



## بررسی رفتار رچتینگ و تکانه یک ورق کربن استیل تحت بارگذاری حرارتی سیکلی و بارگذاری محوری با استفاده از نمودار بیری

علی شهرجردی<sup>۱\*</sup> و حمیدرضا حیدری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۲۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۸/۰۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۵

### چکیده

پدیده رچتینگ (Ratcheting) به انباشتگی کرنش‌های پلاستیک حاصل از بارگذاری‌های سیکلی اطلاق می‌شود. در این پژوهش، شبیه‌سازی رفتار رچتینگ ورق از جنس فولاد کربن S275 تحت بارگذاری حرارتی سیکلی و بار محوری مورد بررسی قرار گرفته است. این تحلیل با استفاده از روش المان محدود و به کارگیری زبان طراحی پارامتری انسیس (APDL) انجام شده است. هدف از انجام این پژوهش بررسی نمودار بیری و شبیه‌سازی رفتارهای مشخص شده در این نمودار بر اساس پارامترهای دما و فشار است. با توجه به نتایج بدست آمده مشخص شد که کرنش رچتینگ همیشه در سیکل‌های اول بزرگ‌تر از سیکل‌های بعدی است؛ اما در حالت پلاستیک، کرنش پلاستیک هنگام بارگذاری حرارتی برابر با زمان حذف بارگذاری حرارتی است. در ناحیه تکانه (Shakedown) نیز پس از اولین کرنش پلاستیک، رفتار الاستیک در ورق ایجاد می‌شود. در آخر مشخص شد که این نمودار کاربرد منحصر به فردی در پیش‌بینی رفتار انواع ورق‌ها دارد و می‌توان از ورق با هر ابعاد و جنسی برای بررسی رفتار تکانه، رچتینگ، الاستیک و پلاستیک استفاده کرد.

**کلمات کلیدی:** رچتینگ؛ تکانه؛ نمودار بیری؛ بارگذاری سیکلی؛ بارگذاری حرارتی سیکلی.

## Investigating the Ratcheting and Shakedown Behavior of a Carbon Steel Sheet Under Cyclic Thermal Loading and Axial Loading Using Bree Diagram

A. Shahrjerdi<sup>1,\*</sup>, H. Heydari<sup>2</sup>

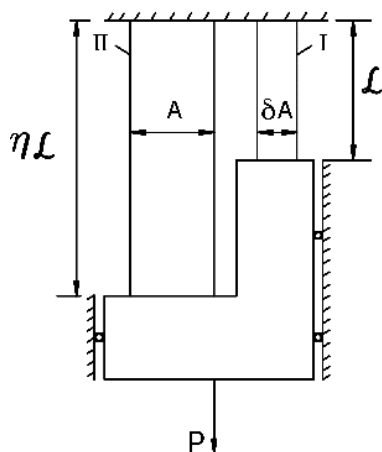
<sup>1</sup> Assistant. Prof., Mech. Eng., Malayer Univ., Malayer, Iran.

<sup>2</sup> Master. Student, Mech. Eng., Malayer Univ., Malayer, Iran.

### Abstract

Ratcheting is known as the accumulation of plastic strains resulting from cyclic loadings. In this research, the simulation of a S275 carbon steel sheet's behavior subjected to cyclic thermal loading and axial load has been investigated. This analysis was performed using the finite element method and employing Ansys Parametric Design Language (APDL). This study investigates the Bree diagram and simulates the behaviors specified in this diagram concerning temperature and pressure parameters. According to the results, it turned out that the ratchet strain is always larger in the first cycles than in subsequent cycles. Nevertheless, the plastic strain during cyclic thermal load is equal to the plastic strain while removing the cyclic thermal load in the plastic area. In the shakedown area, after the first plastic strain, elastic behavior occurs in the sheet. Finally, it was found that Bree's diagram has a unique application in predicting the behavior of different types of sheets, and sheets with any dimensions and material can be used to study the behavior of shakedown, ratcheting, elasticity, and plasticity.

**Keywords:** Ratcheting; Shakedown; Bree Diagram; Cyclic Loading; Cyclic Thermal Loading.



شکل ۱- نمای هندسی تیر تحت بارگذاری [۹]

آنها سخت شوندگی جنبشی غیرخطی و یکی هم حالت پلاستیک تعمیم یافته بود [۱۰]. در سال ۲۰۰۰، عبدالکریم و اوهنو یک مدل سخت شوندگی جنبشی را معرفی کردند که برای رفتار رچتینگ با حالت پایدار مناسب است [۱۱]. این مدل بر مبنای آزمایش‌هایی که بر روی فولاد  $9Cr - 1Mo$  اصلاح شده در دمای  $550^\circ C$  سانتی‌گراد و  $IN738LC$  در دمای  $850^\circ C$  سانتی‌گراد انجام شد است. در سال ۲۰۰۷، گوئزنگ کانگ و کیان هوا کان، مدلسازی ساختاری برای رفتار رچتینگ نوع وابسته به زمان و تک محوره در فولاد ضد زنگ  $SS304$  را بررسی کردند [۱۲]. در این پژوهش، با استفاده از سخت شوندگی جنبشی عبدالکریم-اوهنو، سه نوع مدل وابسته به زمان مورد استفاده قرار گرفته است که رچتینگ وابسته به زمان را توصیف می‌کند. در سال ۲۰۱۲، هیدی پی فیگنباوم رفتار رچتینگ چند محوره با قوانین سخت شوندگی تغییر شکل جهت دار و جنبشی پیشرفته را بررسی کردند [۲]. در این پژوهش، شبیه‌سازی رچتینگ دو محوره از دو نوع مدل با حالت پلاستیکی در نظر گرفته شده است. مدل اول شامل مدل فون میسز کلاسیک با قوانین سخت شوندگی جنبشی متفاوت (KH) بود و مدل دوم، سخت شوندگی تغییر شکل جهت دار (DDH) بود. در همین سال، چن و همکاران مدلسازی ساختاری ویسکو-پلاستیک مربوط به قانون سخت شوندگی جنبشی اوهنو-وانگ را برای رفتار رچتینگ فولاد  $Z2CND18.12N$  مورد بررسی قرار دادند [۱۳]. در سال ۲۰۱۴، پردفورد و همکاران مرزهای رچتینگ و کرنش‌های رچتینگ را بر اساس نمودار

## ۱- مقدمه

با توجه به پیشرفت طراحی‌های مهندسی در صنعت، امروزه سازه‌ها و تجهیزات متعددی وجود دارند که تحت بارهای مکانیکی و حرارتی سیکلی قرار دارند. این سازه‌ها پس از این که تحت بارگذاری‌های شدید و سیکلی قرار می‌گیرند، تغییر شکل می‌دهند و پس از مدتی وارد ناحیه‌ی شکست می‌شوند و از بین می‌روند. از این رو دانش مهندسان در مورد زمان شکست قطعات تحت بارگذاری از اهمیت بالایی برخوردار است، چرا که آن‌ها با پیش‌بینی زمان وقوع شکست سازه‌ها، تصمیمات بهتری را به هنگام طراحی‌های مهندسی می‌گیرند. یکی از پدیده‌های مهمی که در صنعت وجود دارد، پدیده رچتینگ است که به پدیده‌ای اطلاق می‌شود که در آن بارگذاری‌ها به صورت سیکلی و تکراری اعمال می‌گردند و تجمع کرنش‌های متوالی حاصل از آن تا جایی ادامه می‌یابد که منجر به شکست شود. به عبارتی تجمع تصاعدی کرنش‌های حاصل از تغییر شکل ماده تحت بارگذاری سیکلی با مقدار میانگین غیر صفر را رچتینگ می‌نامند که تا کنون مورد توجه دانشمندان و مهندسان بسیاری قرار گرفته است [۷-۱].

در ارتباط با پدیده‌ی رچتینگ، تحقیقات قابل توجهی تا به حال انجام شده است. به عنوان مثال در سال ۱۹۹۲، گراب ویبگ و ویچر، رفتار الاستیک-پلاستیک پوسته‌ها تحت بارهای حرارتی و مکانیکی متغیر را بررسی کردند [۸]. در این تحقیق یک تئوری دو بعدی از رفتار تکانه برای پوسته‌هایی که تحت شرایط بارگذاری حرارتی و مکانیکی (ترکیب با یکدیگر) بودند، ارائه شد. در سال ۱۹۸۰ نیز ام مگاهد، تاثیر قانون سخت شوندگی بر روی رفتار الاستیک-پلاستیک یک ساختار ساده را تحت بارگذاری سیکلی بررسی کرد [۹]. در این پژوهش یک مدل با دو تیر در نظر گرفته شد که تنها در جهت یک محور جابجا می‌شدند و در معرض بارگذاری محوری و بدون تغییر  $P$  قرار داشتند و علاوه بر آن، بارگذاری حرارتی نیز بر آن اعمال می‌شد. ساختار بارگذاری در این حالت در شکل ۱ نشان داده شده است.

ذکر این نکته نیز حائز اهمیت است که مدل‌های مختلفی برای نشان دادن رفتار مواد وجود دارند. به عنوان مثال در سال ۱۹۹۵، آریکپیو و تایلر طی پژوهشی، دو نوع مدل را برای بررسی حالت پلاستیک سیکلی ارائه دادند که یکی از

از زیرمجموعه نرم‌افزارهای انسیس می‌باشد به گونه‌ای شبیه‌سازی شده است که هیچ تغییر شکلی در راستای عمودی ورق رخ ندهد. سپس این ورق در معرض بارگذاری حرارتی سیکلی و بار محوری قرار می‌گیرد. رفتارهای رچتینگ، تکانه، الاستیک و پلاستیک مربوط به این ورق با توجه به نمودار بیبری بررسی شده اند و از این نمودار برای انتخاب مقدار بار محوری و بار حرارتی سیکلی اعمال شده بر روی ورق استفاده شده است که در انتها مشخص شد، نمودار بیبری کارایی لازم برای پیش‌بینی رفتار قطعات تحت بارگذاری‌های سیکلی را دارد. بیبری در مطالعات خود اثر پوشینگر و نیز سخت شوندگی را در نظر نگرفته است اما نموداری که ارائه کرده است در شناخت تقریبی رفتارهای مختلف سازه در ناحیه پلاستیک موثر است. در این پژوهش مدل سخت شوندگی دو بعدی برای ورق کربن استیل در نظر گرفته شده است و بارگذاری سیکلی و محوری با توجه به پارامترهای ارائه شده در نمودار بیبری بر ورق اعمال می‌شوند. در انتها نتایج این تحلیل و خروجی‌ها با نمودار بیبری مقایسه شدند و مشخص شد که با انتخاب مقادیر تنش حرارتی و تنش فشاری نمودار بیبری، می‌توان رفتار ورق مورد نظر را بر اساس مرزبندی‌های این نمودار پیش‌بینی کرد. از ویژگی‌های منحصر به فرد این تحلیل بی‌بعد بودن اندازه‌ی ورق و همچنین جنس ورق مورد نظر است. مهمترین تفاوت این پژوهش با مطالعات پیشین این است که می‌توان همین تحلیل را برای ورق‌های متفاوت و با ابعاد متفاوت و خواص مکانیکی دیگر نیز انجام داد و رفتار و آن را توجه به میزان بارگذاری محوری و حرارتی سیکلی پیش‌بینی کرد.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- هندسه، شرایط مسئله و بارگذاری‌ها

در این پژوهش، ورق‌هایی که مورد تحلیل قرار گرفته است، یک ورق ساده با ابعاد دو متر در دو متر است که از انتهای سمت چپ آن به طور کامل مقید شده است و به اصطلاح ورق یک سرگیردار است. لازم به ذکر هست که تمامی درجات آزادی در جهت عمودی در دو سمت بالا و پایین ورق صفر می‌باشند و تنها تغییرشکل در جهت افقی ورق مد نظر است. شماتیک این ورق در شکل زیر نشان داده شده است. نکته مهمی که در اینجا لازم به ذکر است، این است که این ورق می‌تواند

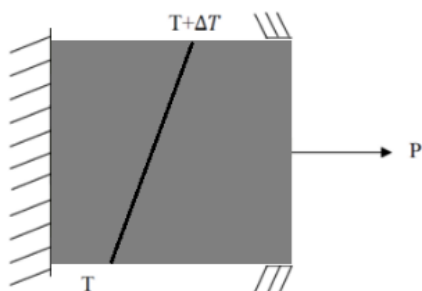
بیبری استخراج کردند [۱۴]. در این پژوهش رفتار مواد از نوع الاستیک-پلاستیک کامل بود و تنش‌های تسلیم متفاوتی را برای بارگذاری در نظر گرفتند. در انتها، نتایج تحلیلی برای مرزبندی‌های رچتینگ با نتایج بدست آمده از روش تطبیق خطی مقایسه شدند و تفاوت کمی بین آن‌ها وجود داشت. لازم به ذکر است که پژوهش‌های متعددی نیز در ارتباط با بارگذاری تکراری انجام شده است [۱۵].

در برخی مقاله‌ها از سخت شوندگی همسانگرد دو بعدی [۱۶]، سخت شوندگی جنبشی پراگر [۱۷] و سخت شوندگی جنبشی ناهمسانگرد [۱۸] نیز استفاده شده است. در واقع مدل‌های زیادی برای رفتار مواد ارائه شده‌اند که از مهمترین آن‌ها می‌توان به آرمسترانگ-فردریک [۱۹]، دراگر-پالگن [۲۰]، اوهنو و وانگ [۲۱] که چن و همکاران عملکرد آن را در سال ۲۰۰۴ در ارتباط با پیش‌بینی پدیده‌ی رچتینگ فولاد کربن متوسط S45C برای مسیرهای بارگذاری محوری یا پیچشی بررسی کردند [۲۲]، شابوش<sup>۱</sup> [۲۳] که شیائوئی چن و همکاران نیز در سال ۲۰۱۹ برای بررسی رفتار رچتینگ لوله‌های تحت فشار فرسوده از آن استفاده کردند [۲۴] و عبدالکریم-اوهنو [۱۱] اشاره کرد.

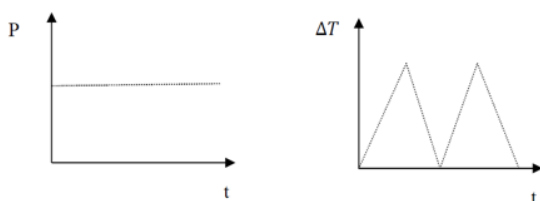
در پژوهش‌های پیشین، برای بررسی رفتار رچتینگ مواد مورد نظر، ابعاد و هندسه‌های خاصی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. یکی از این موارد که در پژوهش‌های متعددی مورد مطالعه قرار گرفته است، سیلندر می‌باشد و دانشمندان زیادی از گذشته تا کنون در مورد آن تحقیق کرده‌اند [۲۵ و ۲۶]. در سال ۲۰۱۰، سوراجیت کومر پاول و همکاران رفتار خستگی کم چرخه و رچتینگ فولاد SA333 را در نظر گرفتند و طول عمر آن را پیش‌بینی کردند [۲۷].

با توجه به تحقیقات گسترده‌ای که در زمینه‌ی تحلیل رفتار رچتینگ انجام شده است، تاکنون مطالعه‌ای روی رفتار رچتینگ صفحه‌ای ساده که در معرض بار محوری و بار حرارتی سیکلی قرار دارد با استفاده از روش اجزا محدود و تطبیق نتایج با نمودار بیبری انجام نشده است. در این پژوهش، یک ورق ساده با ابعاد ۲ متر در ۲ متر در نظر گرفته شده است که از جنس فولاد کربن (S275) است. روش قرارگیری این ورق در نرم‌افزار ای پی دی ال سال ۲۰۱۶ که

<sup>۱</sup> Chaboche



شکل ۲- شماتیک ورق ساده



شکل ۳- بارگذاری سیکلی و محوری بر روی ورق ساده

علی رغم تفاوت موجود بین این نوع بارگذاری با بارگذاری پژوهش بیر، از پارامترهای نمودار بیر و مرزبندی‌های آن برای پیش‌بینی رفتار ورق استفاده می‌شود و در آخر نتایج تحلیل با این نمودار مقایسه می‌شوند. همان طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، بارگذاری محوری نسبت به زمان ثابت است. همچنین دما در یک زمان مشخص از صفر تا یک مقدار مشخص افزایش می‌یابد و سپس به همان مقدار صفر می‌رسد. این روند در طی چند سیکل می‌تواند ادامه داشته باشد و مقادیر دما و فشار نیز می‌توانند متفاوت باشند.

## ۲-۲- نمودار بیر

تمام مقادیر فشار و دما برای تحلیل رفتارهای مختلف ورق اعم از الاستیک، پلاستیک، رچتینگ و تکانه بر اساس نمودار بیر انتخاب شده‌اند. این نمودار در سال ۱۹۶۷ برای اولین بار توسط بیر ارائه شده است که در شکل ۴ نشان داده شده است [۲۹].

با توجه به نمودار بیر در شکل ۴، رفتار ورق مورد نظر که تحت بارگذاری محوری و بارگذاری حرارتی سیکلی قرار داد بسته به قرارگیری نقطه  $(\sigma_y, \sigma_t)$  متفاوت است. در این نمودار، ناحیه‌ی E نشان دهنده رفتار کاملاً الاستیک است. پس از آن با افزایش مقادیر فشار و دما در بارگذاری محوری و

کاملاً بی‌بعد باشد و همین تحلیل را می‌توان برای انواع ورق‌ها با ابعاد مختلف به کار برد و نتایج جدیدی را بدست آورد. به عنوان مثال این ورق می‌تواند ۲ متر در ۳ متر و یا ۱ متر در ۲ متر باشد و این ابعاد تأثیری در پیش‌بینی رفتار ورق ندارند؛ چرا که می‌توان به کمک نمودار بیر این پیش‌بینی را برای ورق مورد نظر تحت بارهای محوری و حرارتی سیکلی انجام داد.

بارگذاری در نظر گرفته شده در این تحلیل متفاوت از بارگذاری بیر می‌باشد. بارگذاری بیر منجر به تنش یک یا دو محوره در جهات طولی و حلقوی مخزن با یک گرادیان حرارتی در جهت شعاعی آن می‌شود. با توجه به شکل ۲، یک نیروی کششی در یک سمت ورق اعمال شده است که به صورت ثابت می‌باشد و همواره بر ورق اثر می‌کند. در راستای ضخامت ورق نیز دما از یک مقدار تا یک مقدار مشخص افزایش می‌یابد و این عمل در حین چند مرحله رخ می‌دهد. این نوع بارگذاری، تحت عنوان بارگذاری محوری به همراه بارگذاری حرارتی سیکلی در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل ۳، اختلاف دمای در نظر گرفته شده برای ورق در یک زمان مشخص از صفر در یک سمت ورق تا میزان  $\Delta T$  در طرف دیگر آن در نیمه‌ی اول سیکل افزایش می‌یابد و سپس در نیمه‌ی دوم سیکل این اختلاف دما در یک زمان مشخص به صفر می‌رسد. تحلیل رچتینگ در این پژوهش همانند برخی مقالات [۲۸] مستقل از زمان می‌باشد و از این رو زمان بارگذاری تأثیری در نتایج بدست آمده ندارد. به عبارتی زمان بارگذاری در هر نیم سیکل می‌تواند مثلاً یک ثانیه و یک دقیقه باشد که ناشی از وابسته نبودن به زمان در تحلیل رفتار رچتینگ و تکانه ورق مورد نظر است.

اختلاف دمای در نظر گرفته شده در این پژوهش در راستای ضخامت ورق اعمال شده است که مقدار آن با توجه به رابطه‌ی تنش حرارتی و نسبت تنش حرارتی به تنش تسلیم در نمودار بیر انتخاب می‌شود. به عنوان مثال اگر دما در یک سمت ورق ۲۰ درجه سانتی‌گراد باشد و اختلاف دما هم ۴ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده باشد، دما در نیم سیکل اول از ۲۰ درجه سانتی‌گراد در یک سمت ورق تا ۲۴ درجه سانتی‌گراد در یک سمت دیگر آن افزایش می‌یابد و در نیم سیکل بعدی نیز به همین میزان کاهش می‌یابد و به ۲۰ درجه سانتی‌گراد بر می‌گردد.

بیری در واقع به بررسی رفتار الاستیک پلاستیک یک لوله‌ی جدار نازک که در معرض فشار داخلی و نواسانات حرارتی قرار داشت پرداخت. با توجه به شکل ۴،  $\sigma_t$  نشان دهنده تنش حرارتی و  $\sigma_p$  نشان دهنده تنش فشار است. روابط نشان داده شده روی منحنی‌های نمودار، مرز بندی‌های بین نواحی مختلف را مشخص می‌کنند. بیری شش ناحیه برای رفتار لوله‌ی جدار نازک تحت این روش بارگذاری ارائه کرد که در واقع این شش ناحیه با توجه به میزان فشار داخلی و بار حرارتی سیکنی مرزبندی شده است که بر لوله جدار نازک وارد می‌شود. این شش ناحیه عبارتند از:

۱. ناحیه کاملاً الاستیک (E).
۲. ناحیه اول تکانه (S1).
۳. ناحیه دوم تکانه (S2).
۴. ناحیه پلاستیک سیکنی (P).
۵. ناحیه اول رچتینگ (R1).
۶. ناحیه دوم رچتینگ (R2).

### ۲-۳- رفتار مواد و خواص مکانیکی

در پژوهش بیری، رفتار تمامی مواد به شکل الاستیک - پلاستیک کامل در نظر گرفته شده است. معیار تنش تسلیم رفتار مواد به شکل زیر است:

$$|\sigma| = \sigma_y \quad (1) \quad (\text{در ناحیه‌ی پلاستیک})$$

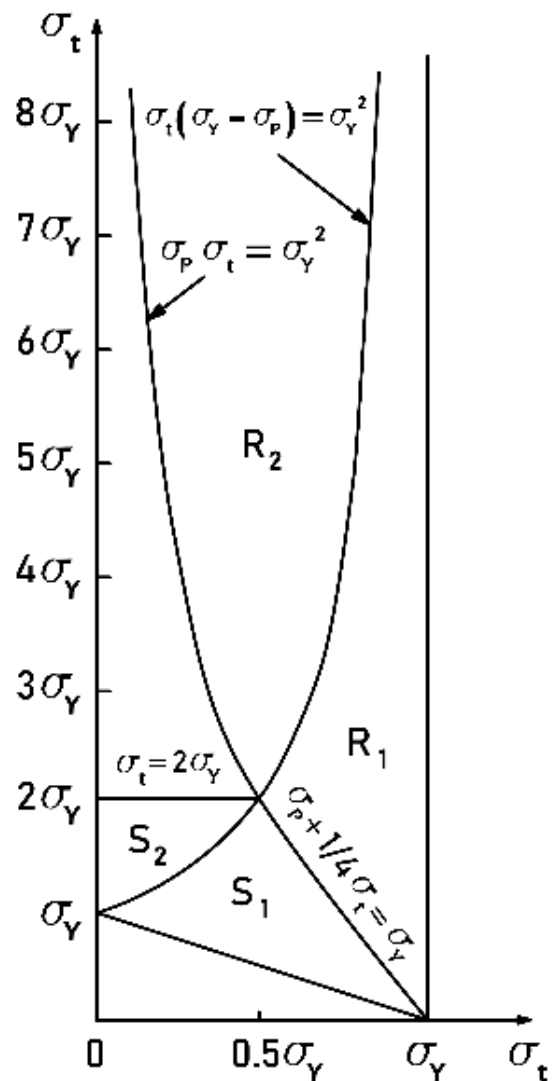
$$|\sigma| < \sigma_y \quad (2) \quad (\text{در ناحیه‌ی الاستیک})$$

با توجه به معادلات (۱) و (۲)،  $\sigma_y$  نشان دهنده‌ی تنش تسلیم می‌باشد. پس در نتیجه  $|\sigma|$  نمی‌تواند از  $\sigma_y$  بیشتر شود و تا زمانی که کمتر از  $\sigma_y$  است، رفتار مواد در ناحیه الاستیک است. به محض این که این دو مقدار با هم برابر شوند، رفتار موارد به سمت ناحیه پلاستیک پیش می‌رود و با افزایش مقدار  $|\sigma|$  کرنش‌های رچتینگ پدید می‌آیند.

در تحلیل انجام شده در این پژوهش همانند برخی مقالات [۳۰] که در زمینه‌ی رچتینگ انجام شده‌اند، از مدل سخت شوندگی همسانگرد دو بعدی استفاده شده است که از قانون میسر پیروی می‌کند. نمودار تنش - کرنش این مدل در شکل ۵ نشان داده شده است.

لازم به ذکر است که در این مدل، منحنی تنش - کرنش از قانون هوک ( $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ ) پیروی می‌کند. در زبان برنامه نویسی APDL، مقدار تنش تسلیم مطابق جدول ۱ انتخاب می‌شود و

حرارتی سیکنی، وارد ناحیه تکانه می‌شویم که پس از اولین تغییر شکل پلاستیک در نیمه اول سیکل بارگذاری در نواحی S1 و S2 نمایان می‌گردد. حالت پلاستیک در ناحیه‌ی P نشان داده می‌شود که در آن رفتار پلاستیکی سیکنی کاملاً معکوس پس از نیمه‌ی اول سیکل بارگذاری ایجاد می‌شود. رفتار رچتینگ نیز در دو حالت R1 و R2 وجود دارد که مهمترین تفاوت بین این دو حالت این است که در حالت R1 تنش ماکزیمم و مینیمم یکسان نیست، اما در حالت R2 مقدار این دو تنش یکسان است.



شکل ۴- نمودار بیری [۲۹]

جدول ۱- خواص مکانیکی ورق از جنس فولاد کربن S275 [۳۴]

مقدار	واحد	ویژگی مواد
$21e^4$	$N/mm^2$	مدول یانگ
$12e^6$	$K^{-1}$	ضریب انبساط حرارتی
۵۴	$W/mK$	ضریب هدایت حرارتی
۰.۳	-	ضریب پواسون
۲۷۵	$N/mm^2$	تنش تسلیم

#### ۲-۴- معادلات حاکم بر مسئله

با توجه به این که قانون سخت شوندهگی از نوع ایزوتروپیک (همسانگرد) دو بعدی است، از معیار تنش تسلیم فون میسز استفاده می‌شود. این معیار به شکل همسانگرد است و مستقل از فشار هیدرواستاتیک است که یک معیار تقریبی خوبی برای موادی مانند فلزها، پلیمرها و غیره است. این معیار به شکل زیر است:

$$f(\sigma, \sigma_y) = \sigma_e - \sigma_y = 0 \quad (3)$$

با توجه به معادله (۳)،  $\sigma_e$  نشان دهنده تنش موثر فون میسز است و  $\sigma_y$  نیز نشان دهنده تنش تسلیم است که بر تنش تسلیم موجود در بارگذاری تنش محوری منطبق است.

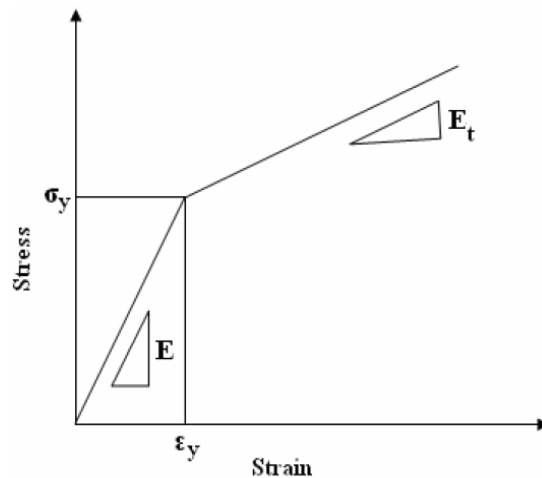
$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \sigma : \sigma - \frac{1}{3} tr(\sigma)^2 \right)} \quad (4)$$

تنش حرارتی ماکزیمم که به هنگام تحلیل بارگذاری حرارتی بر روی ورق بدست می‌آید، در معادله‌ی زیر ارائه شده است، که تابع اختلاف دما، مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی است [۳۵].

$$\sigma_t = \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} \quad (5)$$

در مقاله بیرری به منظور حذف فعل و انفعالات الاستیکی، ضریب پواسون صفر در نظر گرفته شده است [۳۵]. در این پژوهش نیز جهت ساده‌سازی روند تحلیل و با توجه به مقاله بیرری، اثر ضریب پواسون در معادله (۵) حذف شده است و این معادله به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\sigma_t = \frac{E\alpha\Delta T}{2} \quad (6)$$



شکل ۵- حالت کلی مدل سخت شوندهگی همسانگرد دو خطی [۳۱]

به منظور ساده سازی روند تحلیل، مدول تانژانت صفر در نظر گرفته شده است.

لازم به ذکر است که تمامی خواص مکانیکی ورق کربن استیل مستقل از دما در نظر گرفته شده است. به عبارتی در این پژوهش فرض می‌شود که خواص مواد با افزایش یا کاهش دما تغییر نمی‌کند. از آنجا که این پژوهش بر مبنای ساده کردن فرضیات است، همانطور که در برخی پژوهش‌های انجام شده در زمینه رچتینگ از اثر دما به جهت ساده سازی روند تحلیل صرف نظر شده است [۳۲ و ۳۳]، از اثر دما بر خواص مکانیکی ورق صرف نظر شده است. اگرچه اثرات دما در تنش‌های حرارتی شدید بر خواص مکانیکی مواد قابل توجه است، اما این فرض در پیش‌بینی تقریبی رفتار مکانیکی ورق به منظور ساده سازی انجام تحلیل در نظر گرفته شده است. جنس ورق ساده‌ی مورد بررسی در این تحقیق از فولاد کربن (S275) است که خواص مکانیکی مهم آن در جدول ۱ نشان داده شده است.

تمام خواص مکانیکی مواد در جدول ۱ را می‌توان بی‌بعد در نظر گرفت. در ایجاد این بی‌بعدسازی از متغیرها یا روش‌های خاصی استفاده نشده است و روند تحلیل به گونه‌ای است که از هر ماده با هر خواص مکانیکی می‌توان استفاده کرد و تحلیل ارائه شده در این پژوهش را برای آن در نظر گرفت. به عبارت دیگر، هدف اصلی پیش‌بینی رفتار ورق با هر ابعاد و خواص مکانیکی با توجه به نمودار بیرری می‌باشد.

درستی نتایج بدست آمده، رفتار مکانیکی ورق مورد نظر با توجه به مقادیر فشار و دمای انتخاب شده از نمودار بیری با مرزبندی‌های این نمودار مقایسه شد. با توجه به ابزارهای لازم برای حل این مسئله، روند کلی انجام آن در شکل ۶ نشان داده شده است.

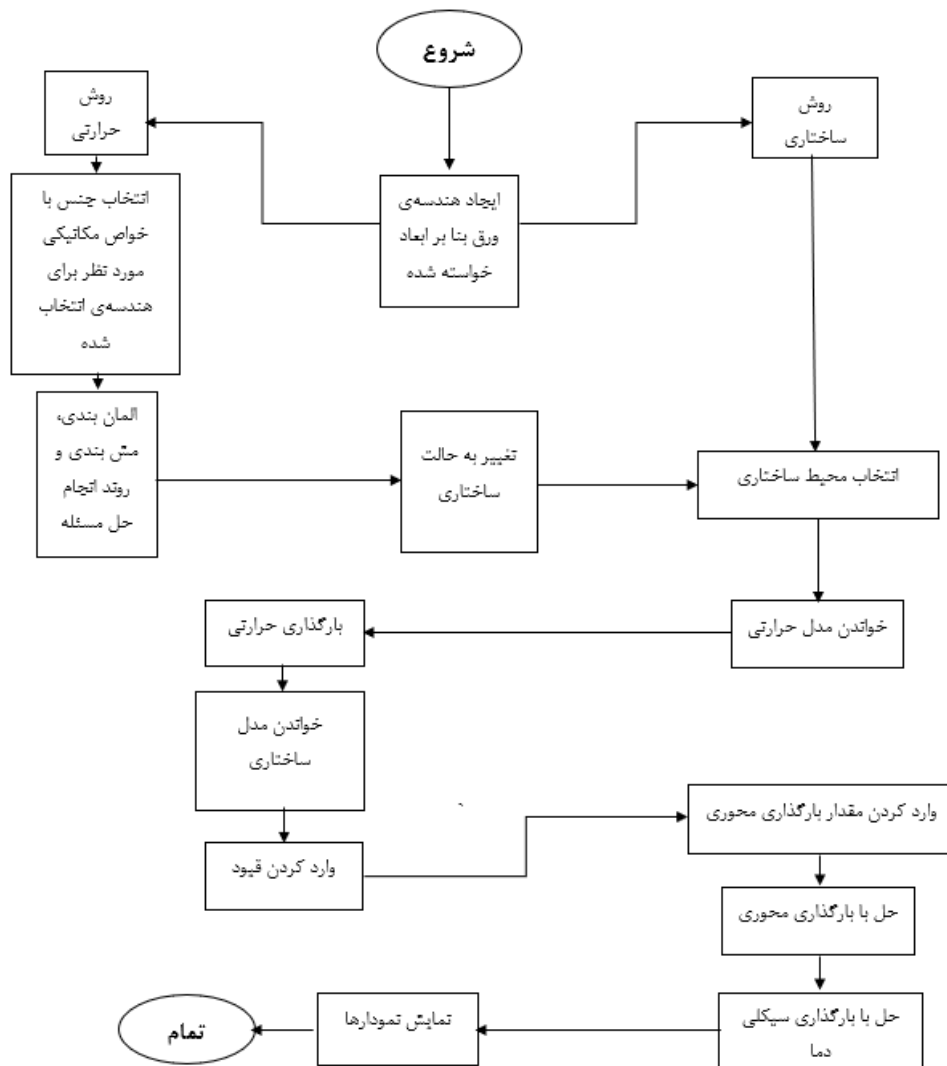
### ۳- نتایج و بحث

در این قسمت از پارامترهای  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  با توجه به نمودار بیری استفاده شده است. همانطور که قبلاً نیز به این نکته اشاره شد، مقدار دما و فشار تاثیر مستقیمی بر رفتار ورق دارد. لازم به ذکر است که این پارامترها بی‌بعد هستند و نسبت آنها را

در واقع مقادیر  $\sigma_p$  و  $\sigma_t$  با توجه به نمودار بیری انتخاب می‌شوند. به عبارتی دیگر در زمان بارگذاری‌ها، نسبت‌های  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  بر اساس نمودار بیری در نظر گرفته می‌شوند.

### ۲-۵- روش حل مسئله

تحلیل مسئله در این پژوهش با استفاده از روش اجزا محدود انجام شده است. با توجه به این روش، شبیه‌سازی رفتار رچتینگ ورق ساده‌ی دو متر در دو متر از جنس فولاد کربن (S275) در نرم‌افزار ای پی دی ال (زبان طراحی پارامتری انسیس) انجام شده است که از زیرمجموعه نرم‌افزارهای انسیس است. در نهایت برای صحت سنجی و اطمینان از



شکل ۶- فلوچارت حل مسئله

### ۳-۲- رفتار رچتینگ

با توجه به شکل ۳، رفتار رچتینگ به دو حالت تقسیم شده است که یکی R1 و دیگری R2 نام دارد. در این بخش پارامترهای دلخواه برای نشان دادن این رفتارهای ورق انتخاب شده است و تفاوت میان این دو حالت بررسی شده است.

### ۳-۲-۱- رفتار رچتینگ در حالت R1

در این بخش، پارامترهای  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  در مقدار ۰/۸ و ۱/۵ در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به نمودار بیر، انتظار می‌رود که ورق ساده تحت بارگذاری محوری و بارگذاری حرارتی سیکلی با دما و فشار بدست آمده از این نسبت‌ها، رفتار رچتینگ در حالت R1 را نشان دهد. نمودار تنش-کرنش برای این حالت در شکل ۸ نشان داده شده است.

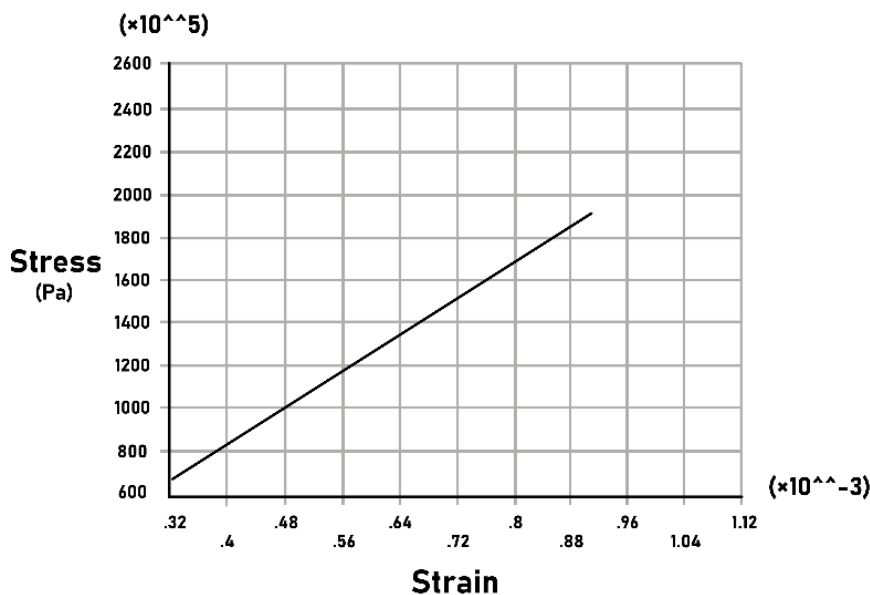
با توجه به شکل ۸، از آن جا که بار ثابت محوری بر ورق اثر می‌کند، نمودار از یک مقدار تنش غیر صفر شروع می‌شود و بار حرارتی سیکلی منجر به ایجاد انباشتگی کرنش‌ها و پدیده‌ی رچتینگ می‌شود. در نیمه اول سیکل ابتدایی که بار حرارتی اثر می‌کند، کرنش بزرگی بدست می‌آید. در واقع می‌توان اینطور نتیجه گرفت که رفتار پلاستیک در نیمه اول تمامی سیکل‌ها اتفاق می‌افتد. نیمه‌های اول سیکل‌ها به معنی بارگذاری حرارتی و نیمه‌های دوم سیکل‌ها به معنی

می‌توان به طور دلخواه انتخاب کرد. با توجه به مرزبندی‌های انجام شده در نمودار بیر که در شکل ۳ نشان داده شده است، می‌توان رفتار ورق را پیش‌بینی کرد و در این پژوهش هدف نشان دادن همین موضوع است. لازم به ذکر است که اگرچه تحلیل انجام شده در این پژوهش بر مبنای نمودار بیر در سال ۱۹۶۷ است، اما محققان بسیاری در پژوهش‌های نوین با استناد بر همین مقاله بیر [۲۹] رفتار رچتینگ را بررسی کردند [۳۶،۳۷]. راستی آزمایشی نتایج مقاله نیز بر اساس نمودار بیر در شکل ۴ است و نتایج به دست آمده با آن تطبیق داده شده است.

### ۳-۱- رفتار الاستیک

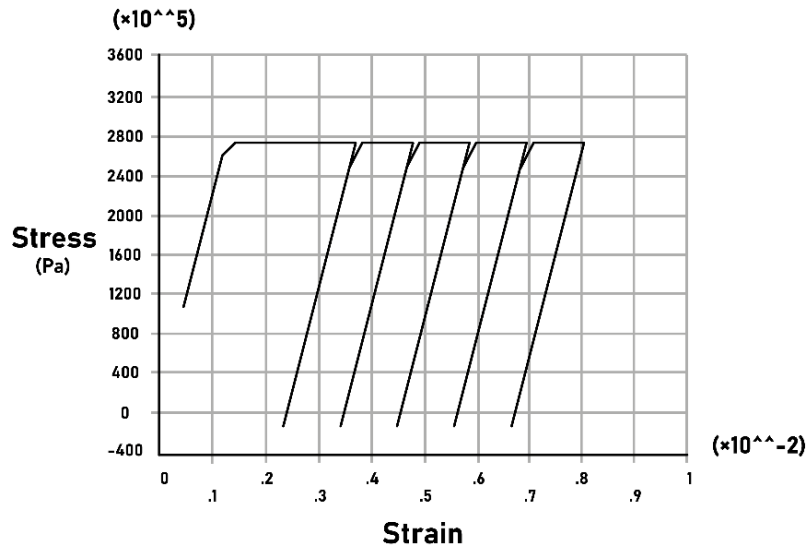
در ابتدا ناحیه‌ی الاستیک نمودار بیر در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  به طور دلخواه انتخاب می‌شوند و در این جا به ترتیب ۰/۵ و ۰/۲ می‌باشند. با توجه به نمودار بیر، انتظار می‌رود که ورق رفتار الاستیک از خود نشان دهد که به همین صورت نیز است و حالت آن در شکل ۷ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۷، واضح است که رفتار ورق، طبق مرزبندی‌های انجام شده به صورت الاستیک است و انتظار می‌رود که در مقادیر بالاتر، ورق رفتارهای متفاوت‌تری را نشان دهد.



شکل ۷- رفتار الاستیک ورق در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/5$ ،  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 0/2$





شکل ۸- رفتار رچتینگ ورق در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/8, \frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 1/5$

حرارتی بیش از کرنش پلاستیک در حین حذف بار حرارتی است و بدین ترتیب رفته رفته رفتار رچتینگ در این حالت شکل می‌گیرد. اختلاف اصلی میان دو ناحیه R1 و R2 در ناحیه‌ی تسلیم است. در واقع در حالت R1 تنها تسلیم کششی رخ می‌دهد، اما در حالت R2 هم تسلیم کششی و هم فشاری ایجاد می‌شود.

### ۳-۳- رفتار تکانه

تکانه به حالتی اطلاق می‌شود که با توجه به آن ورق پس از اولین کرنش پلاستیک، رفتار الاستیک از خود نشان دهد. در نمودار بیبری این رفتار به دو حالت به نام S1 و S2 تقسیم شده است که در ادامه تشابه و تفاوت رفتار ورق در این دو حالت شرح داده می‌شود.

### ۳-۳-۱- رفتار تکانه در حالت S1

در این بخش، به منظور ایجاد رفتار تکانه در حالت S1 برای ورق مورد نظر، از پارامترهای  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  در مقدار ۰/۵ و ۱ استفاده می‌شود که نتیجه آن در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

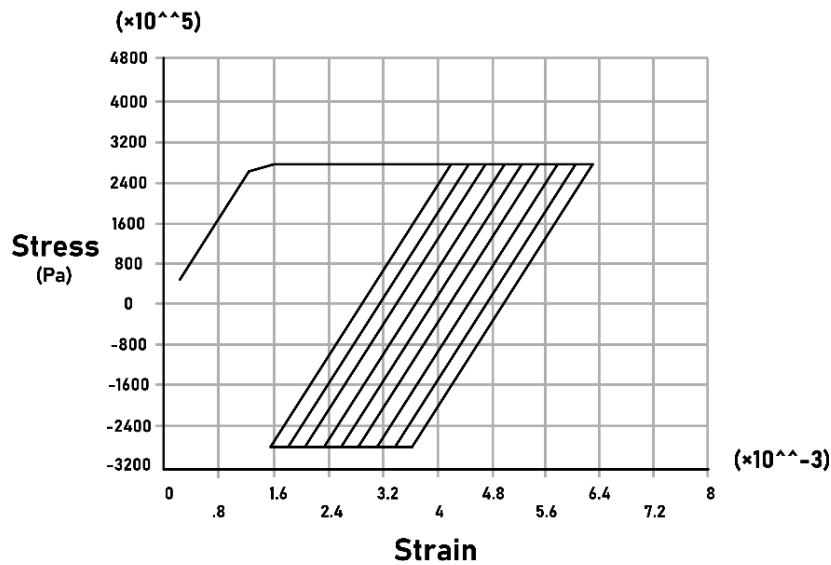
با توجه به شکل ۱۰، رفتار تکانه ورق نشان داده شده است که در اینجا رفتار الاستیک پس از ایجاد کرنش پلاستیک در ورق رخ می‌دهد و تنش تنها در حالت کششی وجود دارد.

برداشتن بار حرارتی است و ورق در این مواقع رفتار الاستیک از خود نشان می‌دهد؛ همچنین کرنش رچتینگ بدست آمده در سیکل اول، بزرگ‌تر از سیکل‌های بعدی است، اما در سیکل‌های بعدی با هم برابر می‌باشند. لازم به ذکر است که تغییر شکل پلاستیک بدست آمده در سیکل اول برابر با کرنش کل سیکل‌های بعدی است. در واقع اختلاف در تنش تسلیم با توجه به بار حرارتی کششی و تنش ابتدایی ناشی از بارمحوری برابر با اختلاف تنش نهایی با توجه به بار حرارتی فشاری و تنش ابتدایی ناشی از بار محوری است.

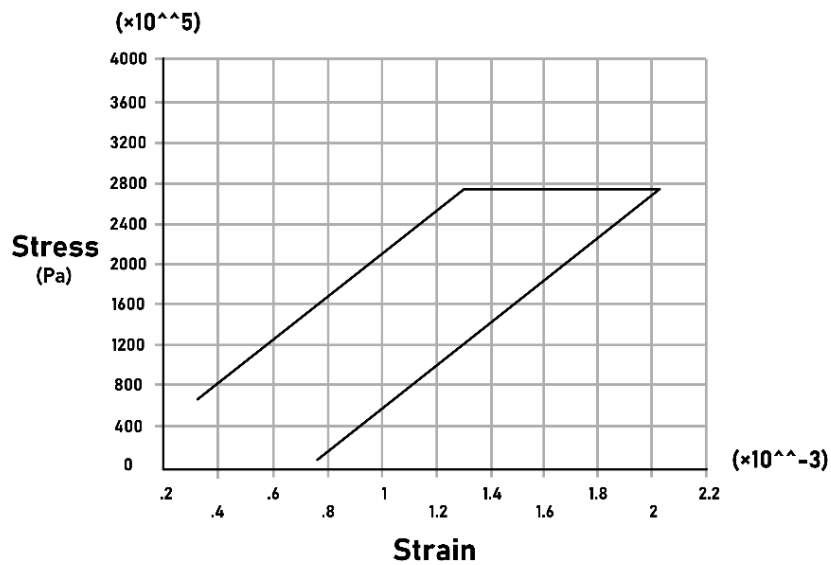
### ۳-۲-۲- رفتار رچتینگ در حالت R2

در این بخش پارامترهای  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  در مقدار ۰/۳۶۶ و ۳ می‌باشند و هدف شبیه‌سازی رفتار رچتینگ در حالت R2 است. مرزبندی‌های R1 و R2 بخشی از رفتار رچتینگ می‌باشند که تفاوت این دو مشخص شده است.

با توجه به شکل ۹، یکی از مهمترین تشابهات حالت R2 با حالت R1 این است که کرنش رچتینگ در سیکل اول بزرگ‌تر از بقیه‌ی سیکل‌ها است. تفاوت میان این دو حالت این است که در ناحیه R1 مجموع تنش ماکزیمم فشاری و کششی یک مقدار مثبت است، در حالی که در حالت R2، که هم تنش کششی و هم تنش فشاری وجود دارد، مجموع حداکثر تنش در حالت فشاری و کششی صفر است. لازم به ذکر است که کرنش پلاستیک در حین اعمال بارگذاری



شکل ۹- رفتار رچتینگ R2 ورق در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/366$ ,  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 3$



شکل ۱۰- رفتار تکانه S1 ورق در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/5$ ,  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 1$

دارد، اما در حالت S2 هم تنش فشاری و هم کششی وجود دارد.

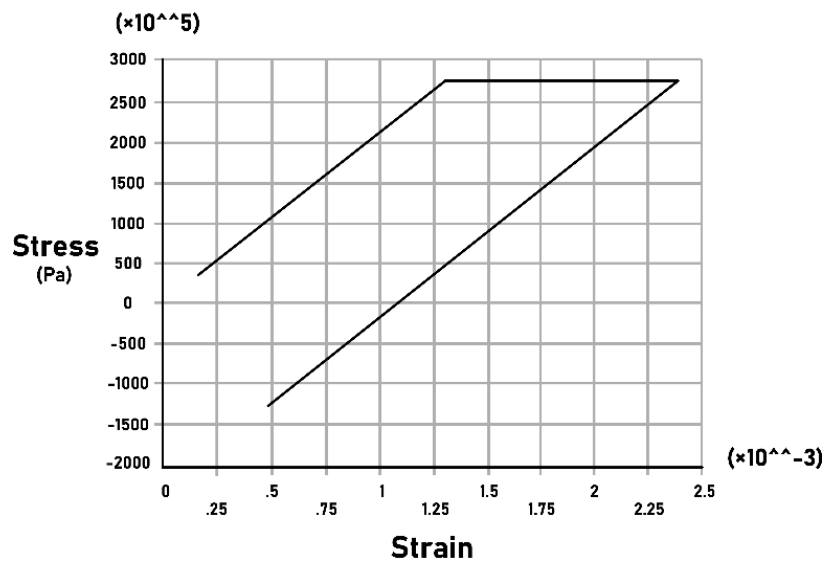
#### ۴-۳- رفتار پلاستیک

رفتار پلاستیک نیز در نمودار بیر نشان داده شده است و برای رسیدن به این ناحیه مقادیر  $0/2$  و  $3$  برای پارامترهای  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  انتخاب می‌شوند.

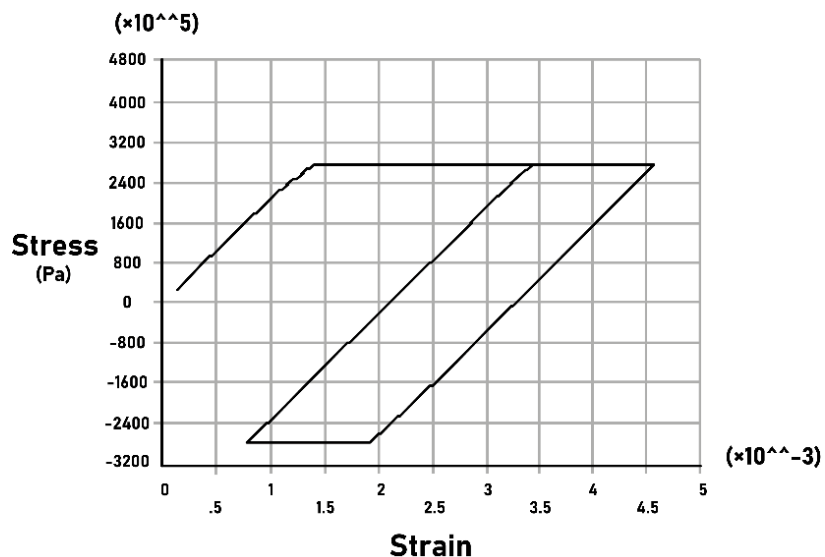
#### ۲-۳-۳- رفتار تکانه در حالت S2

در این بخش پارامترهای  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y}$  در مقدار  $0/25$  و  $1/5$  در نظر گرفته شده‌اند تا رفتار تکانه در حالت S2 بدست بیاید.

با یک مقایسه کوتاه بین دو شکل ۱۰ و ۱۱ به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که رفتار ورق در هر دو مورد یکسان است؛ اما یک تفاوت مهم نیز دارند که آن حالت تنش‌ها در ناحیه S1 و S2 است. در حالت S1 فقط تنش کششی وجود



شکل ۱۱- رفتار تکانه S2 ورق در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/25, \frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 1/5$



شکل ۱۲- رفتار رجتینگ P ورق در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/2, \frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 3$

### ۳-۵- ورق در ابعاد هندسی مختلف

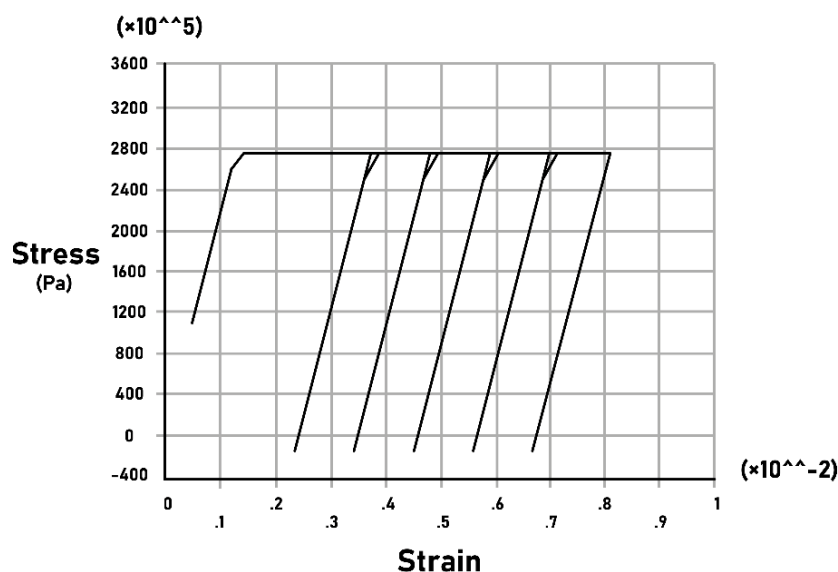
تمام نتایجی که در شکل‌های ۸ تا ۱۲ نشان داده شدند بر مبنای تحلیل ورق با ابعاد دو متر در دو متر بود. نکته مهمی که در این پژوهش وجود دارد، این است که ابعاد هندسی در این تحلیل‌ها اهمیت چندانی ندارند و می‌توان از همین ورق در ابعاد بزرگ‌تر نیز برای تحلیل رفتار رجتینگ و تکانه با توجه به نمودار بیری استفاده کرد. به عنوان مثال در یک حالت، ابعاد ورق به مقدار ۴ متر در ۴ متر در نظر گرفته

با توجه به شکل ۱۲، واضح است که رفتار پلاستیک سیکنی معکوس پس از اولین نیمه‌ی سیکل رخ می‌دهد. بر خلاف رفتار رجتینگ، کرنش پلاستیک در حین بارگذاری حرارتی سیکنی برابر با کرنش پلاستیک در حین حذف بار حرارتی سیکنی است و با توجه به این شرایط هیچ کرنش رجتینگی وجود ندارد. لازم به ذکر است که در صنعت، طراحی باید در ناحیه‌ی رجتینگ انجام شود و در این حالت طراحی ایده آل است.

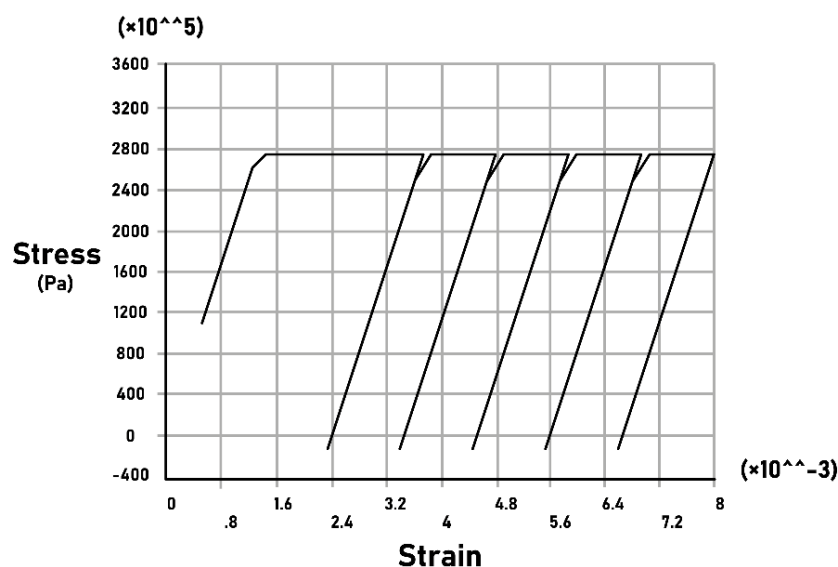
با توجه به شکل ۱۴، مشخص است که رفتار رچتینگ در ورق با ابعاد جدید، تفاوتی با ورق دو متر در دو متر و ورق چهار متر در چهار متر ندارد و هر دو یک روند مشابه را نشان می‌دهند و تنها در مقدار کرنش تفاوت دارند. این روند برای حالت‌های دیگر مانند الاستیک و تکانه نیز تفاوتی ندارد.

می‌شود و رفتار رچتینگ آن در ناحیه‌ی R1 با همان بارگذاری و همان جنس تحلیل می‌شود.

با توجه به شکل ۱۳، مشخص است که علی‌رغم دو برابر کردن ابعاد ورق، رفتار رچتینگ در ورق تغییری نکرده است؛ همچنین می‌توان ابعاد ورق را در حالت ۲ متر در ۴ متر در نظر گرفت که هندسه آن مستطیلی شود. در این جا نیز باز هم رفتار رچتینگ در حالت R1 در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱۳- رفتار رچتینگ R1 ورق دو متر در دو متر در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/8$ ;  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 1/5$



شکل ۱۴- رفتار رچتینگ R1 ورق دو متر در چهار متر در حالت  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = 0/8$ ;  $\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = 1/5$

## ۴- نتیجه گیری

به طور خلاصه در این پژوهش، رفتار رچتینگ، تکانه، الاستیک و پلاستیک ورق ساده از جنس فولاد کربن S275 در ابعاد دو متر در دو متر مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است و برای این کار از روش اجزای محدود استفاده شده است. تمامی رفتارهای ذکر شده در فوق با توجه به نمودار بیبری بررسی شده‌اند. مهمترین نتایج بدست آمده در این پژوهش به شرح زیر است:

- با توجه به شکل ۸ و ۹، پارامترهای انتخاب شدهی  $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_p}{\sigma_y}$  از نمودار بیبری برای رفتار رچتینگ نتیجه‌ی معتبری را ارائه می‌دهند. دو نوع حالت برای رفتار رچتینگ به نام R1 و R2 وجود دارد که تفاوت عمده‌ی این دو این است که در حالت R1 مجموع تنش فشاری و کششی ماکزیمم یک مقدار مثبت، اما در حالت R2 مجموع تنش ماکزیمم فشاری و کششی صفر است. لازم به ذکر است که در حالت R1 تنها تسلیم کششی ایجاد می‌شود، اما در حالت R2 هم تسلیم در حالت کششی و هم تسلیم در حالت فشاری وجود دارد. همچنین در هر دو حالت کرنش رچتینگ در سیکل اول بزرگتر از سیکل‌های بعدی است. با توجه به شکل‌های ۱۰ و ۱۱، رفتار تکانه نیز در دو حالت S1 و S2 نشان داده شده است که تنها تفاوت بین این دو حالت این است که در S2 تنش فشاری و کششی هر دو وجود دارد، اما در S1 تنها تنش کششی وجود دارد.

- در بیشتر نتایج رچتینگ، کرنش ابتدایی بزرگتر از کرنش‌های بعدی است. با توجه به این که بار ثابت محوری همواره بر ورق اثر دارد، نمودار از یک مقدار تنش غیر صفر شروع می‌شود و بار حرارتی سیکلی منجر به ایجاد انباشتگی کرنش‌ها و پدیده رچتینگ می‌شود. لازم به ذکر است که رفتار پلاستیک در نیمه اول تمامی سیکل‌ها اتفاق می‌افتد.

- با توجه به نتایج بدست آمده (شکل ۷-۱۴) و مقایسه آن‌ها با نمودار بیبری می‌توان به این نتیجه رسید که این نمودار قابلیت خوبی در پیش‌بینی

رفتار مکانیکی ورق مورد نظر تحت بارگذاری‌های محوری و حرارتی سیکلی دارد.

- مهم‌ترین نتیجه‌ی کاربردی در این پژوهش این است که در آخر مشخص شد از هر ورق با هر جنس و ابعادی می‌توان برای تحلیل رفتارهای نشان داده شده در نمودار بیبری استفاده کرد که این موضوع در شکل ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. در این پژوهش ورق با ابعاد چهار متر در چهار متر و دو متر در چهار متر با هندسه مستطیل شکل نیز مورد بررسی قرار گرفته است؛ در نتیجه تحت شرایط مشخص شده در این پژوهش، می‌توان رفتار انواع ورق‌ها را در مقادیر دما و فشار مختلف با استفاده از نمودار بیبری پیش‌بینی کرد.

در این پژوهش به منظور ساده سازی تحلیل، رفتار مکانیکی مواد مستقل از دما در نظر گرفته شده است، در حالی که تغییرات خواص مکانیکی مواد در تنش‌های حرارتی شدید قابل توجه است. لازم به ذکر است که در پژوهش‌های آینده می‌توان اثرات دما بر خواص مکانیکی مواد را نیز در نظر گرفت و رفتار دقیق تری از مواد را پیش‌بینی کرد؛ همچنین می‌توان مدل‌های سخت شوندگی دیگر را نیز برای این تحلیل مورد بررسی قرار داد و یا هندسه و جنس ورق را تغییر داد.

## ۵- مراجع

- [1] Updike D (1975) Thermal ratcheting under biaxial stress states. Nucl Eng Des 33(3): 387-397.
- [2] Feigenbaum HP, Dugdale J, Dafalias YF, Kourousis KI, Plesek J (2012) Multiaxial ratcheting with advanced kinematic and directional distortional hardening rules. Int J Solid Struct 49(22): 3063-3076.
- [3] Shen J, Chen H, Liu Y (2018) A new four-dimensional ratcheting boundary: Derivation and numerical validation. Eur J Mech A-Solid 71: 101-112.
- [4] Abdalla H (2019) Effect of wall thinning on the shakedown interaction diagrams of 90-degree back-to-back bends subjected to simultaneous steady internal pressures and cyclic in plane bending moments. Thin-Wall Struct 144: 106228.
- [5] Moslemi N, Zardian MG, Ayob A, Redzuan N, Rhee S (2019) Evaluation of sensitivity and

- hardening plastic potential. *J Mech Phys Solid* 27(3): 213-229.
- [19] Jiang Y, Kurath P (1996) Characteristics of the Armstrong-Frederick type plasticity models. *Int J Plast* 12(3): 387-415.
- [20] Palgen L, Drucker D (1983) The structure of stress-strain relations in finite elasto-plasticity. *Int J Solids Struct*. 19(6): 519-531.
- [21] Ohno N, Wang J (1993) Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: formulation and basic features for ratchetting behavior. *Int J Solids Struct* 9(3): 375-390.
- [22] Chen X, Jiao R, Kim K (2005) On the Ohno Wang kinematic hardening rules for multiaxial ratcheting modeling of medium carbon steel. *Int J Plast* 21: 161-184.
- [23] Chaboche JL (1994) Modeling of ratchetting: evaluation of various approaches. *Eur J Mech A-Soli*. 13: 501-518.
- [24] Chen X, Chen H, Zhao L (2019) Ratcheting behavior of pressurized corroded straight pipe subjected to cyclic bending. *Thin-Wall Struct* 145: 106410.
- [25] Wada H, Igari T, Kitade S (1989) Prediction method for thermal ratcheting of a cylinder subjected to axially moving temperature distribution. *Trans Jpn Soc Mech Eng A* 55(512): 985-993.
- [26] Angiolini M, Aiello G, Matheron P, Pilloni L, Giannuzzi G (2016) Thermal ratcheting of a P91 steel cylinder under an axial moving temperature distribution. *J Nucl Mater* 472: 215-226.
- [27] Paul SK, Sivaprasad S, Dhar S, Tarafder S (2010) Ratcheting and low cycle fatigue behavior of SA333 steel and their life prediction. *J Nucl Mater* 401(1-3): 17-24.
- [28] Hassan T, Kyriakides S (1992) Ratcheting in cyclic plasticity, part I: Uniaxial behavior. *Int J Plast* 8(1): 91-116.
- [29] Bree J (1967) Elastic-plastic behaviour of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements. *J Strain Anal* 2(3): 226-238.
- [30] Resapu RR, Perumhanthi LR (2021) Numerical study of bilinear isotropic & kinematic elastic-plastic response under cyclic loading. *Mater Today Proc* 39: 1647-1654.
- [31] Sahoo P, Chatterjee B, Adhikary D (2010) Finite element based elastic-plastic contact behavior of a sphere against a rigid flat-effect of strain hardening. *Int J Eng Technol* 2(1): 1-6.
- [32] Damadam M, Moheimani R, Dalir H (2018) Bree's diagram of a functionally graded thick-walled cylinder under thermo-mechanical loading calibration of the chaboche kinematic hardening model parameters for numerical ratcheting simulation. *Appl Sci* 9: 2578.
- [6] Mehrabi H (2014) Experimental study of ratcheting influence on fatigue life of Ck45 in uniaxial cyclic loading. *Modares Mechanical Engineering* 13(10): 75-83.
- [۷] شریعتی م، نژاد جی (۲۰۱۵) تحلیل تجربی رفتار رچتینگ لوله پلیاستال تحت بارگذاری متناوب تک محوره و فشار داخلی. مهندسی مکانیک امیرکبیر.
- [8] Groß-Weege J, Weichert D (1992) Elastic-plastic shells under variable mechanical and thermal loads. *Int J Mech Sci* 34(11): 863-880.
- [9] Megahed M (1981) Influence of hardening rule on the elasto-plastic behaviour of a simple structure under cyclic loading. *Int J Mech Sci* 23(3): 169-182.
- [10] Auricchio F, Taylor RL (1995) Two material models for cyclic plasticity: nonlinear kinematic hardening and generalized plasticity. *Int J Plast* 11(1): 65-98.
- [11] Abdel-Karim M, Ohno N (2000) Kinematic hardening model suitable for ratchetting with steady-state. *Int J Plast* 16(3-4): 225-240.
- [12] Kang G, Kan Q (2007) Constitutive modeling for uniaxial time-dependent ratcheting of SS304 stainless steel. *Mech Mater* 39(5): 488-499.
- [13] Yu D, Chen G, Yu W, Li D, Chen X (2012) Visco-plastic constitutive modeling on Ohno-Wang kinematic hardening rule for uniaxial ratcheting behavior of Z2CND18. 12N steel. *Int J Plast* 28(1): 88-101.
- [14] Bradford R, Ure J, Chen H (2014) The Bree problem with different yield stresses on-load and off-load and application to creep ratcheting. *Int J Pressure Vessels Piping* 113: 32-39.
- [15] Ziya-Shamami M, Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Khodarahmi H (2021) Experimental investigation of large plastic deformation of single-and multi-layered circular aluminum plates under repeated uniform impulsive loading. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 11(1): 123-137.
- [16] Sagar V, Payne D (1975) Incremental collapse of thick-walled circular cylinders under steady axial tension and torsion loads and cyclic transient heating. *J Mech Phys Solid* 23(1): 39-53.
- [17] Megahed MM (1990) Influence of hardening rule on prediction of cyclic plasticity in pressurized thin tubes subjected to cyclic push-pull. *Int J Mech Sci* 32(8): 635-652.
- [18] Shiratori E, Ikegami K, Yoshida F (1979) Analysis of stress-strain relations by use of an anisotropic

- thermal stresses. *Int J Mech Sci* 31(11-12): 865-892.
- [36] Ezzati M, Naghipour M, Zeinoddini M, Zandi A, Elyasi M (2021) Strain ratcheting failure of dented steel submarine pipes under combined internal pressure and asymmetric inelastic cycling. *Ocean Eng* 219: 108336.
- [37] Cho NK, Chen H (2018) Shakedown, ratchet, and limit analyses of 90 back-to-back pipe bends under cyclic in-plane opening bending and steady internal pressure. *Eur J Mech A-Solid* 67: 231-242.
- considering nonlinear kinematic hardening. *Case Stud Therm Eng* 12: 644-654.
- [33] Ure J, Chen H, Li T, Chen W, Tipping D, Mackenzie D (2011) A direct method for the evaluation of lower and upper bound ratchet limits. *Procedia Eng* 10: 356-361.
- [34] Gardner L, Cruise RB, Sok CP, Krishnan K, Ministro Dos Santos J (2007) Life-cycle costing of metallic structures. *J Inst Civ Eng-Eng Sustainability*, Thomas Telford Ltd 167-177.
- [35] Bree J (1989) Plastic deformation of a closed tube due to interaction of pressure stresses and cyclic