مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۹/ دوره ۱۰/ شماره ۴/ صفحه ۴۰-۲۷

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

DOI: 10.22044/jsfm.2020.9359.3118

طراحی حسگر جرمی گرافن با حساسیت بالا در سنجش چینش‌های مختلف جرمی بر اساس جابه‌جایی فرکانس غیرخطی

علی اکبر تقی زاده انوار[1] و حسین محمدی[2،*]

[1] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

[2] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۰۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۰۴

چکیده

در این مقاله از صفحه گرافن برای طراحی حسگر جرمی با حساسیت بالا استفاده می‌شود. برای این منظور، ارتعاشات غیرخطی نانوصفحه کربنی بر بستر وینکلر و پسترناک، جهت استفاده به‌عنوان حسگر جرمی بررسی می‌شود. برای مدل‌سازی نانو صفحه حسگر، از نظریه صفحه غیر موضعی کیرشهف استفاده می‌شود و اثر جرم‌های متمرکز واقع بر نقاط دلخواه از صفحه در نظر گرفته می‌شود، سپس از روش گالرکین جهت تبدیل معادله پاره‌ای حاکم به معادله دیفرانسیل معمولی استفاده می‌شود. در مرحله بعد، از روش سری با مقیاس‌های زمانی چندگانه، پاسخ فرکانسی غیرخطی سیستم به دست می‌آید. پارامتر غیرموضعی که نقش مهمی در رفتار نانو سیستم دارد، از طریق مقایسه نتایج کار با پژوهش‌های دیگر، تعیین می‌شود و فرکانس طبیعی نانوصفحه کربنی با نتایج دینامیک مولکولی صحت سنجی می‌شود. ابعاد نانوصفحه و مشخصات بستر مورد استفاده به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که حسگر طراحی شده، قابلیت تشخیص تک جرم در مرکز نانوصفحه با مقدار پنج زپتوگرم را داشته باشد. قابلیت تشخیص جرمی در چینش‌های مختلف جرمی نیز، بررسی و با یکدیگر مقایسه خواهند شد.

کلمات کلیدی: ارتعاشات غیرخطی؛ جرم گسترده؛ حسگر جرم سنج؛ صفحه گرافنی؛ نظریه غیرموضعی.

Designing of a High Sensitivity Graphene Mass Sensor for Measuring Different Mass Distributions Based on Nonlinear Frequency Shift

A.A. Taghizade Anvar [1], H. Mohammadi[2,*]

[1] MSc Student, School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.

[2] Assist. Prof., School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.

Abstract

Graphene Sheets are used in this paper to design a high-sensitivity mass sensor. For this purpose, the nonlinear vibrations of carbon nanoplates on the Winkler and Pasternak foundation are investigated for use as a mass sensor. Kirchhoff's nonlocal plate theory is used to model the sensor's nanoplate, and the effect of concentrated masses on the arbitrary points of the plate is considered, then the Galerkin method is used to transform the partial governing equation into the ordinary differential equation. Next, the nonlinear frequency response of the system is obtained by the series method with multiple time scales. The nonlocal parameter that plays an important role in the behavior of the nano system is determined by comparing the results with other studies, and the natural frequency of the carbon nanoplate is verified with the molecular dynamic results. The dimensions of the nanoplate and the characteristics of the foundation used are such that the designed sensor is capable of detecting a single mass in the nanoplate center with five zeptograms. This ability to detect in different mass configurations has also been investigated and compared.

Keywords: Nonlinear vibrations;mass distribution;mass sensor; ;graphene sheet;nonlocal elasticity.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۷۱۳۶۱۳۳۳۸۴؛ فکس: ۰۷۱۳۶۲۸۷۵۰۸

آدرس پست الکترونیک: h_mohammadi@shirazu.ac.ir

۱- مقدمه

خواص منحصربه‌فرد حرارتی، الکتریکی، شیمیایی و مکانیکی نانوساختارها باعث توجه بیش‌ازپیش محققان به این ساختارها شده است. بررسی و پیش‌بینی دقیق رفتار ساختارهای نانو مقیاس از طریق نظریه‌های حاکم بر سیستم‌های با ابعاد بزرگ‌تر ناممکن است. به این جهت روش‌های جدیدی مانند، مکانیک کوانتوم [۱] دینامیک مولکولی [۲]، مکانیک مولکولی [۳] و روش‌های غیرموضعی [۴] استفاده می‌شود. برای استفاده از این رفتار منحصربه‌فرد به‌صورت کاربردی، زمینه‌های تحقیقاتی و صنعتی گوناگون مانند، طراحی انواع حسگرهای جرم سنج [۵] و فشارسنج [۶]، سلول‌های خورشیدی [۷]، قطعات الکترومکانیکی [۸]، کامپوزیت‌ها [۹] و روش‌های نوین رسانش دارو [۱۰] به وجود آمده است. در بخش عمده‌ای از این زمینه‌ها، از نانوساختار استفاده می‌شود که این موضوع اهمیت بررسی رفتار این ساختارها را نمایان می‌سازد.

برای شناسایی و بررسی خواص نانوساختارها، روش‌های مختلفی وجود دارد. این روش‌ها را می‌توان به دو دسته، آزمایشگاهی و غیر آزمایشگاهی تقسیم کرد. روش‌های آزمایشگاهی به علت نیازمندی به دستگاه‌های پیشرفته و دشواری فراهم کردن شرایط ایده آل محیطی جهت انجام صحیح آزمایش، از لحاظ علمی بسیار پیچیده و از لحاظ مالی پرهزینه هستند. روش‌های محاسباتی از طریق پیش‌بینی رفتار سیستم می‌توانند تا حد زیادی هزینه‌های انجام آزمایش را کاهش دهند.

دقیق‌ترین روش محاسباتی در حال حاضر، مکانیک کوانتوم [۱] است. در این روش به کمک حل معادله شرودینگر، چگونگی برهم‌کنش بین اتم‌ها بررسی می‌شود. این روش حجم زیادی از محاسبات را در برمی‌گیرد، به همین علت نمی‌توان این روش را برای بررسی تعداد زیادی اتم به کار گرفت. روش بعد دینامیک مولکولی [۲] است که اتم‌ها را کوچک‌ترین واحد سازنده نانوساختار در نظر می‌گیرد. طبق این روش، اطراف هر اتم میدان پتانسیلی در نظر گرفته می‌شود که اتم‌های دیگر با توجه به محل حضورشان نسبت به اتم مرکزی تحت نیرو قرار می‌گیرند. سپس از طریق حل عددی معادله نیوتن برای تک‌تک اتم‌ها می‌توان برهمکنش اتم‌ها را بررسی کرد. روش دینامیک مولکولی به علت در نظر نگرفتن الکترون‌ها در محاسبات خود، دقت پایین‌تری نسبت به روش مکانیک کوانتوم دارد، اما حجم کمتر محاسبات، باعث شده است، زمانی که خطای محاسبات نسبت به روش مکانیک کوانتوم قابل صرف‌نظر باشد، از این روش استفاده گردد.

رهیافت دیگر استفاده از روابط مکانیک محیط‌های پیوسته [۱۱] برای مدل‌سازی رفتار نانوساختارها است. این روش که بخش مهمی از مکانیک کلاسیک را تشکیل می‌دهد، از طریق مدل‌سازی به بررسی رفتار ساختارها می‌پردازد. در این روش فرض می‌شود، خواص فیزیکی و مکانیکی ماده مورد بررسی به‌صورت پیوسته در فضای اشغالی آن پخش شده است. ریسمان، تیر، ورق و پوسته، ازجمله مهم‌ترین مدل‌های مکانیکی است که برای پیش‌بینی رفتار انواع مواد با اشکال گوناگون استفاده می‌شوند. از این مدل‌ها می‌توان برای پیش‌بینی رفتار نانوساختارها نیز استفاده کرد. به‌عنوان‌مثال از مدل ورق جهت مدل‌سازی نانوصفحه و مدل تیر جهت مدل‌سازی نانولوله می‌توان استفاده کرد. هنگام استفاده از این مدل‌ها در ابعاد نانو، بایستی تأثیر اندازه را وارد رابطه حاکم کرد. علت این امر، غیرقابل صرف‌نظر بودن فواصل بین‌اتمی نسبت به ابعاد کل ساختاراست. به این منظور می‌توان با استفاده از رابطه متشکله غیرموضعی [۱۲]، ثابت اندازه را وارد رابطه حاکم کرد. ثابت اندازه از طریق تطابق نتایج این روش با روش‌های دقیق‌تر همچون دینامیک مولکولی تعیین می‌شود.

نانوساختارها باعث ایجاد زمینه‌های تحقیقاتی جدیدی در علم مکانیک نیز شده‌اند. ازجمله این زمینه‌ها، می‌توان نانو کامپوزیت‌ها [۱۳]، نانوربات‌ها [۱۴] و نانوحسگرها [۱۵] را نام برد. نانو کامپوزیت‌ها از طریق افزودن ساختارهای نانو به‌عنوان تقویت‌کننده، باعث افزایش استحکام سازه می‌شوند [۱۶]. نانو ربات‌ها از کنار هم قراردادن نانو ساختارها جهت اهداف مشخص مانند رسانش دارو [۱۷] ساخته می‌شوند. دیگر کاربرد نانوساختارها در طراحی نانوحسگرها جهت تشخیص سلول‌های سرطانی [۱۸] و تشخیص جرم‌های کم مانند جرم ویروس‌ها و باکتری‌ها [۱۹]، شناسایی گازها [۲۰] و اندازه‌گیری گلوکز قند خون [۲۱] هست.

نانوحسگرها توانایی اندازه‌گیری متغیرهای فیزیکی و شیمیایی با حساسیت بالا را دارند. فن‌های مختلفی در

طراحی این حسگرها استفاده می‌شود. یکی از رایج‌ترین فن‌ها، استفاده از جابه‌جایی فرکانس طبیعی دستگاه است. با اندازه‌گیری این جابه‌جایی می‌توان پارامترهای فیزیکی و شیمیایی مانند جرم را تشخیص داد. محققان زیادی به کمک روش‌های مختلف این قابلیت را در نانوساختارها نشان داده‌اند. جیانوپولوس [۲۲] از طریق مدل‌سازی مکانیکی فلورن به توانایی استفاده ازآن‌جهت تشخیص جرم با اندازه ده درصد جرم اتمی کربن از طریق جابه‌جایی فرکانسی اشاره‌کرده است. وو و همکاران [۲۳]، با استفاده از نانولوله کربنی دولایه به‌عنوان نانوتشدیدگر توانسته‌اند جرم با اندازه کمتر از یک آتوگرم را در آزمایشگاه اندازه‌گیری کنند. ولودین و همکاران [۲۴]، با استفاده از تحریک خارجی الکتریکی و صوتی نانولوله پیچی[1] توانایی اندازه‌گیری جرم با اندازه چند ده آتوگرم را توسط این سیستم نشان داده‌اند. چیو و همکاران [۲۵]، با استفاده از نانولوله دوسر درگیر و استفاده از خاصیت جابه‌جایی فرکانسی هنگام اتصال جرم، جرم نانولوله را اندازه‌گیری کرده، از این طریق توانسته‌اند، جرم اتمی آرگون که معادل شصت‌وشش هزارم زپتوگرم است را اندازه‌گیری کنند. آن‌ها پیش‌بینی کرده‌اند، با کوتاه کردن طول نانولوله و کاهش دمای محیط این سیستم بتواند جرم با ابعاد یک یوکتوگرم را نیز اندازه‌گیری کنند. شن و همکاران [۲۶]، از نظریه غیرموضعی صفحه کیرشهف استفاده کرده و قابلیت استفاده از نانوصفحه کربنی تک لایه در شناسایی جرم با ابعاد یک زپتوگرم را از طریق جابه‌جایی فرکانس طبیعی نشان داده‌اند. این نتیجه با تحقیق‌های انجام شده دیگر [۲۷] نیز تطابق دارد. لی و همکاران [۲۸]، تأثیر هندسه و متغیر غیرموضعی بر میزان حساسیت حسگر جرمی بر پایه نانوصفحه کربنی را بررسی کرده‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند، نانوصفحه مربعی بیشترین حساسیت را در مقایسه با سایر هندسه‌ها دارد؛ همچنین با افزایش متغیر غیرموضعی، جابه‌جایی فرکانسی ناشی از افزایش جرم افزایش می‌یابد و حساسیت حسگر بیشتر می‌شود. ناتسوکی و همکاران [۲۹]، با مدل‌سازی نانوصفحه دولایه، افزایش حساسیت را نسبت به حالت تک لایه نشان داده‌اند. لی و همکاران [۳۰]، با استفاده از جابه‌جایی فرکانسی نانولوله کربنی، حسگری با توانایی تشخیص جرم نقطه‌ای با اندازه یک زپتوگرم را معرفی کرده‌اند. فاخر و همکاران [۳۱]، با استفاده از فرم انتگرالی الاستیسیته غیرموضعی و کمک گرفتن از روش اجزا محدود، کاربرد نانولوله یکسر درگیر را به‌عنوان حسگر جرم سنج بررسی کرده‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند، با در نظر گرفتن خواص غیرموضعی، جابه‌جایی فرکانس طبیعی اول و دوم هنگام افزودن جرم کاهش قابل توجهی دارد. آردا و همکاران [۳۲]، در مدل‌سازی نانولوله کربنی به‌عنوان حسگر جرم سنج، سختی جرم را نیز در نظر گرفته‌اند. این موضوع موجب افزایش فرکانس طبیعی سیستم شده است. کریم پور و قادری [۳۳]، به شبیه‌سازی نانو تیر همراه با لایه به پیزوالکتریک و توده جذب شده توسط آن پرداخته‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند، توده جذب شده در نوک تیر بیشترین تأثیر را روی مود فرکانس می‌گذارد و باعث کاهش آن نسبت به حالت بدون بارگذاری جرم می‌شود.

یکی دیگر از روش‌های طراحی حسگر، در نظر گرفتن رفتار غیرخطی سیستم حول فرکانس طبیعی است. جهت بررسی معادلات دیفرانسیل غیرخطی به‌صورت تحلیلی روش‌هایی ازجمله هوموتوپی [۳۴]، بالانس انرژی [۳۵]، روش‌های تغییراتی [۳۶] و روش مقیاس‌های زمانی چندگانه [۳۷] وجود دارند. دای و همکاران [۳۸]، افزایش حساسیت حسگر بر پایه نانولوله و نانوصفحه کربنی با در نظر گرفتن ارتعاشات غیرخطی را توسط گسسته سازی با روش ریلی ریتز[2] سپس حل عددی نشان داده‌اند. چو و همکاران [۳۹] با مدل‌سازی نانوتشدیدگر غیرخطی و انجام آزمایش روی نانولوله کربنی دوسر درگیر، حساسیت این سیستم به جرمی با اندازه یک فمتوگرم را نشان داده اند. عسکری و همکاران [۴۰]، به کمک روش معیارهای زمانی چندگانه رفتار ارتعاشی گرافن بر بستر غیرخطی را بررسی و قابلیت شناسایی تک جرم قرارگرفته در وسط صفحه با اندازه یک‌دهم فمتوگرم توسط این روش را گزارش کرده‌اند. بهروز و همکاران [۴۱]، به بررسی رفتار غیرخطی نانوتیر همراه با لایه‌های پیزوالکتریک و زیستی به‌منظور تشخیص مواد زیستی پرداخته‌اند. آن‌ها پس از حل معادله حاکم با روش معیارهای زمانی چندگانه نشان داده‌اند، جهت استفاده از پدیده جهش

[1] Coiled Nanotube

[2] Rayleigh–Ritz

در این تشخیص بایستی فرکانس ارتعاشات تیر برابر نقطه دوشاخگی بالا[1] باشد.

در پژوهش حاضر، دو موضوع مهم و جدید پیگیری می‌شود، ابتدا به ارتقای دقت و حساسیت حسگر جرمی توجه شده است؛ از طرف دیگر، ازآنجایی‌که امکان حضور هم‌زمان چندین جرم مختلف روی حسگر وجود دارد، در این مقاله، حسگر جرمی به‌گونه‌ای طراحی شده است که در حضور چینش‌های مختلف جرمی، توانایی تشخیص جرم با دقت بالا را داشته باشد. برای مدل‌سازی حسگر جرمی گرافن، سیستم به‌صورت یک صفحه کلاسیک با معادلات غیرموضعی مدل شده است. این صفحه در هر چهار سمت تکیه‌گاه ساده دارد و روی بستر غیرخطی وینکلر و پسترناک قرار داده شده است تا با تنظیم پارامترهای بستر بتوان حسگر موردنظر را طراحی کرد. برای در نظر گرفتن تأثیر اندازه بر مدل‌سازی نانوصفحه از رابطه متشکله ارینگن [۲۸] استفاده شده است. پس از به دست آوردن معادله ارتعاشی غیرموضعی حاکم بر سیستم، از طریق روش گالرکین معادله موردنظر گسسته شده است. در این مرحله، تنها شکل مود اول در حالت تکیه‌گاه ساده مورد توجه قرارگرفته است؛ زیرا رفتار ارتعاشی سیستم تنها حول فرکانس طبیعی اول خود مورد نظر بوده است. در مرحله بعد به کمک روش مقیاس‌های زمانی چندگانه، پاسخ فرکانسی به‌دست‌آمده و تأثیر افزون جرم بر دامنه ارتعاشات پایدار نزدیک به تشدید اولیه در اندازه‌ها و چینش‌های گوناگون جرمی بررسی شده است.

ابعاد گرافن و مشخصات بستر به شکلی طراحی شده‌اند که توانایی تشخیص جرم با اندازه پنج زپتوگرم را در حالت قرارگیری تک جرم در مرکز نانوصفحه دارا است. تشخیص جرم با این ابعاد تنها از طریق در نظر گرفتن خواص غیرخطی گرافن با ابعاد و بستری خاص قابل‌دستیابی است. این موضوع برای اولین بار از طریق روش تحلیلی برای نانوصفحه کربنی نشان داده شده است. این قابلیت می‌تواند در تشخیص جرم‌های بسیار کوچک زیستی مانند تک مولکول پروتئین کاربرد عمده‌ای داشته باشد؛ همچنین این حسگر برای جرم‌های خارج از مرکز در سه چینش گوناگون نیز بررسی شده است. این بررسی وابستگی تشخیص حسگر طراحی شده به تمرکز جرم در مرکز را نشان می‌دهد.

[1] Up Bifurcation

۲- مدل‌سازی دینامیکی

۲-۱- الاستیسیته غیرموضعی

در الاستیسیته غیرموضعی، تنش هر نقطه علاوه بر کرنش همان نقطه، به کرنش سایر نقاط مرتبط می‌شود. ارینگن [۴۲] این ارتباط را توسط معادله (۱) مشخص کرد:

$$\sigma_{ij}(x) = \int_V \phi(|x'-x|, e_0a)t_{ij}(x')\ \mathrm{d}V(x'), \qquad (۱)$$

که σ_{ij} تانسور تنش غیرموضعی، ϕ کرنل غیرموضعی و e_0a ضریب غیر موضعی و $t_{ij}(x')$ تنش کلاسیک است. کرنل غیر موضعی تعیین‌کننده میزان تأثیر کرنش هر نقطه در تنش نقطه مورد نظراست. میزان این تأثیر، تابع فاصله هر نقطه تا نقطه موردنظر و ضریب غیرموضعی هست. ضریب غیرموضعی به نسبت ثابت شبکه ساختار به ابعاد ساختار بستگی دارد. این ثابت را می‌توان از طریق تطابق نتایج روش غیرموضعی با روش‌های دقیق‌تر مانند، روش مکانیک کوانتوم و دینامیک مولکولی به دست آورد. تنش کلاسیک را می‌توان در حالت عمومی برای مواد ایزوتروپیک همگن برحسب کرنش‌ها نوشت [۴۳]:

$$t_{ij}(x') = \lambda\epsilon_{kk}(x')\delta_{ij} + 2\overline{\mu}\epsilon_{ij}(x'). \qquad (۲)$$

در رابطه (۲)، λ و $\overline{\mu}$ ضرایب لامه ، ϵ_{kk} تانسور کرنش و δ_{ij} دلتای کرانکراست. با استفاده از تابع دوبعدی گرین به‌عنوان کرنل غیرموضعی، در حالت دوبعدی معادله (۱) را می‌توان به‌صورت معادله دیفرانسیلی (۳) بازنویسی کرد [۴]:

$$\sigma_{ij} = t_{ij} - (e_0a)^2\nabla^2 t_{ij}. \qquad (۳)$$

۲-۲- رابطه حاکم بر مدل ارائه‌شده

به علت کوچک بودن یکی از ابعاد نانوصفحه کربنی نسبت به سایر ابعاد آن، می‌توان از المان ورق در مدل‌سازی این سیستم استفاده کرد. المان‌های گوناگونی در مدل‌سازی ورق استفاده می‌شوند که به علت تک لایه بودن نانوصفحه و قابلیت صرف‌نظر کردن از تنش برشی و اینرسی چرخشی، المان ورق کلاسیک (کیرشهف) دقت قابل قبولی دارد. جهت طراحی حسگر نانوصفحه بر بستر غیرخطی وینکلر و پسترناک قرارگرفته است. انتخاب مناسب متغیرهای بستر،

موجب تنظیم حساسیت حسگر مورد نظر می‌شود. شکل ۱ به‌صورت نمادین سیستم مدل‌سازی شده را نشان می‌دهد.

به کمک رابطه (۳) به‌عنوان رابطه متشکله و مدل صفحه کیرشهف، رابطه حاکم سیستم نشان داده شده در شکل ۱ به‌صورت معادله (۴) به دست می‌آید [۴۰]:

$$D\nabla^4 W(x,y,t) = (1-(e_0 a)^2\nabla^2)\left(-\rho h\frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial t^2}\sum_{p=1}^{n} m_p\delta(x-x_p,y-y_p) + f(x,y,t) - \mu'\frac{\partial W(x,y,t)}{\partial t} - k_1 W(x,y,t) - k_3 W^3(x,y,t)\right),$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

$$\delta(x-x_p,y-y_p) = \begin{cases} \infty & x = x_p \text{ and } y = y_p \\ 0 & \text{Else,} \end{cases} \qquad (۴)$$

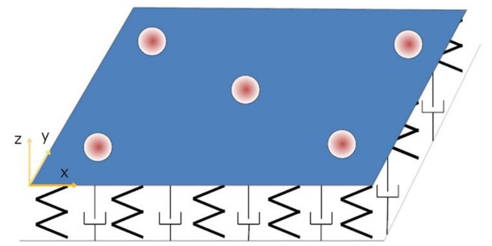
متغیرهای استفاده شده در این رابطه در بخش فهرست علائم معرفی خواهند شد. رابطه بالا برای سیستم با n جرم گوناگون در نقاط مختلف برقرار است. در این رابطه در صورت صفر قراردادن ضریب غیر موضعی به مدل موضعی (کلاسیک) صفحه کیرشهف خواهیم رسید. معادله ارائه شده (۴) می‌تواند برای چینش‌های مختلف جرمی استفاده شود. در این مقاله به بررسی سه چینش خاص پرداخته خواهد شد. این سه چینش در شکل ۲ معرفی شده‌اند.

۳- حل با روش معیارهای زمانی چندگانه

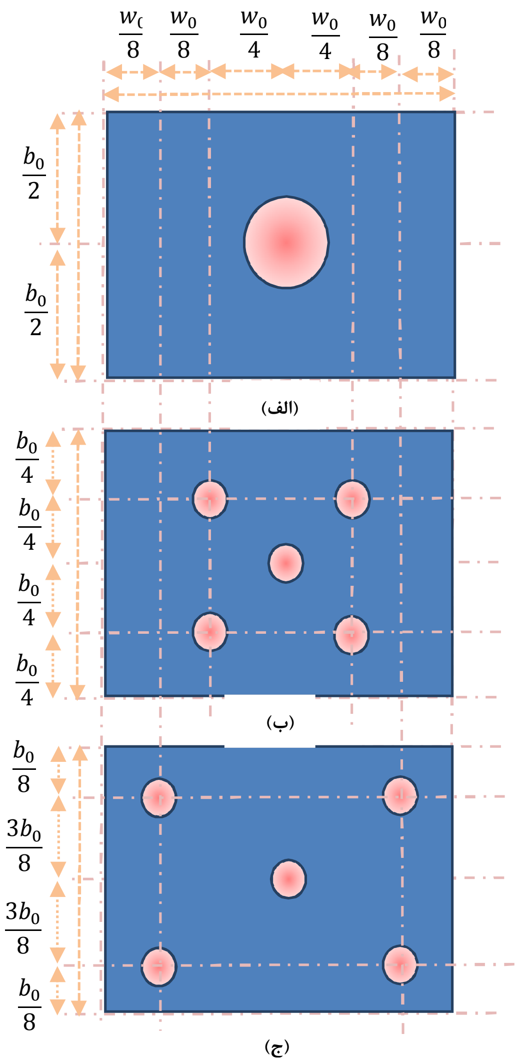
قبل از حل به روش معیارهای زمانی چندگانه ابتدا بایستی معادله پاره‌ای حاکم گسسته سازی شود. به این منظور، پاسخ را به‌صورت حاصل ضربی از متغیرهای مستقل به‌صورت رابطه (۵) می‌نویسیم:

$$W(x,y,t) = \bar{\phi}(x,y)P(t), \qquad (۵)$$

که $\bar{\phi}(x,y)$ بخش مکانمند و $P(t)$ بخش زمانمند پاسخ دستگاه است. بخش مکانمند پاسخ، مجموع توابع مستقلی است که هرکدام شرایط مرزی هندسی سیستم را به‌تنهایی ارضاء می‌کنند.



شکل ۱- شکل نمادین ورق مدل‌سازی شده که روی بستر وینکلر و پسترناک غیرخطی قرار دارد



شکل ۲- چینش‌های مختلف قرارگرفتن جرم‌ها روی نانوصفحه: الف) تمام جرم در مرکز نانوصفحه طبق چینش یک (C 1) قرارگرفته است، ب) جرم در پنج قسمت نانوصفحه طبق چینش دو (C 2) پخش‌شده است و ج) جرم در پنج قسمت نانو صفحه طبق چینش سه (C 3) پخش شده‌اند

اکنون می‌توان از روش گالرکین جهت تبدیل معادله دیفرانسیل پاره‌ای به معادله دیفرانسیل معمولی استفاده کرد. به این منظور، بایستی شکل مود مورد نظر سیستم را که شرایط مرزی را ارضاء می‌کند، در رابطه (۵) قرارداد. به علت فرض شرایط مرزی ساده در چهار سمت نانو صفحه و با در نظر گرفتن مود اول، رابطه (۶) به‌صورت رابطه (۶) درمی‌آید.

$$W_1(x,y)=\sin\left(\frac{\pi x}{w_0}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{b_0}\right)P(t), \tag{۶}$$

با جایگذاری (۶) در (۴) و ضرب شکل مود استفاده شده در (۶) و انتگرال‌گیری روی دامنه می‌توان فرم زمانی معادله حاکم را به دست آورد:

$$\alpha_0\ddot{P}(t)+\alpha_1 P(t)+\alpha_2\dot{P}(t)+\alpha_3 P^3(t)$$
$$=\bar{f}\cos(\Omega t), \tag{۷}$$

$$\alpha_0\_\mathrm{C1}=\frac{h\rho\left(\pi^2(e_0a)^2w_0^2+b_0^2(\pi^2(e_0a)^2+w_0^2)\right)}{4b_0w_0}$$
$$+\frac{\pi^2(e_0a)^2m_p}{b_0^2}+\frac{\pi^2(e_0a)^2m_p}{w_0^2}+m_p, \tag{۸}$$

$$\alpha_0\_\mathrm{C2}=\frac{h\rho\left(\pi^2(e_0a)^2w_0^2+b_0^2(\pi^2(e_0a)^2+w_0^2)\right)}{4b_0w_0}$$
$$+\frac{2\pi^2(e_0a)^2m_p}{5b_0^2}+\frac{2\pi^2(e_0a)^2m_p}{5w_0^2}+\frac{2m_p}{5}, \tag{۹}$$

$$\alpha_0\_\mathrm{C3}=\frac{h\rho\left(\pi^2(e_0a)^2w_0^2+b_0^2(\pi^2(e_0a)^2+w_0^2)\right)}{4b_0w_0}$$
$$+\frac{0.2176\pi^2(e_0a)^2m_p}{b_0^2}+\frac{0.2176\pi^2(e_0a)^2m_p}{w_0^2}$$
$$+0.21716m_p), \tag{۱۰}$$

$$\alpha_1=\frac{1}{4b_0^3w_0^3}(\mathrm{D}\pi^4w_0^4+b_0^4(\mathrm{D}\pi^4+\pi^2(e_0a)^2k_1w_0^2$$
$$+k_1w_0^4)+b_0^2(2\mathrm{D}\pi^4w_0^2+\pi^2(e_0a)^2k_1w_0^4)), \tag{۱۱}$$

$$\alpha_2=\frac{\mu'\pi^2(e_0a)^2w_0}{4b_0}+\frac{\mu' b_0(\pi^2(e_0a)^2+w_0^2)}{4w_0} \tag{۱۲}$$

$$\alpha_3=\frac{9k_3(\pi^2(e_0a)^2w_0^2+b_0^2(\pi^2(e_0a)^2+w_0^2))}{64b_0w_0}, \tag{۱۳}$$

که روابط (۸) الی (۱۰)، نشان‌دهنده ضریب $\ddot{P}(t)$ در چینش‌های یک الی سه است.

لازم به ذکر است که نیروی خارجی وارد به نانوصفحه به‌صورت رابطه (۱۴) تعریف شده است.

$$f(x,y,t)=\bar{f}\cos(\Omega t)\delta\left(x-\frac{w_0}{2},y-\frac{b_0}{2}\right), \tag{۱۴}$$

که $\bar{f}$ اندازه نیروی هارمونیک وارد به سیستم هست. طبق این رابطه، نیرو به‌صورت متمرکز به سیستم وارد می‌شود. برای حل به کمک روش مقیاس‌های زمانی چندگانه بایستی، مرتبه جملات مختلف رابطه (۱۵) مشخص شوند:

$$\ddot{P}(t)+\omega^2P(t)+\varepsilon\left[2\mu\dot{P}(t)+\alpha P^3(t)\right]$$
$$=\varepsilon[\bar{F}\cos(\Omega t)], \tag{۱۵}$$

که ε عددی کوچک فرض می‌شود. در رابطه بالا فرض شده است، جملات غیرخطی، میرایی و تحریک خارجی بسیار کوچک‌تر از جملات دیگر هستند. در بخش صحت سنجی نتایج این فرض به کمک حل عددی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

در رابطه (۱۵)، از ضرایب که در ادامه می‌آیند، استفاده شده است:

$$\omega^2=\frac{\alpha_1}{\alpha_0},\mu=\frac{\alpha_2}{2\alpha_0},\alpha=\frac{\alpha_3}{\alpha_0},\bar{F}=\frac{\alpha_4}{\alpha_0}, \tag{۱۶}$$

برای پیاده‌سازی روش مقیاس‌های زمانی چندگانه، سری زمانی پاسخ برحسب توابع زمانمند P_0 و P_1 نوشته می‌شود [۳۷]:

$$P=P_0(T_0,T_1)+\varepsilon P_1(T_0,T_1) \tag{۱۷}$$

در رابطه بالا، T_nها مقیاس‌های کوچک زمانی هستند و به صورتی که در ادامه می‌آید معرفی می‌شوند:

$$T_n=\varepsilon^n t,$$
$$n=1,2. \tag{۱۸}$$

برای بررسی تشدید اولیه، جمله مربوط به نیروی خارجی در رابطه (۱۵) به شکلی بازنویسی می‌شود که نوسان حول فرکانس طبیعی را نشان دهد، به همین دلیل $\Omega=\omega+\varepsilon\sigma$ در نظر گرفته می‌شود که σ پارامتر تنظیم است و با تغییر آن، میزان تغییرات فرکانس تحریک حول فرکانس طبیعی دیده می‌شود:

$$\varepsilon\bar{F}\cos(\Omega t)=\varepsilon\bar{F}\cos(\omega T_o+\sigma T_1). \tag{۱۹}$$

عملگرهای مشتق‌گیری بر اساس مقیاس‌های زمانی معرفی شده در (۱۸) تعریف می‌شوند:

$$D_n=\frac{\partial}{\partial T_n}. \tag{۲۰}$$

با استفاده از این عملگرها، مشتقات کامل زمانی بازنویسی می‌گردند:

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1, \tag{۲۱}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 \left({D_1}^2 + 2D_0 D_2\right). \tag{۲۲}$$

پس از جایگذاری روابط (۱۷) و (۱۹) در رابطه (۱۵) و تعریف مشتق به‌صورت روابط (۲۱) و (۲۲)، ضرایب توان‌های مختلف ε به‌صورت روابط (۲۳) و (۲۴) به دست می‌آید.

$$\varepsilon^0 : {D_0}^2 P_0(T_0,T_1) + \omega^2 P_0(T_0,T_1) = 0, \tag{۲۳}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon^1 : {D_0}^2 P_1(T_0,T_1) &+ \omega^2 P_1(T_0,T_1) \\ &= -F\cos(\omega T_0 + \sigma T_1) + \alpha P_0(T_0,T_1)^3 \\ &+ 2\mu D_0 P_0(T_0,T_1) + 2D_1 D_0 P_0(T_0,T_1).\end{aligned} \tag{۲۴}$$

پاسخ معادله دیفرانسیل خطی (۲۳) به‌صورت رابطه (۲۵) است:

$$\begin{aligned}P_0(T_0,T_1) &= \frac{1}{2} a_1(T_1) e^{\mathrm{i}\beta(T_1)+\mathrm{i}\omega T_0} \\ &+ \frac{1}{2} a_1(T_1) e^{-i\beta(T_1)-\mathrm{i}\omega T_0}.\end{aligned} \tag{۲۵}$$

از جایگذاری رابطه (۲۵) در رابطه (۲۴)، رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}{D_0}^2 P_1(T_0,T_1) &+ \omega^2 P_1(T_0,T_1) \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0+\mathrm{i}\sigma T_1}\bar{F} \\ &-\mathrm{i}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega T_0-\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega\mu a_1(T_1) \\ &+\mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0+\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega\mu a_1(T_1) \\ &+\frac{3}{8}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega T_0-\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &+\frac{3}{8}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0+\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &+\frac{1}{8}\mathrm{e}^{-3\mathrm{i}\omega T_0-3\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &+\frac{3}{8}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0+\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &+\frac{1}{8}\mathrm{e}^{-3\mathrm{i}\omega T_0-3\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &+\frac{1}{8}\mathrm{e}^{3\mathrm{i}\omega T_0+3\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega T_0-\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega a_1(T_1)\beta'(T_1) \\ &-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0+\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega a_1(T_1)\beta'(T_1) \\ &-\mathrm{i}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega T_0-\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega {a_1}'(T_1) \\ &+\mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0+\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega {a_1}'(T_1).\end{aligned} \tag{۲۶}$$

حال برای بررسی رفتار سیستم هنگام وقوع تشدید اولیه بایستی مجموع جملات سکولار نظیر آن را برابر صفر قرارداد. جملات سکولار، جملاتی هستند که در صورت صفر نبودن ضرایب آن‌ها، دامنه ارتعاشات سیستم نامحدود می‌شود که با فیزیک مسئله سازگار نیست. طبق این تعریف، جملاتی که در معادله (۲۶) دارای ضریب $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega T_0}$ هستند، جملات سکولار تشدید اولیه این سیستم را تشکیل می‌دهند. این جملات برابر صفر قرار داده می‌شوند:

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\sigma T_1}\bar{F} + \mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega\mu a_1(T_1) + \frac{3}{8}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta(T_1)}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega\, a_1(T_1)\beta'(T_1) + \mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta(T_1)}\omega\, {a_1}'(T_1) = 0.\end{aligned} \tag{۲۷}$$

از جداسازی جملات حقیقی و موهومی رابطه (۲۷) و برابر صفر قرار دادن هرکدام به‌صورت جداگانه، معادلات مورد نیاز به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}Im\!:\frac{1}{2}\bar{F}\sin\left(\sigma T_1 - \beta(T_1)\right) &+ \omega\mu a_1(T_1) \\ &+\omega\, {a_1}'(T_1) = 0,\end{aligned} \tag{۲۸}$$

$$\begin{aligned}Rea\,l\!:\frac{-1}{2}\bar{F}\cos\left(\sigma T_1 - \beta(T_1)\right) &+ \frac{3}{8}\alpha a_1(T_1)^3 \\ &-\omega\, a_1(T_1)\beta'(T_1) = 0.\end{aligned} \tag{۲۹}$$

برای بررسی جواب حالت دائمی مسئله، مشتقات زمانی روابط بالا برابر صفر قرار داده می‌شوند، داریم:

$$-\bar{F}\sin(\sigma T_1 - \beta(T_1)) - 2\omega\mu a_1(T_1) = 0, \tag{۳۰}$$

$$-4\bar{F}\cos(\sigma T_1 - \beta(T_1)) + 3\alpha a_1(T_1)^3 = 0. \tag{۳۱}$$

پس از حل معادلات بالا، رابطه بین دامنه ارتعاشات و فرکانس نیروی خارجی به‌صورت زیر به دست می‌آید. این رابطه هنگام بررسی دامنه ارتعاشات پایدار تحت تحریک هارمونیک خارجی با فرکانس نزدیک به فرکانس طبیعی مود اول کاربرد دارد.

$$\sigma - \frac{3\alpha a_1(T_1)^2}{8\omega} = \pm\frac{\bar{F}\sqrt{1-\frac{4\omega^2\mu^2 a_1(T_1)^2}{\bar{F}^2}}}{2\omega\, a_1(T_1)} \tag{۳۲}$$

در مدل‌سازی سیستم نشان داده شده در شکل ۱ متغیرهای گوناگونی استفاده شده است که در بخش فهرست علائم معرفی خواهد شد. این متغیرها را می‌توان به دودسته تقسیم کرد؛ دسته اول متغیرهای مربوط به

نانوصفحه گرافنی و دسته دوم متغیرهای مربوط به بستر غیرخطی هست.

مقادیر در نظر گرفته شده برای متغیرهای دسته اول که متغیرهای فیزیکی و هندسی نانو صفحه گرافنی است در جدول ۱ بیان شده‌اند. با توجه به مقادیر این جدول، نانوصفحه به‌صورت مربعی با اندازه ضلع ۱۰ نانومتر انتخاب شده است، سایر مقادیر این جدول از مقاله انصاری و همکاران [۴۴] آورده شده است.

متغیرهای انتخاب شده برای ضرایب بستر غیرخطی در جدول ۲ آورده شده است. به‌منظور افزایش نیافتن فرکانس طبیعی سیستم، k_1 برابر صفر قرار داده شده است؛ زیرا در روش ارائه شده جهت تشخیص جرم در بخش ۵-۱، با افزایش فرکانس طبیعی نیاز به تحریک با فرکانس بالاتر وجود دارد و این موضوع از لحاظ عملی مشکل‌آفرین است.

۴- صحت سنجی نتایج

صحت سنجی نتایج به سه روش انجام می‌شود. در روش اول فرکانس‌های طبیعی به‌دست‌آمده از روش تحلیلی با نتایج دینامیک مولکولی تطابق داده شده است و از این طریق ضریب غیر موضعی برای دو حالت آرمیچیر و زیگزاگ به‌دست آمده‌اند. درروش دوم، به بررسی صحت فرض انجام شده در بخش سه مبنی بر کوچک بودن جملات غیرخطی، میرایی و تحریک خارجی نسبت به سایر جملات پرداخت خواهد شد. در روش سوم دامنه ارتعاشات پایدار سیستم در حل تحلیلی حاضر با نتایج حل عددی مقایسه شده است و از این طریق صحت سنجی انجام خواهد گرفت.

۴-۱- صحت سنجی به کمک نتایج روش دینامیک مولکولی

در این روش فرکانس طبیعی اول نانوصفحه کربنی در ابعاد مختلف در دو حالت آرمیچیر و زیگزاگ با نتایج دینامیک مولکولی انصاری و همکاران [۴۴] تطابق داده شده‌اند و ضریب غیر موضعی از این طریق محاسبه شده است. در جداول ۳ و ۴ نتایج این تطابق آورده شده است. مقایسه نتایج حاصل از روش تحلیلی و روش دینامیک مولکولی از طریق ستون درصد اختلاف در این جداول، دقت مناسب روش تحلیلی حاضر را نشان می‌دهد.

جدول ۱- مقادیر متغیرهای نانوصفحه کربنی

متغیرهای نانو صفحه	مقادیر
w_0	۱۰ نانومتر
b_0	۱۰ نانومتر
h	۰/۳۴ نانومتر
ν	۰/۱۶
ρ	۰/۲۲۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب
E	۱ تراپاسکال

جدول ۲- مقادیر انتخاب‌شده برای بستر غیرخطی

متغیرهای بستر	مقادیر
k_1	۰ نیوتون بر متر
k_3	۶×۱۰^{۳۲} نیوتون بر متر
μ'	۶۰ نیوتن ثانیه بر متر

جدول ۳- فرکانس مود اول ($\frac{\omega}{2\pi}$) نانوصفحه کربنی با مرزهای آرمیچیر ($(e_0a)^2 = 1.41\ nm^2$)

اندازه نانوصفحه (نانومتر)	دینامیک مولکول (تراهرتز)	نتایج این مقاله (تراهرتز)	درصد اختلاف
۱۰×۱۰	۰/۰۵۸۷۷۲۵	۰/۰۵۸۴۴۹۰	0/55
۱۵×۱۵	۰/۰۲۷۳۸۸۱	۰/۰۲۷۶۱۰۳	0/81
۲۰×۲۰	۰/۰۱۵۷۵۲۴	۰/۰۱۵۹۱۵۸	1/04
۲۵×۲۵	۰/۰۰۹۹۸۴۰	۰/۰۱۰۷۲۶۰	7/43
۳۰×۳۰	۰/۰۰۷۰۶۵۵	۰/۰۰۷۲۰۶۴	1/99
۴۰×۴۰	۰/۰۰۴۰۹۸۵	۰/۰۰۴۰۸۰۵	0/44
۵۰×۵۰	۰/۰۰۲۶۱۹۴	۰/۰۰۲۶۱۹۶	0/01

۴-۲- صحت سنجی فرض انجام شده در حل به روش معیارهای زمانی چندگانه

در بخش ۳ با فرض کوچک بودن جملات غیرخطی و میرایی و تحریک خارجی حل به روش معیارهای زمانی چندگانه انجام شد. صحت این فرض اعتبار راه‌حل ارائه شده را نشان می‌دهد. به این منظور با استفاده از حل عددی رانج‌کاتا مرتبه ۵ [۳۹] مرتبه هر یک از جملات در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۴- فرکانس مود اول $(\frac{\omega}{2\pi})$ نانوصفحه کربنی با مرزهای آرمیچیر $((e_0a)^2 = 1.34\ nm^2)$

اندازه نانوصفحه (نانومتر)	دینامیک مولکول (تراهرتز)	نتایج این مقاله (تراهرتز)	درصد اختلاف
۱۰×۱۰	۰/۰۵۹۵۰۱۴	۰/۰۵۸۵۶۲۳	1/58
۱۵×۱۵	۰/۰۲۷۷۹۲۸	۰/۰۲۷۶۸۶۰	0/38
۲۰×۲۰	۰/۰۱۵۸۱۴۱	۰/۰۱۵۹۴۴۶	0/83
۲۵×۲۵	۰/۰۰۹۹۷۵۰	۰/۰۱۰۳۲۰۴	3.46
۳۰×۳۰	۰/۰۰۷۰۷۱۲	۰/۰۰۷۲۱۱۸	۱/۹۹
۴۰×۴۰	۰/۰۰۴۱۰۱۷	۰/۰۰۴۰۸۲۲	۰/۴۸
۵۰×۵۰	۰/۰۰۲۶۱۹۷	۰/۰۰۲۶۲۰۳	۰/۰۲

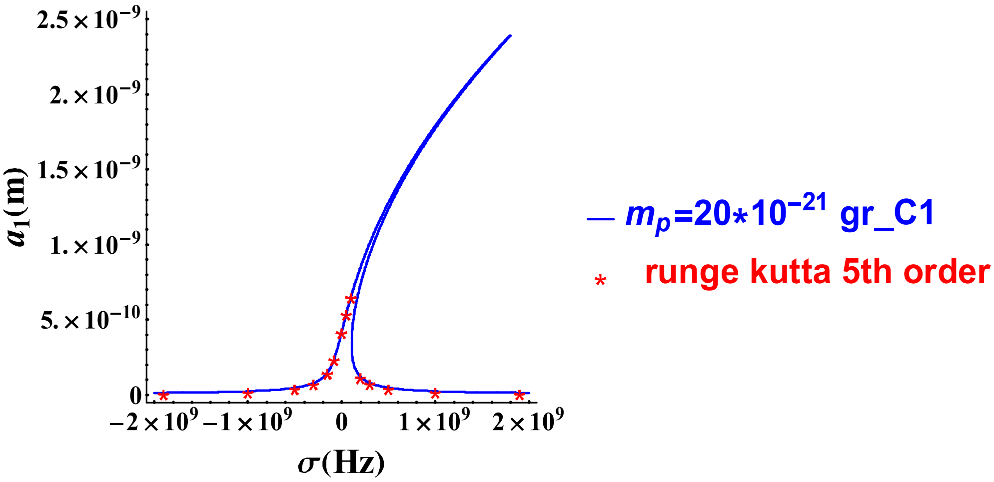
با توجه به نتایج جدول ۵، جملات اول و دوم رابطه (۹) حداقل دومرتبه از سایر جملات بزرگ‌تر هستند که این موضوع صحت فرض انجام شده را نشان می‌دهد.

۴-۳- صحت سنجی به کمک نتایج حل عددی

به‌منظور صحت سنجی نتایج حل تحلیلی به روش معیارهای زمانی چندگانه، معادله دیفرانسیل معمولی (۷) به کمک روش عددی رانج‌کاتا مرتبه ۵ حل شده است. در شکل ۳، دامنه ارتعاشات پایدار به‌دست آمده از این دو روش برحسب فرکانس برای جرم بیست زپتوگرم رسم شده است.

جدول ۵- مرتبه جملات رابطه (۱۵) به‌دست‌آمده از حل عددی به روش رانج‌کاتا

متغیرهای بستر	مقادیر
$\ddot{P}(t)$	۱۲
$\omega^2 P(t)$	۱۲
$2\mu\dot{P}(t)$	۸
$\alpha P^3(t)$	۸
$\bar{F}$	۱۰



شکل ۳- صحت سنجی نتایج حل تحلیلی به روش مقیاس‌های زمانی چندگانه از طریق مقایسه با روش عددی رانج‌کاتا مرتبه ۵ برای نانوصفحه‌ای که جرمی با اندازه بیست زپتوگرم در مرکز دارد

طبق شکل بالا نتایج حل تحلیلی با دقت بالایی با نتایج حل عددی تطابق دارد که این موضوع صحت حل تحلیلی انجام شده را نشان می‌دهد.

۵- بحث در نتایج

۵-۱- سازوکار تشخیص جرم

در سیستم‌های غیرخطی برخلاف سیستم‌های خطی، دامنه ارتعاشات پایدار سیستم تابع شرایط اولیه است؛ به‌گونه‌ای که در طیفی از فرکانس‌های تحریک ممکن است، اندازه دامنه ارتعاشات پایدار سیستم سه مقدار گوناگون باشد. هنگام عبور از این طیف فرکانسی به فرکانس‌هایی که تنها یک مقدار دامنه ارتعاشات پایدار دارند، پدیده‌ای به نام جهش اتفاق می‌افتد. طی این پدیده دامنه ارتعاشات پایدار به‌صورت ناگهانی افت می‌کند. به‌عنوان مثال در شکل ۴، پدیده جهش هنگام تحریک نانوصفحه با نیروی هارمونیک تحت فرکانس ۱/۳۵ گیگاهرتز بیشتر از فرکانس طبیعی اتفاق افتاده است. از این خاصیت سیستم‌های غیرخطی می‌توان جهت تشخیص جرم استفاده نمود؛ زیرا با افزایش جرم، فرکانس وقوع پدیده جهش تغییر می‌یابد.

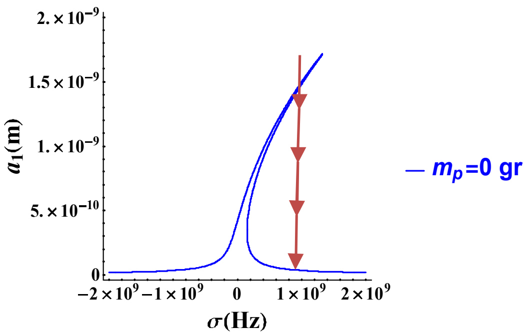
۵-۲- قابلیت تشخیص اندازه جرم در چینش‌های گوناگون جرمی

با استفاده از اندازه‌گیری تغییر فرکانس وقوع پدیده جهش در سیستم‌های غیرخطی، اندازه‌گیری جرم در چینش‌های گوناگون جرمی انجام خواهد گرفت. به این منظور نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی اول در حالت‌های مختلف رسم و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

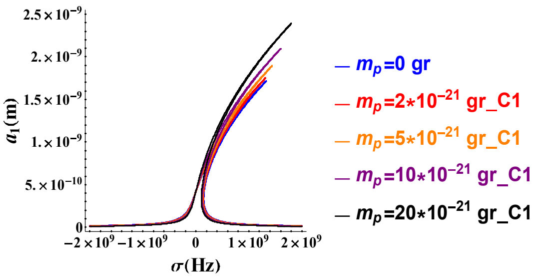
حساسیت حسگر طراحی شده در دو بخش چینش ثابت و جرم ثابت مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش چینش ثابت، برای هر یک از چینش‌های معرفی شده در شکل ۲، قابلیت اندازه‌گیری میزان جرم مشخص می‌شود. در بخش جرم ثابت، حساسیت حسگر به چینش‌های گوناگون، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۵-۲-۱- چینش ثابت

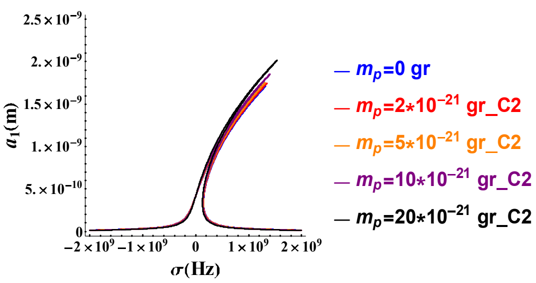
در شکل ۲ سه چینش جرمی معرفی شده است. در چینش یک تمام جرم در مرکز نانوصفحه قرار دارد. در چینش‌های دو و سه، جرم به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و به حالت رسم شده در شکل ۲ روی نانوصفحه پخش شده است. در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ برای هر یک از چینش‌ها، نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی رسم و در هرکدام از آن‌ها، سیستم بدون جرم باحالت‌های دارای جرم‌های دو، پنج، ده و بیست زپتوگرم مقایسه شده است.



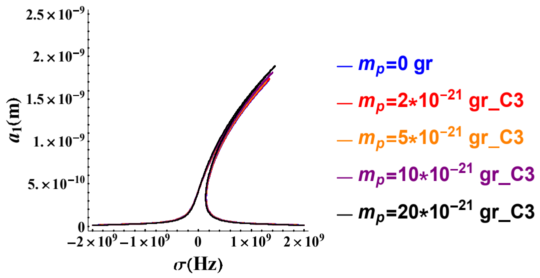
شکل ۴- پدیده جهش هنگام تحریک خارجی با فرکانس ۱/۳۵ گیگاهرتز بیشتر از فرکانس طبیعی اول اتفاق افتاده است. طی این پدیده دامنه ارتعاشات پایدار به‌صورت ناگهانی به‌شدت افت می‌کند.



شکل ۵- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش یک با جرم‌های گوناگون



شکل ۶- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش دو با جرم‌های گوناگون



شکل ۷- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش سه با جرم‌های گوناگون

در شکل ۵، دامنه ارتعاشات پایدار سیستم با جرم‌های گوناگون تحت تحریک خارجی مقایسه شده است. طبق این شکل، در چینش یک قابلیت اندازه‌گیری جرم با ابعاد پنج زپتوگرم وجود دارد.

طبق شکل ۶ چینش دو، قابلیت اندازه‌گیری جرم با ابعاد ۱۰ زپتوگرم را دارد. این موضوع کاهش حساسیت به جرم نسبت به چینش یک را نشان می‌دهد.

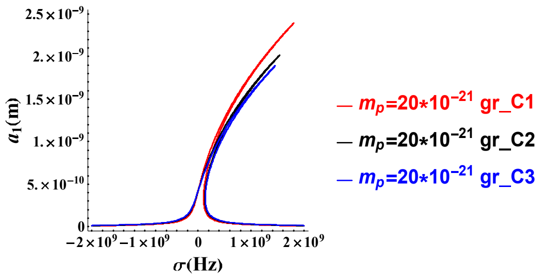
بر اساس شکل ۷، این روش وجود جرم‌هایی با حداقل مقدار ده زپتوگرم را که به شکل چینش سه پخش شده‌اند را می‌تواند تشخیص دهد، اما نمی‌تواند مقدار دقیق جرم را مشخص کند.

۵-۲-۲- جرم ثابت

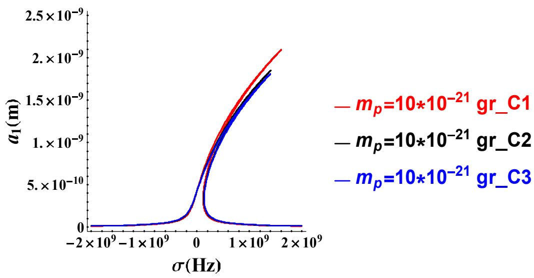
در این بخش به‌منظور مشخص کردن میزان تأثیر چینش در تشخیص حسگر جرمی طراحی شده مقدار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی اول در چینش‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

با توجه به شکل‌های ۸ الی ۱۱ با نزدیک شدن اجرام به مرکز نانوصفحه، فرکانس وقوع پدیده جهش افزایش می‌یابد.

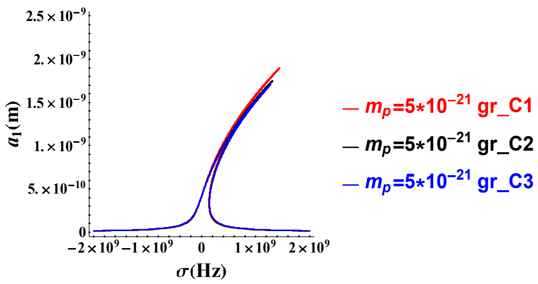
همچنین با مقایسه این شکل‌ها، کاهش میزان اهمیت چینش در توانایی تشخیص حسگر جرمی با کاهش جرم متصل به نانوصفحه نمایان می‌شود. به‌گونه‌ای که با توجه به شکل ۱۱ برای جرم با اندازه دو زپتوگرم چینش جرمی تأثیری بر فرکانس وقوع پدیده جهش ندارد.



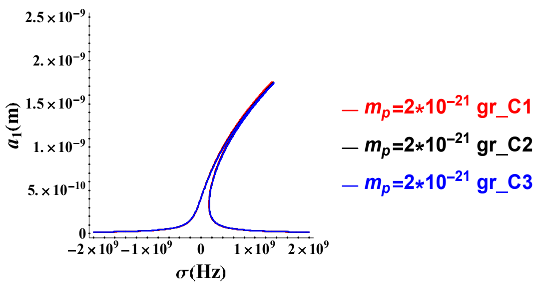
شکل ۸- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش‌های گوناگون برای جرم بیست زپتوگرم



شکل ۹- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش‌های گوناگون برای جرم ده زپتوگرم



شکل ۱۰- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش‌های گوناگون برای جرم پنج زپتوگرم



شکل ۱۱- نمودار دامنه ارتعاشات پایدار حول فرکانس طبیعی در چینش‌های گوناگون برای جرم دو زپتوگرم

۶- نتیجه‌گیری

این مقاله به طراحی حسگر جرمی گرافن بر اساس اندازه‌گیری فرکانس وقوع پدیده جهش پرداخت. به این منظور، نانوصفحه گرافنی قرارگرفته بر بستر وینکلر و پسترناک با استفاده از مدل ورق کلاسیک غیرموضعی مدل‌سازی و به کمک روش معیارهای زمانی چندگانه حل شده است. صحت سنجی نتایج به کمک نتایج دینامیک مولکولی و حل به روش عددی رانج‌کاتا مرتبه ۵ انجام شد. در بررسی حسگر طراحی شده از طریق تنظیم ضرایب بستر، علاوه بر میزان حساسیت آن به‌اندازه جرم، میزان حساسیت آن به چینش جرمی نیز موردبررسی قرار گرفت. نتایج به شرح زیر است:

۱- این حسگر قابلیت اندازه‌گیری جرم با اندازه پنج زپتوگرم در چینش یک را دارد. این موضوع بر اثر انتخاب بستر مناسب برای تنظیم حساسیت حسگر حاصل شده است.

۲- با دور شدن اجرام از مرکز نانوصفحه، قدرت تشخیص جرم کاهش می‌یابد، به‌گونه‌ای که در چینش سه نمی‌توان اجرام بین ده تا بیست زپتوگرم را از هم تفکیک کرد.

۳- با نزدیک شدن اجرام به مرکز نانوصفحه، فرکانس وقوع پدیده جهش افزایش می‌یابد.

۴- با کاهش جرم تأثیر چینش جرمی در فرکانس وقوع پدیده جهش کاهش می‌یابد، به‌گونه‌ای برای جرم با اندازه دو زپتوگرم چینش جرمی تأثیری بر فرکانس وقوع پدیده جهش ندارد.

۷- علائم، نشانه‌ها و ارقام

علائم انگلیسی

e_0a	ضریب غیر موضعی، m
t_{ij}	تنش کلاسیک، $\mathrm{Nm^{-2}}$
D	استحکام خمشی، N.m
W	جابه‌جایی مکانی در راستای z، m
m_p	اندازه جرم، kg
(x_p, y_p)	مکان جرم، (m,m)
f	نیروی خارجی، N
k_1	ضریب سختی خطی بستر، $\mathrm{Nm^{-1}}$
k_3	ضریب سختی غیرخطی بستر، $\mathrm{Nm^{-1}}$
E	مدول یانگ، $\mathrm{Nm^{-2}}$
h	ضخامت نانوصفحه، m
P	بخش زمانمند جابه‌جایی، s
W_1	جابه‌جایی عرضی مود اول ارتعاشی، m
$\bar{f}$	اندازه نیروی خارجی، N
b_0	عرض نانوصفحه، m
w_0	طول نانوصفحه، m
T_n	مقیاس‌های زمانی، s
D_n	عملگرهای مشتق‌گیری
a_1	دامنه ارتعاشات، m
x	از محورهای مختصات کارتزین
y	از محورهای مختصات کارتزین
z	از محورهای مختصات کارتزین
t	زمان، s

علائم یونانی

σ_{ij}	تانسور تنش غیرموضعی
λ	ضریب لامه
ϕ	کرنل غیرموضعی
ϵ_{kk}	تانسور کرنش
μ'	ضریب میرایی، $\mathrm{Nsm^{-1}}$
δ_{ij}	دلتای کرانکر
$\bar{\mu}$	ضریب لامه
$\bar{\phi}$	بخش مکانمند جابه‌جایی در راستای z، m
β	ضریب فرم قطبی پاسخ

ρ	چگالی، $\mathrm{Kgm^{-3}}$
σ	پارامتر تنظیم
Ω	فرکانس تحریک خارجی، $\mathrm{s^{-1}}$

۸- مراجع

[1] Vvedensky DD (2004) Multiscale modelling of nanostructures. J Phys Condens Matter 16(50): 1538-1569.

[2] Liu WK, Karpov EG, Park HS (2006) Nano Mechanics and Materials. John Wiley & Sons, Ltd: Chichester, UK .

[3] Rappe A, Casewit C (1997) Molecular mechanics across chemistry. Choice Rev. Online 35(02): 35-0914-35-0914.

[4] Rafii-Tabar H, Ghavanloo E, Fazelzadeh SA (2016) Nonlocal continuum-based modeling of mechanical characteristics of nanoscopic structures. Phys Rep 638: 1-97.

[5] Liu H, Lyu Z (2020) Modeling of novel nanoscale mass sensor made of smart FG magneto-electro-elastic nanofilm integrated with graphene layers. Thin-Walled Struct 151: 106749.

[6] Mahata C, Algadi H, Lee J, Kim S, Lee T (2020) Biomimetic-inspired micro-nano hierarchical structures for capacitive pressure sensor applications. Meas J Int Meas Confed 151: 107095.

[7] El-Shafai NM et al. (2020) Magnetite nano-spherical quantum dots decorated graphene oxide nano sheet (GO@Fe3O4): Electrochemical properties and applications for removal heavy metals, pesticide and solar cell. Appl Surf Sci 506: 144896.

[8] Rana S et al. (2020) Nanoelectromechanical relay without pull-in instability for high-temperature non-volatile memory. Nat Commun. 11(1): 1-10.

[۹] گلمکانی م، ضیغمی و (۲۰۱۵) تحلیل خمش صفحات کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی به روش آزادسازی دینامیکی. *مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۵(۱): ۱۱۵-۱۳۳.

[10] Sagar GH, Arunagirinathan MA, Bellare JR (2007) Self-assembled surfactant nano-structures important in drug delivery: A review. Indian J Exp Biol 45(2): 133-159.

[11] Nair S (2012) Introduction to continuum mechanics. Cambridge University Press: Cambridge .

[12] Eringen AC, Edelen DGB (1972) On nonlocal elasticity. Int J Eng Sci 10(3): 233-248.

[13] Shajari S, Mahmoodi M, Rajabian M, Karan K, Sundararaj U, Sudak LJ (2020) Highly sensitive and stretchable carbon nanotube/fluoroelastomer nanocomposite with a double-percolated network for wearable electronics. Adv Electron Mater 6(2): 1901067.

[14] Requicha AAG (2003) Nanorobots, NEMS, and nanoassembly. Proc. IEEE 91(11): 1922-1933.

[۱۵] تقی زاده انور ع، کنعانی م، محمدی ح (۱۳۹۸) نانولوله کربنی به عنوان حسگر حساس گازی برای تشخیص گاز در فشارهای پایین. هشتمین کنفرانس و نمایشگاه بین المللی مهندسی مواد و متالورژی و سیزدهمین همایش ملی مشترک انجمن مهندسی متالورژی و مواد ایران و انجمن ریخته گری ایران.

[16] Chen Y, Zhang HB, Yang Y, Wang M, Cao A, Yu ZZ (2016) High-performance epoxy nanocomposites reinforced with three-dimensional carbon nanotube sponge for electromagnetic interference shielding. Adv Funct Mater 26(3): 447-455.

[17] Luo M, Feng Y, Wang T, Guan J (2018) Micro-/nanorobots at work in active drug delivery. Adv Funct Mater 28(25): 1706100.

[18] Fu Y, Ma Q (2020) Recent developments in electrochemiluminescence nanosensors for cancer diagnosis applications. Nanoscale.

[19] Park SJ et al. (2020) Discovery of direct-acting antiviral agents with a graphene-based fluorescent nanosensor. Sci Adv 6(22): eaaz8201.

[20] Li R et al. (2012) Ionic liquid precursor-based synthesis of CuO nanoplates for gas sensing and amperometric sensing applications. Sensors Actuators, B Chem. 168 156–164.

[21] Zhang Y, Chang G, Liu S, Lu W, Tian J, Sun X (2011) A new preparation of Au nanoplates and their application for glucose sensing. Biosens Bioelectron 28(1): 344-348.

[22] Giannopoulos GI (2014) Fullerenes as mass sensors: A numerical investigation. Phys. E Low-Dimensional Syst. Nanostructures 56: 36-42.

[23] Wu W, Palaniapan M, Wong WK (2008) Multiwall carbon nanotube resonator for ultra-sensitive mass detection. Electron Lett 44(18): 1060-1061.

[24] Volodin A, Buntinx D, Ahlskog M, Fonseca A, Nagy JB, Van Haesendonck C (2004) Coiled carbon nanotubes as self-sensing mechanical resonators. Nano Lett 4(9): 1775-1779.

[25] Chiu HY, Hung P, Postma HWC, Bockrath M (2008) Atomic-scale mass sensing using carbon nanotube resonators. Nano Lett 8(12): 4342-4346.

[26] Shen Z Bin, Tang HL, Li DK, Tang GJ (2012) Vibration of single-layered graphene sheet-based

nanomechanical sensor via nonlocal Kirchhoff plate theory. Comput Mater Sci 61: 200-205.

[27] Sakhaee-Pour A, Ahmadian MT, Vafai A (2008) Applications of single-layered graphene sheets as mass sensors and atomistic dust detectors. Solid State Commun 145(4): 168-172.

[28] Lee HL, Yang YC, Chang WJ (2013) Mass detection using a graphene-based nanomechanical resonator. Jpn J Appl Phys 52(2).

[29] Natsuki T, Shi JX, Ni QQ (2013) Vibration analysis of nanomechanical mass sensor using double-layered graphene sheets resonators. J Appl Phys 114(9): 094307.

[30] Li XF, Tang GJ, Shen Z Bin, Lee KY (2015) Resonance frequency and mass identification of zeptogram-scale nanosensor based on the nonlocal beam theory. Ultrasonics 55(1): 75-84.

[31] Fakher M, Rahmanian S, Hosseini-Hashemi S (2019) On the carbon nanotube mass nanosensor by integral form of nonlocal elasticity. Int J Mech Sci 150: 445-457.

[32] Arda M, Aydogdu M (2020) Vibration analysis of carbon nanotube mass sensors considering both inertia and stiffness of the detected mass. Mech Based Des Struct Mach 1-17.

[۳۳] کریم پور م، قادری ر (۱۳۹۵) تجزیه و تحلیل ارتعاشی نانو حسگر جرمی به روش المان محدود. اولین کنفرانس ملی مهندسی مکانیک و مکاترونیک ایران.

[34] Yin XB, Kumar S, Kumar D (2015) A modified homotopy analysis method for solution of fractional wave equations. Adv Mech Eng 7(12): 168781401562033.

[35] Younesian D, Askari H, Saadatnia Z, KalamiYazdi M (2010) Frequency analysis of strongly nonlinear generalized Duffing oscillators using He's frequency-amplitude formulation and He's energy balance method. Comput Math with Appl 59(9): 3222-3228.

[36] Askari H, Esmailzadeh E, Zhang D (2014) Nonlinear vibration analysis of nonlocal nanowires. Compos Part B Eng 67: 607-613.

[37] Nayfeh AH, Mook DT (2004) Nonlinear oscillations. Wiley-VCH.

[38] Dai MD, Eom K, Kim CW (2009) Nanomechanical mass detection using nonlinear oscillations. Appl Phys Lett 95(20): 203104.

[39] Cho H, Yu MF, Vakakis AF, Bergman LA, McFarland DM (2010) Tunable, broadband nonlinear nanomechanical resonator. Nano Lett 10(5): 1793-1798.

[40] Askari H, Jamshidifar H, Fidan B (2017) High resolution mass identification using nonlinear vibrations of nanoplates. Meas J Int Meas Confed 101: 166-174.

[41] Jabbari Behrouz S, Rahmani O, Hosseini SA (2019) On nonlinear forced vibration of nano cantilever-based biosensor via couple stress theory. Mech Syst Signal Process 128: 19-36.

[42] Eringen AC (2002) Nonlocal continuum field theories. Springer.

[43] Eringen AC (1983) On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. J Appl Phys 54(9): 4703-4710.

[44] Ansari R, Sahmani S, Arash B (2010) Nonlocal plate model for free vibrations of single-layered graphene sheets. Phys. Lett Sect A Gen At Solid State Phys 375(1): 53-62.