مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۲/ دوره ۳/ شماره ۲/ صفحه ۱۱۱-۱۲۳

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه شاهرود

بررسی جریان حول چند مقطع استوانه‌ای با استفاده از یک روش مرز مستغرق

علی اکبر حسینجانی[1] و علی اشرفی زاده[2,*]

[1] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، آزمایشگاه طراحی و ساخت سامانه‌های بهینه ایروترمودینامیکی

[2] دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۵/۱۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۰۹/۰۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۱۰/۲۶

چکیده

با وجود تحقیقات گسترده پیرامون الگوی جریان حول استوانه با سطوح مقاطع گوناگون، تحقیقات اندکی به مقایسه اثر شکل سطح مقطع استوانه بر چگونگی تشکیل گردابه‌های دنباله پرداخته‌اند. دراین پژوهش به مطالعه اثر شکل سطح مقطع استوانه بر الگوی جریان دنباله پرداخته شده است. در تحقیق حاضر یک روش مرز مستغرق برای حل جریان حول استوانه هایی با پنج شکل سطح مقطع مختلف توسعه داده شده و مورد استفاده قرار گرفته است. روش مرز مستغرق بکار گرفته شده در این مقاله، در زمره ی روش‌های اعمال نیرو بصورت مستقیم است که از توابع بکار رفته در روش‌های اعمال نیرو بصورت پیوسته در فرایند درون‌یابی و برون‌یابی استفاده می‌کنند. در این پژوهش از تقریب مرتبه اول زمانی برای ترم نیرو در نقاط لاگرانژی به گونه‌ای استفاده شده است که ارضای شرایط مرزی را تضمین می-کند. برای اعتبار سنجی، نتایج حل عددی با نتایج موجود در مراجع برای چند حالت مختلف مقایسه شده اند. نتایج این تحقیق نشان می-دهد که در رینولدز های مورد مطالعه با افزایش عدد رینولدز بسته به شکل سطح مقطع، ضریب درگ ممکن است کاهش یا افزایش یابد. با این وجود عدد استروهال بطور کلی همواره افزایش می یابد. از طرف دیگر شکل سطح مقطع به شدت الگوی جریان را تحت تاثیر قرار می دهد. ایجاد تغییر در وسعت ناحیه جدایش، فرکانس تولید گردابه ها، شکل این گردابه ها و نحوه جداشدن آنها از سطح جسم از جمله تاثیرات شکل سطح مقطع بر الگوی جریان می باشد.

کلمات کلیدی:روش مرز مستغرق؛ عدد استروهال؛ تقریبیولمن؛ گردابه دنباله؛ ضرایب برآ و پسا.

Numerical study of the flow around cylinders with different cross sections via immersed boundary method

A.A. Hosseinjani1[1] and A. Ashrafizadeh[2,*]

[1]Ph.D. Candidate, Mech Eng, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

[2] Assoc. Prof., Mech Eng, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

There are different numerical and experimental studies on the flow patterns around cylinders with various cross sections. However, there are only very few papers in which the effects of the cross sectional shape on the flow patterns around different cylinders are considered. This paper, therefore, provides a comparative study of the flow past cylinders with different cross sectional shapes using an immersed boundary method. The immersed boundary method used in this paper is a modified version of a direct forcing method in which the same functions employed in the continuous forcing methods are also used in interpolation and extrapolation processes. A specific approximation has also been used to determine the force at Lagrangian nodal points. All the simulations performed in this study are at Reynolds numbers 50, 100 and 150 and the results include vortex shedding and streamline diagrams as well as diagrams which show the variations of the lift and drag coefficients and Strouhal number. Computational results are satisfactory as compared to similar results reported in the literature.

Keywords: Immersed boundary method; Strouhal number; vortex shedding; lift and drag coefficients.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۱۸۴۰۶۳۲۱۹

آدرس پست الکترونیک:ashrafizadeh@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

جریان حول استوانه با سطح مقطع دایروی جزء مسائل کلاسیک مهندسی محسوب می‌شود. علاوه بر این جریان حول استوانه با سطوح مقاطع مثلث و مربع نیز به علت کاربردهای فراوان صنعتی به خصوص در حوزه های مهندسی مکانیک، عمران و مهندسی دریا در مراجع گوناگون مورد بررسی قرار گرفته است. لوله‌های مبدل‌های حرارتی، دودکش‌ها، لوله‌های غوطه‌ور در آب، سازه‌های دریایی و اسکله‌ها، خنک کننده‌های الکتریکی، تقسیم کننده‌های جریان، سنسورهای جریان و همین طور مخلوط کننده‌های جریان دوفاز، مثال‌هایی از کاربرد استوانه‌ها با سطوح مقاطع مختلف در مهندسی محسوب می‌شوند.

بطور کلی جریان حول انواع مختلف استوانه موجب ایجاد پدیده‌های فیزیکی مهمی از قبیل جدایش لایه مرزی، ایجاد گردابه‌های وون کارمن آرام و گردابه‌های مغشوش در سرعت جریان‌های نسبتا پایین می‌گردد. از این رو بررسی چنین جریان‌هایی علاوه بر ارزش کاربردی از اهمیت ویژه‌ای در تعمیق علم مکانیک سیالات نیز برخوردار است. مراجع [۱-۳] به بررسی آزمایشگاهی جریان حول استوانه دایروی پرداخته-اند. اطلاعات گسترده‌ای پیرامون جریان حول استوانه با سطح مقطع دایروی توسط ویلیامسون[۱] [۴] جمع آوری شده است. ویلیامسون رژیم‌های گوناگون جریان حول استوانه دایروی را بصورت آزمایشگاهی بررسی نمود و نتایج دقیقی از رفتار جریان حول استوانه دایروی ارائه کرد. علاوه بر این سامر[۲] مکانیزم تشکیل گردابه‌های وون کارمن در پشت استوانه را مورد بررسی قرار داد [۵].کوسیومف[۳] و همکاران به مطالعه رژیم جریان گذرا از آرام به مغشوش بر روی سطح استوانه پرداختند [۶]. آنها در پژوهش های خود محل نقطه گذار از آرام به مغشوش را در حالت های مختلف مورد ارزیابی قرار دادند. آی[۴] و همکاران به مدلسازی جریان گذرای دو بعدی در رینولدزهای بالا حول استوانه دایروی پرداختند [۷]. آنها از روش $k-\varepsilon$ برای مدلسازی جریان مغشوش استفاده کردند. تحقیقات آنها اطلاعات جدیدی پیرامون الگوی جریان

[۱] Williamson
[۲] Sumer
[۳] Kusymov
[۴] Ai

به واسطه افزایش عدد رینولدز برای کنترل بهتر جریان در اختیار گذاشت. سیلوا[۵] [۸] نیز از اولین افرادی بود که با استفاده از نوع خاصی از روش‌های مرز مستغرق جریان دو بعدی حول استوانه را مطالعه نمود.

استوانه با سطح مقطع مثلث نیز موضوع بحث مراجع مختلفی بوده است.النسو[۶] و مسجور[۷] [۹] ضرایب برآ و پساحول استوانه با سطح مقطع مثلثی را بصورت تجربی بررسی کرده اند.دالال[۸] و کوماردی[۹] [۱۰] به مدلسازی عددی جریان حول استوانه با سطح مقطع مثلث متساوی الاضلاع در رینولدزهای پایین پرداخته‌اند.

در کنار مطالعات فوق مراجع زیادی هم به بررسی جریان حول استوانه با سطح مقطع مربع پرداخته‌اند. سوهانکار[۱۰] [۱۱] بصورت عددی و آزمایشگاهی جریان حول استوانه با سطح مقطع مربع را در رینولدزهای نسبتا پایین مورد بررسی قرار داد.آنها نتیجه گرفتند که در استوانه مربعی به ازای رینولدز ۴۹ تا ۵۵ گردابه های وون کارمن شروع به تشکیل می شوند. دوتا[۱۱] [۱۲] در یک پژوهش آزمایشگاهی تاثیر زاویه قرارگیری مربع نسبت به امتداد جریان را بر چگونگی تشکیل گردابه‌های دنباله ارزیابی نموده است. مطالعات او اطلاعات مهمی در مورد کنترل جریان حول استوانه مربعی در اختیار گذاشت. حل عددی جریان حول استوانه با سطح مقطع مربعی به طور مجزا نیز مورد توجه قرار گرفته است [۱۳]. هدف عمده این مطالعات درک بهتر فرآیند تولید گردابه ها برای دست یابی به مکانیزمی برای کنترل جریان بوده است.

عمده روش‌های عددی بکار رفته برای مدلسازی جریان حول استوانه های مختلف، روش‌هایی بوده‌اند که در آن‌ها از شبکه منطبق بر هندسه (مرز) استفاده می‌شود. در این میان روش‌های مرز مستغرق[۱۲] در یک دهه گذشته به عنوان یک روش قابل اطمینان در حل مسائل گوناگون دینامیک سیالات محاسباتی به کار گرفته شده‌اند. مزیت اصلی این روش‌ها

[۵] Silva
[۶] Alonso
[۷] Meseguer
[۸] Dalal
[۹] Kumar De
[۱۰] Sohankar
[۱۱] Dutta
[۱۲] Immersed boundary method

نسبت به سایر روش‌های موجود، عدم نیاز به ایجاد یک شبکه منطبق بر مرز است. این مزیت سبب شده است که روش‌های مرز مستغرق بصورت گسترده‌ای برای مسائل با هندسه‌های پیچیده، مسائل با هندسه‌های متحرک و مسائل اندرکنش سیال- جامد، بکار گرفته شوند. در روش‌های مرز مستغرق معادلات حاکمه بدون در نظر گرفتن مرز جسم مستغرق بر روی یک شبکه کارتزین یکنواخت گسسته می‌شوند و شرایط مرزی بصورت غیر مستقیم از طریق اعمال تعدادی نیروی متمرکز مدلسازی می‌شوند.

بطور کلی دیدگاه‌های به کار رفته در روش‌های مرز مستغرق را می توان به سه دسته کلی تقسیم‌بندی نمود.

در دیدگاه اول که توسط پسکین[1] ارائه شده است [۱۴]، نیرو بوسیله یک تابع δ هموار شده از نقاط مرزی(نقاط لاگرانژی) به سمت نقاط شبکه (نقاط اویلری) توزیع می شود. عمده کاربرد این روش‌ها در مسائل با مرزهای الاستیک است که در آنها نیرو به وسیله روش‌های مقاومت مصالح قابل محاسبه می‌باشد.

در دیدگاه دوم نیرو در قالب یک ترم سرعت ثابت به گونه‌ای در بعضی نقاط شبکه (نقاط اویلری) اعمال می‌شود تا سرعت روی مرز، که به صورت یک شرط مرزی در نقاط لاگرانژی روی مرز مشخص می‌باشد، تضمین شود.اساس این روش را می توان به کارهای موهد- یوسف[2] [۱۵] نسبت داد. ادامه کار موهد-یوسف در روش‌هایی نظیر روش فرزیگر[3][۱۶] و روش میتال[4][۱۷] دنبال شد. روش‌هایگوناگونی بر پایه این دیدگاه، که می توان آنرا روش اعمال نیرو بصورت مستقیم نامید، شکل گرفته است.

در دیدگاه سوم بعضی سلول‌های شبکه بریده شده و معادلات حجم کنترل برای این سلول‌های بریده شده نوشته می شود. روش *Cut cell* [۱۸] در این دسته قرار دارد. اعمال شرایط مرزی در این روش‌ها به نسبت پیچیده است.

در این مقاله با استفاده از یک روش مرز مستغرق اصلاح شده در خانواده روش‌های اعمال نیرو بصورت مستقیم ، به بررسی مقایسه‌ای جریان دوبعدی حول استوانه‌هایی با سطوح مقاطع مختلف پرداخته شده و اثر تغییر سطح مقطع استوانه بر جریان مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این مقاله مطالعه به ازای پنج شکل سطح مقطع مختلف و سه عدد رینولدز ۱۰۰،۵۰ و ۱۵۰ انجام شده و نمودارهای ضرایب برآ و پسا و عدد استروهال ارائه گردیده است. اعتبارسنجی روش عددی بوسیله مقایسه نتایج حاصل از این روش با نتایج موجود در چند مرجع انجام گرفته است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم در مدلسازی جریان غیر قابل تراکمحول یک جسم غوطه ور در سیال لزج به صورت زیر می باشند:

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\vec{u}.\nabla\vec{u}\right)+\nabla P-\mu\nabla^{2}\vec{u}=\vec{f} \quad (1)$$

$$\nabla.\vec{u}=0 \quad (2)$$

$$\vec{u}=\vec{u_{\Gamma}} \quad on \quad \Gamma_b \quad (3)$$

$\vec{u}(\vec{x},t)$ و $P(\vec{x},t)$ سرعت و فشار سیال و ρ و μ چگالی و ضریب لزجت دینامیکی هستند. متغیر $\vec{x}$ مختصات نقاط شبکه کارتزینی (نقاط اویلری) و t زمان را نشان می‌دهد. مرز جسم با Γ_b مشخص گردیده است. در رابطه (۱)، $\vec{f}$ بیانگر نیرویی است که بر نقاط اویلری شبکه محاسباتی اعمال می‌شود.

۳- روش مرز مستغرق

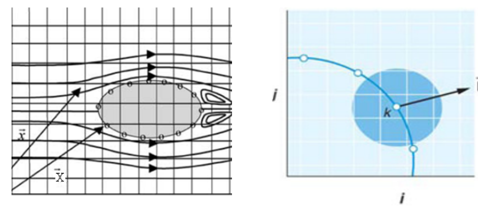
۳-۱- کلیات

نیرو در فصل مشترک جامد و سیال، مطابق شکل ۱الف با $\vec{F}$ نشان داده می‌شود. محاسبه این نیرو چنانچه جسم الاستیک باشد با روش‌های مقاومت مصالح انجام می‌شود ولی اگر جسم صلب باشد باید بر اساس تمهیداتی که در ادامه بیان خواهد شد عمل نمود. سپس این نیروی متمرکز در نقاط مرزی که در حالت کلی منطبق بر نقاط شبکه نیست باید بر روی نقاط شبکه توزیع گردد. نیروی توزیع شده $\vec{F}$ بر روی نقاط شبکه را با $\vec{f}$ نشان می‌دهیم. این همان نیرویی است کهدر معادله (۱) اعمال شده است. همانطور که قبلا نیز اشاره شد در این روش دو نوع نقطه داریم.

دسته اول نقاط شبکه هستند که نقاط اویلری خوانده شده و مختصات آنها با بردار $\vec{x}$ نشان داده می‌شوند. دسته

[1] Peskin
[2] Mohd-Yusof
[3] Ferziger
[4] Mittal

دوم نقاط قرار گرفته روی مرز مشترک سیال-جامد هستند که نقاط لاگرانژی نامیده شده و مختصات آنها با بردار $\vec{X}$ نشان داده می‌شود. هدف این است که نیروی $\vec{F}$ را که در نقاط $\vec{X}$ اعمال می‌شود به صورت نیروی $\vec{f}$ بر نقاط $\vec{x}$ توزیع کنیم.



(ب) (الف)

شکل ۱- الف) نمایش نقاط اویلری و نقاط لاگرانژی [۱۷] ب) نیرو در نقطه لاگرانژی [۸]

در روش کلاسیک پسکین، این کار بوسیله یک تابع دلتای هموار ، d، انجام می‌گیرد. این تابع متناسب با مقدار نیروی $\vec{F}$ و دوری و نزدیکی نقطه اعمال این نیرو از نقاط شبکه اویلری،$(\vec{x}-\vec{X})$، نیرویی را بر روی نقاط شبکه توزیع می‌کند. پیشنهادات مختلفی پیرامون نحوه انتخاب این تابع دلتای هموار در مراجع ارائه شده است[۱۷].

نیروی اعمالی $\vec{f}$ بر نود $\vec{x}$ از جمع اثرات تمام نیروهای اعمالی $\vec{F}$ متناسب با ضریب وزنی که تابع d در اختیار می‌گذارد، بدست می‌آید:

$$f(\vec{x},t)=\int_{\Gamma_b}\vec{F}(s,t)d(\vec{x}-\vec{X}(s,t))ds \tag{۴}$$

متغیر s، در اینجا به گونه‌ای انتخاب می‌گردد که یک مقدار مشخص برای کمیت s معین کننده یک نقطه فیزیکی از مرز برای همه زمان‌ها باشد. نیرویی که توزیع آن بدین صورت در نقاط شبکه محاسبه می‌شود در معادله ممنتم اعمال می‌گردد. در روش مرز مستغرق معادلات برای کل ناحیه اعم از ناحیه سیال و جامد گسسته می‌شوند. در این صورت حل برای ناحیه جامد نیز انجام شده که برای این ناحیه ماهیت فیزیکی نداشته و دور ریخته می‌شود. به عبارت دیگر نودهای اویلری کل ناحیه اعم از جامد و سیال را در بر گرفته است و معادلات ناویر استوکس برای هر دوی این نواحی حل می‌شوند. پس از محاسبه سرعت در نقاط شبکه (نقاط اویلری) سرعت در نقاط روی مرز (نقاط لاگرانژی) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\vec{U}(\vec{X}(s,t)) = \int \vec{u}(\vec{x},t)d(\vec{x}-\vec{X}(s,t))dx \tag{۵}$$

در اینجا $\vec{U}(\vec{X}(s,t))$ سرعت محاسبه شده در نقاط لاگرانژی است.

در دیدگاه اعمال نیرو به صورت مستقیم، معادله ممنتم حاکم همان معادله (۱) بدون ترم منبع نیرو در سمت راست است. این معادله را می‌توان به فرم زیر بازنویسی نمود.

$$L(\underline{U})=0 \quad in \quad \Omega_f$$
$$\underline{U}=\underline{U}_\Gamma \quad on \quad \Gamma_b \tag{۶}$$

در این رابطه $\underline{U}=(\vec{u},P)$ بوده و L نیز اپراتور معادله ناویر استوکس است. در رابطه (۶)، اپراتور L یک اپراتور پیوسته است که در فرم گسسته با اپراتور L^* جانشین می‌شود. در روش اعمال نیرو بصورت مستقیم، گسسته سازی معادلات در یک شبکه کارتزین یکنواخت منجر به شکل‌گیری یک سیستم معادلات خطی به فرم زیر می‌شود.

$$[L^*][\underline{U}^n]=0 \tag{۷}$$

سرعت‌های بدست آمده از این معادلات، شرایط مرزی را ارضا نمی‌کنند. حل اینگونه ادامه می‌یابد که سرعت نودهای نزدیک مرز به وسیله روش‌های هندسی به گونه‌ای که در مرجع [۱۵] استفاده می‌شود و یا با استفاده از توابع وزنی مشابه روش ghost cell [۱۶] از سرعت معلوم روی مرز تخصیص می‌یابد. نیرو در نقاط لاگرانژی از روی معادلات جریان و سرعت‌هایی که در نقاط نزدیک مرز بدست آمده است، محاسبه می شوند. به عبارت دیگر ترم‌های سرعتی که در نقاط اویلری نزدیک مرز از روی نقاط مرزی تخصیص یافته است ترم‌های معلومی ایجاد می‌کنند که به سمت راست معادله انتقال می‌یابد. این امر منجر به شکل گیری دستگاه معادلاتی به فرم زیر می شود.

$$[L^*][\underline{U}^{n+1}]=\{\underline{f'}_b\} \tag{۸}$$

ترم نیرو در سمت راست معادله (۸) با استفاده از معادله (۹) محاسبه می شود.

$$\{\underline{f'}_b\}=[L^*][U^n]-[L^*][U^*] \tag{۹}$$

در این رابطه $\underline{U}^n$ سرعت در نقاط اویلری در مرحله زمانی قبل و $\underline{U}^*$ سرعت در نقاط نزدیک مرز است که از شرایط مرزی تخصیص می‌یابد. در حقیقت اختلاف بین سرعت‌های

محاسبه شده و تخصیص یافته از شرایط مرزی در نقاط نزدیک مرز بصورت یک ترم نیرو در معادله نویر استوکس اعمال می‌شود. این امر سبب می شود که بعد از چند مرحله زمانی سرعت محاسبه شده از معادله نویر استوکس با سرعت تخصیص یافته از شرایط مرزی روی مرز در نودهای نزدیک مرز برابر گردد و شرایط مرزی ارضا شود.

یک ویژگی جذاب روش اعمال نیرو به صورت مستقیم این است که این روش برعکس روش اعمال نیرو به وسیله توابع پیوسته، مستقل از روش گسسته سازی معادلات بوده و نیاز به پارامترهایی که توسط کاربر نیاز به تعیین آنها باشد وجود ندارد. قابل ذکر است که در بکار گیری روش های اعمال نیرو به وسیله توابع پیوسته بر روی اجسام صلب، نیاز به تعیین بعضی پارامترها در معادله محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی وجود دارد. که مقدار این پارامترها حل عددی را تحت تاثیر قرار می دهد. در روش های اعمال نیرو به صورت مستقیم از آنجا که نحوه محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی متفاوت است، نیاز به تعیین این پارامتر ها وجود ندارد [۲۰]. علاوه بر این پایداری حل عددی نیز در روش‌های اعمال نیرو بصورت مستقیم افزایش می‌یابد [۱۷]. توانایی حل مسایل جریان با رینولدز بالا، سرراست بودن و سادگی اعمال و کارایی بسیار خوب در حل مسایل جریان حول اجسام صلب ساکن و متحرک از جمله مزیت‌های قابل ذکر برای روش‌های اعمال نیرو بصورت مستقیم می باشند.

۳-۲-تشریح روش بکار رفته در این مقاله

در این پژوهش از ترکیب روش‌های ارائه شده توسط یولمن[1] [۱۹] و روش ارائه شده توسط سو[2] و همکارانش [۲۱] برای دست یابی به یک الگوریتم قابل اطمینان در دسته روش‌های اعمال نیرو بصورت مستقیم استفاده شده است. قابل ذکر است که در روش ارائه شده توسط سو و همکاران برای محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی از یک دستگاه معادلات استفاده می شود [۱۹]. ضعف این روش آن است که با افزایش تعداد نقاط روی مرز این دستگاه معادلات نزدیک به منفرد[3] خواهد شد. در این مقاله پیشنهاد شده است که بجای استفاده از این دستگاه معادلات از روشی که توسط یولمن [۲۱] برای محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی ارائه شده است، استفاده گردد. در این صورت هم از مزیت سادگی الگوریتم سو و همکاران استفاده شده است و هم ضعف این روش نیز مرتفع شده است. حل گر استفاده شده دراین پژوهش یک حل‌گر Fractional step ارائه شده توسط کیم[4] و معین [۲۲]می‌باشد و معادلات حاکم بوسیله روش تفاضل محدود و بر روی شبکه جابجا گسسته سازی و حل شده اند. در روش حل پیشنهادی برای ترم‌های غیرخطی جابجایی روش آدامز-باشفورت مرتبه دوم بصورت صریح و برای ترم‌های خطی لزجت از روش کرانک-نیکلسون استفاده می‌شود. در اینجا بخشی از ترم لزجت بصورت صریح و بخشی از آن به صورت ضمنی وارد معادلات می‌گردد. همچنین از تفاضل محدود مرکزی برای جداسازی ترم‌های مشتق استفاده شده است. معادلاتی که در مرحله زمانی n ام حل می‌شوند را می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$\frac{\tilde{u}-u^n}{\Delta t}=-\frac{3}{2}\nabla(uu)^n+\frac{1}{2}\nabla(uu)^{n-1}+\frac{1}{2\mathrm{Re}}\nabla^2(\tilde{u}+u^n) \tag{۱۱}$$

$$\tilde{U}(\vec{X}_l)=\sum_{x\in g_h}\tilde{u}(\vec{x})d_h(\vec{x}-\vec{X}_l^n)h^2 \tag{۱۲}$$

$$F(\vec{X}_l^n)=\rho\frac{U^d(\vec{X}_l)-\tilde{U}(\vec{X}_l)}{\Delta t} \tag{۱۳}$$

$$f_\beta(\vec{x})=\sum F(\vec{X}_l^n)d_h(\vec{x}-\vec{X}_l^n)\Delta V_l \tag{۱۴}$$

$$\frac{\vec{u}^*(\vec{x})-\tilde{u}(\vec{x})}{\Delta t}=f_\beta(\vec{x}) \tag{۱۵}$$

$$\nabla^2 P^{n+1}=\nabla\vec{u}^* \tag{۱۶}$$

$$\frac{\vec{u}(\vec{x})^{n+1}-\vec{u}^*(\vec{x})}{\Delta t}=-\nabla P^{n+1} \tag{۱۷}$$

در این معادلات $\tilde{u}(\vec{x})$ یک سرعت میانی است که از نظر کلی دارای مفهوم فیزیکی معینی نمی‌باشد. شرط پیوستگی به وسیله حل معادله پوآسون فشار، معادله (۱۶)، ارضا می‌شود. در یک مرحله زمانی معادلات (۱۱-۱۷) به ترتیب حل می‌گردند. برای حل دستگاه معادلاتی که از معادلات (۱۱ و ۱۶) حاصل می‌شود، از روش Bi-CGSTABاستفاده شده است [۲۳]. توجه به این نکته حائز

[1] Ulmann
[2] Shen-Wei Su
[3] Near singular
[4] Kim

اهمیت است که وجود شرط مرزی نیومن فشار سبب می‌شود که ماتریس ضرایبی که در معادله پوآسون فشار حاصل می‌شود، نزدیک به تکین[1] گردد. در این صورت حل‌گرهای معمول حل دستگاه معادلات قادر به حل چنین سیستمی از معادلات نخواهند بود و بکار گیری روش Bi-CGSTAB اجتناب ناپذیر است. رابطه (۱۲) در حقیقت همان رابطه (۵) است که برای انتقال سرعت‌ها از نقاط اویلری به سمت نقاط لاگرانژی روی بدنه استفاده می‌شود. در این رابطه d_h یک تابع دلتای هموار شده است که در مرجع [۲۰] معرفی شده است و شکل آن به صورت رابطه (۱۸) می باشد.

$$d_h(r)=\begin{cases}\frac{1}{8h}\left(3-2\frac{|r|}{h}+\sqrt{1+4\frac{|r|}{h}-4\left(\frac{|r|}{h}\right)^2}\right) & |r|\le h\\ \frac{1}{8h}\left(5-2\frac{|r|}{h}-\sqrt{-7+2\frac{|r|}{h}-4\left(\frac{|r|}{h}\right)^2}\right) & h\le |r|\le 2h\\ 0 & |r|\ge 2h\end{cases} \qquad (۱۸)$$

رابطه (۱۳) رابطه‌ای است که در[۱۹]برای محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی بیان شده است. سرعت $U^d(\vec{X}_l)$ در این رابطه سرعتی است که از شرط مرزی دیریشله در این نقطه لاگرانژی تخصیص می‌یابد.

الگوریتم حل را می‌توان در مراحل زیر خلاصه نمود.

۱- سرعت در نقاط میدان حدس زده می شود (حدس اولیه).

۲- معادله (۱۱) بصورت ضمنی برای محاسبه سرعت $\tilde{u}(\vec{x})$ بکار گرفته می‌شود. سرعتی که از این رابطه حاصل می‌شود یک سرعت میانی است و شرط مرزی را ارضا نمی‌کند.

۳- سرعت های $\tilde{U}(\vec{X}_l)$ در نقاط لاگرانژی از روی سرعت‌های نقاط اویلری، $\tilde{u}(\vec{x})$، با استفاده از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شوند.

۴- نیرو در نقاط لاگرانژی با استفاده از رابطه (۱۳) بدست می‌آید. در این رابطه $U^d(\vec{X}_l)$ سرعتی است که از رابطه شرط مرزی دیریشله در نقاط لاگرانژی حاصل می‌شود.

۵- رابطه (۱۴) برای توزیع نیرو از نقاط لاگرانژی به سمت نقاط اویلری بکار گرفته می‌شود. در این رابطه مطابق [۱۹]، $\Delta V_l = hds$ تعریف می‌شود که ds فاصله هر دو نقطه لاگرانژی بوده و h نیز اندازه شبکه محاسباتی می‌باشد.

۶- سرعت میانی $\vec{u}^*$ با استفاده از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود.

۷- رابطه (۱۶) برای محاسبه فشار به کار رفته و مشتمل بر حل معادله پوآسون است.

۸- رابطه (۱۷) با استفاده از فشار محاسبه شده در رابطه (۱۶) سرعت $\vec{u}^{n+1}$ را بدست می‌آورد.

۹- الگوریتم برای مرحله زمانی بعدی از مرحله دوم تکرار می‌شود.

بر اساس پیشنهاد مرجع [۲۴] برای ارضای دقیق تر شرایط مرزی در الگوریتم‌های مشابه، مراحل سوم تا ۸ ام دو تا سه بار در هر گام زمانی تکرار می‌گردد. به عبارت دیگر از اعمال چند باره نیرو[2] در هر گام زمانی استفاده شود. در این الگوریتم نیز برای دست یابی به نتایج دقیق تر این پیشنهاد پیاده شده است.

این الگوریتم در مقایسه با روش ارائه شده در مرجع [۲۱] سر راست تر عمل می‌کند. دلیل این امر آن است که در مرحله چهارم الگوریتم بجای استفاده از یک دستگاه معادلات که همواره در معرض خطر نزدیک به منفرد بودن قرار دارد، از تقریبی که در مرجع [۱۹] برای محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی ارائه شده است استفاده می‌شود. در حقیقت نوآوری این روش آن است که ترکیبی از دو روش بیان شده در [۱۹ و ۲۱] ارائه نموده است که در عین سادگی نتایج قابل اعتمادی را ارائه می‌کند.

۴- بحثی پیرامون تقریب یولمن و نیروی اعمال شده در این روش

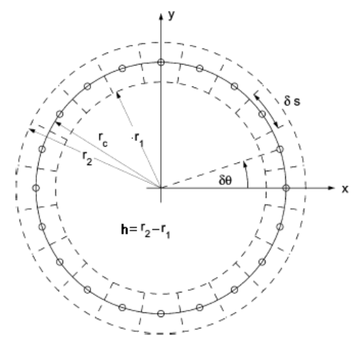
در تقریب یولمن نیرو بوسیله رابطه (۱۳) محاسبه شده و بوسیله رابطه (۱۴) به سمت نقاط اویلری توزیع می‌گردد. واحد اندازه گیری نیروی $F(\vec{X}_l^n)$ در رابطه (۱۳) نیوتن بر متر مکعب است. به عبارت دیگر نیرویی که در یک نقطه لاگرانژی به وسیله رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود در حالت سه بعدی بر یک حجم و در حالت دو بعدی بر یک سطح (یک بعد طول در عمق صفحه است) وارد می‌شود. این مهم باید در رابطه (۱۴) لحاظ شود به گونه ای که بعد نیروی $f_\beta(\vec{x})$

---

[1] Near singular

[2] Multi-direct forcing

درنقاط اویلریکه از رابطه (۱۴) حاصل می‌شود نیوتن باشد. در این صورت ΔV_l باید دارای بعد L^3 در مسئله سه بعدی و L^2 در مسئله دو بعدی باشد. به عبارتی در اینجا نیرو در نقطه لاگرانژی بر روی یک سطح دو بعدی اعمال می‌شود که این سطح دوبعدی دارای بعد L^2 است. بر اساس تقریب یولمن[۱۹] این عبارت به صورت $\Delta V_l = hds$ تعریف می‌شود. در این صورت چنانچه فرضا نیاز باشد یک استوانه دایروی مدل شود، $\Delta V_l = 2\pi rh/N_b$ بدست خواهد آمد که N_b تعداد نقاط لاگرانژی روی مرز می‌باشد. چگونگی نگرش به هر نقطه لاگرانژی در روش یولمن در شکل (۲) نشان داده شده است.



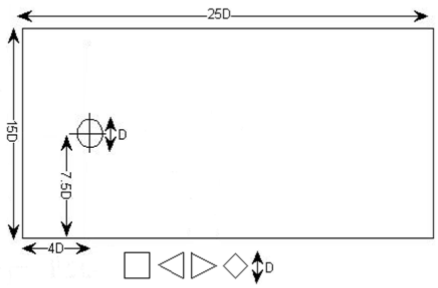
شکل ۲- نگرش به هر نقطه لاگرانژی در تقریب یولمن [۱۹]

۵- میدان حل و هندسه جسم

در این مقاله جریان حول استوانه در میدان حلی مطابق شکل ۳ و برای پنج سطح مقطع مختلف حل شده است. عدد رینولدز، رابطه (۱۸)، بر اساس بیشترین بعد طولی جسم که در راستای عمود بر جریان قرار می‌گیرد تعریف و جریان‌ها برای سه عدد رینولدز ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ حل شده‌اند. در اینجا چگالی سیال $\rho = 1\ {kg}/{m^3}$ و سرعت $U = 1\ {m}/{s}$ در نظر گرفته شده و $D = 0.2m$ می‌باشد. اعداد رینولدز مختلف از طریق تغییر در مقدار μ بدست می‌آیند.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho UD}{\mu} \tag{۱۸}$$

همانگونه که از شکل مشخص است برای سطح مقطع دایروی (○)، قطر دایره، برای سطح مقطع مربعی درحالت اول (□)، طول ضلع مربع، برای سطح مقطع مربعی در حالت دوم (◇)، قطر مربع و برای مثلث متساوی الاضلاع در هر دو حالت، (◁) و (▷) ، ضلع مثلث به عنوان بعد طول در تعریف عدد رینولدز در نظر گرفته شده اند.



شکل ۳- هندسه های اشکال مورد بررسی و اندازه میدان جریان

۶- چگونگی محاسبه ضرایب برآ، پسا و عدد استروهال

محاسبه ضرایب برآ و پسا با استفاده از نیروهایی که در نقاط شبکه توزیع شده‌اند صورت می‌گیرد. دو رابطه زیر برای محاسبه این ضرایب به کار می‌روند:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 h} \tag{۱۹}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 h} \tag{۲۰}$$

در این روابط F_D و F_L با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$F_D = \sum_{x \in g} f_x(\vec{x}) h^2 \tag{۲۱}$$

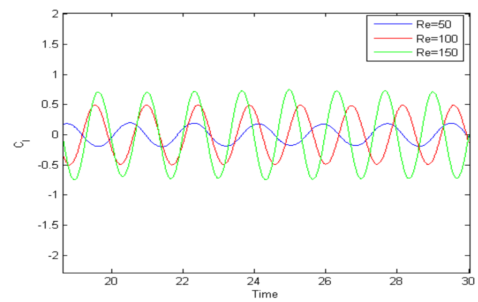
$$F_L = \sum_{x \in g} f_y(\vec{x}) h^2 \tag{۲۲}$$

برای محاسبه عدد استروهال از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$St = \frac{f_q h}{U} \tag{۲۲}$$

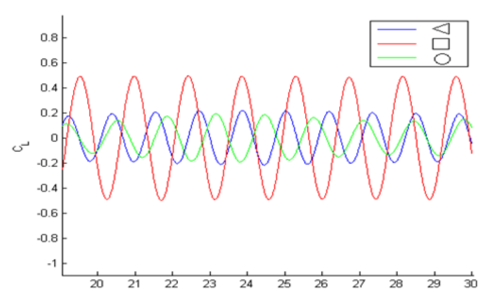
در این رابطه f_q فرکانس تولید گردابه‌های وون کارمن است. محاسبه فرکانس تولید این گردابه‌ها به راحتی با توجه به دوره تناوب نمودارهای ضرایب برآ و پسا در حالت پایدار امکان پذیر است. در این مقاله از دوره تناوب نمودار ضریب برآ برای محاسبه فرکانس تولید گردابه استفاده شده است.محاسبه عدد استروهال با استفاده از فرکانس حالت پایدار نمودار ضریب پسا نیز قابل انجام می‌باشد. در شکل(۴) تغییر دامنه و فرکانس تولید گردابه با افزایش عدد رینولدز برای سطح مقطع مربع (□) نشان داده شده است. همان

گونه که از شکل مشخص است با افزایش عدد رینولدز در این حالت علاوه بر افزایش فرکانس ضریب برآ دامنه آن نیز افزایش می‌یابد. در دو شکل ۴ و ۵ نمودار ها برای پس از رسیدن به حالت پایدار رسم شده است. قابل ذکر است که در ثانیه های اول به دلیل عدم دست یابی به پایداری، اعوجاجاتی در این نمودار ها مشاهده می شود ولی این نمودار ها در حالت پایدار در زمان های بالاتر شکل ثابتی دارند.



شکل ۴- تغییر دامنه و فرکانس تولید گردابه به واسطه افزایش عدد رینولدز

تغییر دامنه و فرکانس تولید گردابه دنباله به واسطه تغییر در سطح مقطع استوانه برای سه شکل دایره (◯)، مربع (□) و مثلث (◁) برای رینولدز ۱۰۰ در شکل (۵) نشان داده شده است.



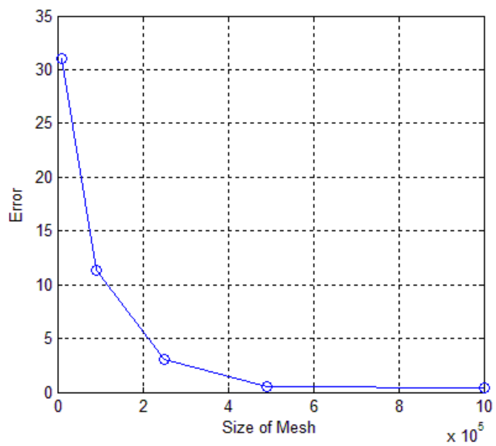
شکل ۵- تغییر دامنه و فرکانس تولید گردابه به واسطه تغییر شکل سطح مقطع

۷- بررسی روش عددی بکار رفته در این پژوهش

۷-۱- بررسی استقلال از شبکه

برای دست یابی به حل مستقل از شبکه مسئله جریان حول استوانه دایروی در عدد رینولدز ۱۰۰ به وسیله پنج شبکه مختلف (100×100)، (300×300)، (500×500)، (700×700) و (1000×1000) حل شده و ضرایب پسای حاصل شده از این چهار شبکه مطابق نمودار شکل ۶ با هم مقایسه شده اند. برای این مقایسه حل انجام شده در مرجع [۴] حل معیار در نظر گرفته شده است. ضریب درگ در این مرجع برای استوانه دایروی در رینولدز ۱۰۰، مقدار $\overline{C_D} = 1.4$ محاسبه شده است. با توجه به این معیار، خطا به صورت رابطه (۲۳) تعریف می شود.

$$Error = \frac{\left|C_D - \overline{C_D}\right|}{\overline{C_D}} \times 100 \tag{۲۳}$$



شکل ۶- بررسی اثر اندازه شبکه بر نتایج حل عددی

۷-۲-اعتبار سنجی حل عددی

برای اعتبار سنجی نتایج، جریان حول استوانه دایروی (◯) برای چهار عدد رینولدز مختلف حل شده و ضرایب پسای حاصل از حل عددی با نتایج موجود در مراجع [۸]، [۲۲] و [۴] مقایسه و در جدول ۱ ارائه شده اند.

جدول ۱- نتایج مقایسه ضریب پسا در مسئله جریان حول استوانه دایروی (◯) برای چهار عدد رینولدز مختلف

عدد رینولدز	مطالعه حاضر	مرجع [۲۵]	مرجع [۴]	مرجع [۲۲]	مرجع [۸]
۱۰	۲/۸۳	۲/۸۸	--	--	--
۲۰	۲/۱۴	--	۲/۲	۲/۲	۲/۰۴
۴۰	۱/۵۲۲	--	۱/۵۴	۱/۶۳	۱/۵۴
۱۰۰	۱/۴۰۸	۱/۴	۱/۴	۱/۴	۱/۳۹
۱۵۰	۱/۳۸۵	۱/۳۸	۱/۳۷	۱/۳۹	۱/۳۷

برای اینکه مقایسه‌ای بین نتایج حاصل شده از این روش عددی و سایر مراجع انجام شود، برای مسئله جریان حول استوانه دایروی در رینولدز ارائه شده در جدول (۱) مقادیردرصدخطا را بارابطه ای نظیر رابطه (۲۳) محاسبه و در جدول (۲) ارائه نموده ایم.

جدول ۲- درصد خطای برای ضریب پسا محاسبه شده در این پژوهش در مقایسه با سایر مراجع موجود

عدد رینولدز	خطا در مقایسه با مرجع[۲۵]	خطا در مقایسه با مرجع [۴]	خطا در مقایسه با مرجع [۲۲]	خطا در مقایسه با مرجع [۸]
۱۰	۱/۷۴			--
۲۰	--	۲/۷۳	۲/۷۳	۴/۹
۴۰	--	۱/۱۷	۶/۶۳	۱/۱۷
۱۰۰	۰/۵۷	۰/۵۷	۰/۵۷	۱/۲۹
۱۵۰	۰/۳۶	۱/۰۹	۰/۳۶	۱/۰۹

عوامل مختلفی در ایجاد خطای حل عددی تاثیر دارند. ارضای شرایط مرزی بصورت غیر دقیق با استفاده از منابع نیروی متمرکز، استفاده از توابع هموار برای انتقال این نیروها، استفاده از تقریب های مرتبه دوم مکانی و مرتبه اول زمانی، تبدیل انتگرال ها به صورت مجموعات گسسته و همین طور حل های غیر فیزیکی در داخل جسم صلب از جمله مهم‌ترین منابع خطا در این روش عددی محسوب می شوند.

علاوه بر این برای جریان حول استوانه با سطح مقطع مثلث متساوی الاضلاع (◁) نتایج حاصل از حل عددی برای سه رینولدز ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ با نتایج مرجع [۱۰] مقایسه شده و در جدول (۳) ارائه شده است.

مسئله جریان حول استوانه با سطح مقطع مربعی (□) نیز حل شده و نتایج شامل ضرایب پسا و عدد استروهال در جدول (۴) با نتایج موجود در مرجع [۱۱] مقایسه شده اند.

جدول ۳- نتایج مقایسه ضریب پسا و عدد استروهال در مسئله جریان حول استوانه مثلثی (◁) برای سه عدد رینولدز مختلف

عدد رینولدز	مطالعه حاضر		مرجع [۱۰]	
	St	C_D	St	C_D
۵۰	۰/۱۳۵	۱/۵۴۴	۰/۱۴۶	۱/۵۲۵
۱۰۰	۰/۱۸۳	۱/۷۲۸	۰/۱۹۱	۱/۷۵۵
۱۵۰	۰/۱۹۶	۱/۹۱۸	۰/۲۰۲	۱/۸۷۵

جدول ۴- نتایج مقایسه ضریب درگ و عدد استروهال در مسئله جریان حول استوانه مربعی (□) برای سه عدد رینولدز مختلف

عدد رینولدز	مطالعه حاضر		مرجع [۱۱].	
	St	C_D	St	C_D
۵۰	۰/۱۱۶	۱/۶۵۷	۰/۱۰۵	۱/۶۲۵
۱۰۰	۰/۱۳۶	۱/۴۷۵	۰/۱۳۱	۱/۴۶۴
۱۵۰	۰/۱۴۵	۱/۴۲۵	۰/۱۴۲	۱/۴۱۳

با توجه به جداول فوق می توان نتیجه گرفت که نتایج حل عددی در این مطالعه قابل اعتماد بوده و از دقت کافی برخوردار می باشند.

۸- نتایج

در این بخش نتایج حل عددی بصورت ضریب پسا و عدد استروهال در جداول ۵ و ۶ برای سه عدد رینولدز مختلف ارائه شده اند.

جدول ۵- نتایج مقایسه ضریب درگ در مسئله جریان حول استوانه با سطوح مقاطع مختلف، برای سه عدد رینولدز گوناگون

عدد رینولدز	◇	▷	◁	□	○
۵۰	۱/۶۴۳	۱/۷۲۴	۱/۵۴۴	۱/۶۵۷	۱/۶۰۸
۱۰۰	۱/۵۵۲	۱/۸۴۲	۱/۷۲۸	۱/۴۷۵	۱/۴۰۸
۱۵۰	۱/۹۲۴	۲/۲۴	۱/۹۱۸	۱/۴۲۵	۱/۳۸۵

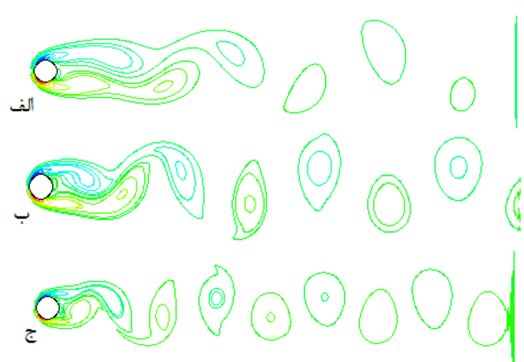
جدول ۶- نتایج مقایسه عدد استروهال در مسئله جریان حول استوانه با سطوح مقاطع مختلف، برای سه عدد رینولدز گوناگون

عدد رینولدز	◇	▷	◁	□	○
۵۰	۰/۱۴۴	۰/۱۱۹	۰/۱۴۶	۰/۱۱۶	۰/۱۴۷
۱۰۰	۰/۱۷۱	۰/۱۴۱	۰/۱۹۱	۰/۱۳۶	۰/۱۶۶
۱۵۰	۰/۱۹۲	۰/۱۵۳	۰/۲۰۲	۰/۱۴۵	۰/۱۸۵

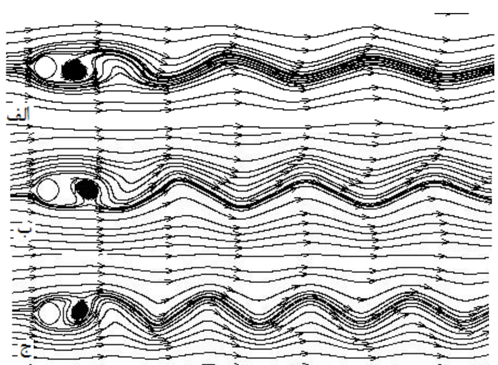
کانتورهای ورتسیته و خطوط جریان برای ارزیابی بهتر اثر تغییر شکل سطح مقطع استوانه در اعداد رینولدز مختلف در شکل‌های ۷-۱۶ ارائه شده است. همان گونه که از کانتورهای ورتسیته مشخص است در همه حالت‌ها با افزایش

عدد رینولدز جریان، شدت تولید گردابه‌های دنباله افزایش یافته است ولی شکل این سطوح مقاطع اثر چشم‌گیری بر شدت تولید این گردابه‌ها دارد. خطوط جریان نیز به روشنی تابعی از عدد رینولدز و شکل سطح مقطع استوانه است. همان گونه که از شکل خطوط جریان قابل مشاهده است، با افزایش عدد رینولدز علاوه بر افزایش دامنه نوسان جریان سیال، فرکانس نوسانات جریان نیز افزایش یافته است. اثر لزجت نیز در خطوط جریان به خوبی قابل مشاهده است به گونه‌ای که علاوه بر کاهش تدریجی دامنه نوسان در پایین دست، فرکانس این نوسانات نیز با دور شدن از سیلندر کاهش یافته است.

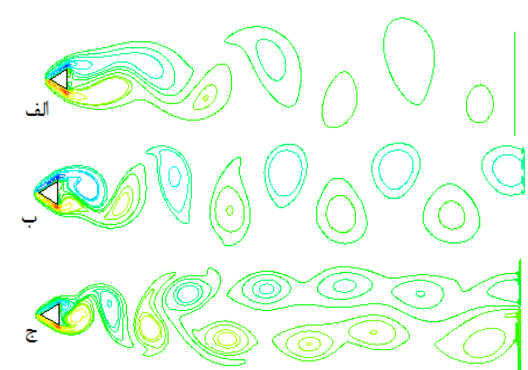
سطح اجسام اثر قابل توجهی بر الگوی گردابه دنباله دارد. در حقیقت سطح اجسام شکل لایه مرزی را تعیین کرده و چگونگی جدایش این لایه مرزی از سطح جسم، الگوی گردابه ها و خطوط جریان را تحت تاثیر قرار می دهد. الگوی ایجاد گردابه ها در استوانه دایروی (○) و استوانه مربعی حالت دوم (◇) تقریبا مشابه است. دلیل این امر آن است که شکل جدایش لایه مرزی در هر دو شکل تقریبا مشابه می باشد. در استوانه مربعی حالت اول (□) وجود سطح صاف در بالا و پایین شکل سبب می شود که لایه مرزی به سطح جسم چسبیده باقی بماند. چسبیده بودن لایه مرزی به سطوح بالا و پایین ایجاد گردابه های وون کارمن را تحت تاثیر قرار داده و باعث می شود که فرکانس تولید گردابه ها در این شکل کمتر از سایر اشکال باشد. استوانه مثلثی حالت اول (◁) به سبب ایجاد ناحیه جدایش نسبتا بزرگ، سبب می شود که فرکانس تولید گردابه ها به صورت چشمگیری افزایش یابد. به گونه‌ای که در رینولدز ۱۵۰ نظم پیشین ایجاد گردابه‌ها کاملا



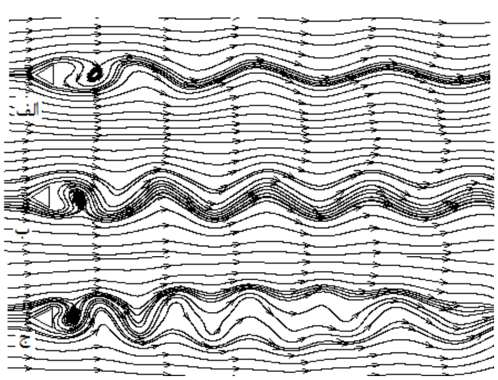
شکل ۷- کانتور های ورتسیته حول استوانه دایروی در رینولدز های الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰



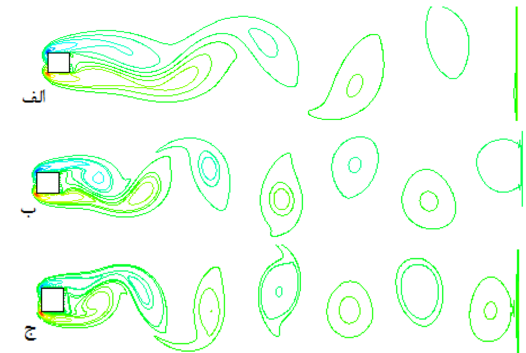
شکل ۸- خطوط جریان حول استوانه دایروی در رینولدز های الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰



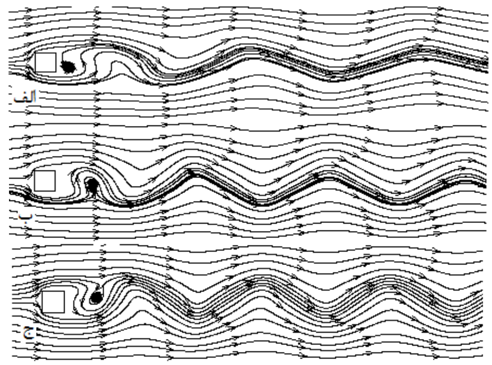
شکل ۹- کانتور های ورتسیته حول استوانه مثلثی، حالت اول، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰



شکل ۱۰- خطوط جریان حول استوانه مثلثی، حالت اول، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰

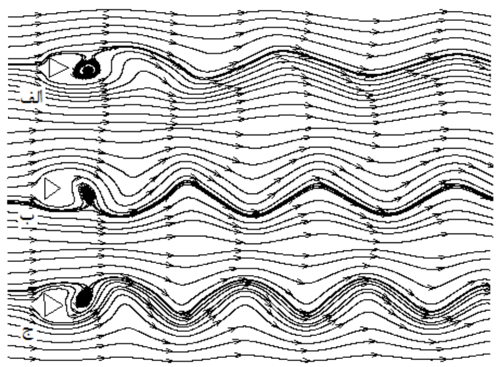


شکل ۱۱- کانتور های ورتسیته حول استوانه مربعی، حالت اول، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰

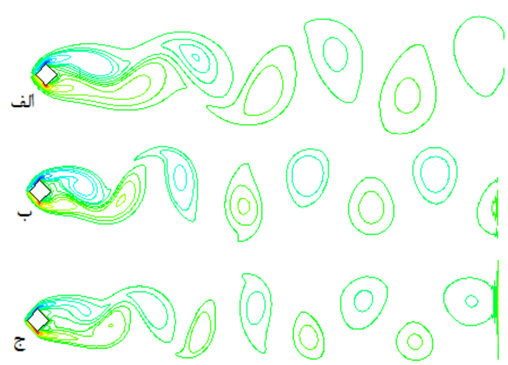


شکل ۱۲- خطوط جریان حول استوانه مربعی، حالت اول، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰

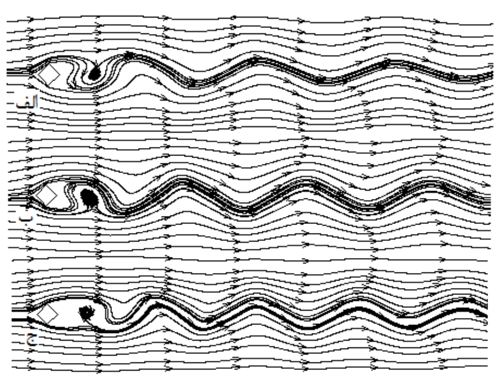
شکل ۱۳- کانتور های ورتسیته حول استوانه مثلثی، حالت دوم، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰



شکل ۱۴- خطوط جریان حول استوانه مثلثی، حالت دوم، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰



شکل ۱۵- کانتور های ورتسیته حول استوانه مربعی، حالت دوم، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰



شکل ۱۶- خطوط جریان حول استوانه مربعی، حالت دوم، در رینولدزهای الف)۵۰، ب)۱۰۰، ج)۱۵۰

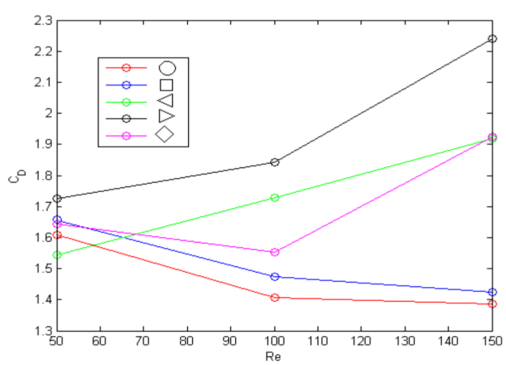
به هم خورده است. برای استوانه مثلثی حال دوم (▷) در رینولدز ۵۰ تقریبا شکل ایجاد گردابه‌ها مشابه استوانه مربعی حالت اول (□) است ولی با افزایش عدد رینولدز رفتار آنها تا حدودی متفاوت می شود.

۹- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله یک روش مرز مستغرق اصلاح شده بر پایه پژوهش‌های انجام شده توسط یولمن [۱۹] و سو [۲۱]پیشنهاد و با توجه به نتایج ارائه شده در بخش ۷ اعتبار سنجی شده است. در این الگوریتم بجای حل یک دستگاه معادلات برای دست یابی به مقادیر نیرو در نقاط لاگرانژی از تقریب ارائه شده در [۱۹] استفاده شده است. قابل ذکر است که در روش سو، به ازای افزایش تعداد نقاط لاگرانژی روی مرز، دستگاه معادلاتی که برای محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی ایجاد می‌شود، نزدیک به منفرد می‌گردد. نزدیک به منفرد شدن دستگاه معادلات در روش سو، حل عددی را به شدت تحت تاثیر قرار داده و منجر به عدم همگرایی خواهد شد. در این پژوهش پیشنهاد شده است که بجای حل این دستگاه معادلات از روش پیشنهادی یولمن استفاده گردد. در این صورت نیاز به حل یک دستگاه معادلات برای محاسبه نیرو در نقاط لاگرانژی حذف می‌شود. با اعمال چند باره نیرو در هر گام زمانی در این روش، شرایط مرزی با دقت قابل قبولی ارضا خواهد شد. این روش با وجود سادگی نسبی از تمام قابلیت‌های روش های مرز مستغرق برخوردار است. این روش برای مطالعه اثر تغییر سطح مقطع استوانه بر جریان حول آن در حالت دو بعدی بکار گرفته شده است.

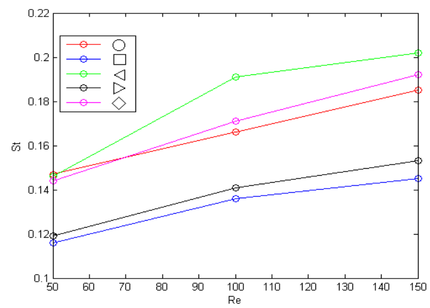
همان‌گونه که از نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی بر می‌آید، با افزایش عدد رینولدز جریان، ضریب درگ برای سطح مقطع دایروی (○) و مربعی در حالت اول (□) روند کاهشی دارد ولی با این وجود برای سطح مقطع مثلثی، در حالت اول (◁) و دوم (▷)، روند افزایشی پیدا می‌کند. برای سطح مقطع مربعی در حالت دوم

(◇) با افزایش عدد رینولدز روند کاهشی و افزایشی با هم اتفاق می‌افتد. در واقع در سطح مقطع مربعی حالت دوم (◇) در رینولدز ۵۰، رفتار جریان بسیار مشابه رفتار جریان حول استوانه با سطح مقطع دایروی است ولی با افزایش رینولدز جریان به ۱۵۰ رفتار جریان مشابه جریان حول استوانه با سطح مقطع مثلث حالت اول (◁) است. در رینولدز ۱۰۰ رفتار جریان حول مقطع مربعی حالت دوم (◇) بین دو سطح مقطع دایروی (○) و مثلثی حالت اول (◁) می‌باشد. روند کاهش ضریب درگ در مقطع مربع حالت اول (□) مشابه روند کاهش در مقطع دایروی (○) می‌باشد. ولی همان گونه که انتظار می رود عدد استروهال در مقطع مربع حالت اول (□) کمترین مقدار را در هر سه رینولدز دارد. وجود دیواره‌های بالا و پایین این شکل سبب شده است که ایجاد گردابه های وون کارمن در پایین‌دست جریان به راحتی انجام نگیرد و از این رو کمترین عدد استروهال را به خود تخصیص دهد. مهم‌ترین بخش نیروی پسا در رینولدزهای مطالعه شده در این پژوهش مربوط به پسای فشاری است. به عبارت دیگر با بزرگتر شدن گردابه پشت جسم، مقدار نیروی پسای فشاری افزایش می‌یابد. مطابق شکل (۱۷) مقدار ضریب پسا به شدت به هندسه وابسته است و دلیل این امر را نیز می‌توان به اثر هندسه بر نحوه جدایش لایه مرزی و اندازه گردابه دنباله نسبت داد.



شکل ۱۷- مقایسه ضریب پسا برای پنج سطح مقطع مختلف

عدد استروهال نیز به شدت به هندسه سطح مقطع جسم وابسته است. هر چند برای تمام اشکال مورد مطالعه عدد استروهال با افزایش عدد رینولدز افزایش یافته است، ولی شدت تولید گردابه که رابطه مستقیم با عدد استروهال دارد در مقطع مثلثی حالت اول (◁) از همه بیشتر است. بنابراین در میان این پنج سطح مقطع مختلف، سطح مقطع مثلثی بهترین تولید کننده گردابه محسوب می‌شود. در شکل (۱۸) مقایسه عدد استروهال برای سطوح مقاطع مختلف با افزایش عدد رینولدز انجام شده است.



شکل ۱۸- مقایسه عدد استروهال برای پنج شکل سطح مقطع مختلف

مراجع

[1] Graf WH, Yulistiyanto B(1998) Experiments on flow around a circular cylinder; the velocity and vorticity fields. IAHR Journal of Hydraulic Research 36(4): 637–744.

[2] Coutanceau M, Defaye JR (1989) Circular cylinder wake configurations: a flow visualization study.Applied Mechanics Reviews 44(6): 255–305.

[3] Baban F, So RMC, Otugen MV (1989) Unsteady forces on circular cylinders in cross-flow. Experiments in Fluids 7: 293–302.

[4] Williamson CHK (1996) Vortex dynamics in the cylinder wake. Annual Review of Fluid Mechanics 28: 477–539.

[5] Sumer BM, Fredse J (1997) Hydrodynamics around cylindrical structures. WorldScientific Publishing Co. Pte. Ltd.

[6] Kusyumov AN, Romanova EV, Batrakov AS, Nurmukhametov RR, Barakos GN (2012) Simulation of the flow around a stationary circular cylinder taking into account laminar-turbulent transition. Russian Aeronautics (Iz VUZ) 55(3): 263–268.

[7] Ai Y, Feng D, Ye H, Li L (2013)Unsteady numerical simulation of flow around 2-D circular cylinder for high Reynolds numbers.Journal of Marine Science and Application 12(2): 180–184.

[8] Lima E Silva ALF, Silveira-Neto A, Damasceno JJR (2003) Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. J Comp Phys: 189–351.

[9] Alonso G, Meseguer J (2006) A parametric study of the galloping stability of two-dimensional triangular cross-section bodies. J Wind Eng 94: 241–253.

[10] Kumar De A, Dalal A (2006) Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder. Int J Numer Meth Fluids 52: 801–821.

[11] Sohankar A, Davidson L, Norberg C (1995) Numerical simulation of unsteady flowaround a square two-dimensional cylinder. Proceeding TwelfthAustralasianFluidMechanicsConference, Sydney: 517–520.

[12] Dutta S, Panigrahi PK, Muralidhar K (2008)Experimental investigation of flow past a square cylinder at an angle of incidence. Journal of Engineerin Mechanics 134: 788–803.

[13] Gera B,Sharma PK, Singh RK (2010) CFD analysis of 2D unsteady flowaround a square cylinder. International Journal of Applied Engineering Research 1(3): 602–610.

[14] Peskin CS (2002)The immersed boundary method. Acta Numerica 11: 479–517.

[15] Mohd-Yusof J (1997) Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulations of flow in complex geometries. Center for turbulence research annual research briefs 161(1):317–327.

[16] Tseng YH, Ferziger JH (2003) A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. J Computational Physics 192(2): 593–623.

[17] Mittal R, Iaccarino G (2006)Immersed boundary methods. Annu Rev Fluid Mech 37: 239–61.

[18] Chung MH (2006) Cartesian cut cell approach for simulating incompressible flows with rigid bodies of arbitrary shape. Computers & Fluids 35(6): 607–623.

[19] Uhlmann M (2005)An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. J Computational Physics 209: 448–476.

[20] Lai MC, Peskin CS (2000)An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. JComputational Physics 160(2): 705–719.

[21] Wei Su S, Lai MC, Lin CA (2006) A simple immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary. Preprint submitted to Elsevier Science.

[22] Kim J, Moin P (1985) Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. Journal of Computational Physics 59: 308–323.

[23] Van den Vorst HA, Sonneveld P (1990) CGSTAB, a more smoothly convergingvariant of CGS. Technical Report 90-50, Delft University of Technology.

[24] Wang Z, Fan J, Luo K (2008) Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. Int J Multiphase Flow 34: 283–302.

[25] Heard GJS, Houriganand K, Thompson MC (2005) Compution of the drag coefficients for low Reynolds number flow past rings. J Fluid Mech 526: 257–275.