



ارائه رابطه‌ای تحلیلی برای محاسبه شیب میرایی میراگرهای ضربه‌ای تک جرمی صلب

حسین صفاپور^۱، حسن حیرانی^{۲*}^۱ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بزرگمهر قائنات، قاین، ایران^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بزرگمهر قائنات، قاین، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۰۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۰۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۶

چکیده

در ارتعاشات با دامنه زیاد با حضور میراگر ضربه‌ای، برخوردهای موثری بین جرم میراگر و سازه اصلی اتفاق می‌افتد. این برخوردهای موثر باعث می‌شود، انرژی سیستم اصلی به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یابد. استفاده از میراگر ضربه‌ای در ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی باعث کاهش دامنه ارتعاشات به صورت خطی می‌گردد که شیب این خط، شیب میرایی نامیده می‌شود. شیب میرایی معیاری از عملکرد میراگر بوده که عدد آن نشان‌دهنده اثر استفاده از میراگر ضربه‌ای در کاهش ارتعاشات سیستم نوسانی است. در اکثر پژوهش‌های پیشین شیب میرایی به صورت موردی با روش عددی یا آزمایشگاهی استخراج شده و هیچ رابطه تئوری برای پیش‌بینی شیب میرایی تاکنون ارائه نشده‌است. در این پژوهش تاثیر پارامترهای ضریب بازگشت و نسبت جرمی بر شیب میرایی میراگر ضربه‌ای تک جرمی صلب مطالعه شده‌است. سپس با تجزیه و تحلیل داده‌ها یک رابطه تحلیلی برای تعیین شیب میرایی برحسب ضریب بازگشت و نسبت جرمی ارائه شده‌است. این رابطه با خطای کمتر از شش درصد شیب میرایی را پیش‌بینی کرده و نیاز به مطالعات عددی و تجربی برای تعیین شیب میرایی را برطرف می‌سازد.

کلمات کلیدی: ارتعاشات آزاد؛ میراگر ضربه‌ای؛ کاهش دامنه؛ شیب میرایی؛ رابطه تحلیلی.

Proposing an analytical relationship to calculate the damping inclination of rigid single mass impact dampers

Hossein safaeifar¹, Hasan Heirani^{2,*}¹ Assist. Prof., Mech. Eng., Bozorgmehr Univ., Qaen, Iran² Assist. Prof., Mech. Eng., Bozorgmehr Univ., Qaen, Iran

Abstract

In high amplitude vibrations when there is an impact damper, effective collisions occur between the damper particle and the main structure. These effective collisions cause the energy of the main system decreases significantly. The use of impact dampers in the free vibrations of a system of one degree of freedom reduces the amplitude of vibrations linearly, where the slope of this line is called the damping inclination. The damping inclination is a criterion of the damper performance, whose number indicates the effect of using the impact damper in reducing the vibrations of the oscillating system. In most of the previous researches, the damping inclination has been extracted by numerical or experimental methods, and no formula has been presented to predict the damping inclination. In this research, the effect of parameters of the coefficient of restitution and the mass ratio on the damping inclination of rigid single mass impact dampers has been studied. Then, by analyzing the data, an analytical relationship has been presented to determine the damping inclination according to the coefficient of restitution and mass ratio. This formula predicts the damping inclination with an error of less than six percent and eliminates the need for numerical and experimental studies to determine the damping inclination.

Keywords: Free vibrations; impact dampers; amplitude reduction; damping inclination; analytical relation.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۵۶۳۱۰۰۶۸۱۴؛ فکس: ۰۵۶۳۱۰۰۶۰۰۹

آدرس پست الکترونیک: heirani@buqaen.ac.ir

۱- مقدمه

ارتعاشات پدیده‌ای ناگزیر در صنعت است که در اکثر مواقع باعث خرابی دستگاه‌ها و تجهیزات می‌شود. علاوه بر این، ارتعاشات راحتی انسان را نیز از بین می‌برد. انسان همیشه به دنبال راه‌های جدید برای کنترل و یا کاهش ارتعاشات در سیستم‌های صنعتی بوده‌است. روش‌های کنترل ارتعاشات سیستم‌های دینامیکی را می‌توان به چهار دسته فعال، نیمه‌فعال، غیرفعال و ترکیبی تقسیم نمود. به دلیل مزایای ویژه، روش‌های غیرفعال به طور گسترده در کنترل و کاهش ارتعاشات سازه‌ها و سیستم‌های صنعتی مورد استفاده قرار گرفته‌است [۱].

یکی از بهترین روش‌های کنترل غیرفعال ارتعاشات، استفاده از میراگر ضربه‌ای است. پژوهش‌های پیشین نشان داده‌است که میراگرهای ضربه‌ای در مقایسه با سایر میراگرها، عملکرد بهتری در کاهش نوسانات سازه‌ها دارند [۲-۶].

میراگر ضربه‌ای شامل یک محفظه حاوی یک یا چند جرم کمکی است که در نقطه دارای بیشترین دامنه ارتعاشات نصب می‌گردد. در هنگام وجود ارتعاشات در سیستم اصلی، جرم‌های کمکی با یکدیگر و همچنین با دیواره‌های محفظه برخورد می‌کنند. به خاطر این برخوردها، بخشی از انرژی جنبشی سیستم اصلی به جرم‌های کمکی منتقل شده و بخشی دیگر به صورت صوت و گرما تلف می‌شود و در نتیجه، انرژی جنبشی سیستم اصلی کاهش می‌یابد. به این دلیل، این میراگر، میراگر ضربه‌ای نامیده می‌شود [۷ و ۸]. عدم نیاز به راه‌اندازی اولیه و همچنین عدم تغییر کارایی با تغییر دمای محیط از مزیت‌های اساسی میراگرهای ضربه‌ای است. میراگرهای ضربه‌ای در اکثر سیستم‌های ارتعاشی قابل استفاده است که از آن جمله می‌توان به کاهش ارتعاشات در توربین‌های بادی [۹]، کنترل ارتعاشات بازوی رباتیکی [۱۰]، کاهش ارتعاشات چرخ‌دنده‌ها [۱۱]، کاهش ارتعاشات تیرها [۱۲]، کاهش ارتعاشات سازه‌های ساختمانی [۱۳]، کاهش ارتعاشات سیستم‌های ریلی [۱۴] و [۱۵]، کاهش نویز در ریل [۱۶] و همچنین کاهش ارتعاشات در سیستم‌های پیوسته [۱۷] اشاره کرد.

میراگر ضربه‌ای به دو نوع صلب و ارتجاعی دسته‌بندی می‌شود. در میراگر ضربه‌ای صلب، زمان برخورد خیلی کوچک است؛ بنابراین تغییر موقعیت دو جرم در هنگام برخورد قابل صرف‌نظر است. در این میراگر تغییرات سرعت دو جرم برخورد

کننده پس از برخورد با استفاده از اصل بقای مومنتوم و با کمک روابط برخورد در دینامیک کلاسیک به دست می‌آید [۱۷]. در میراگر ضربه‌ای ارتجاعی، زمان برخورد کوچک نیست؛ بنابراین تغییر موقعیت دو جرم در هنگام برخورد باید در نظر گرفته شود [۱۸].

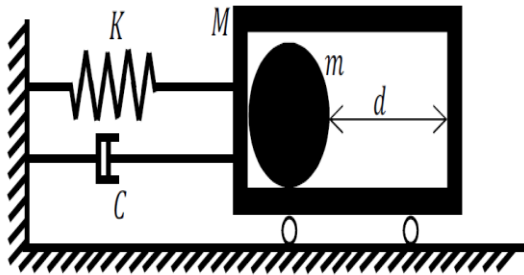
پژوهش‌های انجام شده در خصوص میراگرهای ضربه‌ای، ابتدا در مورد نوع تک‌جرمی آن شروع شده و سپس در مورد نوع چند جرمی ادامه پیدا کرده‌است. مسری برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ میراگر ضربه‌ای تک جرمی را به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی، مورد بررسی قرار داده است [۱۸]. وی در ادامه در سال ۱۹۶۹ عملکرد میراگر ضربه‌ای چند واحدی در ارتعاشات آزاد یک سیستم یک درجه آزادی را بررسی نموده [۱۹] و سپس استفاده از میراگر ضربه‌ای در پاسخ پایدار ارتعاشات سیستم چند درجه آزادی را در سال ۱۹۷۳ مطالعه کرده است [۲۰]. نتایج این پژوهش‌ها بیانگر کارایی مناسب میراگر ضربه‌ای در کاهش ارتعاشات است.

بابت و سانکر در سال ۱۹۸۵ میراگر ضربه‌ای را در ارتعاشات آزاد و اجباری یک سیستم یک درجه آزادی به کار بردند [۲۱]. فاصله خالی بهینه برای بهبود عملکرد میراگر در این پژوهش تعیین شده‌است.

انواع میراگرهای ضربه‌ای توسط پژوهشگران مختلفی در طول سالیان متمادی مطرح شده و مورد مطالعه قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان به میراگر ضربه‌ای پیستونی توسط بی و همکاران در سال ۲۰۰۹ [۲۲]، میراگر ضربه‌ای شامل یک گوی حاوی ذرات توسط سمرسیگل و همکاران در سال ۲۰۱۱ [۲۳]، میراگر ضربه‌ای زنجیره ذرات خطی توسط غریب و غنی در سال ۲۰۱۲ [۲۴]، میراگر ضربه‌ای با ذرات نرم توخالی توسط میچون و همکاران در سال ۲۰۱۳ [۲۵]، میراگر ضربه‌ای پاندولی چند جرمی توسط ایگر و کارگولگیا در سال ۲۰۱۵ [۲۶]، میراگر ضربه‌ای حاوی سیال توسط دای و همکاران در سال ۲۰۱۶ [۲۷]، میراگر ضربه‌ای مغناطیسی توسط افشارفرد در سال ۲۰۱۸ [۲۸]، میراگر ضربه‌ای الکترومغناطیسی توسط لی و همکارانش در سال ۲۰۱۹ [۲۹] و همچنین میراگر ضربه‌ای با اصطکاک غیرخطی توسط کا و همکارانش در سال ۲۰۲۰ [۳۰] اشاره کرد.

در برخی از مطالعات پژوهشی، نتایج آزمایشگاهی یا عددی به صورت داده‌های گسسته بدست می‌آید، اما محققان در اکثر

سیستم یک درجه آزادی مجهز به یک میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب را نشان می‌دهد. در این مدل M ، K و C به ترتیب جرم، ضریب فنریت و ضریب میرایی سیستم یک درجه آزادی اصلی، m جرم میراگر و d فاصله خالی میراگر است.



شکل ۱- مدل ساده سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای

معادلات حرکت سیستم اصلی و همچنین جرم میراگر، وقتی هیچ برخوردی بین جرم میراگر و جرم اصلی وجود ندارد، مطابق رابطه ۱ قابل بیان است [۳۴].

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_M + C\dot{x}_M + Kx_M &= 0 \\ m\ddot{x} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

که x و x_M به ترتیب پاسخ‌های زمانی مربوط به جرم اصلی و جرم میراگر هستند. با فرض اینکه $\xi = C/(2\sqrt{KM})$ ، فرکانس طبیعی نامیرا و فرکانس طبیعی میرای اصلی باشند، این پاسخ‌های زمانی از رابطه ۲ قابل محاسبه می‌باشند.

$$\begin{aligned} x_M(t) &= e^{-\xi\omega_n t} \left(x_{0M} \cos(\omega_d(t-t_0)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{V_{0M} + \xi\omega_n x_{0M}}{\omega_d} \sin(\omega_d(t-t_0)) \right) \\ x(t) &= V_0(t-t_0) + x_0 \end{aligned} \quad (2)$$

که t_0 زمان برخورد بین جرم میراگر با جرم اصلی است. V_0 و x_0 به ترتیب موقعیت و سرعت جرم اصلی و جرم میراگر بلافاصله پس از هر برخورد است. لازم به ذکر است

مواقع به دنبال ارائه روابط تحلیلی برای تعیین داده‌ها می‌باشند. در این نوع مطالعات، معمولاً محققان از روش برازش منحنی بر روی داده‌ها استفاده می‌کنند تا بتوانند روابطی را پیشنهاد دهند. به عنوان نمونه افشارفرد با استفاده از روش برازش رویه بر داده‌ها در نرم‌افزار متلب، رابطه‌ای دو متغیره برای محاسبه ضریب بازگشت در برخورد دو جسم جامد ارائه کرد [۲۸]. در پژوهش دیگری پیلای و همکاران با برازش داده‌های تجربی در نرم‌افزار spss توانستند، فرمولی برای ارزیابی ایمنی موج‌شکن‌های خاک‌ریزه‌ای ارائه کنند [۳۱].

یکی از اثرات وجود میراگر ضربه‌ای صلب در ارتعاشات آزاد، کاهش دامنه ارتعاشات سیستم اصلی به صورت تقریباً خطی است که شیب این خط، شیب میرایی نامیده می‌شود [۳۲] و [۳۳]. تاکنون پژوهش‌های زیادی در خصوص شیب میرایی انجام نشده است و هیچ رابطه تحلیلی برای پیش‌بینی این کمیت وجود ندارد. بدون شک وجود یک رابطه تحلیلی در این خصوص، در آینده می‌تواند مسیر تحقیق برای پژوهشگران این زمینه را هموار سازد. یک نکته مهم در استخراج رابطه تحلیلی برای محاسبه شیب میرایی، قابلیت استفاده برای هر نوع شرایط کاری می‌باشد، در صورتی که نتایج بدست آمده از پژوهش‌های پیشین برای شرایط کاری متفاوت نیاز به تحلیل آزمایشگاهی یا عددی مجدد دارد. در این پژوهش قرار است با بررسی شیب میرایی در میراگرهای ضربه‌ای تک‌جرمی صلب مختلف، یک رابطه تحلیلی بین شیب میرایی و پارامترهای مختلفی استخراج شود که بر این شیب موثر هستند.

در ابتدا مدل‌سازی سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب و ارزیابی این مدل به صورت مختصر انجام می‌شود. در ادامه نحوه محاسبه شیب میرایی در میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب تشریح می‌شود. پس از آن با بررسی نمودارهای مختلف و ارتباط بین شیب میرایی با پارامترهای موثر بر آن، یک رابطه تحلیلی در این خصوص پیشنهاد می‌شود.

۲- مدل ریاضی سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب

اغلب سیستم‌های پیوسته را می‌توان به صورت یک سیستم یک درجه آزادی مدل‌سازی کرد. شکل ۱ مدل مربوط به یک

جدول ۱- مقادیر عددی استفاده شده برای ارزیابی مدل

[۲۱]			
مقدار عددی	واحد	پارامتر	عنوان
۲۸۱/۲۵	gr	M	جرم سیستم اصلی
۱۰۲۶/۳۹	N/m	K	ضریب فنریت سیستم اصلی
۰/۱۳۵۹	Ns/m	C	ضریب میرایی سیستم اصلی
۱۱/۹۰	gr	m	جرم میراگر
۰/۴	-	e	ضریب بازگشت
۹/۵	mm	d	فاصله خالی
۱۲/۷	mm	x_{0M}	موقعیت اولیه سیستم اصلی
۰	mm/s	V_{0M}	سرعت اولیه سیستم اصلی

با استفاده از مقادیر عددی جدول ۱ و با کمک برنامه نوشته شده، نتیجه بدست آمده در خصوص ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب در پژوهش حاضر با نتیجه پژوهش انجام شده توسط باپت و سانکر [۲۱] در شکل ۲ مقایسه شده است. همانطور که در این شکل مشخص است، مدل در نظر گرفته شده از دقت بالایی برخوردار است؛ بنابراین می‌توان شیب میرایی در ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب را مورد بررسی قرار داد. در اکثر نقاط این شکل خطای ایجاد شده تقریباً برابر صفر است. فقط در تعداد محدودی از نقاط خطا وجود دارد که مطابق شکل حداکثر خطای ایجاد شده برابر ۸ درصد است. با توجه به اینکه مطالعه حاضر مدلسازی عددی و مرجع مورد مقایسه مطالعه آزمایشگاهی است؛ وجود مقداری خطا طبیعی است.

با توجه به اینکه میراگر ضربه‌ای از نوع صلب می‌باشد، زمان برخورد خیلی کوچک است و در نتیجه موقعیت جرم اصلی و جرم میراگر در هنگام برخورد تغییری نمی‌کند و برابر با مقادیر مربوطه قبل از برخورد است. اگر سرعت جرم اصلی و جرم میراگر و ضریب بازگشت در برخورد بین این دو جرم و همچنین نسبت جرمی به ترتیب برابر با V_M, V_m, e و $\mu = m/M$ فرض شود؛ سرعت جرم اصلی و جرم میراگر پس از برخورد که به ترتیب برابر با V'_M و V'_m است، از رابطه ۳ قابل محاسبه است [۳۵].

$$V'_M = \frac{(1 - \mu e)V_M + \mu(1 + e)V_m}{1 + \mu} \quad (۳)$$

$$V'_m = \frac{(1 + e)V_M + (\mu - e)V_m}{1 + \mu}$$

لازم به ذکر است، شرط برخورد بین جرم میراگر با دیواره سمت چپ و همچنین با دیواره سمت راست در سیستم اصلی به ترتیب مطابق روابط ۴ و ۵ است.

$$x - (x_M - d/2) = 0 \quad (۴)$$

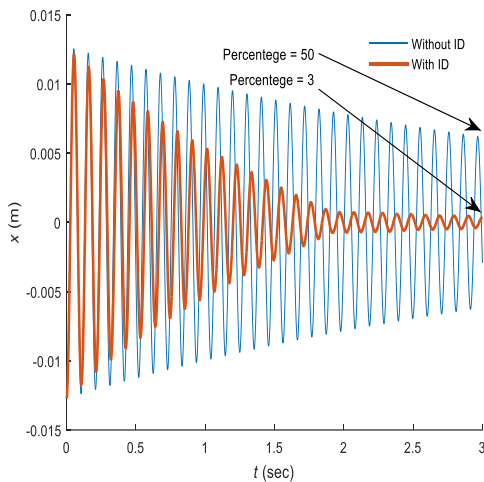
$$(x_M + d/2) - x = 0 \quad (۵)$$

برای استفاده از این مدل، یک برنامه در نرم‌افزار Matlab نوشته شده است. با استفاده از این برنامه و با در نظر گرفتن شرایط اولیه مسئله، موقعیت جرم اصلی و جرم میراگر در هر لحظه با استفاده از رابطه ۲ محاسبه می‌شود. در هر لحظه شرط برخورد مطابق روابط ۴ و ۵ بررسی می‌شود. وقتی برخورد اتفاق می‌افتد، سرعت جرم اصلی و میراگر پس از برخورد با استفاده از رابطه ۳ بدست می‌آید. سرعت جرم‌ها پس از برخورد و موقعیت آنها قبل از برخورد به عنوان شرایط اولیه جدید در نظر گرفته می‌شود و حل مسئله ادامه می‌یابد. برای ارزیابی مدل فعلی از نتایج پژوهش انجام شده توسط باپت و سانکر مطابق داده‌های جدول ۱ استفاده شده است [۲۱].

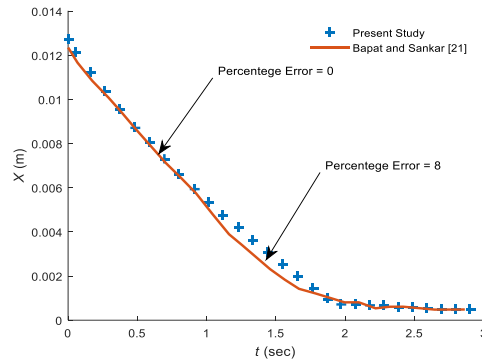
بر حسب طول بر زمان (به عنوان نمونه mm/s در شکل ۵) بیان می‌شود.

۴- استخراج رابطه تحلیلی برای شیب میرایی

پس از تعیین مقدار شیب میرایی برای ترکیب‌های مختلف مقادیر ضریب بازگشت (e) و نسبت جرمی (μ) در فاصله خالی ثابت ($d = 2 \text{ cm}$)، نمودارهای تغییرات شیب میرایی بر حسب این پارامترها ترسیم شده‌است. شکل ۶ نمودار تغییرات شیب میرایی را بر حسب نسبت جرم برای ضرایب بازگشت مختلف نشان می‌دهد. داده‌های حاصل از تحلیل نتایج ترسیم شده است و مشاهده می‌شود که با دقت قابل قبولی می‌توان خطی را بر داده‌های مربوط به هر ضریب بازگشت برازش نمود. رابطه هر خط و ضریب R^2 حاصل از حداقل مربعات در جدول ۲ آورده شده‌است. مقادیر R^2 نشان می‌دهد که ارتباط شیب میرایی با نسبت جرمی را می‌توان با دقت قابل قبولی به شکل خطی بیان کرد. البته ضرایب رابطه خطی برای هر مقدار ضریب بازگشت متفاوت است. این مسئله نشان می‌دهد، ضرایب رابطه خطی، تابعی از ضریب بازگشت می‌باشند. با توجه به شکل با افزایش نسبت جرمی مقدار شیب میرایی افزایش می‌یابد.



شکل ۳- پاسخ زمانی سیستم یک درجه آزادی بدون میراگر ضربه‌ای و با میراگر ضربه‌ای تک جرمی صلب



شکل ۲- ارزیابی ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک جرمی صلب

۳- شیب میرایی در میراگر ضربه‌ای

پاسخ زمانی و دامنه پاسخ در سیستم یک درجه آزادی در دو حالت بدون میراگر ضربه‌ای و با میراگر ضربه‌ای تک جرمی صلب بر اساس مقادیر عددی جدول ۱ به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ قابل مشاهده است.

همانطور که در این شکل‌ها مشخص است، رفتار میراگر ضربه‌ای در ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی را تقریباً می‌توان به دو ناحیه کاملاً متفاوت تقسیم‌بندی نمود. در ناحیه اول (از زمان صفر تا زمان $1/8$ ثانیه)، جرم میراگر تقریباً برخورد‌های خیلی موثری با جرم اصلی دارد که این ناحیه، ناحیه برخورد (impact zone) نامیده می‌شود. در این ناحیه، اثرات اصطکاک و میرایی سازه‌ای در مقابل اثر برخورد در کاهش دامنه ارتعاشات سیستم اصلی تقریباً ناچیز است. نرخ کاهش دامنه ارتعاشات سیستم اصلی در این ناحیه تقریباً خطی است. شیب این خط، شیب میرایی (Damping Inclination (DI)) نام دارد. در ناحیه دوم رفتار کاهش دامنه ارتعاشات تقریباً مشابه حالت بدون میراگر ضربه‌ای است که نشانگر کم اثر شدن برخوردها در کاهش دامنه ارتعاشات بوده و در این ناحیه اثر اصطکاک و میرایی در کاهش دامنه ارتعاشات سیستم اصلی مهم‌تر است. نحوه محاسبه شیب میرایی در شکل ۵ مشخص شده‌است. در این شکل می‌توان با استفاده از مقدار دامنه در ابتدای حرکت ارتعاشی و مقدار دامنه و زمان در نقطه‌ای که شیب کاهش دامنه از حالت خطی خارج می‌شود، شیب میرایی را محاسبه نمود. لازم به ذکر است، شیب میرایی

جدول ۲- روابط و مقادیر R^2 مربوط به شیب میرایی بر

حسب نسبت جرمی در ضرایب بازگشت مختلف

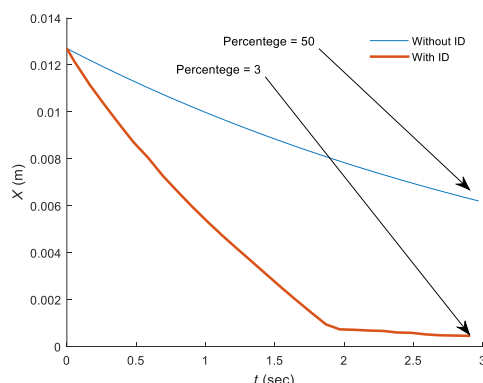
e	رابطه	R^2
۰/۱	$DI=121/17\mu+4/84$	۰/۹۶۷
۰/۲	$DI=105/45\mu+3/03$	۰/۹۹۵
۰/۳	$DI=94/92\mu+2/38$	۰/۹۹۲
۰/۴	$DI=81/83\mu+2/15$	۰/۹۹۶
۰/۵	$DI=69/29\mu+1/98$	۰/۹۹۱
۰/۶	$DI=54/52\mu+1/79$	۰/۹۸۷
۰/۷	$DI=40/69\mu+1/51$	۰/۹۸۹
۰/۸	$DI=29/31\mu+1/16$	۰/۹۹۶

جدول ۳- روابط و مقادیر R^2 مربوط به شیب میرایی بر

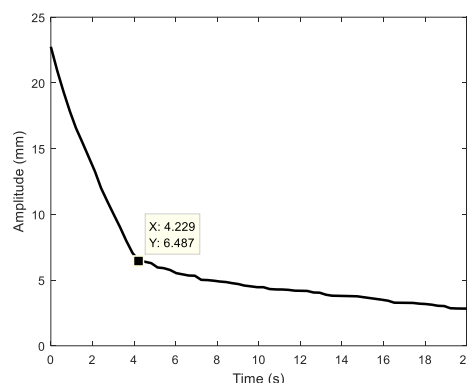
حسب ضریب بازگشت در نسبت‌های جرمی مختلف

e	رابطه	R^2
۰/۰۱	$DI=5/95e2-10/12e+5/78$	۰/۹۸۰
۰/۰۲	$DI=7/20e2-12/88e+7/69$	۰/۹۶۰
۰/۰۳	$DI=7/89e2-15/38e+9/61$	۰/۹۷۲
۰/۰۴	$DI=11/14e2-20/31e+11/90$	۰/۹۶۲
۰/۰۵	$DI=8/67e2-18/82e+12/50$	۰/۹۷۵
۰/۰۶	$DI=9/40e2-21/32e+14/29$	۰/۹۷۳
۰/۰۷	$DI=7/16e2-19/93e+14/85$	۰/۹۸۹
۰/۰۸	$DI=4/32e2-18/22e+15/40$	۰/۹۹۸
۰/۰۹	$DI=9/08e2-24/12e+17/47$	۰/۹۸۳
۰/۱	$DI=7/22e2-23/23e+18/19$	۰/۹۹۶

با توجه به مباحث یاد شده، مشخص می‌شود که شیب میرایی رابطه تقریباً خطی با نسبت جرمی و رابطه تقریباً درجه دوم با ضریب بازگشت دارد که ضرایب این روابط خود تابعی از پارامتر دوم هستند؛ بنابراین باید نمودارهای تغییرات شیب میرایی را به صورت سه‌بعدی برحسب هر دو متغیر نسبت جرمی و ضریب بازگشت ترسیم نمود. در این صورت با برازش رویه‌ای سه‌بعدی بر تمامی داده‌ها می‌توان رابطه‌ای کلی برای شیب میرایی بر حسب نسبت جرمی و ضریب بازگشت ارائه نمود. شکل ۸ نمایش سه‌بعدی داده‌ها و رویه برازش شده بر آنها را نمایش می‌دهد.



شکل ۴- دامنه پاسخ سیستم یک درجه آزادی بدون میراگر ضربه‌ای و با میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب



شکل ۵- محاسبه شیب میرایی در سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب

شکل ۷ نیز نمودار تغییرات شیب میرایی برحسب ضریب بازگشت را برای مقادیر مختلف نسبت جرمی نشان می‌دهد. با توجه به شکل با افزایش ضریب بازگشت، مقدار شیب میرایی کاهش می‌یابد. تغییرات شیب میرایی برحسب ضریب بازگشت از الگوی خطی پیروی نمی‌کند. برازش منحنی‌های درجه دوم بر روی این داده‌ها، این رفتار را با دقت خوبی نشان می‌دهد. ضرایب چند جمله‌ای درجه دوم برای نسبت جرمی‌های مختلف متفاوت است. رابطه هر چند جمله‌ای و ضریب R^2 حاصل از حداقل مربعات در جدول ۳ آورده شده‌است.

درجه یک) پیشنهاد گردید که با خطای کمتر از شش درصد شیب میرایی را پیش‌بینی می‌کند. داشتن رابطه تحلیلی برای محاسبه شیب میرایی، قابلیت استفاده برای هر نوع شرایط کاری را دارا است، در صورتی که نتایج بدست آمده از پژوهش‌های پیشین برای شرایط کاری متفاوت نیاز به تحلیل آزمایشگاهی یا عددی مجدد دارد. لازم به ذکر است، علاوه بر این دو پارامتر، فاصله خالی نیز یک پارامتر موثر بر شیب میرایی است که در این پژوهش یک مقدار ثابت فرض شده است و تاثیر آن بر شیب میرایی در پژوهش‌های آتی مورد بررسی قرار خواهد گرفت؛ همچنین این روش را می‌توان به سایر حالت‌ها تعمیم داد و برای سایر میراگرها نیز رابطه‌ای مشابه استخراج کرد.

۶- قدرتانی

این پژوهش در قالب طرح پژوهشی شماره ۳۹۲۲۳ و با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه بزرگمهر قائنات انجام شده است که بدینوسیله تشکر و قدردانی می‌شود.

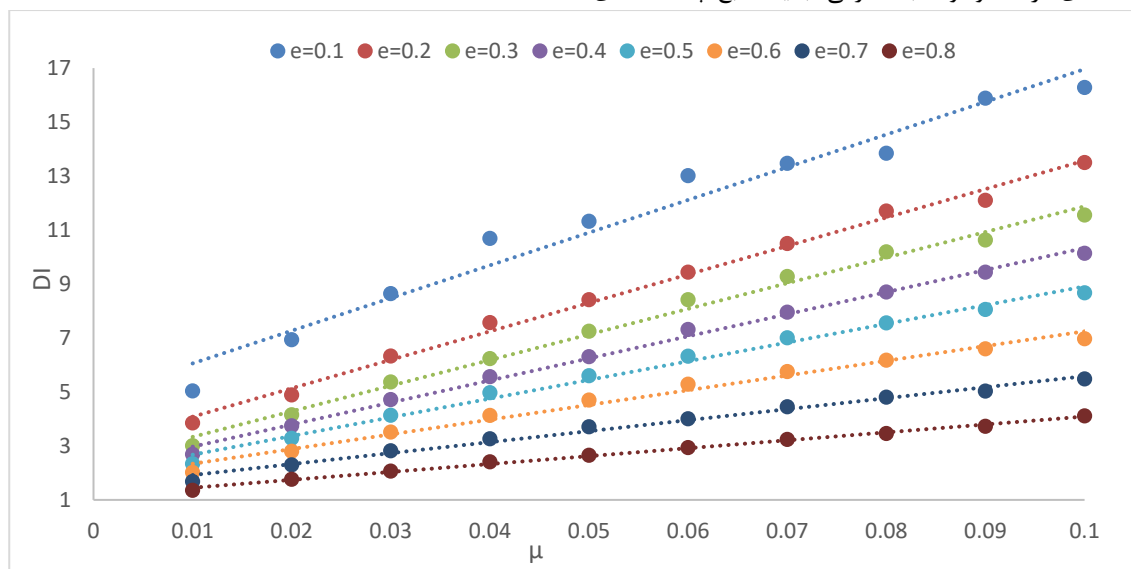
با توجه به نتایج ارائه شده در شکل‌های ۶ و ۷، رویه‌ای چند جمله‌ای از درجه یک بر حسب نسبت جرمی و درجه دو بر حسب ضریب بازگشت، توسط نرم‌افزار متلب به صورت رابطه ۶ پیشنهاد می‌شود.

$$DI(\mu, e) = 5.419 + 133.6\mu - 11.23e - 131e\mu + 7.801e^2 \quad (6)$$

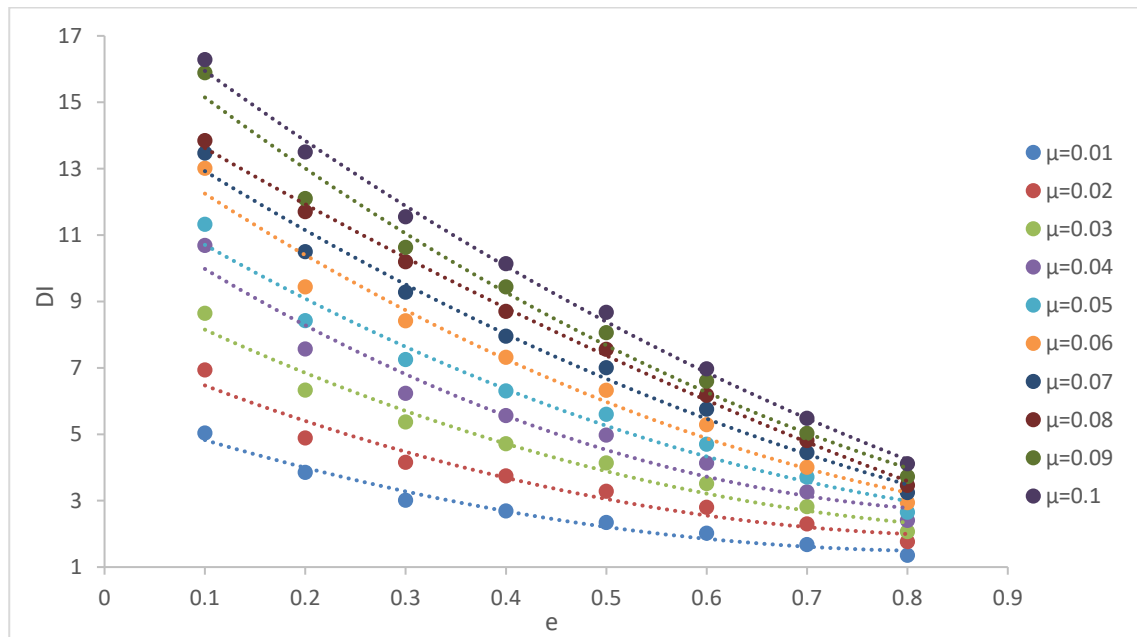
لازم به ذکر است، میزان خطای رابطه پیشنهادی فوق برای ۸۰ حالت مختلف بررسی شده، کمتر از شش درصد است؛ همچنین این میزان خطا را می‌توان با افزایش درجه رابطه پیشنهادی کاهش داد، ولی با توجه به میزان خطا، رابطه پیشنهادی در اکثر مواقع قابل استفاده است.

۵- نتیجه‌گیری

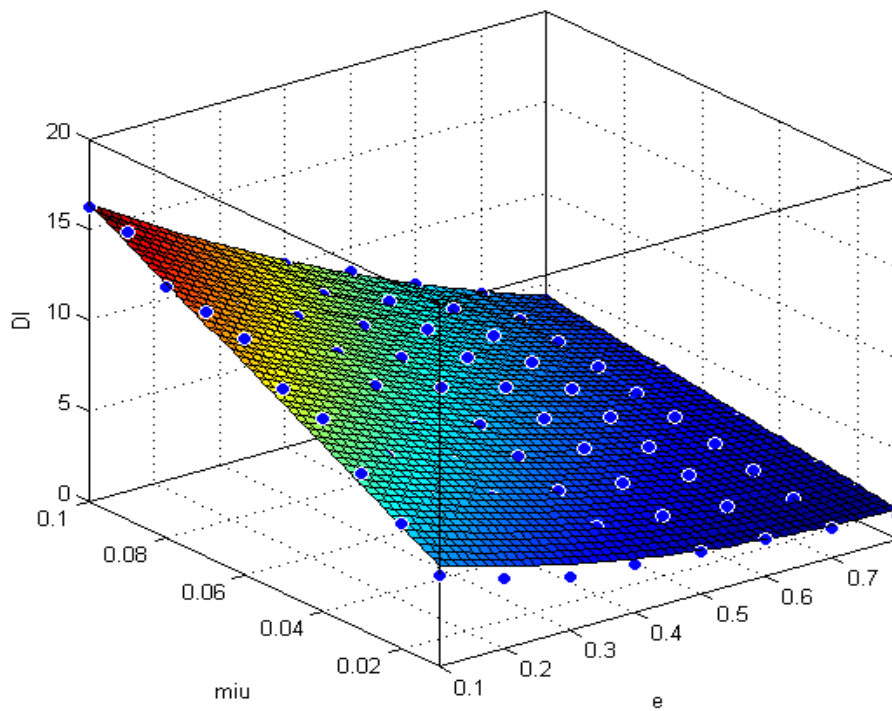
در این پژوهش یک سیستم یک درجه آزادی مجهز به میراگر ضربه‌ای تک‌جرمی صلب مدلسازی و ارزیابی شده‌است. در ادامه شیب میرایی برای حالات مختلف پارامترهای موثر محاسبه و نمودارهای شیب میرایی بر حسب پارامترهای موثر بر آن ترسیم شده‌است. در نهایت با بررسی نتایج، یک رابطه تحلیلی برای شیب میرایی بر حسب ضریب بازگشت (با یک تابع چند جمله‌ای درجه دو) و نسبت جرمی (با یک تابع چند جمله‌ای



شکل ۶- نمودار تغییرات شیب میرایی بر حسب نسبت جرمی در ضرایب بازگشت مختلف



شکل ۷- نمودار تغییرات شیب میرایی بر حسب ضریب بازگشت در نسبت‌های جرمی مختلف



شکل ۸- نمودار تغییرات شیب میرایی بر حسب ضریب بازگشت و نسبت جرمی

- [16] Jin J, Kim H, Koh H, Park J (2022) Railway noise reduction by periodic tuned particle impact damper with bounce and pitch-coupled vibration modes. *Compos struct* 284: 115230.
- [17] Chaprier R, Chevallier G, Foltete E, Reboul E (2022) Experimental investigations of a vibro-impact absorber attached to a continuous structure. *Mech syst signal process* 180: 109382.
- [18] Masri SF (1969) Analytical and Experimental Studies of Impact Dampers, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology.
- [19] Masri SF (1969) Analytical and Experimental Studies of Multiple-Unit Impact Dampers. *J Acoust Soc Amplif* 45(3): 1111-7.
- [20] Masri SF (1973) Steady-State Response of a Multidegree System with an Impact Damper. *J Appl Mech* 40(1): 127-132.
- [21] Bapat CN, Sankar S (1985) Single Impact Damper in Free and Forced Vibration. *J Sound Vib* 99(1): 85-94.
- [22] Bai XM, Shah B, Keer LM, Wang QJ, Snurr RQ (2009) Particle dynamics simulations of a piston-based impact damper. *Powder Technol* 189(1): 115-125.
- [23] Semercigil SE, Turan OF, Kopp GA (2011) A particle damper for transient oscillations. *Modal Anal Top 3*: 153-160.
- [24] Gharib M, Ghani S (2012) A novel impact damper consisting of a linear chain of particles. In *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Houston, USA.
- [25] Michon G, Almjajid A, Aridon G (2013) Soft hollow particle damping identification in honeycomb structures. *J Sound Vib* 332(3): 536-544.
- [26] Egger P, Caracoglia L (2015) Analytical and experimental investigation on a multiple-mass-element pendulum impact damper for vibration mitigation. *J Sound Vib* 353: 38-57.
- [27] Dai K, Wang J, Mao R, Lu Z, Chen SE (2017) Experimental investigation on dynamic characterization and seismic control performance of a TLPD system. *Struct Design Tall Spec Build* 26(7): 1-13.
- [28] Afsharfard A (2018) Application of nonlinear magnetic vibro-impact vibration suppressor and energy harvester. *Mech Syst Signal Process* 98: 371-381.
- [29] Li Y, Shen W, Zhu H (2019) Vibration mitigation of stay cables using electromagnetic inertial mass dampers: Full-scale experiment and analysis. *Eng Struct* 200: 109693.
- [30] Cao J, Fan J, Chen S, Dou C, Gao M (2020) On discontinuous dynamics of SDOF nonlinear friction
- مراجع**
- [1] Blazejczyk-Okolewska B (2001) Analysis of an impact damper of vibrations. *Chaos Soliton Fract* 12(11):1983-1988.
- [2] Shinde VL, Pathak AK (2016) Review on particle damping technique for vibration suppression. *Int J Innov Res Sci* 5(3): 2890-2895.
- [3] Lu Z, Wang Z, Masri SF, Lu X (2017) Particle impact dampers: past, present, and future. *Struct Control Health Monit* 25(1): e2058.
- [4] Gagnon L, Morandini M, Ghiringhelli GL (2019) A review of particle damping modeling and testing. *J Sound Vib* 459: 114865.
- [۵] زهرائی س م، فرج‌اللهی‌راد ا (۱۳۹۱) کنترل ارتعاشات به کمک میراگر ضربه‌ای. *نشریه صوت و ارتعاش* (۱): ۵-۱۴.
- [۶] زهرائی س م، حبیبی ع (۱۳۹۶) مدل‌سازی میراگر ضربه‌ای در قاب‌های ساختمانی به کمک المان GAP. *نشریه علمی پژوهشی مهندسی ساخت و ساز* (۱): ۱۱۳-۱۲۵.
- [7] Afsharfard A, Farshidianfar A (2013) Free vibration analysis of nonlinear resilient impact dampers. *Nonlinear Dyn* 73(2): 155-166.
- [۸] صفایی فر ح، فرشیدیان‌فرد ا (۱۳۹۸) بررسی تئوری و پارامتریک عملکرد میراگر ضربه‌ای قطر متغیر در ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی. *مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* (۱): ۱۵-۲۶.
- [9] Chen J, Georgakis CT (2013) Tuned rolling-ball dampers for vibration control in wind turbines. *J Sound Vib* 332(21): 5271-82.
- [10] Jam JE, Fard AA (2013) Application of Single Unit Impact Dampers to Reduce Undesired Vibration of the 3R Robot Arms. *Int J Aerosp Sci* 2(2): 49-54.
- [11] Xiao W, Huang Y, Jiang H, Lin H, Li J (2016) Energy dissipation mechanism and experiment of particle dampers for gear transmission under centrifugal loads. *Particuology* 27: 40-50.
- [12] Zurawski M, Zalewski R (2020) Damping of Beam Vibrations Using Tuned Particles Impact Damper. *Appl Sci* 10: 6334.
- [13] Wang J, Wang B, Liu Z, Li H, Zhang C (2020) Seismic response mitigation of building structures with a novel vibro-impact dual-mass damper. *Eng Struct* 215: 110673.
- [14] Jin, J, Yang W, Koh H, Park D (2020) Development of tuned particle impact damper for reduction of transient railway vibrations. *Appl Acoust*, 169: 107487.
- [15] Vikovych I, Krainyk L, Zinko R, Popovych V, Horbai O (2021) Design of impact dampers for transporting cargoes by two-link vehicles. *East Eur J Enterp Technol* 2(7): 85-94.

- [33] Safaeifar H, Farshidianfar A (2021) Experimental and Analytical Investigation of Impact Dampers in Free Vibration Reduction with Coulomb Friction. *Noise Vib Worldw* 53(3): 91-103.
- [34] Rao SS (2018) *Mechanical Vibrations*. 6th edn. Pearson, London.
- [35] Meriam JL, Kraige LG, Bolton JN (2015) *Engineering Mechanics Dynamics*. 8th edn. Wiley, New Jersey.
- impact oscillator. *Int J Non Linear Mech* 121: 103457.
- [31] Pillai K, Shahidi AE, Lemckert C (2017) Wave overtopping at berm breakwaters: Experimental study and development of prediction formula. *Coast Eng* 130: 85-102.
- [32] Safaeifar H, Farshidianfar A (2021) Experimental Investigation of Vibratory and Acoustical Behavior of Multiple-unit Impact Dampers in Free Vibration Reduction. *Int J Steel Struct* 21: 1515-1549.