مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۷/ دوره ۸/ شماره ۱/ صفحه ۲۵۲-۲۴۱

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

DOI: 10.22044/jsfm.2018.6346.2498

شبیه‌سازی عددی اندرکنش موج – اجسام شناور با یک روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم‌ناپذیر بر پایه تراکم‌پذیری مصنوعی

فردین روزبهانی[1] و کاظم هجران‌فر[2,*]

[1] دانشجوی دکتری تخصصی، مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، تهران

[2] استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۸/۰۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۶/۱۰/۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۱۵

چکیده

در مطالعه حاضر، شبیه‌سازی عددی جریان سطح‌آزاد و اندرکنش موج-اجسام شناور با استفاده از یک روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم‌ناپذیر بر پایه ایده تراکم‌پذیری مصنوعی انجام شده است. معادلات حاکم، با استفاده از روش تراکم‌پذیری مصنوعی کورین در چهارچوب مرجع لاگرانژی بیان‌شده تا یک الگوریتم هیدرودینامیک ذرات هموار مناسب برای حل جریان‌های تراکم‌ناپذیر ارائه شود. از یک شیوه ضمنی دو زمانه برای انتگرال‌گیری در زمان با قابلیت حل مسائل گذرا استفاده شده است. برخلاف روش کلاسیک تراکم‌پذیر جزئی، روش فوق با مشکلات تقریب‌های شرایط تراکم‌ناپذیری مواجه نیست که باعث ایجاد محدودیت در گام زمانی و نوسانات نادرست در میدان جریان می‌شود. برخلاف الگوریتم تصویرسازی هیدرودینامیک ذرات هموار، روش فوق نیازی به حل با تکرار معادله پواسون فشار ندارد و میدان فشار از حل معادلات حاکم محاسبه می‌شود. دقت روش با حل یک مسأله نمونه دوبعدی جریان تراکم‌ناپذیر در مخزن هیدرواستاتیک نشان داده شده است. در ادامه، اثر متقابل امواج و شناورها در جریان سطح‌آزاد شبیه‌سازی شده است و نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی و عددی موجود مقایسه شده‌اند. این مطالعه نشان می‌دهد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار بر پایه تراکم‌پذیری مصنوعی پیشنهادی برای حل مسائل جریان تراکم‌ناپذیر سطح‌آزاد و اندرکنش موج-اجسام شناور، از دقت و انعطاف‌پذیری خوبی برخوردار است.

کلمات کلیدی: روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)؛ جریان تراکم‌ناپذیر؛ روش تراکم‌پذیری مصنوعی؛ شیوه ضمنی دوزمانی؛ اندرکنش موج-اجسام شناور.

Numerical Simulation of Wave-Floating Bodies Interaction Using a Truly Incompressible SPH Method with Artificial Compressibility Approach

F. Rouzbahani[1], K. Hejranfar[2,*]

[1] Ph.D. Student, Dep. of Mech. and Aerosp. Eng., Islamic Azad Uni., Science and Research Branch of Tehran, Tehran, Iran.

[2] Prof., Aerosp. Eng., Sharif Univ. of tech., Tehran, Iran.

Abstract

In the present study, the numerical simulation of free-surface flow and wave-floating bodies interaction is performed by a truly incompressible smoothed particle hydrodynamics based on the artificial compressibility method. The governing equations, using Chorin's artificial compressibility method are written in the Lagrangian reference frame to provide an appropriate incompressible SPH algorithm for computing the incompressible flows. An implicit dual-time stepping scheme is used for the time integration to be capable of time accurate analysis of unsteady flows. Unlike the weakly compressible SPH method, the ACISPH method does not involve any approximate enforcement of the incompressibility condition that usually implies time step restrictions and spurious oscillations in the flow field. Unlike the projection ISPH algorithm, the ACISPH method does not involve an iterative solution of the pressure Poisson equation and the pressure field is computed through the solution of the governing equations. The accuracy of the ACISPH method is demonstrated by solving the incompressible flow in a 2-D Hydrostatics tank. Then, the wave-floating bodies interaction is simulated and the results obtained are compared with the available experimental and numerical results. The study shows that the proposed artificial compressibility-based ISPH (ACISPH) method is accurate and robust for simulating the wave-floating bodies' interaction.

Keywords: Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH); Incompressible Flow; Artificial Compressibility Approach; Dual-Time Stepping Scheme; Wave-Floating Bodies Interaction.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۶۶۱۶۴۶۰۳-۰۲۱؛ فکس: ۶۶۱۶۴۶۰۳-۰۲۱

آدرس پست الکترونیک: Khejran@Sharif.edu.ir

۱- مقدمه

مطالعه جریان‌های تراکم‌ناپذیر با سطح‌آزاد از اهمیت بسیاری برخوردار بوده و کاربردهای عملی فراوانی در مسائل مهندسی دارد. محققین بسیاری در این زمینه برای توصیف، مدل‌سازی عددی و شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر سطح‌آزاد کار کرده‌اند. این تلاش‌های را می‌توان به دو دسته روش‌های اویلری و لاگرانژی دسته‌بندی کرد. در دسته اول که به روش‌های شبکه-مبنا نیز معروف هستند، معادلات حاکم در دستگاه اویلری نوشته می‌شوند و در شبکه‌ها المان‌های محاسباتی ثابتی حل می‌شوند. در دسته دوم که روش‌های بدون شبکه نیز خوانده می‌شوند، معادلات حاکم در دستگاه‌های لاگرانژی نوشته شده، حل این معادلات برای ذرات سیال حاصل می‌شود. مزیت اصلی روش‌های بدون شبکه بر روش‌های شبکه-مبنا، عدم نیاز به تولید شبکه عددی است که باعث می‌شود، نتایج وابسته به اطلاعات شبکه نباشد. این جنبه باعث می‌شود که روش‌های بدون شبکه برای مسائل با هندسه‌های پیچیده مثل جریان‌های سطح‌آزاد، مناسب‌تر از روش‌های شبکه‌مبنا باشند. روش‌های بدون شبکه متعددی تاکنون ابداع و استفاده شده‌اند که آن‌ها در کاربردهای مختلفی مفید واقع شده‌اند. از کاربردهای صنعتی، به‌عنوان مثال کاربرد ترکیبی از روش المان محدود با روش بولتزمن شبکه‌ای برای شبیه‌سازی تغییرات فاز [۱]، کاربرد ترکیبی از روش حجم سیال با روش بولتزمن شبکه‌ای حرارتی برای شبیه‌سازی انتقال حباب در آند یک سلول سوختی متانولی [۲] و جریان خارجی لزج و تراکم‌ناپذیر حول یک ایرفویل به کمک روش لاتیس بولتزمان بدون شبکه [۳] ، تا حتی کاربردهایی در بیوتکنولوژی با موفقیت به‌کاررفته‌اند: به‌عنوان‌مثال رحیمی گرجی و همکاران [۴]، برای حل جریان دوفازی ذرات معلق در هوا در دستگاه تنفسی بدن انسان، از یک روش اویلرین-لاگرانژین به‌طور موفقی استفاده کرده‌اند. آن‌ها برای جریان سیال، از روش اویلرین حجم محدود و برای ذرات جامد معلق، از روش لاگرانژی DPM جهت مدل‌سازی حرکت و دنبال کردن ذرات استفاده کرده‌اند.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار، روش مورد استفاده در این پژوهش، برای اولین بار توسط لوسی[1][۵] در زمینه مسائل تراکم‌پذیر فیزیک ستاره‌شناسی به‌کار گرفته شد. از دیگر پیشگامان این روش، می‌توان به موناهان[2][۶] اشاره کرد که علاوه بر مسائل فیزیک نجوم برای اولین بار این روش را برای تحلیل جریان‌های با سطح‌آزاد به‌کار گرفت و نتایج قابل قبولی نیز کسب کرد. با توجه به قابلیت این روش در شبیه‌سازی تغییرات زیاد مربوط به سطوح مشترک ازجمله پخش‌شدگی و به هم پیوستن ذرات، تاکنون در محدوده وسیعی از مطالعات ازجمله برخورد سیال با سازه‌های جامد با موفقیت به‌کار گرفته شده است [۷].

تاکنون تلاش‌های زیادی برای شبیه‌سازی مسائل مختلف با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار صورت گرفته است. در ادبیات فن روش هیدرودینامیک ذرات هموار، دو دسته رویکرد اصلی مختلف برای حل جریان تراکم‌ناپذیر وجود دارد که عبارت‌اند از:

۱. روش‌های هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیر جزئی[3] و ۲. روش‌های هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر برمبنای تصویرسازی[4].

هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیر جزئی اول‌بار توسط موناهان [۸] ارائه شد و به‌طور وسیعی در ادبیات فن برای حل جریان‌های مختلف استفاده شده است. در این روش، از فرم تراکم‌پذیر معادلات ناویر-استوکس استفاده می‌شود و برای بسته شدن سیستم معادلات و به دست آوردن میدان فشار از معادلات حالت سیال استفاده می‌شود که فشار را به چگالی ربط می‌دهد. برای ارضاء شرط تراکم‌ناپذیری در این رویکرد، سرعت صوت را باید به مقدار کافی بزرگ انتخاب کرد و سختی معادلات حالت حاصله، معمولاً باعث ایجاد نوسانات ناخواسته در میدان‌های فشار و چگالی می‌شود [۹ و ۱۰]. دقت شود که این روش‌ها تراکم‌ناپذیر واقعی نیستند؛ چراکه از معادلات تراکم‌پذیر استفاده می‌کنند و در معادلات پارامتر چگالی ظاهر می‌شود. برای حل نیز، میدان چگالی باید محاسبه شود و بدون آن نمی‌توان حل را تکمیل کرد.

رویکرد دوم که معمولاً روش تراکم‌ناپذیر برپایه تئوری تصویرسازی نیز نامیده می‌شود، توسط کامینز و رودمن ابداع شد [۹]. در این فرمولاسیون روش هیدرودینامیک ذرات

[1] Lucy

[2] Monaghan

[3] Weakly Compressible SPH (WCSPH)

[4] Projection Incompressible SPH (ISPH)

هموار، میدان فشار و چگالی به‌صورت صریح ارتباطی باهم ندارند و میدان فشار از حل معادله پواسون حاصل می‌شود که ترم چشمه‌اش متناسب با دیورژانس سرعت [۹] و یا تغییرناپذیری چگالی [۱۱] است. این روش‌ها برای حل جریان‌های با عدد رینولدز بالا به دلیل ناهمسانگردی که در توزیع ذرات به وجود می‌آید، با مشکل روبرو هستند [۱۰]. در روش تصویرسازی پیشنهادی شائو و لو [۱۲] نیز، نوسانات ناخواسته‌ای در میدان فشار مشاهده می‌شود.

همان‌طور که ذکر شد، برای حل جریان تراکم‌ناپذیر به روش هیدرودینامیک ذرات هموار یکی از دو رویکرد بالا را می‌توان استفاده کرد که این دو روش، دارای مشکلاتی جهت حل میدان جریان سیال هستند و تلاش‌هایی برای بهبود دقت و کارآیی این دو روش در ادبیات فن نیز صورت گرفته است. اخیراً روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر، برپایه تراکم‌پذیری مصنوعی ارائه شده و دقت و انعطاف‌پذیری آن در حل مسائل جریان سیال تراکم‌ناپذیر نشان داده شده است [۱۳]. روش تراکم‌پذیری مصنوعی استفاده شده، اولین بار توسط کورین [۱۴] برای استفاده در روش‌های مبتنی بر چهارچوب اویلری معرفی شد و اخیراً این روش، توسط مؤلفین، برای استفاده در روش لاگرانژی SPH توسعه داده شده است [۱۳]. مزیت اصلی روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم‌ناپذیر بر پایه تراکم‌پذیری مصنوعی نسبت به روش کلاسیک تراکم‌پذیر جزئی، عدم نیاز به تقریب‌های تراکم‌پذیری جزئی و عدم استفاده از گام زمانی خیلی کوچکی است که معمولاً در روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیر جزئی به علت استفاده از سرعت صوت بالا جهت پایین آوردن عدد ماخ نیاز است و درنتیجه، نوسانات میدان‌های فشار و چگالی روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم‌ناپذیر بر پایه تراکم‌پذیری مصنوعی، به‌مراتب از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیر جزئی کمتر است؛ همچنین، در روش مذبور جهت پیدا کردن فشار نیازی به روش‌های تکرار پرهزینه حل معادله پواسون نیست که در هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر استفاده می‌شود.

در این مقاله، شبیه‌سازی عددی جریان سطح آزاد و اندرکنش موج-اجسام شناور با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم‌ناپذیر بر پایه تراکم-پذیری مصنوعی انجام شده و دقت نتایج حاصل از این روش با نتایج تجربی و عددی موجود مقایسه خواهد شد. در ادامه، به‌طور مختصر به معرفی روش هیدرودینامیک ذرات هموار، نحوه گسسته‌سازی در آن و معرفی روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم‌ناپذیر بر پایه تراکم‌پذیری مصنوعی مورد استفاده در این مطالعه پرداخته می‌شود. سپس نتایج روش مذبور با نتایج روش‌های استاندارد و نیز نتایج تجربی مقایسه شده و مورد بحث قرار گرفته است.

۲- فرمولاسیون مسئله

در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، معادلات ناویر-استوکس در فرم لاگرانژی حل می‌شوند؛ لذا ابتدا معادلات حاکم بر جریان سیال تراکم‌ناپذیر در فرم لاگرانژی بازنویسی شده و سپس در متدولوژی هیدرودینامیک ذرات هموار، گسسته‌سازی و حل می‌شوند.

۲-۱- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر به فرم لاگرانژی و به‌صورت بی‌بعد به شکل روابط (۱-۲) نوشته می‌شود:

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{V} = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{D\boldsymbol{V}}{D\tau} = -\boldsymbol{\nabla}p + \frac{1}{Re}\,\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{V}\;\frac{1}{Fr^2}\,\boldsymbol{f} \qquad (۲)$$

در اینجا $\frac{D}{D\tau}$ مشتق مادی، $\boldsymbol{V}(x,t)$ سرعت بی‌بعد ذره، $p(x,t)$ فشار بی‌بعد و $\mathbf{f}$ نیروی خارجی بی‌بعد است؛ همچنین مشخصه عملگر مشتق لاگرانژی، خط سیر ذرات است و پارامترهای توپر برداری هستند. در این معادلات، مؤلفه‌های سرعت توسط مشخصه سرعت V_{ref}، طول‌ها توسط مشخصه طول L_{ref}، زمان توسط مشخصه زمان V_{ref}/L_{ref}، فشار توسط ρV_{ref}^2 و نیروهای حجمی توسط شتاب مرجع g_{ref} بی‌بعد شده است. بی‌بعدسازی نیز، به‌صورت رابطه (۳) صورت گرفته است:

$$V = \frac{\boldsymbol{V}^*}{\boldsymbol{V_{ref}}}\;, t = \frac{t^*}{\frac{L_{ref}}{V_{ref}}}\;, x = \frac{x^*}{L_{rf}}$$

$$p = \frac{p^*}{\rho V_{ref}^2}\;,\;\; f = \frac{g^*}{g_{ref}} \qquad (۳)$$

در روابط فوق بالانویس "*"، نشان‌دهنده مقادیر با بعد و زیرنویس "ref"، معرف شرایط جریان آزاد است. $Re = \frac{V_{ref}L_{ref}}{\nu}$ عدد رینولدز و $Fr = \frac{V_{ref}}{\sqrt{L_{ref}g_{ref}}}$ عدد فرود است.

۲-۲- روش تراکم‌پذیری مصنوعی کورین[1]

مشکل اصلی حل معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر، سختی کوپل کردن تغییرات در میدان سرعت و تغییرات در میدان فشار به هنگام ارضا شرط دیورژانس سرعت صفر در دامنه حل است. روش تراکم‌پذیری مصنوعی ارائه شده توسط کورین [۱۴] که اول‌بار جهت حل مسائل جریان تراکم‌ناپذیر پایا ارائه شد، یک رویکرد مناسب جهت غلبه بر این مشکل است. این رویکرد تابه‌حال در کارهای متعدد مبتنی بر چهارچوب اویلری استفاده شده و اخیراً این روش برای استفاده در روش لاگرانژی SPH توسعه داده شده است [۱۳]. در روش تراکم‌پذیری مصنوعی، عبارت مشتق زمانی چگالی در معادلهٔ پیوستگی جریان تراکم‌ناپذیر اضافه‌شده و سپس این مشتق زمانی چگالی با عبارت $(\frac{1}{\beta^2})\frac{\partial p}{\partial \tau}$ جایگزین می‌شود که β به‌عنوان ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی شناخته می‌شود. به‌این‌ترتیب، سرعت امواج آکوستیکی که در جریان‌های تراکم‌ناپذیر نامحدود است، با مقدار β جایگزین می‌شود که با تعیین مقدار مناسب آن، سرعت امواج جابجایی و آکوستیکی در میدان حل هم‌مرتبه و سختی دستگاه معادلات حاکم برطرف می‌شود. با این جایگزینی، دقت زمانی معادله تحت تأثیر قرار گرفته و حل به‌دست‌آمده از آن تنها در حالت پایا که عبارت مشتق زمانی صفر می‌شود، معتبر خواهد بود.

با افزودن یک ترم مشتق زمانی مجازی چگالی به معادله پیوستگی جریان تراکم‌ناپذیر رابطه (۴) را داریم:

$$\frac{1}{\beta^2}\frac{\partial P}{\partial \tau} + \boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{V} = 0 \qquad (۴)$$

در اینجا τ زمان مجازی است. ترم اضافی مستقیماً میدان فشار و سرعت را کوپل می‌کند و اجازه می‌دهد معادلات حاکم در زمان مصنوعی به سمت حل دائم برای ارضای میدان دیورژانس سرعت صفر به‌پیش رود. مقدار β معمولاً بین ۱ تا ۱۰ انتخاب می‌شود و مقدار مناسب به‌سرعت مشخصه جریان بستگی دارد.

معادله پیوستگی فوق در چهارچوب مرجع اویلری است و باید به‌منظور فراهم کردن الگوریتم SPH تراکم‌ناپذیر مناسب، در چهارچوب لاگرانژی فرمول‌بندی شود. برای انجام این کار، ترم $P(\vec{V}.\vec{\nabla})$ به سمت چپ معادله (۴) اضافه و کم می‌شود و سپس فرم لاگرانژی معادله پیوستگی به‌صورت رابطه (۵) به دست می‌آید:

$$\frac{DP}{D\tau} = (\boldsymbol{V}.\boldsymbol{\nabla})P - \beta^2\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{V} \qquad (۵)$$

معادلات (۲) و (۵) توصیف لاگرانژی از فرمولاسیون روش تراکم‌پذیری مصنوعی برای شبیه‌سازی جریان‌های سیال تراکم‌ناپذیر را فراهم می‌کند که می‌توانند توسط متدولوژی هیدرودینامیک ذرات هموار گسسته شوند. باید دقت شود که روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر مبتنی برپایه تراکم‌پذیری مصنوعی، فقط برای حل معادلات حالت دائم اعتبار دارد، زیرا τ ظاهر شده در معادله (۵) زمان مصنوعی است.

برای حل‌های غیردائم، می‌توان روش گام ضمنی دوزمانی را در فرمولاسیون روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم-ناپذیر بر پایه تراکم‌پذیری مصنوعی اعمال کرد. این الگوریتم شامل، اضافه نمودن عبارت مشتق زمان حقیقی به‌صورت ضمنی در معادلات مومنتوم است [۱۳,۱۵]. برای این منظور، مشتق زمانی حقیقی سرعت در معادله (۲) در نظر گرفته شده و معادله به شکل (۶) می‌آید:

$$\frac{D\boldsymbol{V}}{D\tau} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}p + \frac{1}{Re}\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{V} + \frac{1}{Fr^2}\boldsymbol{f} \qquad (۶)$$

اکنون ترم $(\boldsymbol{V}.\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{V}$ برای رسیدن به فرم لاگرانژی، به سمت راست و چپ معادله (۶) اضافه شده و معادله به فرم لاگرانژی بیان می‌شود:

$$\frac{D\boldsymbol{V}}{Dt} + \frac{D\boldsymbol{V}}{Dt} = (\boldsymbol{V}.\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{V} - \boldsymbol{\nabla}p + \frac{1}{Re}\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{V} + \frac{1}{Fr^2}\boldsymbol{f} \qquad (۷)$$

که در آن، t و τ به ترتیب، معرف زمان حقیقی و زمان مجازی هستند. این معادله همراه با معادله (۵) برای محاسبه میدان‌های فشار و سرعت استفاده می‌شود. فرآیند حل سیستم معادلات حاکم شامل، دو حلقهٔ تکرار خارجی (مربوط به زمان حقیقی) و داخلی (مربوط به زمان مجازی) است. با همگرایی حل در زمان مجازی، حل معادله در زمان حقیقی حاصل می‌شود. در حلقه داخلی از هر روش پیشروی در زمان که برای حل مسائل دائم به‌کار می‌رود، می‌توان استفاده نمود. جمله زمان حقیقی در معادلات به‌صورت ضمنی و با دقت مرتبه دو گسسته‌سازی شده که با توجه به ماهیت روش‌های

[1] Chorin’s Artificial Compressibility Method

ضمنی، محدودیتی از لحاظ پایداری روش عددی جهت انتخاب گام زمانی حقیقی مطرح نبوده، همین امر باعث کاهش تلاش محاسباتی می‌شود. با همگرایی معادلهٔ حاکم در زمان مجازی، یعنی به حالت پایا رسیدن مسئله در حلقه‌های داخلی، حل معادله در زمان حقیقی t حاصل می‌شود. دقت شود که در روش اصلی بایستی مشتق اویلرین به صفر میل کند که در نگاه لاگرانژی بازنویسی آن به‌صورت رابطه (۸) است:

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial \tau} = \left(\frac{d\boldsymbol{V}}{d\tau} - (\boldsymbol{V}.\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{V}\ \right) \to 0$$
$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \left(\frac{dp}{d\tau} - (\boldsymbol{V}.\boldsymbol{\nabla})p\ \right) \to 0 \qquad (۸)$$

۲-۳- گسسته سازی عمومی در روش SPH

برای یک متغیر عمومی A (مانند سرعت یا چگالی)، در فرمولاسیون SPH، مقدار کمیت A در یک نقطهٔ r، با r=(x,y)، به‌صورت رابطه (۹) بیان می‌شود.

$$A(\boldsymbol{r_i}) \approx \langle A(\boldsymbol{r_i})\rangle = \textstyle\sum_j \Delta V_j A(\boldsymbol{r_j}) W_h(\boldsymbol{r_{ij}}) \qquad (۹)$$

در اینجا $\Delta V_j = \frac{m_j}{\rho_j}$ حجم ذرهٔ j و زیرنویس j نشانگر ذره‌های همسایه است. $\boldsymbol{r_{ij}}$ نیز بردار فاصلهٔ میان ذرهٔ i و j به‌صورت $\overrightarrow{r_{ij}} = \vec{r_j} - \vec{r_i}$ است. W تابع کرنل است و h را شعاع هموارسازی می‌نامند. در عمل توابع کرنل به‌صورتی انتخاب می‌شود که در فواصل دو اندازه آن قابل صرف‌نظر کردن باشد. خواص زیر باید برای تابع هموارسازی صدق کند [۸]:

$$\int W_h(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|) dr' = 1 \qquad (۱۰)$$

$$W_h(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|) = 0 \quad out\ of\ the\ suport\ domain \qquad (۱۱)$$

$$\lim_{h \to 0} W_h(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|) = \delta(|\boldsymbol{r}' \ - \ \boldsymbol{r}|) \qquad (۱۲)$$

$$W_h(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|) > 0 \qquad (۱۳)$$

در این مطالعه، از h ثابت و کرنل اسپیلاین مکعبی (۱۴) استفاده شده است:

$$W_h(s) = \frac{\theta}{h^d} \begin{cases} (2-q)^3 - 4(1-q)^3 & 0 \le q \le 1 \\ (2-q)^3 & 1 \le q < 2 \\ 0 & q > 2 \end{cases} \qquad (۱۴)$$

که در اینجا، $q = r/h$، d تعداد بعد کرنل و θ عددی ثابت برابر با 1/6، 5/14π و 1/4π به ترتیب برای یک، دو و سه بعد است.

یکی از بزرگ‌ترین محاسن روش SPH، در نحوه محاسبه مشتقات مراتب مختلف است. به‌عنوان نمونه گرادیان متغیر دلخواهی همانند P، مستقیماً می‌تواند از رابطه (۱۵) به‌دست آید:

$$\langle \nabla p \rangle_i = -\sum_j \Delta V_j (p_i - p_j) \boldsymbol{\nabla_i} \mathrm{W}_{ij} \qquad (۱۵)$$

برای مشتقات مراتب بالاتر، می‌توان چند بار از رابطه مشتق مرتبه اول استفاده کرد. البته روش‌های متعددی توسط محققان برای تقریب مشتقات مراتب مختلف انجام شده است که مروری بر آن‌ها و یکی از روش‌های جدید با دقت بالا در تحقیقات فاتحی و همکاران، قابل دسترس است [۱۶-۱۹].

۲-۴- گسسته‌سازی مکانی

فرم لاگرانژی نیمه گسسته معادله استخراج شده نهایی برای فشار در شکل هیدرودینامیک ذرات هموار، به‌صورت رابطه (۱۶) است:

$$\frac{Dp_i}{Dt} = \boldsymbol{V}_i . \sum_j^N (p_i + p_j) \boldsymbol{\nabla}_i W_h(\boldsymbol{r}_{ij}) \Delta V_j$$
$$-\beta^2 \sum_j^N m_i\, (\boldsymbol{V_j} - \boldsymbol{V_i}). \boldsymbol{\nabla_i} W_h(\boldsymbol{r}_{ij}) \Delta V_j \qquad (۱۶)$$

عبارت زمان حقیقی در معادله مومنتوم (۷)، با استفاده از تفاضل پس‌روی سه‌نقطه‌ای و به‌صورت ضمنی گسسته‌سازی می‌شود. پس از چند ساده‌سازی [۱۳]، مشتق زمانی سرعت (شتاب مجازی) در زمان مجازی τ حاصل می‌شود؛ لذا رابطه (۱۷) را داریم:

$$\frac{d}{d\tau} \boldsymbol{V_i^{k+1}} = \boldsymbol{V_i^k} + \left(\frac{2\Delta t \Delta \tau}{2\Delta t + 3\Delta \tau}\right) \left(-\sum_j^N (p_j - p_i) \right) \boldsymbol{\nabla} W_h(r_{ij})$$
$$+ \frac{1}{Re} \sum_j^N \frac{(\boldsymbol{V_j} - \boldsymbol{V_i}). \boldsymbol{r_{ij}}}{\|\boldsymbol{r_{ij}}\|^2} \boldsymbol{\nabla} W_h(\boldsymbol{r_{ij}}) \Delta V_j + \frac{1}{Fr^2} \boldsymbol{f}$$
$$- \frac{3\boldsymbol{V_i^k} - 4\boldsymbol{V_i^n} + \boldsymbol{V_i^{n-1}}}{2\Delta t}$$
$$+ \boldsymbol{V}_i . \sum_j^N (\boldsymbol{V_i} + \boldsymbol{V_j}) \boldsymbol{\nabla} W_h(r_{ij}) \Delta V_j\ ) \qquad (۱۷)$$

n بیانگر شمارنده گام در زمان فیزیکی و k بیانگر شمارنده گام در زمان مجازی است.

بنابراین با همگرایی حل در زمان مجازی τ دو معادله (۱۶) و (۱۷)، حل در گام بعدی زمان حقیقی از

$V_i^{n+1} = V_i^{k+1}$ به دست می‌آید. با توجه به ماهیت ضمنی گسسته‌سازی جمله زمان حقیقی، محدودیتی از نظر اندازهٔ گام زمانی فیزیکی وجود نداشته، تنها قید موجود بر انتخاب گام زمان حقیقی، دقت زمانی مورد نیاز در مسأله است.

پس از محاسبه شتاب از روابط بالا، سرعت با انتگرال‌گیری زمانی از شتاب به دست می‌آید. بعد از تعیین سرعت ذرات، روش‌های مختلفی برای محاسبهٔ مکان ذرات در روش هیدرودینامیک ذرات هموار وجود دارد.

۲-۵- انتگرال‌گیری زمانی

با درنظر گرفتن تعریف سرعت، مکان جدید ذرهٔ i می‌تواند با یک انتگرال‌گیری زمانی ساده از سرعت به‌دست آید؛ اما انجام این کار به‌طور مستقیم ممکن است، به ناپایداری در حل زمانی منجر شود. در اینجا، از روش پیشبین-تصحیح‌کننده ورلت استفاده شده است.

این روش شامل دو گام زمانی بوده، به‌صورت زیر است.

گام اول:

$$\boldsymbol{r}^{k+1/2} = \boldsymbol{r}^n + 0.5\delta\tau\boldsymbol{V}^k$$
$$\rho^{k+1/2} = \rho^k + 0.5\delta\tau\left(\frac{D\rho}{D\tau}\right)^k \qquad (۱۸)$$

گام دوم:

$$\boldsymbol{V}^{k+1} = \boldsymbol{V}^k + \delta\tau\left(\frac{D\boldsymbol{V}}{D\tau}\right)^{k+1/2}$$
$$\boldsymbol{r}^{k+1} = \boldsymbol{r}^{k+1/2} + 0.5\delta\tau\boldsymbol{V}^{k+1}$$
$$\rho^{k+1} = \rho^{k+1/2} + 0.5\delta\tau\left(\frac{D\rho}{D\tau}\right)^{k+1/2} \qquad (۱۹)$$

که در اینجا، بالانویس‌های k، k+1⁄2 و k+1 مربوط به مقادیر متغیرها به ترتیب در گام‌های شروع، میانی و پایانی است. نرخ تغییرات چگالی و شتاب ذرات، از معادلات پیوستگی و تکانه خطی محاسبه می‌شود که در بخش‌های قبل شرح داده شد. این روش حل جریان تراکم‌ناپذیر را ACISPH نامیده‌ایم.

۲-۶- روند و الگوریتم حل

برای رسیدن به حل یک مسأله جریان داده شده، معادلات ناویر- استوکس تراکم‌ناپذیر در چهارچوب لاگرانژی نوشته شده و طبق روش گام دوزمانه بحث شده در قسمت ۳-۲ به روش ضمنی پس‌رو سه‌نقطه‌ای برای زمان حقیقی و روش صریح ورلت برای زمان مجازی انتگرال گرفته می‌شود. به این منظور، مراحل حل زیر انجام می‌پذیرد:

۱- مکان هر ذره در گام زمانی میانی (k+1/2)، از معادله (۱۸) محاسبه می‌شود. مقدار بردار سرعت در زمان مجازی قبلی ($\vec{V}^k$)، در این معادله از قبل معلوم است.

۲- با استفاده از معادله (۱۶)، مقدار مشتق زمانی مجازی فشار برای هر ذره معین می‌شود و سپس معادله (۱۸) به‌کار می‌رود تا فشار در گام زمانی مجازی میانی پیدا شود.

۳- مشتق زمانی مجازی سرعت در گام زمانی مجازی میانی با استفاده از معادله (۱۷) پیدا شده، بردار سرعت در گام زمانی مجازی جدید از معادله (۱۸) به‌روز می‌شود.

۴- در این مرحله مکان جدید ذرات (در زمان مجازی k+1) با استفاده از مقدار بردار سرعت پیدا شده در گام قبلی، با معادله (۱۹) به‌روز می‌شود.

۵- حال مقدار مشتق زمانی مجازی فشار در گام میانی $\left(\frac{D\rho}{D\tau}\right)^{k+1/2}$ برای هر ذره با معادله (۱۶) محاسبه و مقدار فشار هر ذره در زمان مجازی جدید با معادله (۱۹) محاسبه و به‌روز می‌شود.

۶- این مراحل تکراری در زمان مجازی آن‌قدر تکرار می‌شوند که مقدار خطای در زمان مجازی τ از حد مشخص‌شده کوچکی، کمتر شود (در زمان مجازی حل همگرا شود). مقدار حل همگرا شده به‌عنوان حل زمان حقیقی جدید در مرحله n+1 ذخیره می‌شود.

قابل ذکر است که تمام مراحل فوق برای هر گام زمانی حقیقی Δt تکرار می‌شوند. این مراحل و همگرایی در هر گام زمانی حقیقی، یک الگوریتم کاملاً تراکم‌ناپذیر SPH را تضمین می‌کند. عملاً این روش دو حلقه زمانی دارد، یک حلقه برای زمان مجازی و یک حلقه برای زمان حقیقی.

می‌دانیم که در روش‌های WCSPH[1] اعمال شرط تراکم‌ناپذیری منجر به‌سختی دستگاه معادلات و کوچکی سرعت صوت می‌شود، که این خود باعث گام زمانی بسیار کوچک و افزایش هزینه محاسبات و احتمال خطاست. این مسأله منجر به نوسانات بسیار زیاد غیر فیزیکی در میدان فشار و میدان چگالی نیز می‌شود (تلاش برای کاستن این

[1] Weakly Compressible SPH

معضلات، باعث ایجاد پیچیدگی و افزایش هزینه محاسباتی روش‌های WCSPH پیشرفته‌تر شده است) که در روش حاضر، مقدارشان بسیار ناچیز است [۱۳]. برخلاف روش‌های متعدد ISPH که بر روش تصویرسازی استوارند، روش ACISPH روند حل ساده‌تری داشته و بی‌نیاز از حل تکراری معادلات پواسون جهت حل میدان فشار است. نویسندگان این مقاله در مرجع [۱۳] نشان داده‌اند که هزینه محاسباتی همگرایی حل در حلقه داخلی (زمان مجازی)، معمولاً کمتر از روش‌های تکراری استفاده شده در حل معادلات پواسون است، ضمن اینکه اصولاً روش حل و الگوریتم ارائه شده نیز، بسیار ساده‌تر از روش‌های پیچیده حل معادلات پواسون میدان فشار است.

۲-۷- اعمال شرایط مرزی

در هر شبیه‌سازی عددی یکی از بخش‌های مهم، اعمال صحیح شرایط مرزی است. یکی از نقاط ضعف روش‌های SPH، اعمال شرایط مرزی است، چراکه در مرزها به دلیل کاهش ذرات محاسباتی در کرنل، دقت حل به‌شدت پایین می‌آید. به همین منظور انواع روش‌ها در روش SPH برای شبیه‌سازی مرزها ابداع شده است که هر یک مزایا و معایب خود را دارند، به‌عنوان نمونه شرایط مرزی به‌صورت دینامیکی و نیروی دافعه را می‌توان ذکر کرد [۲۰, ۲۱].

در مقاله حاضر از روش کوشیزوکا و همکارانش [۲۲]، برای مدل‌سازی دیوار استفاده می‌شود. در این روش دیواره‌های جامد به‌وسیله ذرات مرزی مدل‌سازی شده‌اند؛ ذراتی که از هر نظر خواصی مشابه ذرات داخلی سیال دارند، با این تفاوت که پس از محاسبه سرعت در هر گام زمانی، این مقدار برای ذرات مرزی دیواره مساوی صفر قرار داده می‌شود؛ ولی برای دیواره شناورها همان مقدار محاسبه شده باقی می‌ماند؛ بنابراین موقعیت ذرات دیواره‌ها در حین پروسه حل ثابت می‌ماند. از طرفی خواص ذرات مرزی وابسته به جریان موجود داخل میدان محاسباتی است. هنگامی‌که معادله فشار برای این ذرات حل می‌شود، فشار هر ذره در اثر نزدیک یا دور شدن ذرات دیگر، دچار تغییر می‌شود. مثلاً نزدیک شدن ذره مجاور، باعث افزایش فشار ذره شده، سبب تولید نیروی دافعه‌ای می‌شود و بدین ترتیب ذره دیوار مانع نزدیک شدن بیش‌ازحد ذره داخلی شده و یا آن را از خود دور می‌کند. سرعت‌های ذرات دیواره در انتهای هر قدم زمانی، برابر صفر قرار داده می‌شوند؛ لذا شرایط مرزی عدم لغزش را به‌طور صحیح اعمال می‌کند. برای مرزهای شناورها نیز، سرعت روی خود مرز یکسان خواهد بود و باعث رعایت کامل‌تر شرط عدم لغزش خواهد بود.

۲-۸- سطح‌آزاد

برای سطوح آزاد مشکلات کمتر هستند. در الگوریتم‌های مختلف SPH تراکم‌ناپذیر، روش‌های مختلفی برای تعیین سطح آزاد معرفی می‌شود. به‌عنوان نمونه، در اینجا یکی از این روش‌ها بیان می‌شود که در اکثر شبیه‌سازی‌های SPH تراکم‌پذیر ضعیف استفاده می‌شود. هنگامی‌که یک‌ذره سیال در روی سطح آزاد قرار بگیرد با توجه به معادله تقریب ذرات، چگالی آن نسبت به چگالی ذرات داخلی سیال کاهش قابل توجهی پیدا می‌کند و از این طریق می‌توان پی برد که آیا یک‌ذره مشخص روی سطح آزاد قرار دارد یا خیر [۲۳]. به‌عبارت‌دیگر چنین ذراتی که شرط چگالی پایین‌تر از حدی خاص را ارضاء کنند، به‌عنوان یک ذره سطح آزاد شناخته می‌شوند و فشار صفر برای آن‌ها منظور می‌شود [۲۲]. لازم به ذکر است که برای محاسبه گرادیان فشار برای ذرات سطح‌آزاد با توجه بااینکه در آن‌سوی مرز آزاد، دیگر ذره‌ای وجود ندارد، نمی‌توان از معادله (۱۵) مستقیماً استفاده کرد و باید تعدادی ذرات مجازی نیز در نظر گرفت. این ذرات مجازی باید از لحاظ موقعیت در نقطه قرینه ذره داخل سیال نسبت به ذره سطح‌آزاد باشند. این ذرات اضافی، هزینه محاسبات را بالا خواهند برد.

در این پژوهش، ازآنجاکه روش کاملاً تراکم‌ناپذیر است، تغییرات چگالی محاسبه نشده، چگالی در کل سیال ثابت در نظر گرفته شده است. ضمناً از اثر کشش سطحی نیز، صرف نظر شده و به مکان ریاضیاتی سطح‌آزاد نیازی نداریم. ازاین‌رو هیچ محدودیت خاصی برای ذرات سطح آزاد در نظر گرفته نشده است. در حقیقت در این روش، تمام معادلات مربوط به سیال که برای ذرات درونی به‌کار می‌روند، برای ذرات سطح آزاد نیز استفاده می‌شوند و سطح آزاد به‌طور طبیعی مدل می‌شود و یکی از مزایای اصلی الگوریتم ارائه شده است.

۳- نتایج و بحث

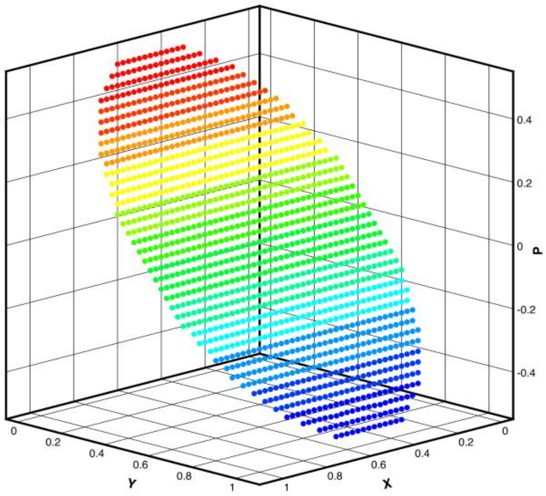
۳-۱- مخزن هیدرواستاتیک

اولین مسأله نمونه، یک مسأله هیدرواستاتیک است. باوجودآنکه جواب این‌گونه مسائل بدیهی به نظر می‌رسد، اما بسیاری از روش‌های ذره-مبنا و لاگرانژی توانایی حل این مسائل را با دقت کافی ندارند. اوگر و همکاران [۲۴]، نشان داده‌اند که روش استاندارد در یک مسأله ساده دارای پروفیل خطی فشار ممکن است، نتایجی با ۱۰۰ تا ۳۰۰ درصد خطا در پیش‌بینی فشار داشته باشد. در اینجا از روش ارائه شده برای حل مسأله شامل، یک مخزن گرد دوبعدی به قطر ۱ متر حاوی سیال، تحت میدان گرانش استفاده می‌شود. سیال درون مخزن در لحظه اولیه در حالت سکون بوده و فشار به‌طور یکنواخت صفر است؛ پس از زمان کوتاهی، امواج فشاری حاصل از ضربه اولیه، به دلیل لزجت سیال، میرا شده و سیال شرایط دائمی هیدرواستاتیک با $\boldsymbol{p_e}(x,y)=\boldsymbol{\rho} g(0.5-y)$ می‌رسد. ذرات سیال در حالت اولیه به‌صورت منظم و در فواصل مساوی با سرعت و فشار اولیه صفر قرار داده شده‌اند. اندازه ذرات دیواره که در سه لایه چیده شده‌اند نیز، مشابه ذرات سیال انتخاب می‌شود. در جدول ۱، پارامترهای استفاده شده آمده است.

جدول ۱- مقادیر استفاده‌شده در شبیه‌سازی مخزن هیدرواستاتیک

گام زمانی	0.001
فاصله‌ی اولیه ذرات	0.0177 متر
چگالی با بعد	$\rho = 1\ kg/m^3$
لزجت دینامیک	$\mu = 0.05\ Pa.s$
گرانش برای زمان‌های مثبت	$g = 1m/s^2$
طول هموارسازی	$h = 2.5\delta$
چگالی با بعد	$\rho = 1\ kg/m^3$
پارامتر تراکم‌پذیری مصنوعی	$\beta = 5$

شکل ۱ نتایج عددی به‌دست‌آمده برای فشار سیال را پس از ۱۰ ثانیه نشان می‌دهد. ذرات به‌صورت منظم روی شبکه کارتزین طوری چیده شدند که ۴۰ ذره با شعاع هموارسازی $h = 2.5\delta$ روی قطر ظرف قرار گیرد. شکل ۱، کانتور فشار و همچنین چینش ذرات و شکل ۲، پروفیل فشار را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که فشار به وضوح از توزیع خطی پیروی می‌کند. در حقیقت، بیشینه خطای فشار $|\boldsymbol{p_{SPH}}-\boldsymbol{p_e}|/\boldsymbol{p_{e,max}}$ ، حتی وقتی فقط ۱۰ ذره روی قطر مخزن بگیریم، کمتر از ۰/۹ درصد است. لازم به ذکر است که مبدأ فشار در وسط مخزن (y=0.5) فرض شده است.



شکل ۱- کانتور فشار و توزیع ذرات پس از ۱۰ ثانیه

۳-۲- اندرکنش امواج سطح‌آزاد و شناورهای استوانه‌ای دوبعدی

به دلیل نگرانی روزافزون به خاطر کاهش ذخایر سوخت‌های فسیلی و موضوع مهم پاکیزگی محیط‌زیست در سال‌های اخیر، توجه بسیار زیادی به انرژی‌های تجدیدپذیر شده است. در میان روش‌های موجود، اگرچه بخش بسیار زیادی از جهان پوشیده از دریاهاست، ولی تولید انرژی از طریق دریا سهم کمی را به خود اختصاص داده است. شناورها یکی از مسائل کاربردی و عملی در مهندسی دریا و نیز تولید انرژی از امواج به شمار آمده و پیش‌بینی آن در طراحی سکوها، سازه‌های دریایی و دستگاه‌های تولید انرژی از امواج بسیار مهم است.

در شکل ۳، شرایط هندسی استفاده شده در مسأله نشان داده شده است که در آن، شبیه‌سازی با در نظر گرفتن شرایط واقعی بوده، در آن از یک موج ساز در نزدیکی سطحی

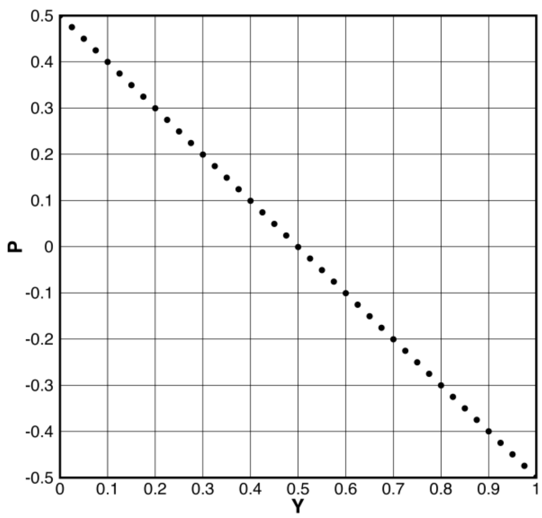
مشابه ساحل استفاده شده است و با استفاده از سه شناور شبیه‌سازی صورت می‌گیرد.

جهت مقایسه، ابعاد با بعد ارائه شده‌اند. ماکزیمم عمق ۰/۱۸ متر، ابعاد کلی شبیه‌سازی به ترتیب ۴/۷۵ و ۰/۳ متر، طول ناحیه صاف برابر ۲ متر، شیب ساحل برابر ۴/۲۳۴۷ درجه و طول‌موج ساز برابر ۰/۳ متر است. سایر مقادیر استفاده شده در جدول ۲ آمده‌اند. ذرات سیال در حالت اولیه به‌صورت منظم و در فواصل مساوی با سرعت و فشار اولیه صفر قرار داده شده‌اند. اندازه ذرات دیواره که در سه لایه چیده شده‌اند و نیز یک لایه ذرات مکعب‌های شناور، مشابه ذرات سیال انتخاب می‌شود. ذرات موج ساز نیز که جایگزین دیواره عمودی سمت چپ شده‌اند، در سه لایه و با فواصل مشابه سایر ذرات قرار دارند. تعداد کل ذراتی که در این شبیه‌سازی بکار می‌روند، برابر با ۱۱۰۰۹ ذره خواهد بود. گام‌های زمانی محاسبات برابر $\Delta t = 0.001$ و $\Delta\tau = 0.00001$ در نظر گرفته شده‌اند.

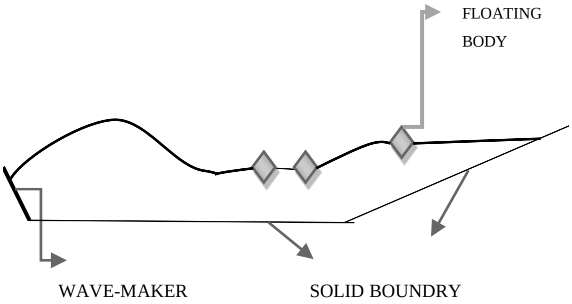
برای ایجاد موج، یک موج ساز در سمت چپ ساحل قرار داده شده است که یک حرکت سینوسی با دامنه و فرکانس ثابت یک، مطابق معادله (۲۰) به آن داده می‌شود.

$$u(t) = 0.4\pi\sin(2\pi t) \qquad (۲۰)$$

که u سرعت افقی موج ساز در بالای سطح آب است.



شکل ۲- نمودار پروفیل فشار به‌دست‌آمده تابعی از ارتفاع y در راستای قطر مخزن پس از ۱۰ ثانیه



شکل ۳- هندسه مسأله شناورها

جدول ۲- مقادیر استفاده شده در شبیه‌سازی مسأله شناورها

گام زمانی	**0.0002**
فاصله‌ی اولیه ذرات	**0.009 متر**
تعداد ذرات دیواره جامد	**2874**
تعداد ذرات موج ساز	**150**
تعداد ذرات شناورها	**90**
تعداد ذرات آب	**7895**
طول هموارسازی	**1.2**
ابعاد شناور	**0.08**
پارامتر تراکم‌پذیری مصنوعی	$\boldsymbol{\beta = 5}$

در شکل ۴، توزیع ذرات و کانتور فشار در زمان‌های مختلف نمایش داده شده است. به عنوان نمونه، در شکل ۵ نتایج در زمان t=4.55 ، به‌صورت بزرگنمایی شده رسم و نمایانگر نوسانات فشار بسیار اندک در تحلیل حاضر است. هیچ پدیده همجوشی ذرات یا فرار ذرات نیز دیده نشده است.

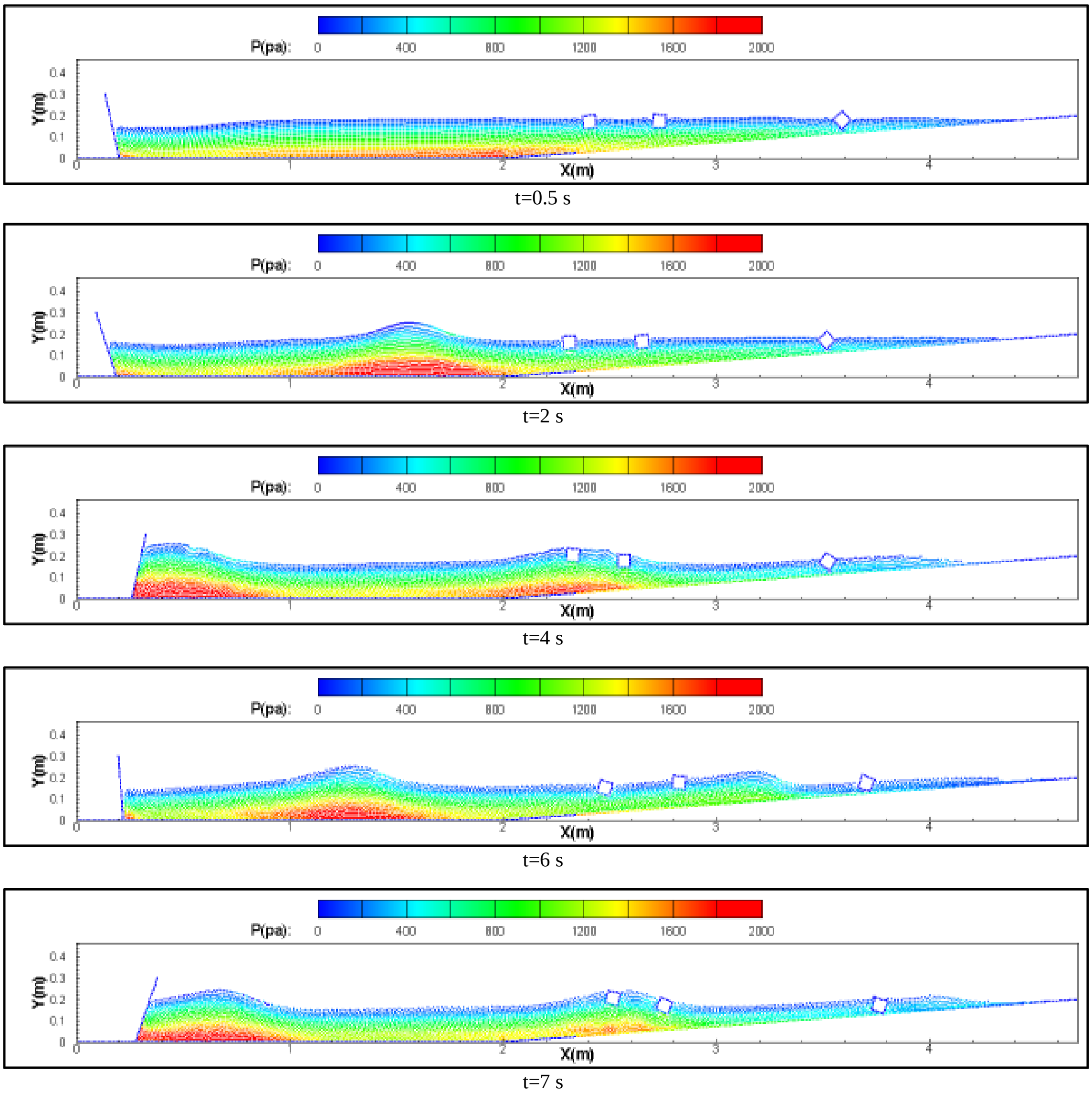
جهت مقایسه کارآیی روش، با استفاده از کد منبع باز اس فیزیکز[1] [۲۵] که از روش استاندارد تراکم‌پذیر ضعیف WCSPH استفاده می‌کند، شبیه‌سازی مسأله صورت گرفت که نتایج آن مطابق با شکل ۶، همخوانی خوبی با نتایج روش پیشنهادی دارند. علت وجود اختلاف ناچیز نیز به دلیل تفاوت ماهیت دو کد و نیز استفاده از حل‌گر ریمن و نرمال‌سازی

[1] SPHYSICS

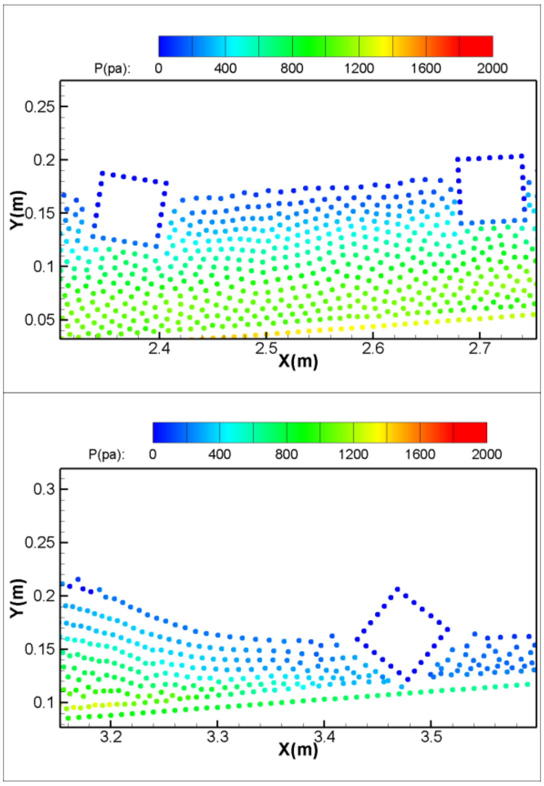
مجدد در تابع هسته است. نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج آزمایش استالارد [۲۶] نیز، در شکل ۷ مقایسه شده است. بازه تغییرات سرعت بین ۰/۲۳- و ۰/۲۲ قرار دارد.

همان‌گونه که در شکل مشخص است، اختلاف نتایج بسیار اندک است که این نشان‌دهنده درستی نتایج پژوهش حاضر است. برای اختلاف جزئی بین نتایج، چند دلیل ممکن است وجود داشته باشد: ۱- کشش سطحی در محاسبات حاضر لحاظ نشده است ۲- روش‌ها در شبیه‌سازی‌ها متفاوت است ۳- دقت شرط عدم لغزش در روش اعمال شرایط مرزی استفاده‌شده کافی نیست.

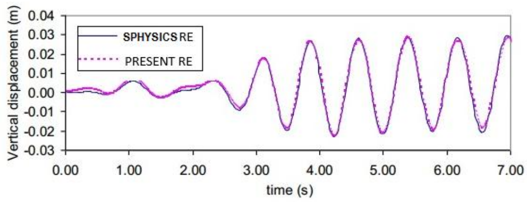
برای بهتر مشخص شدن روند همگرایی، نمودار همگرایی بزرگنمایی‌شده حل در الگوریتم ضمنی دوزمانه در شکل ۸ رسم شده که همگرایی حل در حلقه‌های داخلی را در هر گام زمان حقیقی نشان می‌دهد.



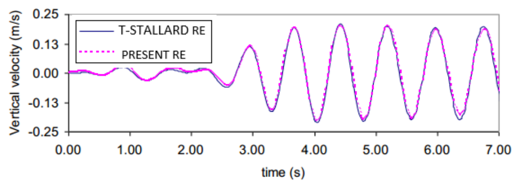
شکل ۴- توزیع ذرات و کانتورهای فشار در زمان‌های مختلف



شکل ۵- کانتور فشار حاصل در زمان t=4.55



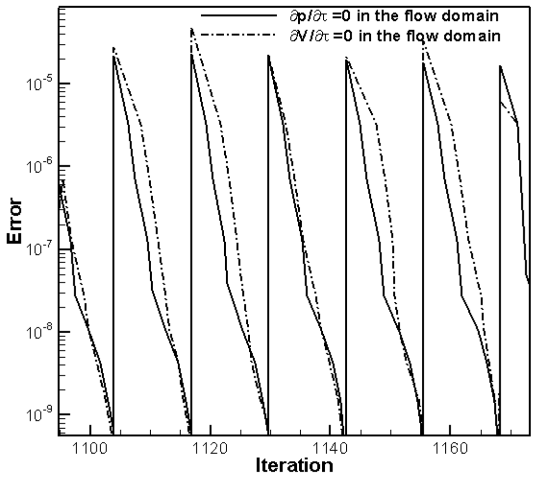
شکل ۶- مقایسه نتایج حاضر با نتایج کد منبع باز SPHYSICS



شکل ۷- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج عددی حاضر برای سرعت

۴- جمع‌بندی

در مقاله حاضر، شبیه‌سازی عددی مسئله اندرکنش موج-اجسام شناورها با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم-ناپذیر برپایه تراکم‌پذیری مصنوعی انجام شده، دقت و صحت نتایج حاصل در مقایسه با نتایج عددی و تجربی موجود ارزیابی‌شده است که همخوانی خوبی را نشان می‌دهد. با توجه به دقت و انعطاف‌پذیری روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً تراکم-ناپذیر برپایه تراکم-پذیری مصنوعی، توسعه بیشتر و به‌کارگیری این روش برای حل مسائل کاربردی‌تر پیشنهاد می‌شود.



شکل ۸- تاریخچه همگرایی حل

۵- مراجع

[1] Ganaoui M, Alami S (2009) A lattice Boltzmann coupled to finite volumes method for solving phase change problems. Ther Sci 13: 205-216.

[2] Fei K, Chen TS, Hong CW (2010) Direct methanol fuel cell bubble transport simulations via thermal lattice Boltzmann and volume of fluid methods. J Pow Sour 195: 1940-1945.

[۳] شایان ا، دادوند ع، میرزایی ا (۱۳۹۳) شبیه‌سازی عددی جریان خارجی لزج تراکم‌ناپذیر به روش لاتیس بولتزمان بدون‌شبکه. *مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه ها و شاره‌ها* ۴: ۱۸۹-۱۷۵.

[4] Rahimi-Gorji M, Gorji TB, Gorji-Bandpy M (2016) Details of regional particle deposition and airflow structures in a realistic model of human tracheobronchial airways: two-phase flow simulation. Comp Bio Med 74: 1-17.

[5] Lucy B (1977) A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. The Astr J 82:1013-1024.

[6] Gingold RA, Monaghan JJ (1977) Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. Monthly notices of the royal astronomical society 181(3): 375-389.

[7] Antoci C, Gallati M, Sibilla S (2007) Numerical simulation of fluid–structure interaction by SPH. Comput Struct 85(11):879-890.

[8] Monaghan JJ (1994) Simulating free surface flows with SPH. J Comput Phys 110(2): 399-406.

[9] Cummins SJ, Rudman M (1999) An SPH projection method. J Comput Phys 152: 584-607.

[10] Lee ES, Moulinec C, Xu R, D Violeau, Laurence D, Stansby P (2008) Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method. J Comput Phys 227 8417-8436.

[11] Xu R, Stansby P, Laurence D (2009) Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach. J Comput Phys 228: 6703-6725.

[12] Shao S, Lo EYM (2003) Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. Adv Wat Res 26: 787-800.

[13] Rouzbahani F, Hejranfar K (2017) A truly incompressible smoothed particle hydrodynamics based on artificial compressibility method. Comp Phys Comm 210(1): 10-28.

[14] Chorin AJ (1997) A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. J Comp Phys 135(2): 18-125.

[15] Jameson A (1991) Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings. in Proceeding of AIAA Technical Paper: 91-1596.

[۱۶] فاتحی ر، صفدری شادلو م، تقی زاده منظری م (۱۳۸۶) بررسی دقت انتگرال‌گیری در روش SPH. هفتمین همایش سالانه (بین‌المللی) انجمن هوافضای ایران، تهران.

[17] Fatehi R, Manzari MT (2012) A consistent and fast weakly compressible smoothed particle hydrodynamics with a new wall boundary condition. Int J Num Meth Fluids 68(7): 905-921.

[18] Fatehi R, Manzari MT (2011) Error estimation in smoothed particle hydrodynamics and a new scheme for second derivatives. Comp Math Apps 61: 482-498.

[۱۹] فاتحی ر (۱۳۸۹) شبیه‌سازی عددی جریان دو فاز در محیط متخلخل در مقیاس حفرات. رساله دکتری تخصصی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف.

[20] Yovel Y, Franz M O, Stilz P, Schnitzler H U, (2008) Plant classification from bat-like echolocation signals. PL Comp Bio 4(3):10-32.

[21] Monaghan JJ, Kos A (1999) Solitary waves on a cretan beach. J Waterw Port Coast Ocean Eng 125(3): 145-154.

[22] Koshizuka S, Nobe A, Oka Y (1998) Numerical Analysis of Breaking Waves using the moving particle Semi-Implicit Method. Int J Numer Meth Fluids 26: 751-769.

[23] Edmond Y, Shao SD (2002) Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method. Appl Oce Res 24: 275-286.

[24] Oger G, Doring M, Alessandrini B, Ferrant P (2007) An improved SPH method: Towards higher order convergence. J Comp Phys 225(2): 1472-1492.

[25] Gómez-Gesteira M, Roger BD, Crespo AJC, Dalrymple RA, Narayanaswamy M, Dominguez JM (2012) SPHysics - development of a free-surface fluid solver- Part 1: Theory and Formulations. Comput Geotech http://www.sphysics.org.

[26] Stallard T (2010) Tidal stream & wave energyclimate change and energy: A marine perspective marine symposium. Liverpool Jan.