



## آنالیز تحلیلی و عددی نیروهای عکس‌العمل در قید و بند قطعات با هندسه چندوجهی

هادی پروز\*

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران  
مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۰۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۹/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۰۹

### چکیده

اندازه نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی قید و بندها حائز اهمیت بالایی بوده و به عنوان ورودی در مراحل هم‌چون طرح‌ریزی قید و بندها، طراحی المان‌ها و صحت‌سنجی استفاده می‌شود. در این مقاله، روشی چابک و دقیق بر مبنای اصل کمینه اندازه نیروها، برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل در قید و بندهای ماشین‌کاری پیشنهاد می‌شود. برای صحت‌سنجی مقادیر پیش‌بینی شده از تئوری، شبیه‌سازی عددی به کمک نرم‌افزار آباکوس روی قطعات با هندسه چندوجهی اجرا شده است. با مقایسه نتایج، انطباق مناسبی بین مقادیر پیش‌بینی شده برای مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل از تئوری، نتایج آنالیز عددی و نتایج ارائه شده در پژوهش‌های پیشین مشاهده شد. بیشینه خطا در پیش‌بینی نیروهای نرمال بر سطح از تحلیل پیشنهادی نسبت به نتایج شبیه‌سازی ۳/۹٪ بدست آمد. مقادیر بدست آمده از تحلیل ارائه شده برای مؤلفه مماسی نیروهای عکس‌العمل دقیق نبوده و قابل اعتنا نیست. هرچند با توجه به اندازه اندک این نیروها، امکان چشم‌پوشی از آن‌ها در طراحی قید و بندها وجود دارد. تطابق مناسب بین پیش‌بینی‌های تئوری و نتایج عددی، بیانگر کارایی مدل ارائه شده برای محاسبه سریع نیروهای عکس‌العمل در قید و بند قطعات با هندسه چندوجهی است.

**کلمات کلیدی:** جاسازی؛ ضریب اصطکاک؛ طراحی قید و بند؛ کمینه اندازه نیروها؛ نیروی عکس‌العمل.

## Analytical and Numerical Investigation of Reaction Forces in Fixturing of Rigid Workpiece with Polyhedral Geometry

H. Parvaz\*

Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood, Iran

### Abstract

Reaction forces at the locating points of the machining fixture are considered as one of the important input parameters in different stages of fixture design procedure including fixture planning, unit design, and verification. In the present study, an agile tool is proposed for calculation of the reaction forces based on the minimum norm principle. For validation of the results, finite element analysis is performed in Abaqus® software on a rigid workpiece with polyhedral geometry. The reaction forces are calculated from the numerical analysis and compared to the theoretical predictions. In comparison to the numerical results, the worst-case error of 3.9% is obtained for the theoretical predictions of the normal-to-surface components of reaction forces. The theoretical predictions of the tangential components of reaction forces are not accurate. However, their effects are negligible by considering that the intensity of these forces is low in comparison to the normal components. It was concluded that the theoretical predictions of the normal components of reaction forces agreed well to the numerical data and results that were published in the previous studies. The agreement between the theoretical predictions, results of the previous studies, and the finite element analysis confirmed the accuracy of the suggested model.

**Keywords:** Coefficient of Friction; Fixture Design; Locating; Minimum Norm Principle; Reaction Force.

## ۱- مقدمه

هندسه قطعه کار و درجه صلبیت آن نقش تعیین‌کننده‌ای را در طراحی قید و بندهای مخصوص دارند. قطعه کار می‌تواند دارای هندسه از نوع چندوجهی یا شکل-آزاد<sup>۱</sup> بوده و به لحاظ صلبیت، دارای خاصیت انعطاف‌پذیری (ورقی) یا صلبیت (حجیم) باشد. در طراحی سیستم جاسازی و بست برای قطعات با هندسه چندوجهی و شکل-آزاد، از اصول کلاسیک طراحی فیکسچرها، همچون روش جاسازی ۱-۲-۳ استفاده می‌شود. پژوهش‌های زیادی در زمینه تعیین موقعیت بهینه جاسازها [۳-۱]، مطالعه پایداری قطعه کار در قید و بند [۴] و استفاده از مکانیزم‌های ابتکاری برای موقعیت‌دهی و بست این نوع قطعات [۵] منتشر شده است. در طراحی قید و بند برای قطعات انعطاف‌پذیر (همچون قطعات ورقی)، طراح از تعداد جاساز بیشتری برای کاهش تغییر شکل قطعه کار بهره می‌گیرد. بهینه‌سازی موقعیت اعمال این جاسازها با استفاده از الگوریتم‌های فرا-ابتکاری،<sup>۲</sup> مورد توجه پژوهشگران در این زمینه بوده است [۶-۸]. صرف‌نظر از هندسه قطعه کار و درجه انعطاف‌پذیری آن، محاسبه نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی، جزو پارامترهای اساسی در طراحی قید و بندها به شمار می‌رود.

نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی در قید و بندها، ناشی از اعمال نیروهای بست و ماشین‌کاری ایجاد می‌شوند. اندازه این نیروها نقش تعیین‌کننده‌ای در مراحل مختلف طراحی قید و بندها دارد. نمونه‌هایی از این مراحل شامل، طرح‌ریزی قید و بندها، تعیین موقعیت نقاط جاسازی و بست، طراحی المان‌های قید و بند و آنالیز پایداری برای صحت‌سنجی طرح‌های جاسازی هستند. از آنجا که طرح‌ریزی قید و بند در مراحل اولیه طراحی قید و بند انجام می‌شود، دانش کافی در زمینه رفتار تماسی بین قطعه کار و فیکسچر در این مرحله وجود ندارد. هرچند، اجرای آنالیز المان محدود می‌تواند به عنوان گزینه‌ای مناسب برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل باشد؛ ولیکن، این نوع آنالیز معمولاً نیاز به حجم محاسبات بالا داشته و نتایج حاصل، به شدت به هندسه تماس و شرایط مرزی وابسته خواهد بود. برای این منظور،

معمولاً طراح قید و بند، با استفاده از تجربه کاری، طرحی را برای قید و بند ارائه می‌کند که در آن، نیروهای عکس‌العمل ترجیحاً در تمام جاسازها وجود داشته و توزیع تقریباً یکنواختی را بین آن‌ها داشته باشد. برای محاسبه مقادیر این نیروها در مقاله حاضر، ابزاری سریع و دقیق بر پایه اصل کمینه اندازه نیروها ارائه شده است. پارامترهای ورودی این مدل محدود به موقعیت و جهت المان‌های جاسازی، موقعیت و جهت المان‌های بست و اندازه و محل اعمال نیروهای خارجی می‌شوند. مقادیر نیروهای عکس‌العمل پیش‌بینی شده از مدل ارائه شده، بایستی با نتایج پژوهش‌های پیشین و همچنین نتایج بدست آمده از آنالیز المان محدود مقایسه شوند تا کارایی مدل تأیید گردد.

در بررسی پژوهش‌های پیشین باید به این نکته توجه نمود که ضریب اصطکاک، نوع تماس بین قطعه کار و فیکسچر و اثرات براده‌برداری نقش مهمی روی فعالیت‌های طرح‌ریزی قید و بند دارد. در مطالعه پیشینه پژوهش برای فعالیت‌های طرح‌ریزی قید و بند برای قطعات صلب با هندسه چندوجهی، چو و همکاران [۹]، یک مدل تحلیلی بر مبنای تئوری پیچ‌واره برای طراحی سیستم جاسازی و بست قطعات چندوجهی ارائه کرد. پایداری قطعه کار بصورت شرط مثبت بودن نیروی عکس‌العمل در نقاط تماس بین قطعه کار و جاسازها عنوان شد. لی و کاتکوسکی [۱۰]، یک مازول طرح‌ریزی قید و بند برای قطعات چندوجهی ارائه نمود که در آن ضریب اصطکاک به‌عنوان یک عامل موثر محسوب می‌شد. ایده سطح حدی<sup>۳</sup> در حالت لغزش، بر پایه وجود رابطه مستقیم بین سرعت نسبی قطعه کار در نقطه تماس با جاساز و نیروی اصطکاک در آن نقطه پیشنهاد شد. از این سطح، برای محاسبه نیروهای تماسی در نقطه تماس استفاده شد. جای و همکاران [۱۱]، ایده استفاده از سیستم  $N - 2 - 1$  را برای طراحی سیستم جاسازی برای قطعات انعطاف‌پذیر ارائه نمود. در سیستم پیشنهادی از  $N$  جاساز پایه ( $N > 3$ )، دو جاساز کناری و یک جاساز توقف برای موقعیت‌دهی قطعه کار منعطف استفاده شد. پایداری این نوع قطعات تحت اثر نیروهای وزن و نیروهای خارجی نیز مورد مطالعه قرار گرفت.

<sup>1</sup> Freeform<sup>2</sup> Meta-Heuristic<sup>3</sup> Limit Surface

شرایط مرزی مختلف را در آنالیز المان محدود برای تعیین مقدار تغییر شکل الاستیک قطعه کار و نیروهای عکس‌العمل مورد مطالعه قرار دادند. آنالیز المان محدود برای شبیه‌سازی تک تماس بین قطعه کار و جاساز انجام شد. سه نوع شرط مرزی شامل، نیرو در گره، جابجایی در گره و مدل تماس اصطکاکی همراه با دو نوع هندسه تماس شامل تماس تخت-تخت و کروی-تخت در نظر گرفته شد. در مرجع [۱۷]، بهینه‌سازی چیدمان جاسازها<sup>۹</sup> در قید و بند با هدف کمینه‌سازی تغییر شکل الاستیک قطعه کار با در نظر گرفتن نیروهای ماشین‌کاری اجرا شد. الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله استفاده شده و آزمایش تجربی روی یک قطعه کار دوبعدی برای صحت‌سنجی نتایج استفاده شد. وانگ و همکاران [۱۸]، یک مدل بهینه‌سازی با هدف بیشینه‌کردن دقت موقعیت-دهی، تکرارپذیری جاسازی و حفظ پایداری قطعه کار در قید و بند ارائه نمودند. لازم بذکر است که در این پژوهش، از اصطکاک در نقاط تماس بین قطعه کار و اجزای قید و بند صرف‌نظر شد. چن و همکاران [۱۹]، مدل بهینه‌سازی چند هدفه برای طراحی چیدمان جاسازی و کمینه‌سازی اندازه نیروهای بست با ترکیب آنالیز المان محدود و الگوریتم ژنتیک ارائه کردند. اثرات اصطکاک و برداشتن براده نیز در مدل مدنظر قرار گرفت. در پژوهش ارائه‌شده توسط پروز و ناطق [۲۰]، از تئوری پیچ‌واره جهت ارزیابی قابلیت‌های پلت-فرم ارائه شده برای طراحی رایانه‌ای قید و بندها استفاده شد. برای ارزیابی مدل ارائه شده جهت طراحی سیستم جاسازی، از یک مدل با هندسه چندوجهی استفاده شد. با صرف‌نظر از اصطکاک بین قطعه کار و جاسازها، آنالیز المان محدود روی مدلی از قطعه کار چندوجهی با اعمال نیروهای بست انجام شد. جیانگ و همکاران [۲۱]، از ترکیب بهینه‌سازی چند-متغیره همراه با یک الگوریتم تصمیم‌گیری جهت طراحی لی-اوت بهینه برای قید و بندهای اندازه‌گیری استفاده کردند. دقت جاسازی، پایداری قطعه کار و سهولت بارگذاری و باربرداری قطعه کار در سیستم جاسازی به‌عنوان نیازهای اساسی طراحی فیکسچرهای اندازه‌گیری مطرح شد. ژیونگ و همکاران [۲۲] از ترکیب الگوریتم ژنتیک و آنالیز المان محدود برای کمینه‌سازی تغییر شکل الاستیک قطعه کار در

در مرجع [۱۲]، تئوری پیچ‌واره<sup>۱</sup> برای توسعه مدل تحلیلی جهت طراحی سیستم جاسازی برای قطعات با هندسه چندوجهی استفاده شد. نیروها و گشتاورهای خارجی تحت عنوان پیچه‌های اغتشاشی در نقاط مشخصی به قطعه کار اعمال شد. با تصویر کردن این پیچه‌ها روی صفحات جاسازی، دو ناحیه دفع<sup>۲</sup> و تقابل<sup>۳</sup> روی هر صفحه تشکیل شد. نقاط جاسازی روی ناحیه دفع هریک از سطوح جاسازی، بر اساس بیشینه حالت تقابل بین آچار<sup>۴</sup> جاسازی با بیشترین تعداد ممکن از پیچه‌های اغتشاش تعیین شدند. هورتادو و ملکوته [۱۳]، یک مدل بهینه‌سازی کامل برای طراحی سیستم جاسازی و بست برای قطعات با هندسه شکل-آزاد بر مبنای آرایش پینی ارائه کرد. تابع هدف بصورت بیشینه‌سازی هماهنگی بین سطح قطعه کار و المان‌های پین، پایداری قطعه کار حین ماشین‌کاری و محدودسازی تغییر شکل قطعه-کار به مقادیر مشخص شده توسط کاربر تعریف شد. کانگ و همکاران [۱۴]، یک مدل تحلیلی برای آنالیز پایداری قطعه-کار با در نظر گرفتن نیروهای بست و ماشین‌کاری ارائه نمود. مدلی با عنوان مدل سینتیک فیکسچر<sup>۵</sup> توسعه داده شد و با استفاده از آن، نیروهای عکس‌العمل در نقاط تماس، با محاسبه مقادیر جابجایی در آن نقاط، محاسبه شد. عامل محدودکننده استفاده از این روش، نیاز به محاسبه آفلاین ماتریس سفتی از طریق آنالیز المان محدود، برای تعیین مقادیر جابجایی در جاسازها بود. معیاری به نام شاخص پایداری تماس نیز تعریف شد که از آن برای بررسی کمی پایداری به‌وسیله ارزیابی قرارگیری نیروی عکس‌العمل داخل مخروط اصطکاکی در نقاط تماس استفاده می‌شد. کاپا و اوزتورک [۱۵]، تأثیر نیروهای اصطکاکی و فرآیند برداشتن براده<sup>۶</sup> را روی پروسه طراحی سیستم جاسازی و بست برای قطعات با هندسه چندوجهی مورد بررسی قرار داد. آنالیز عددی برای شبیه‌سازی فرآیند ماشین‌کاری با استفاده از روش مرگ المان<sup>۸</sup> اجرا شد. ساتیانارایانا و ملکوته [۱۶]، اثرات

<sup>1</sup> Screw Theory

<sup>2</sup> Twist

<sup>3</sup> Repelling

<sup>4</sup> Contrary

<sup>5</sup> Wrench

<sup>6</sup> Fixture Kinetic Model

<sup>7</sup> Chip Removal Process

<sup>8</sup> Element Death Technique

<sup>9</sup> Locating Layout

## ۲- مدل‌سازی تحلیلی

در طراحی قید و بند برای قطعات صلب، شش جاساز استفاده می‌شود. نظر به اینکه در هر جاساز، سه مؤلفه نیروی عکس-العمل وجود دارد، در مجموع هجده نیروی عکس‌العمل مجهول در مسأله وجود خواهد داشت؛ لذا، سیستم قید و بند قطعه‌کار صلب یک مجموعه استاتیکی نامعین است که با احتساب شش معادله تعادل استاتیک، قابل حل نیست. آنالیز المان محدود ممکن است، گزینه مناسبی برای حل مسأله بنظر برسد؛ ولیکن، استفاده از آن به دلیل محدودیت‌های اشاره شده، مناسب نخواهد بود.

برای حل مسأله، روش تحلیلی بر اساس اصل کمینه اندازه نیروها پیشنهاد می‌شود. این اصل بیان می‌دارد که از بین بی‌نهایت جواب برای مسأله نامعین استاتیکی، جوابی قابل قبول است که کمترین اندازه را داشته باشد. استفاده از این اصل برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل در قید و بند قطعه‌کار صلب، منجر به یک مسأله بهینه‌سازی غیرخطی مرتبه چهارم می‌شود. تابع هدف کمینه‌سازی، اندازه بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل است که از شش نیروی عکس-العمل (در جاسازها) تشکیل شده است. هریک از این شش نیروی عکس‌العمل دارای یک مؤلفه عمودی و دو مؤلفه مماسی هستند؛ لذا، تابع هدف بهینه‌سازی مزبور را می‌توان به‌صورت رابطه (۱) ارائه نمود:

minimization of  $\|\phi\| = \text{norm}(RF)$

$$RF = RF_1\hat{i} + RF_2\hat{j} + RF_3\hat{k} + RF_4\hat{p} \\ + RF_5\hat{q} + RF_6\hat{s}$$

$$RF_i = RF_i^n\hat{n} + RF_i^{t_1}\hat{t}_1 + RF_i^{t_2}\hat{t}_2 \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (1)$$

که در آن،  $\phi$  بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل ناشی از نیروهای عکس‌العمل در شش جاساز است.  $RF_i$  بیانگر نیروی عکس‌العمل در جاساز نام  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) است. شمارنده  $i$  نشان‌دهنده شماره هر یک از جاسازها است.  $RF_i^{t_1}$  و  $RF_i^{t_2}$  بیانگر مؤلفه‌های بردار نیروی عکس‌العمل در جاساز نام در راستای (به ترتیب) عمودی، مماسی اول و مماسی دوم است.  $\hat{n}$ ،  $\hat{t}_1$  و  $\hat{t}_2$  نیز نشان‌دهنده جهات عمودی، مماسی اول و مماسی دوم در هر نقطه جاسازی است. قیود بهینه‌سازی به‌صورت رابطه (۲) قابل ارائه است:

نواحی نزدیک به منطقه فعال ماشین‌کاری استفاده کردند. اثرات هندسه تماس نقطه به نقطه و سطح به سطح بر روی تغییر شکل الاستیک قطعه‌کار نیز مورد مطالعه قرار گرفت. اخیراً، پروز و ناطق [۲۳ و ۲۴]، مدل تحلیلی برای طراحی سیستم جاسازی و بست برای قطعات با هندسه شکل-آزاد با در نظر گرفتن تماس اصطکاکی بین قطعه‌کار و اجزای قید و بند ارائه کردند. دو معیار اصلی برای طراحی سیستم جاسازی استفاده شد که شامل، محدود کردن درجات آزادی قطعه‌کار با بیشترین شدت ممکن و بیشینه تحمل نیروهای ماشین‌کاری توسط جاسازها بود. برای طراحی سیستم بست، هدف کمترین تعداد المان‌های بست همراه با توزیع یکنواخت نیروهای عکس‌العمل بر روی جاسازها بود.

با توجه به پیشینه پژوهش ارائه شده، پژوهش‌های متعددی در زمینه استفاده از آنالیز المان محدود برای اجرای فعالیت‌های طرح‌ریزی قید و بند با در نظر گرفتن اثرات اصطکاک و برداشتن براده اجرا شده است. آنالیز المان محدود نیاز به پردازش سنگین و علم کامل نسبت به شرایط تماس بین قطعه‌کار و اجزای قید و بند دارد؛ همچنین، نتایج آنالیز المان محدود، وابستگی شدیدی به شرایط مرزی مسأله دارد که گاهاً می‌تواند منجر به جواب‌های نادرست در برخی از هندسه‌های تماس شود؛ لذا، ابزاری چابک که بتواند به‌عنوان دستیار طراح قید و بند عمل کرده و نیروهای عکس‌العمل را بصورت دقیق و بدون نیاز به اطلاعات دقیق تماس (خصوصاً در مراحل اولیه طراحی فیکسچر) تعیین کند، بسیار سودمند خواهد بود. در این مقاله، چنین ابزاری بر پایه استفاده از اصل کمینه اندازه نیروها ارائه شده است. برای صحت‌سنجی، از آنالیز المان محدود و نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده در پژوهش‌های پیشین استفاده می‌شود. نوآوری اصلی مقاله حاضر شامل، ارائه مدل تحلیلی برای محاسبه سریع نیروهای عکس‌العمل بدون نیاز به اطلاعات دقیق تماس، بررسی دقت پیش‌بینی نیروهای عکس‌العمل توسط مدل پیشنهادی در هر دو راستای عمودی و مماسی و بررسی اثرات پارامترهای موثر روی نتایج نهایی است. دستورالعمل‌های کاملی برای تنظیم پارامترهای ورودی مدل تحلیلی برای نیل به نتایج دقیق نیز ارائه شده است.

در قید دوم از رابطه (۲)، شرط حفظ تماس بین قطعه کار و جاسازها بصورت لزوم وقوع نیروی عکس‌العمل مثبت در نقاط تماس بیان شده است. چنانچه مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در هریک از نقاط تماس منفی شود، جدایش بین قطعه کار و جاسازها در آن نقطه اتفاق خواهد افتاد. قید سوم از رابطه (۲) نیز بیانگر رعایت قانون اصطکاک کولمب در نقاط تماس بین قطعه کار و جاساز است. در پیاده‌سازی رابطه ارائه شده برای این قید، سمت چپ تساوی باید به صورت  $\sqrt{(RF_i^{t_1})^2 + (RF_i^{t_2})^2}$  درج شود که در آن،  $RF_i^{t_1}$  و  $RF_i^{t_2}$  مؤلفه‌های مماسی اول و دوم در نقطه جاسازی  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) هستند. جاگذاری این عبارت در قید مربوطه، منجر به غیرخطی شدن مسأله بهینه‌سازی ارائه شده در رابطه (۱) می‌شود؛ لذا، یک مسأله بهینه‌سازی غیرخطی مرتبه چهارم بایستی حل شود تا نیروهای عکس‌العمل در جاسازها محاسبه گردند. مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده از این تحلیل با نتایج ارائه شده در پژوهش‌های پیشین و آنالیز المان محدود در بخش ۴ ارائه می‌شود.

### ۳- آنالیز المان محدود

شکل ۱ نشان‌دهنده مدل استفاده شده برای اجرای آنالیز المان محدود است. این قطعه کار از نوع صلب بوده و دارای هندسه چندوجهی است. ابعاد آن  $150\text{mm} \times 200\text{mm} \times 75\text{mm}$  بوده و سطوح  $A$ ،  $B$  و  $C$  به‌عنوان سطوح جاسازی پایه، دوم و سوم انتخاب شده‌اند. سیستم جاسازی این مدل دارای شش جاساز  $L_1$  تا  $L_6$  است که با استفاده از اصل ۱-۲-۳ روی قطعه کار چیده شده‌اند. سیستم بست قطعه کار نیز، توسط دو بست  $C_1$  و  $C_2$  طراحی شده است که در موقعیت‌های نشان داده شده در شکل ۱ به قطعه کار اعمال می‌شوند. هدف از طراحی قید و بند برای این قطعه کار، اجرای عملیات شیارتراشی در سطح فوقانی آن است. دستگاه مختصات جهانی  $X - Y - Z$  در نقطه مرکز ثقل قطعه کار تعریف شده و شش دستگاه مختصات محلی  $t_1 - t_2 - n$  در نقاط جاسازی شش‌گانه تعریف شده‌اند. موقعیت و جهت المان‌های جاسازی و بست برای این قطعه کار در جدول ۱ ارائه شده است.

$$\begin{aligned} G\phi + W &= 0 \\ (RF_i^n) &> 0 \\ RF_i^t &< \mu(RF_i^n) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن،  $G$  ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات محلی به دستگاه مختصات جهانی بوده و  $W$  بردار آچار برآیند خارجی وارد بر قطعه کار است. این آچار ناشی از نیروها و گشتاورهای وارد بر قطعه کار تعریف و جاگذاری می‌شود.  $\mu$  ضریب اصطکاک در نقاط تماس بین قطعه کار و جاسازها است. در رابطه (۲)، قید اول بیانگر لزوم ارضای شرایط تعادل بین نیروهای خارجی و عکس‌العمل‌های داخلی در دستگاه مختصات جهانی است. از آنجا که  $\phi$  بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل در دستگاه مختصات محلی ( $n - t$ ) است، با ضرب آن در ماتریس تبدیل  $G$ ، نیروهای عکس‌العمل در دستگاه مختصات جهانی بدست می‌آیند. مقدار این نیروها باید در تعادل با نیروهای خارجی باشد. اطلاعاتی همچون نقاط جاسازی، بردارهای نرمال و مماسی در نقاط تماس در قالب ماتریس تبدیل  $G$  در مسأله بهینه‌سازی وارد می‌شوند. این ماتریس که ابعاد آن برای قطعه کار صلب (با شش جاساز) بصورت  $6 \times 18$  است، بصورت رابطه (۳) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} G &= [G_1, G_2, \dots, G_6] \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\ G_i &= [r_i, r_i \times n_i]^T \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن،  $G_1$  تا  $G_6$  بیانگر ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات محلی به جهانی برای هریک از جاسازهای یکم تا ششم است.  $r_i$  و  $n_i$  نیز بردار موقعیت نقطه جاسازی و بردار نرمال در نقطه جاسازی  $i$ ام هستند. آچار برآیند خارجی وارد بر قطعه، که با  $W$  نشان داده شد، بصورت رابطه (۴) قابل محاسبه است:

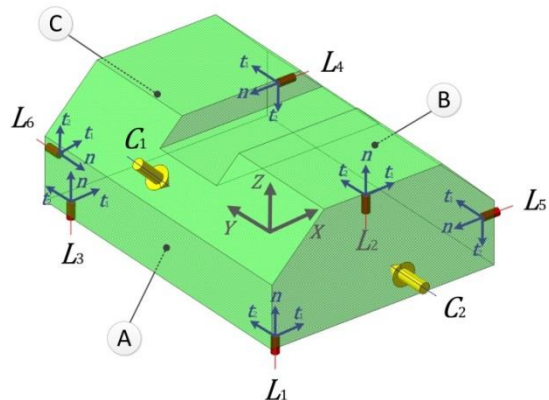
$$W = W_g + W_c + W_m \quad (4)$$

که در آن،  $W_g$  آچار ناشی از نیروی وزن قطعه کار است.  $W_c$  آچار ناشی از نیروی بست بوده و  $W_m$  آچار ناشی از نیروی ماشین‌کاری است. در مقاله حاضر، نیروهای ماشین‌کاری در نظر گرفته نشده است؛ چرا که هدف از پژوهش حاضر، صحت‌سنجی پیش‌بینی بدست آمده از تئوری پیشنهادی با نتایج آنالیز عددی و پژوهش‌های پیشین است. به سهولت می‌توان نیروها و گشتاورهای ماشین‌کاری را بصورت گسسته در قالب  $W_m$  در تئوری اعمال نموده و با حل مسأله بهینه‌سازی در گام‌های زمانی کوتاه، نیروهای عکس‌العمل را در هر لحظه محاسبه نمود.

سپس، مدل شبیه‌سازی با اعمال جاسازها به قطعه‌کار بر اساس اطلاعات جدول ۱ مونتاژ شد. تماس سطح به سطح اصطکاکی بین سطوح قطعه‌کار و جاسازها تعریف شد. اساساً، ضریب اصطکاک بین دو سطح (در کارکردهای معمولی و نه تحت نیروی عمودی شدید) به جنس مواد در تماس با یکدیگر و صافی سطوح بستگی دارد. بر اساس جنس ماده جاسازها و صافی سطح آن‌ها، ضریب اصطکاک می‌تواند مقادیر مختلفی را داشته باشد. اثر ضریب اصطکاک به‌عنوان یک پارامتر موثر روی پیش‌بینی‌های تئوری و نتایج شبیه‌سازی مورد مطالعه دقیق قرار خواهد گرفت. با در نظر گرفتن این ملاحظات و با توجه به ضرایب اصطکاک برای جفت فولاد-آلومینیوم برای تماس جاساز و قطعه‌کار در شرایط مختلف، بازه  $[0.2-0.5]$  برای ضریب اصطکاک انتخاب شد. این بازه برای پوشش تمام حالات ممکن برای جنس جاسازها و صافی سطح آن‌ها جهت مطالعه تأثیر ضریب اصطکاک بر روی نتایج تئوری و شبیه‌سازی انتخاب شد. شرایط مرزی به‌صورت گرفتن تمام درجات آزادی از جاسازها تعریف شده و دو نیروی متمرکز به‌عنوان نیروهای بست در موقعیت و جهت ارائه شده در جدول ۱ به قطعه‌کار اعمال شدند. مش‌بندی مدل با المان سالیید استاندارد C3D20RH انجام شد که یک المان شش‌وجهی ۲۰ گره هیبرید است. قطعه‌کار با اندازه مش ۷ میلی‌متر مش‌بندی شد؛ همچنین، بازه  $[4-10]$  میلی‌متر برای اندازه مش جهت مطالعه اثرات آن روی نتایج انتخاب شد که معادل تعداد المان  $[26000-17000]$  است. برای حل مدل، حل‌گر استاندارد با زمان، بیشینه تعداد گام‌های حل، اندازه گام‌های اولیه، کمینه و بیشینه (به ترتیب) برابر با یک ثانیه، ۱۰۰، ۱،  $1/0.0001$  و ۱ استفاده شد. مدل اشاره شده روی پردازنده هشت هسته‌ای با رم ۱۶ گیگابایت در مدت زمان کمی (زیر ۳۰ ثانیه) حل شد. نتایج بدست آمده با مقادیر پیش‌بینی تئوری در بخش ۴ مقایسه خواهند شد.

#### ۴- نتایج و بحث

مدل تحلیلی ارائه شده در بخش ۲، در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شده و با استفاده از ابزارهای موجود در آن برای حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی مرتبه چهارم حل شد. برای صحت‌سنجی، ابتدا پیش‌بینی نیروها از تحلیل با نتایج ارائه‌



شکل ۱- مدل قطعه‌کار صلب به‌عنوان مطالعه موردی همراه با سیستم جاسازی و بست

شبیه‌سازی رفتار قطعه‌کار تحت اعمال نیروهای بست، با هدف محاسبه نیروهای عکس‌العمل در جاسازها، در نرم‌افزار آباکوس (نسخه ۶/۱۳) اجرا شد. برای این منظور، مدل قطعه-کار از نرم‌افزار مبدأ به‌عنوان یک قطعه تغییرشکل‌پذیر وارد شد. جاسازهای سر تخت به شعاع و طول (به ترتیب) ۵ و ۱۰ میلی‌متر تعریف و به‌عنوان جسم صلب در نرم‌افزار ایجاد شدند.

جدول ۱- موقعیت و جهت جاسازها و بست‌های قطعه‌کار

| $r_i$ (mm)      | $n_i$            | $t_i^1$   | $t_i^2$    |       |
|-----------------|------------------|-----------|------------|-------|
| (-65, -90, 0)   | (0, 0, 1)        | (1, 0, 0) | (0, 1, 0)  | $L_1$ |
| (65, 0, 0)      | (0, 0, 1)        | (1, 0, 0) | (0, 1, 0)  | $L_2$ |
| (-65, 90, 0)    | (0, 0, 1)        | (1, 0, 0) | (0, 1, 0)  | $L_3$ |
| (75, 90, 25)    | (-1, 0, 0)       | (0, 1, 0) | (0, 0, -1) | $L_4$ |
| (75, -90, 25)   | (-1, 0, 0)       | (0, 1, 0) | (0, 0, -1) | $L_5$ |
| (-65, 100, 25)  | (0, -1, 0)       | (1, 0, 0) | (0, 0, 1)  | $L_6$ |
| (-65, 3.64, 50) | (0.71, 0, -0.71) | --        | --         | $C_1$ |
| (5, -100, 24)   | (0, 1, 0)        | --        | --         | $C_2$ |

جنس ماده قطعه‌کار از آلومینیوم AL7075-t6 با مدول یانگ  $E = 71.7 \text{ GPa}$  و نسبت پواسون  $\nu = 0.33$  تعریف شد.

با مشاهده نتایج می‌توان به این نتیجه رسید که تطابق مناسبی بین پیش‌بینی نیروها از تحلیل پیشنهادی در مقاله حاضر با نتایج تئوری و تجربی ارائه شده در [۲۵] وجود دارد. با توجه به اینکه در مطالعه موردی ارائه شده در [۲۵]، هیچ بستنی در جهت Z- اعمال نشده است، مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل بر روی جاسازهای پایه، صرفاً ناشی از وزن قطعه‌کار ایجاد شده و دارای اندازه ناچیزی هستند.

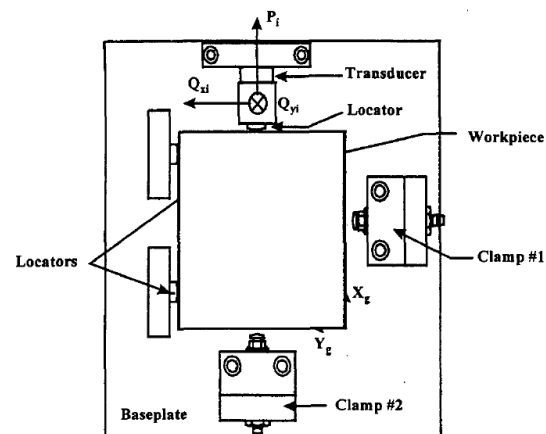
جدول ۲- مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده از تحلیل برای مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل (N) با نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده در [۲۵] با سه سطح از نیروی بست

|                    | $ F  = 631.5N$     | $ F  = 370.6N$     | $ F  = 127.2N$     |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| تحلیل آزمایش ن.پ.ح | تحلیل آزمایش ن.پ.ح | تحلیل آزمایش ن.پ.ح | تحلیل آزمایش ن.پ.ح |
| $L_1$              | ۲/۷۷ ۵/۰۳ ۳/۱۵     | ۲/۷۲ ۳/۳۳ ۳/۳۴     | ۲/۶۶ ۲/۸۶ ۲/۵۹     |
| $L_2$              | ۵/۱۵ ۷/۸۰ ۶/۱۵     | ۴/۱۴ ۶/۶۹ ۴/۸۹     | ۳/۱۳ ۳/۹۰ ۳/۲۹     |
| $L_3$              | ۵/۹۹ ۷/۷۱ ۶/۷۸     | ۴/۹۸ ۴/۶۵ ۴/۱۱     | ۳/۹۸ ۳/۲۲ ۲/۶۱     |
| $L_4$              | ۸/۴۶ ۱۱/۹۲ ۱۰/۵۶   | ۵/۴۵ ۸/۲۷ ۷/۵۳     | ۵/۴۵ ۵/۵۷ ۴/۳۲     |
| $L_5$              | ۶۲۵/۱ ۵۴۴/۴ ۵۵۲/۴  | ۳۶۶/۸ ۳۲۹/۲ ۳۰۴/۸  | ۱۲۵/۸ ۱۰۶ ۱۱۱/۵    |
| $L_6$              | ۳۶۹/۸ ۳۵۷ ۳۴۰/۱    | ۲۱۷ ۲۱۲/۶ ۱۹۰/۲    | ۷۴/۵ ۷۴/۱۳ ۶۸/۰۳   |
| $L_7$              | ۲۵۵/۳ ۲۳۸/۸ ۲۶۳/۷  | ۱۴۹/۸ ۱۳۸/۲ ۱۴۷/۹  | ۵۱/۴ ۴۶/۸۳ ۵۳/۰۸   |

(ن.پ.ح: نتایج پژوهش حاضر)

با صرف نظر کردن از جاسازهای پایه، بیشینه مقدار خطا در محاسبه مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل از تحلیل پیشنهادی در مقاله حاضر و تحلیل ارائه شده در [۲۵]، برای سه سطح بست ۱۲۷/۲، ۳۷۰/۶ و ۶۳۱/۵ نیوتن به ترتیب برابر با ۱۲/۸٪، ۲۰/۳٪ و ۱۳/۱٪ بدست آمد؛ همچنین، بیشینه مقدار خطا در محاسبه همین مؤلفه از نیروهای عکس‌العمل محاسبه شده از تحلیل پیشنهادی در مقاله حاضر و نتایج تجربی گزارش شده در [۲۵]، با همان سه سطح از نیروهای بست، برابر با ۱۸/۶٪، ۱۱/۴٪ و ۱۴/۸٪ بدست آمد. مقادیر خطای بدست آمده از پیش‌بینی تئوری پیشنهادی در مقایسه با نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده در [۲۵]، بیانگر دقت مناسب تحلیل پیشنهادی است. لازم بذکر است که برای بیان خطا در محاسبه مقادیر نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای

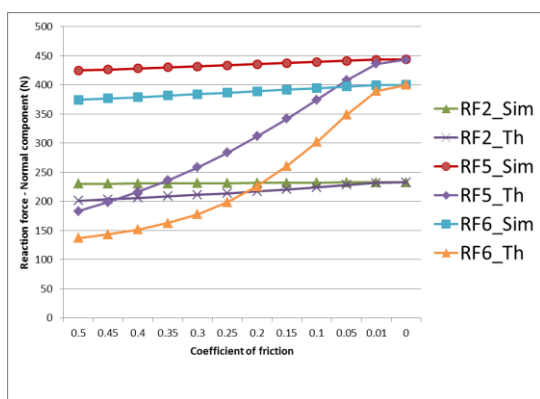
شده در پژوهش‌های پیشین مقایسه شد. شکل ۲ نشان‌دهنده مدل قطعه‌کار استفاده شده در [۲۵] است که در آن، نیروهای عکس‌العمل در جاسازها برای یک قطعه‌کار چندوجهی با استفاده از مدل تماس الاستیک بدست آمده و آزمایش‌های تجربی نیز برای اطمینان از صحت نتایج اجرا شده است.



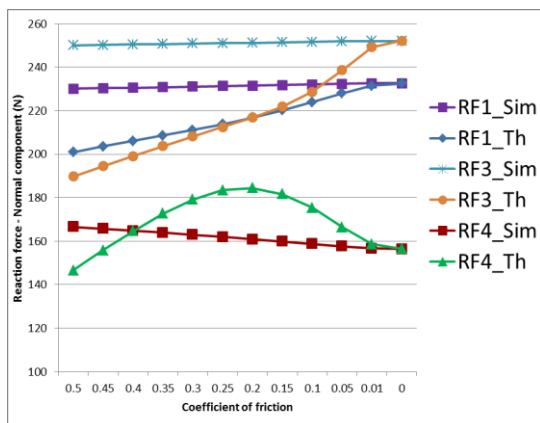
شکل ۲- مدل استفاده شده در [۲۵] به عنوان مطالعه موردی همراه با سیستم جاسازی و بست

مدل مزبور دارای هفت جاساز است که با چیدمان ۱-۲-۴ روی قطعه‌کار قرار گرفته‌اند. دو بست نیز به صورت هم‌زمان به قطعه‌کار در راستاهای X و Y عمل می‌کنند. در راستای Z، به نیروی وزن قطعه‌کار به عنوان نیروی بست اکتفا شده است که چندان منطقی بنظر نمی‌رسد. به همین دلیل، مقادیر نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای پایه بسیار پایین بوده و قطعه‌کار پایداری مناسبی در برابر اغتشاش‌های احتمالی ناشی از نیروهای ماشین‌کاری نخواهد داشت. موقعیت و جهات اعمال جاسازها و بست‌ها همراه با جنس مواد، ضرایب مورد نیاز و شدت نیروی بست در [۲۵] ارائه شده است. با اعمال این پارامترها در مدل تحلیلی پیشنهاد شده در مقاله حاضر، مقادیر پیش‌بینی شده برای نیروهای عکس‌العمل در جاسازها با نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده در [۲۵] مقایسه شد. جدول ۲ نشان‌دهنده نتایج است. لازم بذکر است که اندازه نیروی بست ( $|F|$ ) برای هر دو بست یکسان است.

است. واضح است که چنین مقادیری برای ضریب اصطکاک واقعی بین مواد قطعه‌کار و جاسازها در حالت خشک به‌ندرت پیش می‌آید؛ همچنین برای مطالعه تأثیر نیروی بست روی نتایج، بازه [۱۲۰۰-۳۰۰] نیوتن (با گام‌های ۳۰۰ نیوتنی) برای اندازه نیروی بست اول در راستاهای  $X$  و  $Z$  و بازه [۸۰۰-۲۰۰] نیوتن (با گام‌های ۲۰۰ نیوتنی) برای اندازه نیروی بست دوم در نظر گرفته شد. شکل ۳ نشان‌دهنده مقایسه پیش‌بینی تئوری و نتایج حاصل از شبیه‌سازی با مقادیر مختلف ضریب اصطکاک است. برای سهولت در مقایسه، جاسازها به دو دسته تقسیم شده و منحنی‌های مربوط به هر دو دسته رسم شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل ۳- مقایسه پیش‌بینی تئوری با نتایج شبیه‌سازی برای مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل بر حسب مقادیر مختلف ضریب اصطکاک (الف) جاسازهای شماره دو، پنج و شش و (ب) جاسازهای یک، سه و چهار (نیروهای بست:  $|C_{1x}| = 600N, |C_2| = 400N$ )

پایه، بین تحلیل پیشنهادی و نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده در [۲۵]، می‌توان از خطای مطلق بهره گرفت. مقدار بیشینه خطای مطلق در محاسبه نیروهای عکس‌العمل جاسازهای پایه از تحلیل پیشنهادی در مقایسه با نتایج تحلیلی ارائه شده در [۲۵]، برای سه سطح پیشنهادی بست، به ترتیب برابر با ۱/۳۷، ۲/۰۸ و ۲/۱ نیوتن بدست آمد. مقدار خطا در محاسبه همین پارامترها بین تحلیل پیشنهادی و نتایج تجربی ارائه شده در [۲۵] نیز، برای سه سطح پیشنهادی بست، به ترتیب برابر با ۰/۷۷، ۲/۸۲ و ۳/۴۶ نیوتن بدست آمد. در محاسبه مقادیر نیروها از تئوری پیشنهادی در مقاله حاضر، با جاگذاری مقدار پیشنهادی در [۲۵] به عنوان ضریب اصطکاک ( $\mu = 0/25$ )، مقدار مؤلفه مماسی در هر یک از نقاط تماس (یعنی  $RF_i^t$ ) به بیشینه مقدار خود (یعنی  $\mu \times RF_i^n$ ) می‌رسد. این حالت بیانگر وقوع حالت لغزش بین جاسازها و قطعه‌کار است. حال آن‌که امکان وقوع چنین حالتی در نقاط تماس در قید و بند قطعه‌کار صلب (خصوصاً با هندسه چندوجهی) وجود ندارد. با کاهش مقدار ضریب اصطکاک در تئوری پیشنهادی در مقاله حاضر، مؤلفه‌های عمودی نیروی عکس‌العمل به مقادیر تحلیلی و تجربی ارائه شده در [۲۵] همگرا می‌شوند؛ لذا، مقادیر پیش‌بینی ارائه شده در جدول ۲ با جاگذاری  $\mu = 0/01$  در مسأله بهینه‌سازی ارائه شده در رابطه (۱) بدست می‌آیند. این فرضیه که بیان می‌دارد با کاهش ضریب اصطکاک، نیروهای عکس‌العمل به مقادیر واقعی همگرا می‌شوند، نیاز به بررسی و صحت‌سنجی دارد. این صحت‌سنجی از طریق مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده با نتایج پژوهش‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته و تأیید شد. برای اطمینان از صحت این فرضیه، پیش‌بینی نیروهای عکس‌العمل از تئوری پیشنهادی با نتایج شبیه‌سازی نیز مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

برای مطالعه بیشتر صحت این فرضیه در تئوری پیشنهادی، آنالیز عددی روی قطعه‌کار با هندسه چندوجهی (شکل ۱) اجرا شد. تحلیل ارائه شده روی این قطعه‌کار نیز پیاده‌سازی شد و پیش‌بینی آن، با نتایج بدست‌آمده از آنالیز المان محدود مقایسه شد. بازه [۰/۲-۰/۵] با گام ۰/۰۵ برای مطالعه تأثیر ضریب اصطکاک در نظر گرفته شد. لازم به ذکر است که مقادیر کمتر از ۰/۲ برای ضریب اصطکاک، جهت مطالعه صحت فرضیه مزبور به بازه [۰/۲-۰/۵] افزوده شده



جدول ۳- مقادیر مؤلفه‌های عمودی و مماسی نیروهای عکس‌العمل (N) محاسبه شده از تحلیل پیشنهادی با مقادیر مختلف ضریب اصطکاک در بازه [۰/۲-۰/۵] (نیروهای بست:

$$(|C_{1x}| = |C_{1z}| = 600N, |C_2| = 400N$$

| شماره جاساز | مؤلفه نیرو    | ضریب اصطکاک |        |        |        |
|-------------|---------------|-------------|--------|--------|--------|
|             |               | ۰/۲         | ۰/۳    | ۰/۴    | ۰/۵    |
| ۱           | $ RF_1^n $    | ۲۱۶/۸۲      | ۲۱۱/۰۷ | ۲۰۶/۰۹ | ۲۰۰/۸۵ |
|             | $ RF_1^{t1} $ | ۳۶/۲۵       | ۵۶/۰۹  | ۷۵/۸۵  | ۹۴/۳۹  |
|             | $ RF_1^{t2} $ | ۲۳/۸        | ۲۹/۳۸  | ۳۲/۲۹  | ۳۴/۲۸  |
| ۲           | $ RF_2^n $    | ۱۱۶/۸۱      | ۱۱۶/۵۹ | ۱۱۴/۳۹ | ۱۱۱/۶۳ |
|             | $ RF_2^{t1} $ | ۱۴/۳۳       | ۲۵/۳۰  | ۳۶/۸۶  | ۴۷/۶۶  |
|             | $ RF_2^{t2} $ | ۱۸/۴۶       | ۲۴/۱۵  | ۲۷/۱۰  | ۲۹/۰۶  |
| ۳           | $ RF_3^n $    | ۲۱۶/۷۷      | ۲۰۸/۱۳ | ۱۹۹/۰۹ | ۱۸۹/۷۷ |
|             | $ RF_3^{t1} $ | ۲۷/۴۷       | ۴۸/۳۴  | ۶۸/۴۵  | ۸۵/۶۱  |
|             | $ RF_3^{t2} $ | ۳۳/۵۴       | ۳۹/۵۲  | ۴۰/۷۰  | ۴۰/۹۲  |
| ۴           | $ RF_4^n $    | ۱۸۴/۴۰      | ۱۷۹/۱۷ | ۱۶۴/۶۳ | ۱۴۶/۵۶ |
|             | $ RF_4^{t1} $ | ۳۶/۳۵       | ۵۲/۴۲  | ۶۳/۴۱  | ۶۹/۸۳  |
|             | $ RF_4^{t2} $ | ۶/۲۱        | ۱۱/۸۹  | ۱۷/۷۵  | ۲۲/۲۱  |
| ۵           | $ RF_5^n $    | ۳۱۱/۶۴      | ۲۵۸/۴۹ | ۲۱۶/۲۰ | ۱۸۳/۱۳ |
|             | $ RF_5^{t1} $ | ۶۲/۰۰       | ۷۶/۸۸  | ۸۵/۰۷  | ۸۸/۹۰  |
|             | $ RF_5^{t2} $ | ۶/۴۰        | ۱۰/۱۵  | ۱۵/۵۳  | ۲۱/۹۲  |
| ۶           | $ RF_6^n $    | ۲۲۵/۸۵      | ۱۷۷/۶۵ | ۱۵۱/۴۲ | ۱۳۷/۰۰ |
|             | $ RF_6^{t1} $ | ۲۵/۹۲       | ۳۲/۶۰  | ۳۸/۰۱  | ۴۲/۶۵  |
|             | $ RF_6^{t2} $ | ۳۶/۹۹       | ۴۲/۱۶  | ۴۷/۱۵  | ۵۳/۶۰  |

مماسی در مرجع [۲۵] نیز ارائه نشده و به گزارش مؤلفه‌های عمودی نیروهای عکس‌العمل در جاسازها اکتفا شده است. اعمال نیروهای ماشین‌کاری در تحلیل پیشنهادی، تاثیری بر روی مقادیر مؤلفه‌های مماسی نیروهای عکس‌العمل نخواهد داشت؛ چرا که بیشینه اندازه مؤلفه مماسی نیروی عکس-

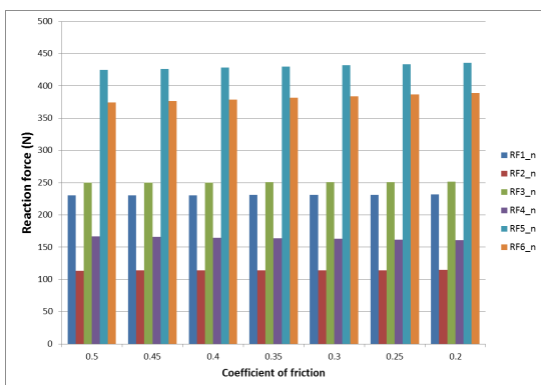
همگرانی پیش‌بینی تئوری به نتایج شبیه‌سازی، با کاهش ضریب اصطکاک قابل مشاهده است. ضریب اصطکاک برابر با ۰/۰۱ به‌عنوان مقداری خاص برای ضریب اصطکاک در تحلیل پیشنهادی استفاده شده و پیش‌بینی آن با نتایج شبیه‌سازی مقایسه می‌شود.

با بررسی نتایج شبیه‌سازی، می‌توان با دقت قابل قبولی نتیجه‌گیری نمود که ضریب اصطکاک تأثیر محسوسی روی اندازه مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل ندارد. حال آن‌که، پیش‌بینی‌های انجام شده از تحلیل پیشنهادی برای مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل، تحت تأثیر ضریب اصطکاک قرار داشته و با کاهش آن، به مقدار نتایج شبیه‌سازی همگرا می‌شوند. این نتیجه به‌وضوح برای تمام جاسازها در شکل ۳ قابل مشاهده است. تطابق کامل و بدون خطا بین پیش‌بینی تئوری و نتایج شبیه‌سازی در حالت تماس غیر اصطکاکی ( $\mu = 0$ ) بدست آمده است.

برای محاسبه خطا بین پیش‌بینی تئوری و نتایج شبیه‌سازی، با فرض اینکه ضریب اصطکاک واقعی بین جاساز و قطعه‌کار برابر با ۰/۳ باشد، بیشینه مقدار خطای نسبی بین پیش‌بینی تئوری (با فرض  $\mu = 0$  و  $\mu = 0.01$ ) و نتایج شبیه‌سازی (به ترتیب) برابر با ۲/۷٪ و ۳/۹٪ بدست می‌آید؛ لذا، می‌توان مقدار مؤلفه‌های عمودی نیروهای عکس‌العمل در جاسازها را از تحلیل پیشنهادی با فرض  $\mu = 0$  یا  $\mu = 0.01$  و با دقت بالایی محاسبه نمود.

مشابه با مطالعه موردی ارائه شده در شکل ۲، مؤلفه مماسی نیروی عکس‌العمل در جاسازها که از مدل تحلیلی پیشنهادی بدست می‌آید، تمایل دارد که به بیشینه مقدارش برسد. نتایج مشابهی برای مطالعه موردی مقاله حاضر (شکل ۳) نیز بدست می‌آید. این موضوع در نتایج ارائه شده در جدول ۳ قابل مشاهده است. نتایج جدول ۳ نشان‌دهنده وجود تمایل در اندازه بردار برآیند مؤلفه‌های مماسی نیروهای عکس‌العمل برای رسیدن به بیشینه مقدار ممکن ( $\mu \times RF^n$ ) است. به‌عبارت دیگر، نتایج نشان می‌دهند که لغزش در تمام شش نقطه جاسازی اتفاق افتاده است. از آنجائیکه وقوع لغزش در تمام شش نقطه جاسازی بعید است، مقادیر نیروهای مماسی از تحلیل پیشنهادی دقیق محاسبه نشده است؛ لذا، پیش‌بینی مؤلفه‌های مماسی توسط مدل پیشنهادی صحیح نبوده و قابل اعتنا نیست. مقادیر مؤلفه‌های

قطعه‌کار) نیز ندارد. مشخصاً، این پارامترها تأثیرپذیر از مقدار ضریب اصطکاک خواهند بود؛ لذا، به‌صورت خلاصه، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که ضریب اصطکاک تأثیر قابل توجهی روی مقادیر مؤلفه‌های عمودی نیروی عکس‌العمل در جاسازها ندارد.



شکل ۴- نتایج تأثیر ضریب اصطکاک بر روی مؤلفه عمودی

نیروی عکس‌العمل بدست آمده از شبیه‌سازی (نیروهای

$$\text{بست: } |C_{1x}| = |C_{1z}| = 600\text{N}, |C_2| = 400\text{N}$$

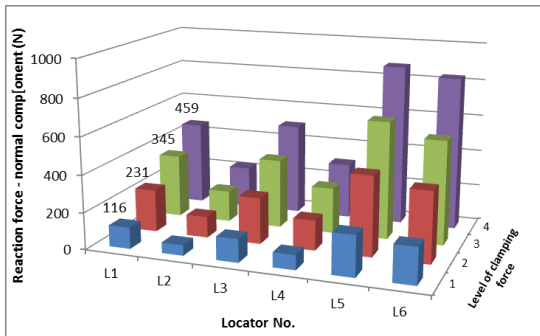
برای مطالعه تأثیر اندازه نیروهای بست روی نتایج، سه سطح پیشنهادی برای این پارامتر در نظر گرفته شد. نتایج شبیه‌سازی برای هر یک از این سطوح از اندازه نیروهای بست در شکل ۵ نشان داده شده است. لازم بذکر است که ضریب اصطکاک در این شکل ثابت بوده و برابر با  $0/3$  فرض شده است. منظور از سطح یک برای نیروهای بست، اندازه نیروی  $300$  نیوتن برای مؤلفه‌های نیروی بست اول در راستای  $X$  و  $Z$  و اندازه نیروی  $200$  نیوتن برای بست دوم است. با هر مرحله افزایش سطح نیروهای بست، مقدار  $300$  نیوتن به اندازه مؤلفه‌های نیروهای بست اول و  $200$  نیوتن به اندازه نیروی بست دوم افزوده می‌شود. با مشاهده نتایج شکل ۵ می‌توان دریافت که نیروی بست یک اثر تقریباً خطی روی مقادیر نیروهای عکس‌العمل در تمام جاسازها دارد. به‌عنوان مثال، با افزایش نیروهای بست از سطح یک به سطح چهار، افزایش تقریباً چهار برابری در مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاساز شماره یک قابل مشاهده است. این رفتار در تمام جاسازها به‌صورت مشابهی برقرار است. با داشتن چنین رفتار خطی، می‌توان مقایسه بین پیش‌بینی تئوری و نتایج

العمل در هر جاساز (با اعمال نیروی ماشین‌کاری یا بدون اعمال آن) برابر با  $\mu \times RF^n$  است. اگر طراحی سیستم قید و بند درست انجام شده و شدت نیروهای بست به اندازه کافی باشد، امکان وقوع لغزش در نقاط جاسازی فراهم نخواهد بود؛ لذا، اعمال نیروی ماشین‌کاری نمی‌تواند منجر به افزایش محسوسی در اندازه مؤلفه‌های مماسی نیروی عکس‌العمل در جاسازها شود. لازم بذکر است که اعمال نیروهای ماشین‌کاری در تحلیل پیشنهادی، توسط نویسنده مقاله در حال اجرا است.

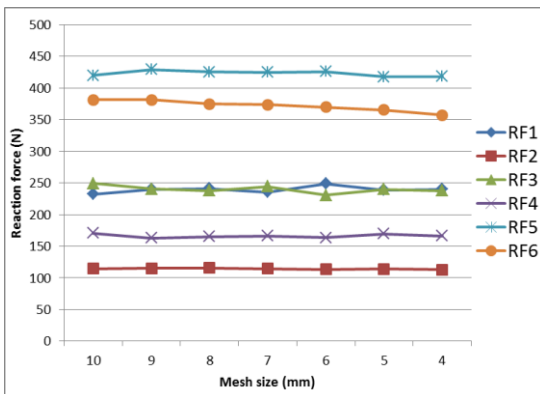
البته باید در نظر داشت که اندازه مؤلفه‌های مماسی نیروهای عکس‌العمل معمولاً کم بوده و برای مطالعه موردی حاضر، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که نسبت مؤلفه مماسی به مؤلفه عمودی در بیشترین حالت ممکن، در زیر  $0/5$  قرار دارد. از جنبه طراحی المان‌های قید و بند نیز می‌توان بیان داشت که مؤلفه‌های عمودی نیروهای عکس‌العمل، گشتاور خمشی شدیدی را روی صفحات جاسازی اعمال می‌کنند. حال آنکه، نیروهای مماسی منجر به ایجاد گشتاورهای خمشی با شدت ناچیز روی تکیه‌گاه‌های صفحات جاسازی می‌شوند که قابل صرف‌نظر کردن هستند.

حال که دقت پیش‌بینی تئوری توسط نتایج پژوهش‌های پیشین و نتایج بدست‌آمده از شبیه‌سازی تایید شد، به مطالعه تأثیر پارامترهای موثر روی نتایج پرداخته می‌شود. این پارامترها شامل، ضریب اصطکاک و اندازه نیروهای بست هستند. ابتدا، تأثیر پارامتر ضریب اصطکاک روی اندازه مؤلفه‌های عمودی نیروهای عکس‌العمل مطالعه می‌شود. شکل ۴ نشان‌دهنده نتایج شبیه‌سازی با مقادیر مختلف این ضریب است.

پیشینه اختلاف برابر با  $0/3/8$  در محاسبه مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل برای جاساز شماره شش بین حالات ضریب اصطکاک برابر با  $0/2$  و  $0/5$  بدست می‌آید. این مقدار خطا نشان می‌دهد که ضریب اصطکاک (در بازه مورد بررسی) تأثیر محسوسی بر روی مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل در جاسازها ندارد. باید توجه داشت که این نتیجه مؤید این نیست که ضریب اصطکاک تأثیری روی سایر پارامترهای خروجی آنالیز المان محدود (همچون مقادیر تغییر شکل الاستیک و جابجایی نقاط جاسازی ناشی از تغییر شکل



شکل ۵- مطالعه تأثیر اندازه نیروهای بست بر روی مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل بدست آمده از شبیه‌سازی (ضریب اصطکاک: ۰/۳)



شکل ۶- مطالعه استقلال نتایج از اندازه مش (نیروهای بست:  $|C_{1x}| = |C_{1z}| = 600N, |C_2| = 400N$ )

پیش‌بینی این مؤلفه‌ها از تئوری پیشنهادی، جواب‌های درستی به‌دست نمی‌دهد. لازم بذکر است که این مؤلفه‌ها دارای درجه اهمیت کمتری نسبت به مؤلفه‌های عمودی از دیدگاه طراحی المان‌های قید و بند هستند؛ همچنین نتیجه‌گیری شد که مقادیر مؤلفه‌های عمودی نیروهای عکس‌العمل در قید و بند قطعات صلب با هندسه چندوجهی، تأثیرپذیری زیادی از ضریب اصطکاک نداشته و اختلاف ۳/۸٪ در نتایج شبیه‌سازی برای این پارامتر بین حالات ضریب اصطکاک برابر با ۰/۲ و ۰/۵ مشاهده شد.

مطالعه تأثیر پارامترهای ماشین‌کاری روی تحلیل پیشنهادی و اجرای آزمایش‌های تجربی برای صحت‌سنجی پیش‌بینی نیروها از مدل تحلیلی می‌تواند به‌عنوان پیشنهاد برای پژوهش‌های آینده مدنظر قرار گیرد.

شبیه‌سازی را با هر سطحی از نیروهای بست انجام داده و رفتار کاملاً سازگار و پایداری را برای نتایج شبیه‌سازی انتظار داشت.

شکل ۶ نشان‌دهنده نتایج بررسی استقلال پاسخ‌های آنالیز المان محدود از اندازه مش است. بازه [۴-۱۰] میلی‌متر برای اندازه مش‌بندی مدل جهت اجرای این هدف انتخاب شد. با افزایش اندازه مش به بیشتر از ۱۰ میلی‌متر، دقت پاسخ‌ها افت می‌کند و با کاهش آن به کمتر از ۴ میلی‌متر، حجم محاسبات به‌شدت افزایش می‌یابد. همان‌گونه که مشخص است، پاسخ‌های بدست‌آمده، تقریباً مستقل از اندازه مش هستند. بیشینه پارامتر انحراف معیار آماری برای نتایج با اندازه مش‌های مختلف، برابر با ۸ واحد محاسبه شد. هم‌چنین، بیشینه اختلاف بین نتایج با تغییر اندازه مش برای جاساز شماره ۳ برابر با ۷/۴٪ بدست آمد.

### ۵- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، یک مدل تحلیلی چابک بر مبنای اصل کمینه اندازه نیروها برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای قید و بند قطعات صلب با هندسه چندوجهی ارائه شد. پیش‌بینی‌های مدل با نتایج پژوهش‌های پیشین و با نتایج شبیه‌سازی مقایسه شد. تطابق مناسبی بین پیش‌بینی تئوری و نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده در پژوهش‌های پیشین مشاهده شد که بر مبنای تئوری تماس الاستیک بدست آمده بودند. با این تفاوت که مدل ارائه شده در پژوهش حاضر، نیازی به اطلاعات و هندسه دقیق تماس بین قطعه‌کار و جاسازها نداشته و می‌تواند در مراحل اولیه طراحی قید و بندها مورد استفاده قرار گیرد. در مقایسه مقادیر پیش‌بینی‌شده تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی، همگرایی جواب‌ها با کاهش ضریب اصطکاک مشهود بود. انطباق کامل بین پیش‌بینی تحلیلی و نتایج شبیه‌سازی برای مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل با فرض ضریب اصطکاک صفر در تحلیل پیشنهادی مشاهده شد. با فرض ضریب اصطکاک واقعی بین قطعه‌کار و جاساز برابر با  $\mu = 0.3$  و جاگذاری  $\mu = 0$  و  $\mu = 0.01$  در تحلیل پیشنهادی، بیشینه مقدار خطا در پیش‌بینی مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل از تئوری پیشنهادی برابر با ۲/۷٪ و ۳/۹٪ بدست آمد. در پیش‌بینی مؤلفه‌های مماسی نیروی عکس‌العمل، نتیجه بر آن شد که

| ۷- مراجع   | ۶- فهرست علائم  |
|--|---|
| [1] Filho JMC, Medeiros RD, Cardoso RP (2017) A contribution for increasing workpiece location accuracy in a 3-2-1 fixture system. Proc IMechE Part B: J Eng Manuf 2017: 1-4.  | $C_{1z}$ و $C_{1x}$ مؤلفه بردار بست در راستای $X$ و $Z$ ، $N$                 |
| [2] Sabareeswaran M, Padmanaban K, Sundararaman K (2017) Comparison of evolutionary techniques for the optimization of machining fixture layout under dynamic conditions. Proc IMechE Part C: J Mech Eng Sci 2017: 1-14. | $E$ مدول یانگ، GPa  |
| [3] Parvaz H, Nategh MJ (2015) Analytical model of locating system design for parts with freeform surfaces. Modares Mech Eng 15(13): 129-133.  | $F$ بردار نیروی بست، $N$  |
| [4] Parvaz H, Nategh MJ (2015) Stability analysis of free-form workpieces in fixtures, Modares Mech Eng 16(2): 245-252.  | $G$ ماتریس تبدیل کلی از مختصات محلی به جهانی                                  |
| [5] Jiang Z, Tang X (2019) Optimization of fixture flexibility for irregular geometries of workpiece based on metamorphic mechanisms. Int J Adv Manuf Technol 103: 325-342.  | $G_i$ ماتریس تبدیل از مختصات محلی به جهانی برای جاساز $i$ ام                  |
| [6] Xing Y (2017) Fixture Layout Design of Sheet Metal Parts Based on Global Optimization Algorithms. J Manuf Sci Eng 139(10): 101004.   | $i$ اندیس جاساز   |
| [7] Calabrese M, Primo T, Del-Prete A (2017) Optimization of Machining Fixture for Aeronautical Thin-walled Components. Proc CIRP 60: 32-37.   | $\hat{n}, \hat{t}_1, \hat{t}_2$ جهات عمودی، مماسی اول و مماسی دوم در هر جاساز |
| [8] Das A, Franciosa P, Ceglarek D (2015) Fixture design optimisation considering production batch of compliant non-ideal sheet metal parts. Proc Manuf 1: 157-168.  | $n_i$ بردار نرمال جاساز $i$ ام  |
| [9] Chou YC, Chandru V, Barash MM (1989) A mathematical approach to automatic configuration of machining fixtures: Analysis and synthesis. J Eng Ind 111(4): 299-306.  | $r_i$ بردار موقعیت جاساز $i$ ام، $m$  |
| [10] Lee SH, Cutkosky M (1991) Fixture planning with friction. J Eng Ind 113(3): 320-327.  | $RF$ بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل، $N$                                      |
| [11] Cai W, Hu SJ, Yuan J (1996) Deformable sheet metal fixturing: principles, algorithms, and simulations. J Manuf Sci Eng 118(3): 318-324.   | $RF_i$ نیروی عکس‌العمل در جاساز $i$ ام، $N$                                   |
| [12] Marin RA, Ferreira PM (2002) Optimal placement of fixture clamps: Minimizing the maximum clamping forces. J Manuf Sci Eng 124(3): 686-694.  | $RF_i^n$ مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاساز $i$ ام، $N$                     |
| [13] Hurtado JF, Melkote SN (2002) A model for synthesis of the fixturing configuration in pin-array type flexible machining fixtures. Int J Mach Tool Manuf 42(7): 837-849.   | $RF_i^t$ بردار برآیند مؤلفه مماسی نیروی عکس‌العمل، $N$                        |
| [14] Kang Y, Rong Y, Yang J (2003) Computer-aided fixture design verification. Part 3. Stability analysis. Int J Adv Manuf Technol 21(10-11): 842-849.   | $RF_i^{t1}$ مؤلفه مماسی اول نیروی عکس‌العمل در جاساز $i$ ام، $N$              |
| [15] Kaya N, Öztürk F (2003) The application of chip removal and frictional contact analysis for   | $RF_i^{t2}$ مؤلفه مماسی دوم نیروی عکس‌العمل در جاساز $i$ ام، $N$              |
|  | $W$ بردار آچار برآیند خارجی   |
|  | $W_c$ آچار نیروی بست  |
|  | $W_g$ آچار وزن قطعه‌کار   |
|  | $W_m$ آچار نیروی ماشین‌کاری   |
|  | $\mu$ ضریب اصطکاک   |
|  | $\nu$ نسبت پواسون   |
|  | $\phi$ اندازه بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل، $N$                             |

- [21] Jiang K, Zhou X, Li M, Kong X (2013) A multi-objective optimization and decision algorithm for locator layout continuous searching in checking fixture design. *Int J Adv Manuf Technol* 67(1-4): 357-366.
- [22] Xiong L, Molfino R, Zoppi M (2013) Fixture layout optimization for flexible aerospace parts based on self-reconfigurable swarm intelligent fixture system. *Int J Adv Manuf Technol* 66(9-12): 1305-1313.
- [23] Nategh MJ, Parvaz H (2018) Development of computer aided clamping system design for workpieces with freeform surfaces. *CAD* 95: 52-61.
- [24] Parvaz H, Nategh MJ (2018) Development of locating system design module for freeform workpieces in computer-aided fixture design platform. *CAD* 104(1): 1-14.
- [25] Li B, Melkote SN (1999) An elastic contact model for the prediction of workpiece-fixture contact forces in clamping. *J Manuf Sci Eng* 121(3): 485-493.
- workpiece–fixture layout verification. *Int J Adv Manuf Technol* 21(6): 411-419.
- [16] Satyanarayana S, Melkote S (2004) Finite element modeling of fixture–workpiece contacts: single contact modeling and experimental verification. *Int J Mach Tool Manuf* 44(9): 903-913.
- [17] Kaya N (2006) Machining fixture locating and clamping position optimization using genetic algorithms. *Comput Ind* 57(2): 112-120.
- [18] Wang Y, Chen X, Liu Q, Gindy N (2006) Optimisation of machining fixture layout under multi-constraints. *Int J Mach Tool Manuf* 46(12-13): 1291-1300.
- [19] Chen W, Ni L, Xue J (2008) Deformation control through fixture layout design and clamping force optimization. *Int J Adv Manuf Technol* 38(9-10): 860-867.
- [20] Parvaz H, Nategh MJ (2013) A pilot framework developed as a common platform integrating diverse elements of computer aided fixture design. *Int J Prod Res* 51(22): 6720-6732.