quadrature based nonlocal flapwise bending vibration analysis of

[33] Forooghi A, Ebrahimi mamaghani A (2020) Investigation of dynamics and stability behavior of axially moving micro-beams with functionally graded property in the longitudinal direction. J Solid Fluid Mech 10(2): 79-94. doi: 10.22044/jsfm.2020.8952.3027. (In Persian)

[34] Ghane M, Saidi AR, Bahaadini R (2020) Vibration of fluid-conveying nanotubes subjected to magnetic field based on the thin-walled Timoshenko beam theory. Appl Math Model 80: 65-83

[35] Farajpour A, Ghayesh MH, Farokhi H (2019) Large-amplitude coupled scale-dependent behaviour of geometrically imperfect NSGT nanotubes. Int J Mech Sci 150: 510-525

[36] Shen J, Wang P, Li C, Wang Y (2019) New observations on transverse dynamics of microtubules based on nonlocal strain gradient theory. Compos Struc 225: 111036

[37] Mahinzare M, Mohammadi K, Ghadiri M (2019) A nonlocal strain gradient theory for vibration and flutter instability analysis in rotary SWCNT with conveying viscous fluid. Wav Rand Comp Media 1-26

[38] Eftekhari M, Hosseini M (2016) On the stability of spinning functionally graded cantilevered pipes subjected to fluid-thermomechanical loading. Int J Struc Stab Dyn 16(09): 1550062

[39] Setoodeh A, Afrahim S (2014) Nonlinear dynamic analysis of FG micro-pipes conveying fluid based on strain gradient theory. Compos Struc 116: 128-135

[40] Deng J, Liu Y, Zhang Z, Liu W (2017) Size-dependent vibration and stability of multi-span viscoelastic functionally graded material nanopipes conveying fluid using a hybrid method. Compos Struc 179: 590-600

[41] Filiz S, Aydogdu M (2015) Wave propagation analysis of embedded (coupled) functionally graded nanotubes conveying fluid. Compos Struc 132: 1260-1273

[42] Li X, Li L, Hu Y, Ding Z, Deng W (2017) Bending, buckling and vibration of axially functionally graded beams based on nonlocal strain gradient theory. Compos Struc 165: 250-265

[43] Bahaadini R, Hosseini M, Jamali B (2018) Flutter and divergence instability of supported piezoelectric nanotubes conveying fluid. Physica B: Condensed Matter 529: 57-65

[44] Lu P, Lee H, Lu C, Zhang P (2006) Dynamic properties of flexural beams using a nonlocal elasticity model. J appl phy 99(7): 073510

[45] Atashafrooz M, Bahaadini R, Sheibani HR (2020) Nonlocal, strain gradient and surface effects on vibration and instability of nanotubes conveying nanoflow. Mech Adv Mater Struc 27(7): 586-598

rotating nanotube with consideration of transverse shear deformation and rotary inertia. Appl Math Comp 219(3): 1232-1243

[22] Ilkhani M, Nazemnezhad R (2019) Molecular dynamics simulation and size dependent cylindrical shell models for vibrations of spinning axially loaded carbon nanotubes. Europea J Mech A Solids 77: 103804

[23] Torkaman-Asadi M, Rahmanian M, Firouz-Abadi R (2015) Free vibrations and stability of high-speed rotating carbon nanotubes partially resting on Winkler foundations. Compos Struc 126:52-61

[24] Hosseini-Hashemi S, Ilkhani M (2016) Exact solution for free vibrations of spinning nanotube based on nonlocal first order shear deformation shell theory. Compos Struc 157:1-11

[25] SafarPour H, Ghadiri M (2017) Critical rotational speed, critical velocity of fluid flow and free vibration analysis of a spinning SWCNT conveying viscous fluid. Microflu and Nanoflu 21 (2):22

[26] Esfahani S, Esmaeilzade Khadem S, Ebrahimi Mamaghani A (2019) Size-dependent nonlinear vibration of an electrostatic nanobeam actuator considering surface effects and inter-molecular interactions. Int J Mech Mater Des 15(1): 489-505.

[27] Esfahani S, Khadem SE, Mamaghani AE (2019) Nonlinear vibration analysis of an electrostatic functionally graded nano-resonator with surface effects based on nonlocal strain gradient theory. Int J Mech Sci 151(1): 508-522.

[28] Sarparast H, Ebrahimi-Mamaghani A (2019) Vibrations of laminated deep curved beams under moving loads. Compos Struc 226(3): 111262.

[29] Mirtalebi SH, Ahmadian MT, Ebrahimi-Mamaghani A (2019) On the dynamics of micro-tubes conveying fluid on various foundations. SN Appl Sci 1(1): 547.

[30] Mirtalebi SH, Ebrahimi-Mamaghani A, Ahmadian MT (2019) Vibration control and manufacturing of intelligibly designed axially functionally graded cantilevered macro/micro-tubes. IFAC-PapersOnLine 52(2): 382-387.

[31] Sarparast H, Ebrahimi-Mamaghani A, Safarpour M, Ouakad HM., Dimitri R, Tornabene F (2020) Nonlocal study of the vibration and stability response of small-scale axially moving supported beams on viscoelastic-Pasternak foundation in a hygro-thermal environment. Math Meth Appl Sci. doi: org/10.1002/mma.6859

[32] Ebrahimi-Mamaghani A, Forooghi A, Sarparast H, Alibeigloo A, Friswell MI (2020) Vibration of viscoelastic axially graded beams with simultaneous axial and spinning motions under an axial load. Appl Math Model 90: 131-150. doi: 10.1016/j.apm.2020.08.041

[46] Mirramezani M, Mirdamadi HR (2012) Effects of nonlocal elasticity and Knudsen number on fluid–structure interaction in carbon nanotube conveying fluid. Physica E: Low-dimensional Sys Nanostruc 44(10): 2005-2015

[47] Lee H-L, Chang W-J (2009) Vibration analysis of a viscous-fluid-conveying single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium. Physica E: Low-dimensional Sys Nanostruc 41(4): 529-532

[48] Paidoussis MP (1998) Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow, vol 1. Academic press, London.