

کاهش ار تعاشات ناشی از جدایش گردابههای یک استوانه دایرهای دو درجه آزادی بر مبنای نوسانات چرخشی

امیرحسین ربیعی"\*

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰

### چکیدہ

در این مقاله یک استراتژی کنترلی فعال بر مبنای نوسانات چرخشی اجباری به منظور کاهش ارتعاشات ناشی از جریان روی یک استوانه دایرهای دو درجه آزادی در نظر گرفته شده است که آزادانه در جهات طولی و عرضی حرکت میکند. معادلات حاکم بر میدان جریان، معادلات ناویر استوکس تراکم ناپذیر دو بعدی است که به روش حجم محدود گسسته سازی شده است. نسبت فرکانسی  $f_{rot}/f_n$  و نرخ معادلات ناویر استوکس تراکم ناپذیر دو بعدی است که به روش حجم محدود گسسته سازی شده است. نسبت فرکانسی گردابهها روی معادلات ناویر استوکس تراکم ناپذیر دو بعدی است که به روش حجم محدود گسسته سازی شده است. نسبت فرکانسی جدایش گردابهها روی فرکش ۵، دو پارامتر مهم در نوسانات چرخشی استوانه بوده که می بایست بگونهای تنظیم شوند که فرکانس جدایش گردابهها روی فرکانس نوسانات چرخشی اجباری قفل شده و در نتیجه آن، دامنه ار تعاشات عرضی و طولی استوانه کاهش پیدا کند. بر اساس شبیه- فرکانس نوسانات چرخشی اجباری قفل شده و در نتیجه آن، دامنه ار تعاشات عرضی و طولی استوانه کاهش یاده واقع در ناحیه قفل فرکانس نوسانات چرخشی اجرای قفل شده و در نتیجه آن، دامنه ار معانات عرضی و طولی استوانه کاهش ییدا کند. بر اساس شبیه- شازی های جامع انجام گرفته در این مقاله، سه سیستم کنترل فعال حلقه باز منتخب برای سرعتهای کاهش یافته واقع در ناحیه قفل شدگی فرکانسی با پارامترهای ورودی (برای  $(1 - 1) r_{rot} / f_n = 1, r_{rot} / f_n = 1)$  سرعتهای کاهش یافته واقع در ناحیه قفل شدگی فرکانسی با پارامترهای ورودی (برای  $(1 - 1) r_{rot} / f_n = 1, r_{rot} / f_n = 1)$  (برای  $(1 - 1) r_{rot} / r_n = 1)$  (برای  $(1 - 1) r_{rot} / r_{n-1} - r_{n$ 

كلمات كليدى: ارتعاشات ناشى از جريان؛ پديده قفل بَر؛ نوسانات چرخشى؛ كنترل فعال ارتعاشات؛ تعامل جريان -سازه.

### Vortex-Induced Vibration Annihilation of Two-Degree-of-Freedom Circular Cylinder by Rotational Oscillations

#### A. H. Rabiee<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Mechanical Engineering Depertment, Arak University of Technology, Arak, Iran.

In this paper, an active control strategy based on the cylinder forced rotary oscillation is considered to reduce the flow-induced vibration of an elastically mounted two-degree-of-freedom circular cylinder free to vibrate in both transverse and in-line directions. The fluid flow governing equations are two-dimensional incompressible Navier-Stokes model which discretized by means of the finite volume method. The frequency ratio  $f_{rot}/f_n$ , and rotation rate  $\alpha$ , are two important adjustable parameters which must be selected in such a way that the vortex shedding frequency locked on associated rotational forcing frequency, and the cylinder transverse and in-line vibrations will be suppressed accordingly. Based on comprehensive simulations accomplished in this paper, three different active open-loop control systems is selected in order to effectively reduce the cylinder vibrations for reduced velocities in synchronization region with the following input parameters: (for  $V_r = 5: \alpha = 1$ ,  $f_{rot}/f_n = 1.1$ ), (for  $V_r = 6: \alpha = 1$ ,  $f_{rot}/f_n = 1.3$ ), and (for  $V_r = 7: \alpha = 1$ ,  $f_{rot}/f_n = 1.5$ ). These three control systems are found to decrease the maximum transverse cylinder vibration amplitudes by 88%, 92%, and 92% while the corresponding in-line vibration amplitudes decrease by 93%, 90%, and 82%, respectively.

**Keywords:** Flow-Induced Vibration; Lock-on Phenomenon; Rotary Oscillation; Active Vibration Control; Fluid-Solid Interaction.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۸۶۳۳۶۷۰۰۲۰؛ فکس: ۰۸۶۳۳۶۷۰۰۲۰

آدرس يست الكترونيك: rabiee@arakut.ac.ir

Abstract

### ۱– مقدمه

با جدایش گردابههای حاصل از عبور جریان آرام از اجسام توپی شکل'، نیروهای نوسانی به جسم وارد می شود که مؤلفهی آن در جهت عمود بر جریان (برآ<sup>۲</sup>) دارای فرکانسی برابر با فرکانس جدایش گردابهها است؛ در حالی که مؤلفه این نیرو در جهت جریان (یسا<sup>۳</sup>)، فرکانسی برابر با دو برابر فركانس جدایش دارد. به واسطه وجود این نیروهای نوسانی که به بدنه جسم اعمال می شود، استوانه های الاستیک و استوانههای صلب با بستر الاستیک که در معرض جریان قرار دارند، به ارتعاش در میآیند. به دلیل اینکه که منبع نیروهای وارده جدایش گردابهها است، به این نوع پاسخهای سیستم نوسانی ارتعاش ناشی از جدایش گردابه<sup>†</sup> (VIV) گفته مى شود [1]. يافتن پاسخ VIV استوانه منفرد از مطالعات مورد علاقه مهندسان سازه در طراحی رایزرهای دریایی، سکوهای دریایی، لولههای انتقال در بستر دریا، سیستمهای خنک کننده در نیروگاهها به خصوص نیروگاههای هستهای، مبادله کنهای حرارتی، پلهای معلق و ... است [۲ و ۳]. هنگامی که فرکانس جدایش گردابهها منطبق بر فرکانس طبیعی سازه شود، گردابههای دنباله مجاور، انرژی به نوسانگر منتقل می کنند که منجر به ارتعاش خود تحریک با دامنه بزرگ می شود. چنین ارتعاشات شدیدی می تواند آسیبهای قابل توجهی بر سازه وارد کند و حتی باعث فروپاشی آن شود؛ در نتیجه کاهش ارتعاشات سازهای ناشی از جریان از طریق اصلاح دینامیک دنباله گردابهها و یا اثر گذاری مستقیم در نوسانگر توجه بسیاری را در منابع به خود جلب کرده است [۴-۴]. روشهای کنترل VIV بطور کلی به روشهای كنترل غيرفعال و كنترل فعال (حلقه باز و حلقه بسته) تقسيم بندى مىشوند. روشهاى غير فعال بسيار زيادى براى کاهش ارتعاشات ناشی از جدایش گردابه بکار گرفته شدهاند. این روشها شامل، اصلاح هندسه سازهای، اضافه کردن برآمدگی، فیرینگ، نوارهای مارپیچ، پوششهای سوراخ دار، دندههای طولی، شیارهای طولی و سیمهای متقاطع روی سطح سازه، جایگذاری صفحههای جداساز یا تثبیت کننده-

های نزدیک به دنباله در پشت سازه و استفاده از جاذبهای انرژی غیر خطی میباشند [۷]. روشهای غیر فعال مذکور، نیازی به منبع انرژی خارجی نداشته و بطور معمول نسبت به روشهای کنترل فعال پیاده سازی سادهتری دارند. با این وجود، روشهای کنترل غیرفعال تنها در شرایط کاری بخصوصی مؤثر واقع میشوند. در واقع، برای کاهش مؤثر VIV، ویژگیهای فیزیکی سیستمهای کنترل غیرفعال (مانند تعداد، اندازه، گام و الگوی نوارهای مارپیچ؛ تعداد و ارتفاع برآمده گیهای کرهای؛ پهنا، موقعیت، فاصله و زاویه حمله صفحههای جداساز؛ زبری، موقعیت، نوع پوشش و پیکره بندی زبرکننده سطح؛ موقعیت و اندازه شیارهای طولی؛ نسبت قطری، فاصله، نرخ همپوشانی و زاویه حمله میلههای کنترلی و ...[۸]) میبایست از قبل تعیین شوند که پس از آن امکان تغییر این مشخصات فیزیکی با توجه به تغییر شرایط سازهای و محیطی، بسیار سخت یا غیر ممکن است. بعلاوه تغییر هندسه سازه با اضافه کردن ابزارهای کنترل غیرفعال با وجود اینکه در کاهش VIV تأثیر مثبتی داشته است، ولی با برهم زدن میدان جریان در اطراف سازه، میتواند منجر به افزایش نیروی پسای وارد بر سازه شود [۹]. همچنین ابزارهای دیگر کنترل غیر فعال نظیر، میراگرهای متداول، بطور معمول تنها در نزدیکی فرکانسی که بر اساس آن طراحی شدهاند، کارآمد میباشند و سبب افزایش وزن نهایی سیستم می شوند.

روش های کنترل فعال بر خلاف روش های غیرفعال از طریق وارد کردن مستقیم انرژی توسط عملگرها به سیستم، رفتار سیستم سازه- جریانی را تغییر می دهند. مثالهای متداول برای کنترل حلقه باز ارتعاشات ناشی از جدایش گردابه شامل تحریک آکوستیکی [۱۰]، استوانههای چرخش [۱۱] و دمیدن سطح [۱۲] می باشند. بکارگیری از چرخش ثابت و یا چرخشی نوسانی استوانه، یکی از کارآمدترین روش-ثابت و را تعاشات استوانه روی بستر الاستیک می باشد که بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است [۱۳–۱۵]. با توجه به مطالعات انجام شده تاکنون مشاهده می شود که اگرچه کنترل ارتعاشات VIV بر مبنای نوسانات چرخشی استوانه مرتعش یک درجه آزادی انجام شده است، ولی تاکنون این روش کنترلی برای استوانه مرتعش دو درجه

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Bluff Body

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Lift

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Drag <sup>4</sup> Vortex-Induced Vibration

مکانیک سازهها و شارهها/ سال ۱۳۹۸/ دوره ۹/ شماره ۲

آزادی اعمال نشده است. با توجه به تحقیقات گذشته مشخص شده است که چرخش استوانه در مواردی میتواند حتی باعث افزایش ارتعاشات استوانه شود. به همین دلیل بررسی تأثیر چرخش نوسانی استوانه بر ارتعاشات عرضی و طولی استوانه (بصورت همزمان) بسیار حائز اهمیت است؛ بنابراین در این مقاله کنترل فعال حلقه باز بر مبنای نوسانات چرخشی روی یک استوانه مرتعش دو درجه آزادی در نظر گرفته شده است.

## ۲- مدل ار تعاشی استوانه

استوانه می تواند در راستای طولی و در راستای عرضی آزادانه نوسان کند. پیکربندی فیزیکی استوانه دایروی با نوسانات چرخشی روی تکیهگاه الاستیک، در شکل ۱ نشان داده شده است. تمام پارامترهای ارائه شده در این مقاله، نسبت به قطر استوانه، D و سرعت جریان ورودی، U، بی بعد شدهاند. جابجایی، سرعت و شتاب بی بعد شده استوانه در جهت عرضی، به ترتیب با ۲، Y و Y نشان داده می شود؛ همچنین X، X و X مشخص کننده متغیرهای بی بعد شده مشابه در جهت طولی می باشند. استوانه نیروهای ناپایداری را بر اثر جریان آزاد در جهت محور x متحمل می شود که باعث جریان آزاد در جهات x و Y می شود. استوانه می تواند مرکت استوانه در جهات x و y می شود. استوانه می تواند بصورت یک سیستم ساده جرم- فنر- دمپر با وجود سختی $c_x = c_y = c$  و ضرایب میرایی  $z = c_x$ 

$$\ddot{Y} + \left(\frac{4\pi\xi}{V_r}\right)\dot{Y} + \left(\frac{2\pi}{V_r}\right)^2 Y = \frac{C_L}{2m^*} \tag{1}$$

$$\ddot{X} + \left(\frac{4\pi\xi}{V_r}\right)\dot{X} + \left(\frac{2\pi}{V_r}\right)^2 X = \frac{C_D}{2m^*} \tag{7}$$

که در آن،  $(\pi \rho D^2)$  ج $m^* = 4m/(\pi \rho D^2)$  بی بعد شده استوانه و k، نسبت میرایی سازه، میباشند. در ادامه، k،  $\xi = c/2\sqrt{km}$  رادامه، k و  $C_L$  m, c $c_L$  m, cمیرایی، جرم بر واحد طول استوانه، ضریب برآ و ضریب پسا میباشند؛ همچنین،  $V_r = U/f_n D$ ، سرعت کاهش یافته و  $f_n = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$ 



شکل ۱-استوانه دایرهای دو درجه آزادی با نوسانات چرخشی بر روی تکیهگاه الاستیک

# ۳- برهمکنش جریان و سازه

در این مطالعه، سیال نیوتنی است که از معادلات ناویراستوکس تراکم ناپذیر بدست میآید. به منظور حل عددی ارتعاشات ناشی از جدایش گردابهها و کنترل فعال توسط نوسانات چرخشی استوانه، از نرم افزار فلوئنت به همراه یک کد تابع کاربر<sup>۲</sup> (UDF) استفاده شده است. همانطور که در شکل ۱ مشاهده میشود، استوانه با مقطع دایروی در مرکز یک میدان محاسباتی بزرگ مربعی شکل با طول مرز H قرار گرفته است. میزان انسداد میدان محاسباتی مورد نظر بصورت D/H = B تعریف میشود. در ادامه، شکل ۲ شبکه مش بندی شده را با میزان انسداد یک درصد نشان میدهد.

در هر گام زمانی، شکل مشها هنگام ارتعاش استوانه توسط تابع تغییر فرم جابجایی شبکه (مش متحرک<sup>7</sup>) تغییر میکند، درحالیکه شبکه مش،بندی مرکزی که به شکل یک دایره پیرامون استوانه در شکل ۲ مشاهده میشود، همراه با ارتعاش استوانه در میدان بزرگ مربعی شکل بدون تغییر جابجا میشود. مشهای چهارضلعی که در این بخش مرکزی دایروی شکل مشاهده میشوند، بصورت صلب در میدان باقی بمانند. با بهرهگیری از روش مش متحرک، دقت محاسبات عددی بخصوص در اطراف استوانه مرتعش افزایش پیدا

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> User Defined Function

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Moving/deforming mesh

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Reduced Velocccity



شکل ۲-ناحیه محاسباتی مربعی شکل به همراه بلوک مرکزی دایرهای

میکند. لازم به ذکر است که در این روش، مشهای خارج بخش مرکزی، دچار تغییر شکل نیز میشوند.

به منظور حل عددی جریان در نرم افزار فلوئنت از فرمولاسیون مرتبه اول حلکننده ضمنی بر پایه فشار برای حل معادلات بقا و مومنتوم جریان استفاده شده است. جریان در اطراف استوانه آرام و گذرا بوده و خواص فیزیکی سیال بگونهای ثابت فرض شدهاند که شرایط عدد رینولدز مورد نظر را فراهم کند. به منظور گسسته سازی ترمهای فشار و مومنتوم به ترتیب از روشهای استاندارد و بالادست مرتبه دوم استفاده شده است. در این شبیه سازی عددی به منظور کاهش زمان محاسبات و افزایش دقت پیشروی در زمان بخصوص در شرایطی که مشهای شبکه دینامیکی تعریف شدهاند، از روش گام جزئی بهره گرفته شده است.

با توجه به معادلههای (۱) و (۲) مشخص است که ضرایب  $C_L$  و  $C_D$  نقش تعیین کنندهای در لینک کردن میدان جریان اطراف استوانه با معادلات حرکت آن دارند. در هر گام

توسط تابع حرکت مرکز گرانش جسم صلب<sup>۱</sup> تعریف شوند. سپس در کد UDF، مقادیر شتاب و به تبع آن سرعت استوانه در راستاهای x و y محاسبه میشوند. معادله حرکت استوانه به روش عددی توسط پلاکزک در سال ۲۰۰۹ حل شده که در معادلههای (۳) و (۴) آورده شده است [۱۷].  $\dot{X}_{n+1} = \dot{X}_n + \Delta t \ddot{X}_{n+1},$ (۴)  $\dot{Y}_{n+1} = \dot{Y}_n + \Delta t \ddot{Y}_{n+1},$ که در آن مؤلفههای شتاب که در طرف راست معادلات بالا نشان داده شده است، از معادلات حرکت (۱) و (۲) بدست آورده میشوند. موقعیت استوانه، شبکه مشربندی و سرعت

زمانی، کد UDF این ضرایب را از فلوئنت فراخوانی کرده تا

جریان سطحی در هر گام زمانی بروز رسانی میشوند (با بکارگیری از شرایط مرزی  $(u_x, u_y) = (\dot{X}_{n+1}, \dot{Y}_{n+1})$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> CG Motion

۴- اعتبارسنجی

در این بخش پیش از معرفی سیستم کنترل فعال، اعتبارسنجي مدل عددي ارائه شده براي سه وضعيت مختلف استوانه مرتعش غيرچرخان [۱۴]، استوانه مرتعش چرخان [۱۴]، استوانه غیرمرتعش با نوسانات چرخشی آ [۱۱]، در نظر گرفته می شود. برای دو وضعیت ابتدایی، دامنه پاسخ جابجایی عرضی استوانه، به همراه میانگین جابجایی عرضی  $A_{y} = (Y_{\text{max}} - Y_{\text{min}}) / ۲$ استوانه،  $\overline{Y}$ ، بر حسب سرعت کاهش یافته برای استوانه مرتعش چرخان و غیر چرخان با پارامترهای ورودی از قرار محاسبه  $\alpha = \cdot, \cdot . 0, 1$  و  $\xi = \cdot$  ،  $\mathrm{Re} = 1 \cdot \cdot$  ،  $m^* = 17.9$ شده و به ترتیب در شکلهای ۳ و ۴ نشان داده شدهاند. همانطور که مشاهده می شود، نتایج تطابق بسیار خوبی با نتایج ارائه شده توسط جاکونو و بورگت [۱۴] نشان می دهند. در اینجا با افزایش نرخ چرخش، پهنای ناحیه قفل شدگی فركانسي افزایش یافته، در حالیكه میانگین جابجایی استوانه كاهش مىيابد.

به منظور بازبینی بیشتر، شکل ۵، میانگین ضریب پسا  $\overline{C}_D$  را برای استوانه غیرمرتعش با نوسانات چرخشی در Re = ۱۵۰ برای چندین فرکانس چرخشی مختلف نشان میدهد. این بار نیز، نتایج تطابق خوبی با نتایج ارائه شده توسط پروتاس و وسفرید [۱۱] از خود نشان میدهند.



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Non-Rotating Vibrating Cylinder







شکل ۵- میانگین ضریب پسای استوانه غیرمرتعش با نوسانات چرخشی برای چندین فرکانس چرخشی مختلف

۵- کنترل فعال توسط نوسانات چرخشی

همانطور که مشخص است، هنگامی که فرکانس جدایش  $\mathcal{R}$ دابه،  $f_n$ , با فرکانس طبیعی سازه  $f_n$ , برابر میشود،  $\mathcal{R}$ دابه،  $f_n$ , با فرکانس طبیعی سازه  $f_n$ , برابر میشود، ارتعاشات عرضی با دامنه بزرگ اتفاق میافتد. در وضعیت تشدید، بخشی از انرژی جریان به نوسان  $\mathcal{R}$  منتقل شده و دامنه پاسخ به سرعت افزایش پیدا می کند. بطور عمده دو روش برای جلوگیری از پدیدآمدن وضعیت تشدید وجود دارد: روش اول کاهش مستقیم قدرت دنباله گردابهها و روش دوم انتقال فرکانس جدایش گردابهها از فرکانس طبیعی سازه است. در این قسمت، توسط روش دوم سعی خواهد شد، با میره گیری از روش کنترل فعال حلقه باز بر مبنای نوسانات بهره گیری از روش کنترل فعال حلقه باز بر مبنای نوسانات شود. برای بکارگیری از کنترل حلقه باز، استوانه ملزم به شود. برای بکارگیری از کنترل حلقه باز، استوانه ملزم به دوران با سرعت زاویهای ( $2\pi f_{rot}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Rotating Vibrating Cylinder

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Rotationally Oscillating Non-Vibrating Cylinder

تعریف شده که در آن،  $U_s^{\max} = AD/7$ ، بیشینه سرعت محیطی استوانه،  $U_s = AD \sin(2\pi f_{rot})/7$  فرکانس نوسانات چرخشی استوانه میباشند. در این مطالعه، نسبت فرکانسی  $f_{rot}/f_n$  و نرخ چرخش  $\alpha = AD/2U$  دو پارامتر مهم بوده که میبایست بگونهای انتخاب شوند که نوسانات مهم بوده که میبایست بگونهای انتخاب شوند که نوسانات فرکانس طبیعی سیستم منحرف کند؛ در نتیجه این برهم خوردگی فرکانسی، دامنه ارتعاشات استوانه، کاهش پیدا خواهد کرد.

### ۶– نتایج عددی

در این مطالعه کنترل فعال حلقه باز توسط نوسانات چرخشی برای استوانه مرتعش دو درجه آزادی در عدد رینولدز ثابت و نسبت  $m^* = 17.7$  و  $m^* = 17.7$ میرایی صفر  $\cdot = \hat{z}$  (به منظور دستیابی به دامنه پاسخ بزرگتر استوانه)، در نظر گرفته می شود. همانطور که پیشتر گفته شد، میدان محاسباتی مربعی  $(H = 1 \cdot \cdot D)$ ، با میزان انسداد یک درصد B = 1%، با تعداد ۵۷۲۸۶ مش که شامل ۸۰۰۰ مش درون بخش مرکزی دایروی شکل است، مطابق شکل (۲) در نظر گرفته شده است. شکل ۶، منحنیهای تغییرات دامنه پاسخ نوسان عرضی و طولی استوانه، سرعت  $f_{rot}/f_n$  ، بر حسب نسبت فرکانسی،  $(A_X, A_Y)$ کاهش یافته  $(\alpha = 1, 1.6)$  و نرخهای چرخشی  $(\alpha = 1, 1.6)$  را نمایش میدهد؛ همچنین در این منحنیها و منحنیهای مشابه در شکلهای بعدی، یک خطچین بصورت افقی رسم شده است که نشان دهنده مقدار جابجایی استوانه مرتعش بدون چرخش (حالت کنترل نشده) است که مقدار عددی آن نیز داخل پرانتز آورده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، برای نرخ چرخش  $\alpha = 1$ ، کمترین مقدار دامنه جابجایی عرضی استوانه A<sub>Y</sub>، بطور تقریبی در محدوده فركانسى  $f_n \leq 1.7$  اتفاق افتاده كه اين محدوده فركانسى محدوده برای نرخ چرخش ۱.۱ $\leq f_{rot} / f_n \leq 1$  برابر با  $\alpha = 1.6$  است. پس از آن، دامنه پاسخ عرضی با افزایش نسبت فرکانسی، به تدریج افزایش می یابد. در ادامه مشاهده می شود که کمترین دامنه جابجایی طولی استوانه A<sub>X</sub>، برای نرخهای چرخش در محدوده فرکانسی مشابه جابجایی عرضی  $(\alpha = 1, 1.0)$ 

استوانه اتفاق می افتد. برای پاسخ جابجایی طولی استوانه بر خلاف پاسخ عرضی، در خارج محدودههای فرکانسی گفته شده، دامنه جابجایی طولی استوانه نسبت به حالت کنترل نشده بخصوص برای نرخ چرخش (a = a) افزایش داشته است؛ بنابراین برای انتخاب نرخ چرخش و نسبت فرکانسی بهینه، تأثیر جابجایی طولی استوانه حائز اهمیت است. به عنوان مثال برای  $(1 = n.40, \alpha = 1)$ ، دامنه جابجایی عرضی استوانه نسبت به حالت کنترل نشده (استوانه مرتعش بدون چرخش) ٪۳۲ کاهش یافته است؛ در حالیکه جابجایی طولی استوانه به میزان ۸۰۰ افزایش داشته است.



 $V_{\rm r} = 0$  بر حسب نسبت فرکانسی در

در ادامه شکل ۲، تغییرات دامنه پاسخ نوسان عرضی و  $f_{rot}/f_n$ ، بر حسب نسبت فرکانسی،  $(A_X, A_Y)$ ، طولی استوانه، ( $A_X, A_Y$ )، بر حسب نسبت فرکانسی، برای برای سرعت کاهش یافته ( $V_r = 8$ ) و نرخهای چرخشی ( $\alpha = 1, 1.0$ ) را نمایش میدهد. در اینجا برای نرخ چرخش



با توجه به شکلهای ۶–۸، با افزایش سرعت کاهش یافته محدوده مناسب نسبت فركانسى براى كاهش ارتعاشات عرضی و طولی استوانه به سمت مقادیر بالاتر فرکانسی شیفت پیدا کرده است؛ همچنین محدوده نسبت فرکانسی با افزایش نرخ چرخش بازتر شده است که از طرف دیگر، افزایش نرخ چرخش، منجر به افزایش انرژی مصرفی برای چرخش استوانه مى شود. نكته بسيار مهم ديگر، تمايل افزايش دامنه جابجايي طولى استوانه نسبت به حالت كنترل نشده براى نواحى خارج  $\alpha = 1$  از محدوده فرکانسی بهینه بخصوص برای نرخ چرخش است. در واقع برای کاهش ارتعاشات عرضی استوانه که معمولاً توسط محققان به عنوان هدف اصلى مسئله كنترل ارتعاشات VIV در نظر گرفته می شود، می بایست اثر افزایش ارتعاشات طولى استوانه را نيز بطور خاص مورد توجه قرار داد. چه بسا مقادیر بهینه نرخ چرخش و نسبت فرکانسی به منظور کاهش ارتعاشات عرضی انتخاب شوند که در نهایت منجر به افزایش ارتعاشات طولی استوانه نسبت به حالت

 $A_Y$ ، کمترین مقدار دامنه جابجایی عرضی استوانه  $A_Y$ ، اتفاق بطور تقریبی در محدوده فرکانسی  $f_{\rm rot}/f_{\rm n} \leq 1.4$  اتفاق افتاده که این محدوده برای نرخ چرخش  $\alpha=1$  برابر با  $\alpha=1.4$  محدوده این محدوده برای نرخ چرخش  $\alpha=1.4$  برابر با  $\gamma_{\rm n}\leq 1.4$  است. در اینجا نیز محدوده ای مشابه  $f_{\rm rot}/f_{\rm n}\leq 1.4$  است. در اینجا نیز محدوده ای مشابه  $f_{\rm rot}/f_{\rm n}\leq 1.4$  است. فرکانسی نزدیک به 1=n+1 اینجا بات افزایش دامنه جابجایی عرضی استوانه نسبت به حالت افزایش دامنه مشاهده می شود.



شکل ۸، نمودارهای مشابه را برای سرعت کاهش یافته  $(V_r = Y)$  ارائه میکند. در اینجا برای نرخ چرخش  $(V_r = Y)$ کمترین مقدار دامنه جابجایی عرضی استوانه  $A_Y$ ، بطور تقریبی در محدوده فرکانسی  $f_n \le 1.7 - 1.8 = 1.8$  اتفاق افتاده که این محدوده برای نرخ چرخش ۵.۵ =  $\alpha$  برابر با  $(f_n \le 1.76 - 1.76) = 1.76$ 

کنترل نشده شوند. با توجه به شکلهای ۶-۸، مقدار کمینه دامنه پاسخ استوانه در نرخهای چرخش ( $\alpha = 1, 1.6$ )، برای سرعت کاهش یافته ( $V_r = 4$ )، به ترتیب در نسبتهای فرکانسی  $f_{rot} / f_n = 1.1, 1.4$ ، برای سرعت کاهش یافته  $f_{rot} / f_n = 1.7, 1.9$ , برای سرعت کاهش یافته برای سرعت کاهش یافته ( $V_r = 9$ )، در نسبتهای فرکانسی برای سرعت کاهش یافته ( $V_r = 1$ )، در نسبتهای فرکانسی

در ادامه به منظور بررسی بیشتر اثر نرخ چرخش، تغییرات دامنه پاسخ استوانه بر حسب نرخ چرخش برای سرعتهای کاهش یافته (V<sub>r</sub> = ۵,۶,۷)، در نسبتهای فرکانسی منتخب محاسبه شده در بالا، در شکلهای ۹–۱۱ نشان داده شدهاند.

با توجه به شکلهای ۹–۱۱ مشاهده میشود که نرخ چرخش بهینه برای هر سرعت کاهش یافته دقیقاً برابر با همان مقداری است که بر مبنای آن نسبت فرکانسی منتخب محاسبه شده است. پس از آن، دامنه پاسخ استوانه اندکی



شکل ۹- تغییرات دامنه پاسخ نوسان عرضی و طولی استوانه بر حسب نرخ چرخش در ۵= V



افزایش یافته یا در بعضی موارد تغییر چندانی پیدا نکرده است. در اینجا نیز همانند قبل دامنه پاسخ جابجایی طولی استوانه، رفتار مشابه پاسخ جابجایی عرضی استوانه از خود نشان میدهد. از طرف دیگر برای جابجایی عرضی استوانه (منحنی های مرتبط با جابجایی عرضی در شکل های ۹-۱۱)، نسبت به استوانه کنترل نشده افزایش قابل توجهی نداشتهاند؛ در حالیکه این موضوع برای جابجایی طولی استوانه، کاملاً متفاوت است. در اینجا مشاهده می شود که برای نرخهای چرخش پایین تر، دامنه پاسخ طولی استوانه نسبت به حالت کنترل نشده افزایش زیادی داشته است. این افزایش برای نسبتهای فرکانسی منتخب بالاتر، بیشتر نیز است؛ بنابراین بر اساس مطالب گفته شده، می توان سه سیستم کنترل فعال حلقه باز منتخب (بهینه) با پارامترهای  $:V_r = \varphi$  (برای  $\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.1$  : $V_r = 0$  )، (برای  $\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.1$  : $V_r = 0$  $f_{\rm rot} / f_{\rm n} = 1.0$  :  $V_{\rm r} = 100$  ( $\alpha = 1, f_{\rm rot} / f_{\rm n} = 1.0$ )، به منظور کاهش مؤثر دامنه ارتعاشات استوانه در  $(\alpha = 1)$ 

مکانیک سازهها و شارهها/ سال ۱۳۹۸/ دوره ۹/ شماره ۲

نظر گرفت. در اینجا اگر چه برای نرخ چرخشی  $\alpha = 1.0$  میزان کاهش ارتعاشات VIV اندکی بیشتر است، ولی به دلیل مسئله مصرف انرژی بهتر است، از نرخ چرخشی کمتر بهره گرفته شود. به همین دلیل برای هر یک از سرعتهای کاهش یافته، نسبت فرکانسی بهینه برای نرخ چرخش  $1 = \alpha$ ، انتخاب شده است.



در ادامه، شکل ۱۲ تاریخچه زمانی جابجایی عرضی و طولی بی بعد شده استوانه، (X, Y)، در سرعت کاهش یافته ( $V_r = \Delta$ )، برای حالات کنترل نشده، کنترل فعال حلقه باز منتخب  $(V_r = 1, f_{rot} / f_n = 1.1)$  با نوسانات چرخشی منتخب  $(\alpha = 1.4, f_{rot} / f_n = 1.9)$  و ( $\alpha = 1.4, f_{rot} / f_n = 1)$  را نمایش میدهد. در شکل ۱۲ سیستم چرخشی اول (ستون سمت چپ شکل ۱۲)، همان سیستم کنترل فعال حلقه باز بهینه، سیستم چرخشی دوم (ستون میانی)، مرتبط با بیشترین دامنه ارتعاشات VIV و سیستم چرخشی سوم

(ستون سمت راست)، مرتبط با كاهش نوسانات استوانه با مصرف انرژی زیاد میباشند. در اینجا، سیستمهای اول  $(\alpha = 1.4\%, f_{rot} / f_n = 1.4\%)$  و سوم  $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.1)$ بیشینه دامنه پاسخ عرضی استوانه را به ترتیب به میزان ۸۸ و ۹۷ درصد نسبت به حالت کنترل نشده کاهش دهند؛ در حالیکه این مقادیر برای دامنه پاسخ طولی استوانه به ترتیب برابر با ۹۳ و ۹۵ درصد میباشند. همانطور که پیشتر گفته شد، اگر چه سیستم سوم به میزان بالاتری نوسانات استوانه مرتعش را کاهش داده است، ولی مقدار نرخ چرخش بالاتر منجر به افزایش انرژی بیشتری برای چرخش استوانه می-گردد. در واقع میبایست بیشترین کاهش را با مصرف انرژی پايينتر انتخاب كرد؛ همچنين براي سيستم دوم که در آن نوسانات چرخشی استوانه ( $\alpha = 1.0, f_{rot} / f_n = 1$ ) دقیقاً برابر با فرکانس طبیعی استوانه است، بیشینه دامنه پاسخ عرضی استوانه کاهش چندانی نداشته است، در حالیکه مقدار مشابه برای جابجایی طولی به میزان ۳۲ درصد افزایش داشته است. برای سیستم چرخشی دوم، نوسانات چرخشی استوانه نه تنها استوانه را از ناحیه قفل شدگی فرکانسی خارج نکرده است، بلکه با مصرف انرژی خارجی استوانه را در منطقه تطابق فرکانسی نگاه داشته است.

در ادامه، شکل ۱۳ نمودارهای مشابه را برای سرعت کاهش یافته  $(V_r = 8)$ ، برای حالات کنترل نشده،  $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.7)$  كنترل فعال حلقه باز منتخب ( $\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.7$ استوانه با نوسانات چرخشی  $(\alpha = 1.\Delta, f_{rot} / f_n = 7.\Delta)$  و نمایش میدهد. در اینجا،  $(\alpha = 1.70, f_{rot} / f_n = 1.9)$ سیستم چرخشی اول (ستون سمت چپ شکل ۱۳)، همان سیستم کنترل فعال حلقه باز بهینه، سیستم چرخشی دوم (ستون میانی)، مرتبط با استوانه با نسبت فرکانسی بزرگتر از محدوده نسبت فرکانسی بهینه و سیستم چرخشی سوم (ستون سمت راست)، مرتبط با كاهش نوسانات استوانه با مصرف انرژی زیاد میباشند. در اینجا، سیستمهای اول  $(\alpha = 1.7\Delta, f_{rot} / f_n = 1.9)$  و سوم  $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.7)$ بیشینه دامنه پاسخ عرضی استوانه را به ترتیب به میزان ۹۲ و ۹۷ درصد نسبت به حالت کنترل نشده کاهش دهند؛ در حالیکه این مقادیر برای دامنه یاسخ طولی استوانه به ترتیب برابر با ۹۰ و ۹۵ درصد میباشند؛ همچنین برای سیستم دوم که در آن مجدداً استوانه به  $(\alpha = 1.0, f_{rot} / f_n = 7.0)$ 

ناحیه تطابق فرکانسی نزدیک میشود، نوسانات طولی و عرضی استوانه کاهش چندانی نسبت به حالت کنترل نشده ندارند.

در شکل ۱۴، نمودارهای مشابه برای سرعت کاهش یافته (۷٫ = ۷)، ارائه شده است. در این شکل، نمودارهای مرتبط با حالات کنترل نشده، کنترل فعال حلقه باز منتخب

( $\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.2$ )، استوانه با نوسانات چرخشی  $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.2)$  و ( $\alpha = 1.2, f_{rot} / f_n = 1$ ) ارائه شده ( $\alpha = 1.2, f_{rot} / f_n = 1$ ) ارائه شده است. در اینجا نیز همانند قبل، سیستم چرخشی اول، همان سیستم کنترل فعال حلقه باز بهینه، سیستم چرخشی دوم، مرتبط با بیشترین دامنه ارتعاشات VIV و سیستم چرخشی دیاد سوم، مرتبط با کاهش نوسانات استوانه با مصرف انرژی زیاد



شکل ۱۲ – تاریخچه زمانی جابجایی عرضی و طولی بی بعد شده استوانه در ۷٫ = ۵



 $W_{\rm r}= arsigma$  شکل ۱۳ – تاریخچه زمانی جابجایی عرضی و طولی بی بعد شده استوانه در



 $W_{\rm r} = V$  شکل ۱۴ – تاریخچه زمانی جابجایی عرضی و طولی بی بعد شده استوانه در

 $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.0)$  ایستمهای اول  $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.0)$  و سوم  $(\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1)$  بیشینه دامنه پاسخ عرضی استوانه را به ترتیب به میزان ۹۲ و ۹۷ درصد نسبت به حالت کنترل نشده کاهش دهند؛ در حالیکه این مقادیر برای دامنه پاسخ طولی استوانه به ترتیب برابر با ۸۲ و ۸۷ درصد میباشند.

شکل ۱۵ مسیر حرکت مداری شکل استوانه دایروی را برای حالتهای کنترل نشده و سیستمهای نوسانی چرخشی که در شکلهای ۲۲–۱۴، مورد بررسی قرار گرفتند (برای سرعتهای کاهش یافته  $V_r = 0., 9$ ، نمایش میدهد. در این شکل هر یک از نمودارهای مداری شکل با یک شماره مشخص شدهاند که در نمودار مشخصات آن ارائه شده است؛ همچنین در این شکل به منظور مقایسه بهتر، نمودارهای متدهاند. همانطور که در این شکلها مشاهده میشود، نمودارهای جابجایی طولی بر حسب عرضی استوانه بصورت نمودارهای مداری منظم هشتی شکل میباشند. در اینجا برای سرعت کاهش یافته (-4)، دو سیستم چرخشی کاهنده ارتعاشات موفق شدهاند، مسیر حرکت مداری شکل استوانه را

طولی و عرضی بسیار کوچک استوانه است (تبدیل نمودار شماره ۳ به نمودارهای شماره ۱ و ۲ در شکل ۱۵). این نمودارها در سمت چپ مسیر مداری شکل استوانه کنترل نشده میباشند (یعنی مقدار میانگین پاسخ طولی استوانه نیز نسبت به حالت کنترل نشده کاهش یافته است). برای سرعت کاهش یافته  $(V_r = 8)$ ، دو سیستم چرخشی کاهنده ارتعاشات موفق شدهاند، مسیر حرکت مداری شکل استوانه را از نمودار ۶ به نمودارهای ۵ و ۷ انتقال دهند (نمودارهای مداری شکل بسیار کوچک در سمت چپ و راست نمودار کنترل نشده) که این بدین معنا میباشد که ممکن است، مقدار میانگین جابجایی طولی استوانه حین کنترل نسبت به حالت کنترل نشده افزایش پیدا کند. در نهایت برای سرعت کاهش یافته  $\left( V_{
m r} = {
m V} 
ight)$ ، مسیر حرکت مداری شکل استوانه از نمودار شماره ۸ به نمودارهای ۹ و ۱۰ تبدیل شده است که این نمودارها مرتبط با دامنه بسیار کوچک جابجایی عرضی و طولی استوانه بوده که هر دوی آنها در سمت راست نمودار شماره ۸ قرار دارند؛ همچنین نمودار شماره ۸ می تواند در نسبت فرکانسی دقیقاً برابر با فرکانس طبیعی استوانه به نمودار شماره ۱۱ تبدیل شود که در اینجا افزایش دامنه ارتعاشات عرضی و طولی بخوبی مشخص شده است.



پدیده تطابق فرکانسی  $(f/f_n = 1)$  میباشند؛ در نتیجه دامنه پاسخ جابجایی این سیستمها بالا است. نکته بسیار مهم استخراج شده از این شکل، یدیده "قفل بَر" است که در تمامی نمودارهای ستون دوم و چهارم از سمت چپ مشاهده می شود. برای این سیستمهای چرخشی که همگی، در کاهش VIV بسیار موفق عمل کردهاند، فرکانس جدایش گردابه ها روی نسبت فرکانسی اشان قفل شده است (به مقدار نسبت فرکانسی و فرکانس نرمال شده هر یک از نمودارهای ستون دوم و چهارم که در شکل مشخص شده است دقت شود). به عنوان مثال فرکانس جدایش گردابههای ،  $(V_{\rm r} = \Delta, \, \alpha = \mathbb{N}, \, f_{\rm rot} \, / \, f_{\rm n} = \mathbb{N}.\mathbb{N})$  استوانه با پارامترهای  $\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.0$   $g = (V_r = 9, \alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.\%)$ قفل  $f / f_n = 1.1, 1.7, 1.6$  به ترتيب روی مقادير  $(V_r = V,$ شدهاند. این همان دلیل اصلی کاهش ارتعاشات VIV در مطالعه حاضر است. در واقع در اینجا همانطور که پیشتر گفته شده است، کاهش نوسانات استوانه مرتعش از طریق بر هم زدن پدیده تطابق فرکانسی انجام میشود. در ناحیه نسبت فرکانسی بهینه که در شکلهای ۶–۸ مشخص شد،

در ادامه، شکل ۱۶، چگالی طیف توانی ٔ جابجایی عرضی استوانه را برای حالتهای کنترل نشده و سیستمهای نوسانی چرخشی نمایش میدهند که در شکلهای ۱۲–۱۴ مورد بررسی قرار گرفتند. در این شکل هر یک از سطرها مرتبط با یک سرعت کاهش یافته است که داخل هر نمودار مقدار آن مشخص شده است؛ همچنین پارامترهای نرخ چرخش و نسبت فرکانسی نیز برای هر یک از نمودارها آورده شده است. با توجه به این شکل، فرکانس نرمال شده نوسان عرضی استوانه (همان فرکانس نرمال شده جدایش گردابهها) برای استوانههای کنترل نشده برابر با  $f/f_n = 1$  بوده که این نشاندهنده تطابق فركانس جدایش گردابهها با فركانس طبیعی سازه است. در هریک از سرعتهای کاهش یافته (۷٫ = ۵٫ ۶٫ ۷)، این یدیده (تطابق فرکانسی) مشاهده می-شود. لازم به ذکر است، نمودار میانی هر یک از شکلهای ۱۴-۱۲ متناظر با سیستم چرخشی است که یا نسبت فرکانسی برابر یک است یا اینکه استوانه از محدوده نسبت فرکانسی بهینه خارج شده است؛ در نتیجه نمودارهای ستون سوم از سمت چپ در شکل ۱۶ که همان سیستمهای چرخشی میانی در شکلهای ۱۲–۱۴ میباشند نیز دچار

 $<sup>^{\</sup>rm 2}$  Lock-on

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Power Spectral Density (PSD)



این مقادیر برای دامنه پاسخ طولی استوانه به ترتیب برابر با ۹۰، ۹۰ و ۸۲ درصد میباشند. دلیل اصلی عملکرد بسیار خوب سیستمهای کنترلی مذکور در کاهش ارتعاشات عرضی و طولی استوانه، پدیده "قفل بر" است که در آن مقدار فرکانس جدایش گردابهها که پیش از این روی فرکانس طبیعی سازه قرار گرفته بود، تغییر کرده و روی فرکانس نوسانات چرخشی اجباری استوانه قفل میشود. از دیگر نتایچ مهم مقاله حاضر، اهمیت بررسی وضعیت جابجایی طولی استوانه در مسئله کنترل VIV است. چه بسا مقادیر بهینه نرخ چرخش و نسبت فرکانسی به منظور کاهش ارتعاشات عرضی انتخاب شوند که در نهایت منجر به افزایش ارتعاشات طولی استوانه نسبت به حالت کنترل نشده شوند.

#### ۸- مراجع

- [1] Bearman P (2011) Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations. J Fluid Struct 27(5): 648-658.
- [2] Wu X, Ge F, Hong Y (2012) A review of recent studies on vortex-induced vibrations of long slender cylinders. J Fluid Struct 28: 292-308.
- [3] Chen W, Li M, Zheng Z, Guo S, Gan K (2015) Impacts of top-end vessel sway on vortex-induced

پدیده "قفل بَر" اتفاق میافتد؛ به همین دلیل در این نواحی کاهش ناگهانی نوسانات VIV مشاهده میشود. در اینجا بر خلاف روشهای کنترل VIV توسط کاهش مستقیم قدرت دنباله گردابهها، کاهش دامنه نیروهای برآ و پسا دلیل کاهش نوسانات استوانه مرتعش نمیباشد.

# ۷- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، از نوسانات چرخشی اجباری استوانه به منظور کاهش ارتعاشات عرضی و طولی آن در قالب یک منظور کاهش ارتعاشات عرضی و طولی آن در قالب یک سیستم کنترل فعال VIV استفاده شده است. بر اساس شبیه سازی های جامع انجام گرفته در این مقاله، سه سیستم کنترل فعال حلقه باز منتخب برای سرعتهای کاهش کاهش کنترل فعال حلقه باز منتخب برای سرعتهای کاهش ورودی (برای  $V_r = \delta$ )، (برای  $\alpha = 1, f_{rot} / f_n = 1.1$ ; (برای  $\gamma = 1.5$ )، (برای  $F_r = 1.5$ )، (برای  $\gamma = 1.5$ )، به منظور کاهش مؤثر دامنه ارتعاشات استوانه (سخاب شدهاند. این سیستمها توانستهاند، بیشینه دامنه پاسخ عرضی استوانه را به ترتیب به میزان ۸۸، ۹۲ و ۹۲ درصد نسبت به حالت کنترل نشده کاهش دهند؛ در حالیکه

- [11] Protas B, Wesfreid J (2002) Drag force in the open-loop control of the cylinder wake in the laminar regime. Phys Fluids 14(2): 810-826.
- [12] Williams DR, Mansy H, Amato C (1992) The response and symmetry properties of a cylinder wake subjected to localized surface excitation. J Fluid Mech 234: 71-96.
- [13] He J-W, Glowinski R, Metcalfe R, Nordlander A, Periaux J (2000) Active control and drag optimization for flow past a circular cylinder: I. Oscillatory cylinder rotation. J Comput Phys 163(1): 83-117.
- [14] Bourguet R, Jacono DL (2014) Flow-induced vibrations of a rotating cylinder. J Fluid Mech 740: 342-380.
- [15] Du L, Sun X (2015) Suppression of vortexinduced vibration using the rotary oscillation of a cylinder. Phys Fluids 27(2): 023603.
- [16] Prasanth T, Mittal S (2008) Vortex-induced vibrations of a circular cylinder at low Reynolds numbers. J Fluid Mech 594: 463-491.
- [17] Placzek A, Sigrist J-F, Hamdouni A (2009) Numerical simulation of an oscillating cylinder in a cross-flow at low Reynolds number: Forced and free oscillations. Comput Fluids 38(1): 80-100.

vibration of the submarine riser for a floating platform in deep water. Ocean Eng 99: 1-8.

- [4] Chen WL, Xin DB, Xu F, Li H, Ou JP, Hu H (2013) Suppression of vortex-induced vibration of a circular cylinder using suction-based flow control. J Fluid Struct 42: 25-39.
- [5] Rabiee Ah, Jarrahi M, Hasheminejad SM (2015) A collaborative simulation for active flow-induced vibration control of a circular cylinder. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 5(3): 113-124. (in persian)
- [6] Hasheminejad SM, Rabiee AH, Jarrahi M (2017) Semi-active vortex induced vibration control of an elastic elliptical cylinder with energy regeneration capability. Int J Struct Stab Dy 1750107.
- [7] Bearman P, Branković M (2004) Experimental studies of passive control of vortex-induced vibration. Eur J Mech B-Fluid 23(1): 9-15.
- [8] Bruneau CH, Mortazavi I (2008) Numerical modelling and passive flow control using porous media. Comput Fluids 37(5): 488-498.
- [9] Korkischko I, Meneghini JR (2010) Experimental investigation of flow-induced vibration on isolated and tandem circular cylinders fitted with strakes. J Fluid Struct 26(4): 611-625.
- [10] Hsiao F, Shyu J (1991) Influence of internal acoustic excitation upon flow passing a circular cylinder. J Fluid Struct 5(4): 427-442.