



## تحلیل خزش اولیه کره نانو کامپوزیتی جدار ضخیم، تحت بارگذاری حرارتی، مغناطیسی و مکانیکی بر اساس مدل ویسکوالاستیک برگر

هادی محمدی هویه<sup>۱\*</sup>، علیرضا نداف اسکویی<sup>۲</sup> و مصطفی سیاح بادخور<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> مدرس دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، سمنان

<sup>۲</sup> دانشیار دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، سمنان

<sup>۳</sup> مدرس دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، سمنان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۲/۱۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۰۱/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲

### چکیده

در این مقاله با استفاده از مدل برگر به بررسی تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌های خزشی کره جدار ضخیم نانوکامپوزیتی ساخته شده از پلی ایمید تقویت شده با نانو ذرات دی اکسید سیلیکون پرداخته شده است. بارگذاری کره، شامل میدان‌های یکنواخت حرارتی و مغناطیسی به همراه فشار هیدرواستاتیک داخلی می‌باشد. با استفاده از روابط الاستیسیته، معادله ساختاری حاکم بر مسئله به دست می‌آید. حل این معادله با در نظر گرفتن شرایط مرزی مکانیکی، در لحظه صفر منجر به یافتن تنش‌ها و کرنش‌های ترموالاستیک می‌گردد. این تنش‌ها در مرحله ابتدایی حل خزش مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرند. با مشتق‌گیری زمانی از معادله حاکم بر مسئله و استفاده از مدل ساختاری برگر و ارتباط بین این مدل و روابط پرانتل-روس، معادله دیفرانسیل جدید حاکم بر مسئله در حالت خزشی حاصل می‌شود. حل این معادله با استفاده از روش عددی نرخ تنش، تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌های خزشی را فراهم می‌نماید. نتایج این پژوهش نشان می‌دهند که بیشترین مقدار تنش مؤثر و کرنش‌های خزشی در جداره داخلی کره اتفاق می‌افتد. همچنین مرحله اول خزش که تا حدود ۱۰۰۰ ثانیه به طول می‌انجامد با بیشترین سرعت تغییرات تنش‌ها و کرنش‌ها همراه بوده و بعد از این مرحله تنش‌ها و کرنش‌ها وارد مرحله پایدار شده و با سرعت تقریباً یکنواختی تغییر می‌نمایند.

**کلمات کلیدی:** کره نانو کامپوزیتی؛ خزش اولیه؛ مدل برگر؛ تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌ها.

## Primary Creep Analysis of Nanocomposite Thick-Walled Sphere Under Thermal, Magnetic and Mechanical Loading Using Viscoelastic Bergurs Model

H. Mohammadi Hooyeh<sup>1,\*</sup>, A. Naddaf Oskouei<sup>2</sup>, M. Sayah Badkhor<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Lecturer, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Semnan, Iran.

<sup>2</sup> Associate Professor, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Semnan, Iran.

<sup>3</sup> Lecturer, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Semnan, Iran.

### Abstract

In this study, stresses and strains history of nanocomposite thick walled sphere which is made of Polyimide reinforced by SiO<sub>2</sub> nanoparticles are investigated using the viscoelastic Bergurs model. Loading of sphere includes the thermal and magnetic uniform field under hydrostatic inner pressure. Constitutive model of the problem based on elasticity relationship is obtained. Solving this equation with respect to mechanical boundary conditions leads to stresses and strains at zero time so called thermo-elastic solution in which these stresses are used at beginning creep problem procedure. With differentiating of constitutive differential equation with respect of time and using relationship between Bergurs model and Prandtl-Reuss relations drives a new constitutive equation for creep. History of stresses and strains are provided by solving this equation using numerical strain rate method. Results show that maximum effective stress and creep strains occurs at inner surface. Also the primary creep stage occurs up to 1000 second with quick change of stresses and strains. After this stage the value of stresses and strains change with uniform speed.

**Keywords:** Nanocomposite Sphere; Primary Creep; Bergurs Model; History of Stresses and Strains.

## ۱- مقدمه

یکی از مهمترین پلیمرهای مقاوم به حرارت پلی ایمیدها (PIs) هستند. این نوع پلیمرها به علت خواص مکانیکی فوق‌العاده در محیط‌های مختلف دمایی از مهمترین مواد مورد استفاده مهندسان می‌باشند. با افزودن برخی نانوذرات به این پلیمرها می‌توان باعث کاهش اثر ضریب انبساط حرارتی و همچنین افزایش خواص مکانیکی همانند چقرمگی شکست و استحکام کششی آنها گردید. به این پلیمرهای تقویت شده با نانوذره، نانو کامپوزیت‌های معدنی می‌گویند [۱-۴]. با توجه به اهمیت استفاده این نوع مواد در دماهای بالا تحلیل خزش این مواد از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه تحلیل خزش صورت گرفته است. لاو و همکارانش [۵] در سال ۲۰۰۲ به مدلسازی رفتار خزشی مخازن تحت فشار فولادی پرداختند. ارائه توزیع تنش‌های الاستیک حرارتی در جداره، توزیع تنش‌های مؤثر فن میسر برای سطوح مختلف و همچنین توزیع تنش‌های مؤثر نورتون در طول زمان از مهمترین نتایج ایشان به‌شمار می‌رود. قربانپور و همکارانش [۶] تأثیرات خزش وابسته به زمان، بر روی رفتارهای الکتروترمو مکانیکی یک کره پیزوالکتریک را بررسی کردند. آنها از یک روش عددی برای محاسبه تاریخچه تنش‌ها، پتانسیل الکتریکی و جابه‌جایی در یک کره جدار ضخیم توخالی که تحت فشار داخلی و میدان دمایی قرار داشت، استفاده نمودند. روش استفاده شده، بر مبنای روش مندلسون استوار است که تغییرات تنش، جابه‌جایی و پتانسیل الکتریکی را در طی زمان، در طول ضخامت کره پیش‌بینی می‌نماید. دای و همکارانش [۷] تأثیرات بارگذاری مغناطیسی و حرارتی را بر روی رفتار ترموالاستیک مخازن استوانه‌ای و کره‌ای جدار ضخیم که از مواد هدفمند ساخته شده‌اند را بررسی نمودند. تحلیل خزش کره‌های پیزوالکتریک هدفمند تحت بارگذاری الکتروترمو مکانیکال نیز توسط لقمان و مرادی [۸] بررسی گردید. آنها با استفاده از مدل ساختاری نورتن باز توزیع تنش‌های مؤثر و پتانسیل الکتریکی را در طول فرآیند خزش بررسی نمودند و نشان دادند که با اعمال پتانسیل الکتریکی می‌توان میزان تنش مؤثر اعمالی بر کره را کاهش داد. لقمان و اعظمی [۹] یک حل جدید تحلیلی- عددی برای دیسک دوار پیزوالکتریک از جنس پلیمر ارائه

نمودند. آنها رفتار خزشی مواد را به صورت غیرخطی در نظر گرفتند و نشان دادند که نتایج حاصل از حل تحلیلی قرابت خوبی با نتایج عددی دارد. تحلیل خزش استوانه‌های جدار ضخیم از جنس مواد مدرج تابعی که تحت یک میدان حرارتی قرار دارد توسط داوودی کشکولی و زمانی نژاد انجام شد [۱۰]. آنها با استفاده از روش نرخ تنش و به‌کارگیری بسط تیلور، توزیع تنش‌های مماسی و شعاعی را برای گذشت ده ساعت از فرآیند خزش ارائه نمودند. آنها در اقدامی مشابه رفتار خزشی استوانه‌های چرخان هدفمند، تحت میدان حرارتی را بررسی نمودند. آنها توزیع تنش‌ها، کرنش‌ها و جابجایی شعاعی را برای ثوابت مختلف غیرهمگنی ماده، ارائه نمودند [۱۱]. حسینی کردخیلی و لیوانی [۱۲] رفتار خزشی دیسک دوار با ضخامت متغیر که تحت شرایط مرزی مختلف قرار دارد را بررسی نمودند. آنها نشان دادند که تغییرات دما تأثیر قابل توجهی بر روی نرخ‌های خزش دیسک دوار هدفمند دارد. وکیلی تهامی و همکاران [۱۳] در اقدامی جدید با استفاده از الگوریتم ژنتیک و براساس رفتار خزشی ماده به طراحی بهینه چندهدفه دیسک دوار هدفمند با خواص وابسته به دما پرداختند. آنها این کار را با اهدافی چون کاهش وزن و افزایش ضریب اطمینان کمینه انجام دادند.

در تمامی پژوهش‌های گذشته تحلیل خزش به طور اجمالی برای هر سه ناحیه خزش انجام گرفته است و یا اینکه خزش در ناحیه پایدار بررسی شده است. اما از آنجا که ناحیه اولیه منحنی خزش با کم شدن آهنگ خزش و بیشترین سرعت تغییرات همراه است، تحلیل این ناحیه از اهمیت فراوانی برخوردار است. لذا در این پژوهش رفتار خزش کره جدار ضخیم نانو کامپوزیتی تحت میدان حرارتی، مغناطیسی و مکانیکی به طور موشکافانه برای ناحیه اولیه بررسی شده است. در ادامه مسئله برای مرحله ثانویه (حالت پایدار) نیز بررسی شده و با حالت اولیه مقایسه شده است. همچنین تاکنون رفتار خزشی پلی ایمیدهای تقویت شده با نانو ذرات سیلیکا مورد بررسی قرار نگرفته است. بدین منظور برای تحلیل خزش چنین موادی از مدل ساختاری برگر برای توصیف رفتار خزشی ماده استفاده گردیده است.

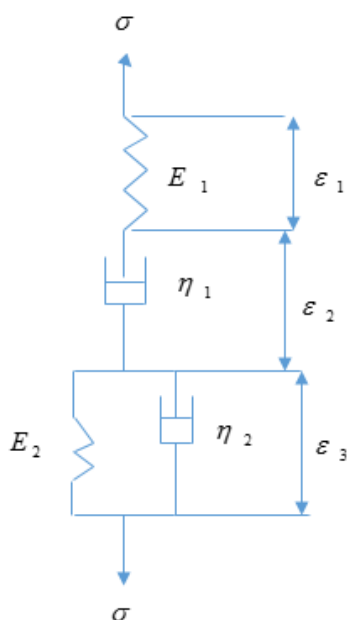
## ۲- هندسه، شرایط بارگذاری و مدل ساختاری

## ۲-۱- هندسه و بارگذاری

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (2)$$

که در روابط (۱) و (۲)،  $E_1$  و  $E_2$  مدول الاستیسیته و  $\eta_1$  و  $\eta_2$  ضرایب ویسکوز وابسته به زمان هستند. همچنین  $\varepsilon_1$  و  $\varepsilon_2$  کرنش‌های الاستیک و ویسکوز بوده که بیانگر مدل ماکسول می‌باشند.  $\varepsilon_3$  نیز که معرف مدل کلونین-ویت می‌باشد، کرنش ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد. با استفاده از روابط (۱) و (۲) تحت شرایط اولیه  $t = 0$  مدل ساختاری به صورت زیر به دست می‌آید [۱۴] و [۱۵]:

$$\varepsilon(\sigma, t) = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \frac{\sigma}{\eta_1} t, \quad \tau = \frac{\eta_2}{E_2} \quad (3)$$



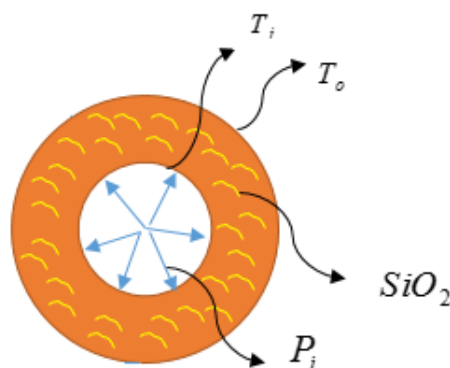
شکل ۲- مدل برگر با المان‌های فنر و دمپر

در رابطه (۳)،  $\tau$  زمان تأخیری بوده که از مدل کلونین-ویت به دست می‌آید. با مشتق‌گیری از رابطه (۳) نرخ کرنش به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}(\sigma, t) = \frac{\sigma}{\eta_1} + \frac{\sigma}{\eta_2} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4)$$

کلیه اطلاعات مربوط به مدل برگر با استفاده از آزمایش وانگ و ژائو [۱۶] بر روی پلی ایمیدها حاصل گردید. در این پژوهش از داده‌های مربوط به آزمایش نانو کامپوزیت با درصد ترکیبی دی‌اکسید سیلیکون به میزان ۱٪ استفاده شده است که اطلاعات مربوط به آن در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

یک کره جدارضخیم نانو کامپوزیتی ساخته شده از پلی ایمید تقویت شده با ذرات دی‌اکسید سیلیکون با شعاع داخلی  $r_i$  و شعاع خارجی  $r_o$  در نظر گرفته شده است. این کره در معرض میدان دمایی یکنواخت با دمای سطح داخلی  $T_i$  و خارجی  $T_o$  و میدان یکنواخت مغناطیسی  $\varphi$  می‌باشد. همچنین کره مورد نظر تحت فشار داخلی  $P_i$  قرار دارد. شکل ۱ سطح مقطعی از کره به همراه بارگذاری‌های مسئله را نشان می‌دهد.



شکل ۱- سطح مقطعی از کره نانو کامپوزیتی تقویت شده با ذرات دی‌اکسید سیلیکون

## ۲-۲- مدل ساختاری

برای پیش‌بینی رفتار خزشی مواد در بلندمدت از معادلات و اطلاعات به دست آمده از آزمایشات شتاب‌دار در مدت زمان کوتاه استفاده می‌شود. دو مدل برگر و فایندلی<sup>۱</sup> که از نتایج حاصل از این آزمایش‌ها به دست می‌آیند، به طور وسیعی برای پیش‌بینی رفتار خزشی مواد پلیمری استفاده می‌شود. مدل برگر که در این پژوهش نیز مورد استفاده قرار گرفته است به صورت مجموعه ترکیبی از دو مدل ماکسول<sup>۲</sup> و کلونین-ویت<sup>۳</sup> می‌باشد. در شکل ۲ نمایش المان‌های فنر و دمپری این مدل مشاهده می‌شود. رابطه (۱) در این مدل برای تنش اعمالی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sigma = E_1 \varepsilon_1 = \eta_1 \dot{\varepsilon}_2 = E_2 \varepsilon_3 + \eta_2 \dot{\varepsilon}_3 \quad (1)$$

همچنین کرنش کل طبق این مدل به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود:

<sup>1</sup> Findley

<sup>2</sup> Maxwell

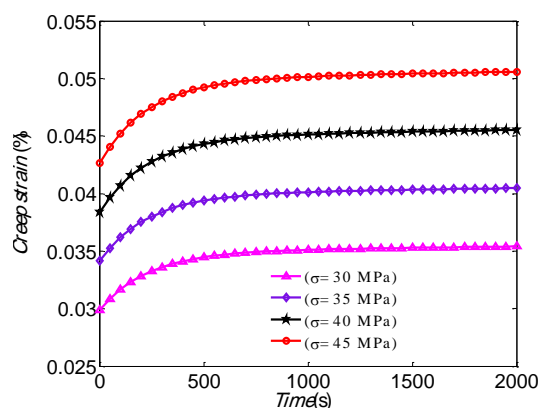
<sup>3</sup> Kelvin-Voigt

جدول ۱- پارامترهای خزش مربوط به نانو کامپوزیت با ۱٪

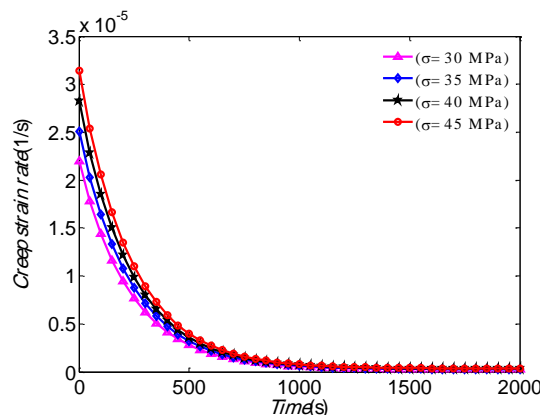
دی اکسید سیلیکون [۱۶]

$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$\eta_1 (\times 10^5 \text{GPas})$	$\eta_2$ (GPas)	$\tau$ (s)
۱/۱۷۲	۶/۹۰۸	۱/۴۴	۱۶۱۱	۲۲۳/۳

منحنی‌های کرنش و نرخ کرنش خزشی به دست آمده توسط تست‌های خزش کوتاه مدت بر روی نانو کامپوزیت مذکور برای تنش‌های متفاوت در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده‌اند. دو ناحیه از سه ناحیه منحنی خزش در این دو شکل به طور واضح مشاهده می‌شود. خزش اولیه تا زمان نزدیک به ۱۰۰۰ ثانیه اتفاق می‌افتد که در طول آن نرخ کرنش خزشی پیوسته کاهش می‌یابد. مرحله ثانویه از زمان ۱۰۰۰ ثانیه شروع شده و در آن نرخ کرنش خزشی ثابت می‌باشد. کمترین نرخ کرنش خزشی نیز در این مرحله اتفاق می‌افتد.



شکل ۳- منحنی کرنش خزشی برای تست‌های کوتاه مدت



شکل ۴- منحنی نرخ کرنش خزشی برای تست‌های کوتاه مدت

### ۳- فرمول بندی مسئله

#### ۳-۱- روابط کرنش - تغییر مکان

روابط بین کرنش‌ها و تغییر مکان شعاعی در مختصات کروی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad \text{و} \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \frac{u}{r} \quad (۵)$$

که در رابطه (۵)  $\varepsilon_r$ ،  $\varepsilon_\theta$  و  $\varepsilon_\phi$  کرنش‌های شعاعی، مماسی و جانبی بوده و  $u$  جابجایی شعاعی می‌باشد.

#### ۳-۲- روابط تنش - کرنش

روابط تنش-کرنش با فرض کرنش کل به صورت مجموع کرنش‌های الاستیک، حرارتی و خزشی به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۷]:

$$\sigma_r = c_{11}(\varepsilon_r - \varepsilon_r^e) + 2c_{12}(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^e) - \lambda_1 T \quad (۶)$$

$$\sigma_\theta = c_{12}(\varepsilon_r - \varepsilon_r^e) + (c_{12} + c_{11})(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^e) - \lambda_2 T \quad (۷)$$

$$\lambda_1 = c_{11} \alpha_r + 2c_{12} \alpha_\theta$$

$$\lambda_2 = c_{12} \alpha_r + (c_{11} + c_{12}) \alpha_\theta \quad (۸)$$

که در روابط (۶) تا (۸)  $\varepsilon_r^e$ ،  $\varepsilon_\theta^e$ ،  $\alpha_r$  و  $\alpha_\theta$  به ترتیب کرنش‌های خزشی، ضرایب انبساط حرارتی و تنش‌ها در جهات شعاعی و مماسی و  $T$  توزیع انتقال حرارت می‌باشد. همچنین  $\alpha = \alpha_\theta = \alpha_r$  و  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$  در نظر گرفته می‌شود. ضرایب  $c_{11}$  و  $c_{12}$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند که در آنها  $E$  و  $\nu$  بیانگر مدول الاستیسیته و نسبت پواسون می‌باشد.

$$c_{12} = \frac{E(\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad \text{و} \quad c_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

در ادامه با توجه به تقارن کروی  $\sigma_\theta = \sigma_\phi$  در نظر گرفته می‌شود.

#### ۳-۳- معادله تعادل

معادله تعادل برای کره نانو کامپوزیتی در حضور میدان یکنواخت مغناطیسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} + f_\phi = 0 \quad (۹)$$

که در رابطه (۹)،  $\sigma_r$  و  $\sigma_\theta$  تنش شعاعی و مماسی و  $f_\phi$  نیروی لورنتز می‌باشد. نیروی لورنتز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_\phi = \mu H_\phi^2 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} \right) \quad (۱۰)$$

که در رابطه (۱۰)  $\mu$  ضریب نفوذ مغناطیسی و  $H_\phi$  شدت میدان مغناطیسی می‌باشد.

$$\sigma_{\theta} = (c_{12} + c_{11}) \left( \frac{c_1}{r^3} + C_2 - \frac{\lambda A}{2r(\mu H_{\phi}^2 + c_{11})} \right) + c_{12} \left( \frac{-2C_1}{r^3} + C_2 \right) \quad (18)$$

ثوابت  $C_1$  و  $C_2$  در رابطه (۱۷) و (۱۸) با توجه به شرایط مرزی مسئله که به صورت زیر است، تعیین می‌گردد.

$$\sigma_r(r = r_i) = -P_i \quad \sigma_r(r = r_o) = 0 \quad (19)$$

با قرار دادن رابطه (۱۹) درون رابطه (۱۷) ثوابت مجهول  $C_1$  و  $C_2$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{S_2 - S_3}{S_4 - S_5}, \quad C_2 = \frac{S_3 S_4 - S_2 S_5}{S_6 (S_4 - S_5)} \\ S_1 &= \frac{\lambda A}{2(\mu H_{\phi}^2 + c_{11})} \\ S_2 &= -P_i + \lambda T_i + \frac{2S_1}{r_i} c_{12} \\ S_3 &= \lambda T_o + \frac{2S_1}{r_o} c_{12} \\ \{S_4, S_5\} &= 2(c_{12} - c_{11}) \left\{ \frac{1}{r_i^3}, \frac{1}{r_o^3} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

با داشتن مقدار جابجایی شعاعی در هر نقطه از ضخامت کره مقادیر تنش‌ها و کرنش‌ها در حالت ترموالاستیک حاصل خواهند شد.

### ۳-۷- تحلیل خزش

برای تحلیل خزش مسئله، کرنش‌های خزشی را که در حالت ترموالاستیک حذف گردیده بودند در رابطه (۱۴) در نظر گرفته و از این رابطه نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$a_1 \frac{d^2 \dot{u}}{dr^2} + a_2 \frac{d \dot{u}}{dr} + a_3 \dot{u} + a_5 = 0 \quad (21)$$

در رابطه (۲۱) ضریب  $a_5$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_5 = 2r(c_{11} - c_{12}) \left( \dot{\varepsilon}_{\theta}^c - \dot{\varepsilon}_r^c \right) - r^2 c_{11} \frac{d \dot{\varepsilon}_{\theta}^c}{dr} + 2c_{11} \frac{d \dot{\varepsilon}_{\theta}^c}{dr} \quad (22)$$

### ۳-۷-۱- روابط پراوتل - روس

نرخ‌های کرنش خزشی از طریق روابط شناخته شده پراوتل - روس به رفتار یک‌بعدی خزشی ماده و تنش‌های جاری طبق روابط زیر مربوط می‌شوند [۲۰]:

$$\dot{\varepsilon}_r^c = \frac{\dot{\sigma}_r^c}{\sigma_e} (\sigma_r - 0.5(\sigma_{\theta} + \sigma_{\phi})) \quad (23)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta}^c = \frac{\dot{\sigma}_{\theta}^c}{\sigma_e} (\sigma_{\theta} - 0.5(\sigma_r + \sigma_{\phi})) \quad (24)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi}^c = \frac{\dot{\sigma}_{\phi}^c}{\sigma_e} (\sigma_{\phi} - 0.5(\sigma_{\theta} + \sigma_r)) \quad (25)$$

با فرض تقارن کره‌ی  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi}$  روابط (۲۳) تا (۲۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\dot{\varepsilon}_r^c = \frac{\dot{\sigma}_r^c}{\sigma_e} (\sigma_r - \sigma_{\theta}) \quad (26)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta}^c = \dot{\varepsilon}_{\phi}^c = -0.5 \dot{\varepsilon}_r^c \quad (27)$$

### ۳-۴- انتقال حرارت

معادله انتقال حرارت در حالت پایدار برای مسئله تک‌بعدی در مختصات کره‌ی برای کره نانوکامپوزیتی به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۹]:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 K(r) \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0 \quad r_i \leq r \leq r_o \quad (11)$$

که با حل معادله (۱۱) توزیع انتقال حرارت به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$T(r) = -\frac{A}{r} + B \quad (12)$$

با توجه به شرایط مرزی  $T(r = r_o) = T_o$  و  $T(r = r_i) = T_i$  ثوابت مجهول  $A$  و  $B$  به صورت رابطه (۱۳) می‌آیند:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{r_i r_o}{r_o - r_i} (T_i - T_o) \\ B &= \frac{r_o T_o - r_i T_i}{r_o - r_i} \end{aligned} \quad (13)$$

### ۳-۵- معادله دیفرانسیل حاکم بر مسئله

با قرار دادن روابط (۵) در روابط (۶) تا (۸) و سپس قرار دادن آنها در رابطه تعادل (۹) معادله دیفرانسیل مرتبه دوم حاکم بر کره به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$a_1 \frac{d^2 u}{dr^2} + a_2 \frac{du}{dr} + a_3 u + a_4 = 0 \quad (14)$$

که در رابطه (۱۴) ضرایب  $a_1, a_2, a_3$  و  $a_4$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} a_1 &= r^2 (\mu H_{\phi}^2 + c_{11}) \\ a_2 &= 2r (\mu H_{\phi}^2 + c_{11}) \\ a_3 &= -2 (\mu H_{\phi}^2 + c_{11}) \\ a_4 &= 2r(c_{11} - c_{12}) \left( \varepsilon_{\theta}^c - \varepsilon_r^c \right) - r^2 c_{11} \frac{d \varepsilon_{\theta}^c}{dr} + 2c_{11} \frac{d \varepsilon_{\theta}^c}{dr} - \lambda r^2 \frac{dT}{dr} \end{aligned} \quad (15)$$

### ۳-۶- حل ترموالاستیک

برای تحلیل ترموالاستیک مسئله در لحظه صفر کرنش‌های خزشی را در معادله (۱۴) در نظر نگرفته و به حل آن می‌پردازیم. در این حالت جابجایی شعاعی به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$u(r) = \frac{c_1}{r^2} + C_2 r - \frac{\lambda A}{2(\mu H_{\phi}^2 + c_{11})} \quad (16)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۵) و سپس جایگذاری در رابطه (۶) و (۷) داریم:

$$\sigma_r = 2c_{12} \left( \frac{c_1}{r^3} + C_2 - \frac{\lambda A}{2r(\mu H_{\phi}^2 + c_{11})} \right) + c_{11} \left( \frac{-2C_1}{r^3} + C_2 \right) \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 &+3r^2g_1(r) - g_2'(r) + \frac{2c_{12}C_4}{r^3} \\
 &+ \frac{2c_{12}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^3} (g_1(r)r^3 \\
 &- g_2(r)) + (c_{12} - c_{11}) \left( \frac{\eta_2 + \eta_1 e^{-\frac{t}{\tau}}}{\eta_2 \eta_1} \right) (\sigma_r - \sigma_\theta) \\
 &+ 2c_{12}C_3 + c_{11}C_3 \quad (37)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_\theta = &\frac{c_{12}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^2} (g_1'(r)r^3 + 3r^2g_1(r) \\
 &- g_2'(r)) - \frac{2c_{12}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^3} (g_1(r)r^3 - g_2(r)) \\
 &+ c_{12}C_3 - \frac{2c_{12}C_4}{r^3} \\
 &+ (c_{12} + c_{11}) \left( \frac{C_4}{r^3} + C_3 \right) \\
 &+ \frac{(c_{12} + c_{11})}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^3} (g_1(r)r^3 - g_2(r)) \\
 &+ (c_{11} - c_{12}) \left( \frac{\eta_2 + \eta_1 e^{-\frac{t}{\tau}}}{2\eta_2 \eta_1} \right) (\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (38)
 \end{aligned}$$

با توجه به اینکه تغییرات فشار در داخل سیلندر نسبت به زمان ثابت می‌باشد بنابراین برای شرایط مرزی طبق رابطه (۳۹) داریم:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_r(r=r_i) &= 0 \\
 \dot{\sigma}_r(r=r_o) &= 0 \quad (39)
 \end{aligned}$$

با اعمال شرایط مرزی (۳۹) بر رابطه (۳۷) ثوابت مجهول  $C_3$  و  $C_4$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
 C_4 &= -\frac{B}{R} \\
 C_3 &= \frac{\frac{2B(c_{11}-c_{12})}{R} - S_7 + S_8 + S_9 - S_{10} - S_{11}}{-(2c_{12} + c_{11})} \\
 B &= S_7 - S_8 - S_9 + S_{10} + S_{11} - S_{12} + S_{13} \\
 &+ S_{14} - S_{15} - S_{16} \\
 R &= \frac{2(c_{12}-c_{11})}{r_o^3} + \frac{2(c_{11}^2 - 2c_{12}^2)}{r_i^3(c_{11} + 2c_{12})} \\
 &+ \frac{2c_{12}c_{11}}{r_i^3(c_{11} + 2c_{12})}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \{g_1, g_2\}_{(r=r_i)} &= \{G_1, G_2\} \\
 \{g_1, g_2\}_{(r=r_o)} &= \{J_1, J_2\} \\
 \{g'_1, g'_2\}_{(r=r_i)} &= \{G'_1, G'_2\} \\
 \{g'_1, g'_2\}_{(r=r_o)} &= \{J'_1, J'_2\} \\
 b &= \frac{2c_{11}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})} \\
 d &= \frac{2c_{12}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})} \\
 \{S_7\} &= b \left\{ \left( \frac{G_1}{J_1} \right) - \left( \frac{G_2}{r_i^3} \right) \right\} \\
 \{S_8\} &= 0.5b \left\{ \left( \frac{G'_1 r_i}{J'_1 r_o} \right) + 3 \left( \frac{G_1}{J_1} \right) - \left( \frac{G'_2}{r_o^2} \right) \right\} \\
 \{S_9\} &= d \left\{ \left( \frac{G_1}{J_1} \right) - \left( \frac{G_2}{r_o^3} \right) \right\} \\
 \{S_{10}\} &= c_{11} \dot{\epsilon}_r^c \{r_i\} \\
 \{S_{15}\} &= c_{11} \dot{\epsilon}_r^c \{r_o\} \\
 \{S_{11}\} &= 2c_{12} \dot{\epsilon}_\theta^c \{r_i\} \\
 \{S_{16}\} &= 2c_{12} \dot{\epsilon}_\theta^c \{r_o\} \quad (40)
 \end{aligned}$$

نرخ کرنش خزشی مؤثر بر اساس مدل برگر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_e^c(\sigma, t) = \frac{\sigma_e}{\eta_1} + \frac{\sigma_e}{\eta_2} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (28)$$

که در رابطه (۲۸)،  $\sigma_e$  تنش مؤثر فون میسر و  $\dot{\epsilon}_e^c$  نرخ کرنش خزشی مؤثر بوده که برای مختصات کروی به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۱]:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_\phi)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_\phi)^2} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_e &= |\sigma_r - \sigma_\theta| \\
 \dot{\epsilon}_e^c &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{(\dot{\epsilon}_r^c - \dot{\epsilon}_\theta^c)^2 + (\dot{\epsilon}_r^c - \dot{\epsilon}_\phi^c)^2 + (\dot{\epsilon}_\phi^c - \dot{\epsilon}_\theta^c)^2} \\
 &= |\dot{\epsilon}_r^c| \quad (30)
 \end{aligned}$$

با جایگذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۶) برای نرخ کرنش خزشی شعاعی و مماسی روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_r^c = \frac{\eta_2 + \eta_1 e^{-\frac{t}{\tau}}}{\eta_2 \eta_1} (\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (31)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta^c = -\frac{\eta_2 + \eta_1 e^{-\frac{t}{\tau}}}{2\eta_2 \eta_1} (\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (32)$$

در ادامه رابطه (۳۱) و (۳۲) را در رابطه (۲۲) قرار داده و ضریب  $a_5$  به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}
 a_5 &= (c_{12} - c_{11}) \left( \frac{\eta_2 + \eta_1 e^{-\frac{t}{\tau}}}{\eta_2 \eta_1} \right) (3r(\sigma_r - \sigma_\theta) \\
 &+ r^2 \frac{d(\sigma_r - \sigma_\theta)}{dr}) \quad (33)
 \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه (۳۳) و حل معادله (۲۱) برای نرخ جابجایی شعاعی به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned}
 \dot{u}(r) &= \frac{1}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^2} (g_1(r)r^3 - g_2(r)) + \frac{C_4}{r^2} + C_3 r \\
 F_1 &= a_5 r^{-2} \quad F_2 = a_5 r
 \end{aligned} \quad (34)$$

با تعیین ثوابت مجهول  $C_3$  و  $C_4$  در رابطه (۳۴) مقدار نرخ جابجایی شعاعی محاسبه خواهد شد. با جایگذاری روابط کرنش - تغییر مکان (۵) در روابط تنش - کرنش (۶) و (۷) و سپس مشتق گیری از آنها نسبت به زمان، روابط نرخ تنش به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{\sigma}_r = c_{11} \left( \frac{d\dot{u}}{dr} - \dot{\epsilon}_r^c \right) + 2c_{12} \left( \frac{\dot{u}}{r} - \dot{\epsilon}_\theta^c \right) \quad (35)$$

$$\dot{\sigma}_\theta = c_{12} \left( \frac{d\dot{u}}{dr} - \dot{\epsilon}_r^c \right) + (c_{12} + c_{11}) \left( \frac{\dot{u}}{r} - \dot{\epsilon}_\theta^c \right) \quad (36)$$

با جایگذاری روابط (۳۴)، (۳۱) و (۳۲) در روابط (۳۵) و (۳۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_r &= \frac{-2c_{11}C_4}{r^3} - \frac{2c_{11}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^3} (g_1(r)r^3 \\
 &- g_2(r)) + \frac{c_{11}}{3(\mu H_\phi^2 + c_{11})r^2} (g_1'(r)r^3
 \end{aligned}$$

اندیس  $t$  در روابط (۴۲) و (۴۳) بیانگر جزءهای تقسیم بندی شده در راستای ضخامت کره می‌باشد.

#### ۴- نتایج عددی

در تمامی نتایج بدست آمده داده‌های مربوط به جدول ۱ که پارامترهای خزشی مربوط به نانوکامپوزیت با ۱٪ دی‌اکسید سیلیکون می‌باشد مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین خواص مکانیکی و فیزیکی پلی ایمیدها زیر ارائه شده‌اند [۲۲]:

$$E = 7.5 \text{ GPa} \quad \nu = 0.35 \quad \alpha = 30 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \quad (44)$$

در ادامه سایر متغیرها به صورت زیر فرض می‌گردند:

$$T_i = 50^\circ\text{C} \quad T_o = 30^\circ\text{C} \quad \frac{r_o}{r_i} = 2$$

$$P_i = 100 \text{ MPa} \quad P_o = 0 \text{ MPa}$$

$$H_\phi = 2.23 \times 10^9 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad \mu = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad (45)$$

نمودار شکل ۶ توزیع انتقال حرارت یک بعدی را در امتداد ضخامت کره نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود دما در سطح داخلی و خارجی شرایط مرزی مسئله را ارضا می‌نماید و با افزایش ضخامت کره، انتقال حرارت بدون بعد کاهش می‌یابد.

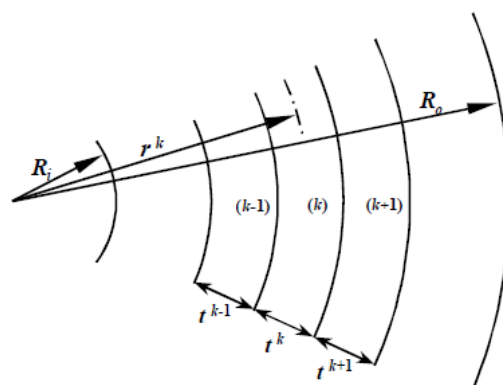
شکل ۷ نمودار تنش مماسی بدون بعد در امتداد ضخامت استوانه را در ناحیه اول، یعنی گذشت ۱۰۰۰ ثانیه از پدیده خزش نشان می‌دهد. همانطور که مشهود است بیشترین تنش مماسی در سطح داخلی و کمترین آن در سطح خارجی کره اتفاق می‌افتد. با افزایش زمان میزان تنش مماسی در جداره داخلی و خارجی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش زمان اختلاف منحنی‌ها کمتر شده و به حالت همگرایی نزدیکتر می‌شوند. این اختلافات زیاد منحنی‌ها از حالت ترموالاستیک (لحظه صفر) تا رسیدن به حالت پایدار به خاطر تغییرات زیاد شیب منحنی خزش در ناحیه اول می‌باشد که در نمودار شکل‌های ۳ و ۴ به خوبی مشاهده می‌شود.

نمودار تنش شعاعی بدون بعد برحسب نسبت شعاع در شکل ۸ نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود تنش شعاعی شرایط مرزی مسئله را ارضا می‌نماید. تنش شعاعی بدون بعد از مقدار ۱- در داخل تا مقدار خارجی صفر تغییر می‌نماید. تنش شعاعی با گذشت زمان به مقدار اندکی کاهش می‌یابد و بازهم منحنی‌ها با گذشت زمان به حالت پایدار نزدیک می‌شوند.

با تعیین شدن مقادیر مجهولات  $C_3$  و  $C_4$  مقادیر نرخ جابجایی شعاعی، نرخ تنش شعاعی، مماسی و فون میسر و نرخ کرنش‌ها محاسبه خواهند شد. برای به دست آوردن تاریخچه تنش‌ها، کرنش‌ها و جابجایی شعاعی از روش نرخ تنش استفاده خواهد شد.

#### ۳-۸- روش نرخ تنش

ابتدا ضخامت کره به تعداد جزء یکسان تقسیم‌بندی می‌شود. شکل ۵ این تقسیم‌بندی را نشان می‌دهد.



شکل ۵ - تقسیم‌بندی ضخامت کره به تعداد جزء یکسان

[۱۳]

با انتخاب یک جزء زمانی مناسب  $\Delta t_n$  برای شروع تحلیل مسئله، زمان کل سپری شده از فرآیند خزش را به صورت مجموع جزءهای زمانی در تمامی مراحل در نظر می‌گیریم.

$$t_j = \sum_{n=0}^j \Delta t_n \quad (41)$$

اندیس  $j$  در رابطه (۴۱) بیانگر مراحل تحلیل فرآیند خزش می‌باشد. در ادامه در لحظه صفر و در مرحله اول از حل، تنش‌های خزشی و مماسی برای حالت ترموالاستیک در تمام جزءهای تقسیم‌بندی شده طبق روابط (۱۶) و (۱۷) به دست می‌آید. با داشتن تنش‌های مذکور طبق رابطه (۳۴) نرخ جابجایی محاسبه می‌شود. انتگرال‌های  $g_1(r)$  و  $g_2(r)$  با روش‌های عددی مثل روش سیمسون به دست می‌آیند. با داشتن نرخ جابجایی در تمام نقاط، نرخ تنش‌ها طبق رابطه (۳۷) و (۳۸) محاسبه شده و سپس می‌توان طبق روابط زیر تنش‌های جاری در هر مرحله از حل را محاسبه نمود.

$$\sigma_r^{(j)}(r_i, t_j) = \sigma_r^{(j-1)}(r_i, t_{j-1}) + \dot{\sigma}_r^{(j)}(r_i, t_j) \Delta t^{(j)} \quad (42)$$

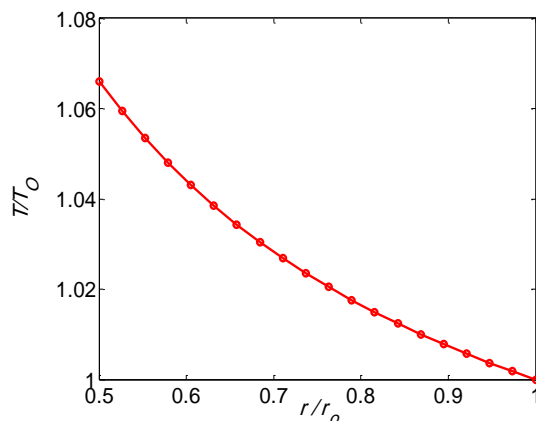
$$\sigma_\theta^{(j)}(r_i, t_j) = \sigma_\theta^{(j-1)}(r_i, t_{j-1}) + \dot{\sigma}_\theta^{(j)}(r_i, t_j) \Delta t^{(j)} \quad (43)$$

نرخ تنش شعاعی برای ناحیه اول خزش در امتداد ضخامت کره توسط شکل ۹ نمایش داده شده است. با توجه به اینکه مقدار فشار در سطوح داخلی و خارجی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند بنابراین مقادیر نرخ تنش شعاعی در مرکز داخلی و خارجی صفر می‌باشد. با گذشت زمان تغییرات نرخ تنش در امتداد ضخامت کمتر شده و مقادیر نرخ تنش پس از گذشت ۱۰۰۰ ثانیه به مقدار صفر نزدیک می‌شوند.

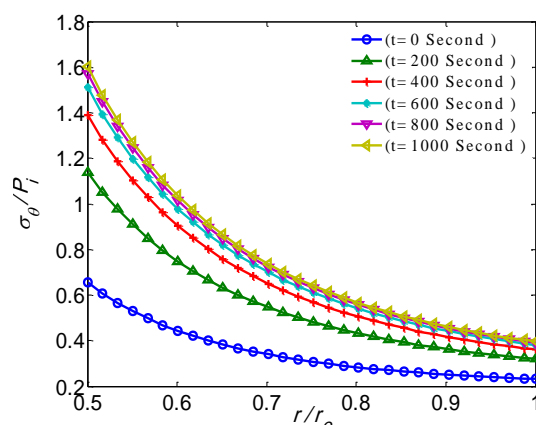
نمودار شکل ۱۰ تنش مؤثر بدون بعد را در راستای ضخامت کره نشان می‌دهد. این نمودار که از رابطه فون میسرز ۲۹ نتیجه شده است شباهت زیادی به نمودار تنش مماسی شکل ۷ دارد. علت آن است که برای شرایط بارگذاری این مسئله مقادیر تنش مماسی بزرگتر از تنش شعاعی هستند، لذا مقادیر تنش مؤثر به تنش مماسی نزدیک خواهند بود. با گذشت زمان مقادیر تنش مؤثر در جداره داخلی به مقدار بیشتری نسبت به جداره خارجی افزایش می‌یابد که این روی داد باعث می‌شود که جداره داخلی با گذشت زمان در معرض بیشترین آسیب قرار گیرد.

کرنش مماسی و کرنش شعاعی خزشی برای ۱۰۰۰ ثانیه پس از شروع فرآیند خزش در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده‌اند. بیشترین مقدار کرنش خزشی از لحاظ قدرمطلق در جداره داخلی قرار دارد. همچنین با گذشت زمان در این ناحیه افزایش کرنش خزشی مشاهده می‌شود. علت این روی داد آن است که سطح داخلی در معرض فشار داخلی بوده و همچنین دما در مرکز داخلی بیشتر از سایر نواحی می‌باشد. با توجه به اینکه فرآیند خزش تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است و تقارن کروی در مسئله لحاظ گردید، لذا مشاهده می‌شود که مقادیر کرنش خزشی مماسی، نصف قرینه مقادیر کرنش خزشی مماسی می‌باشد.

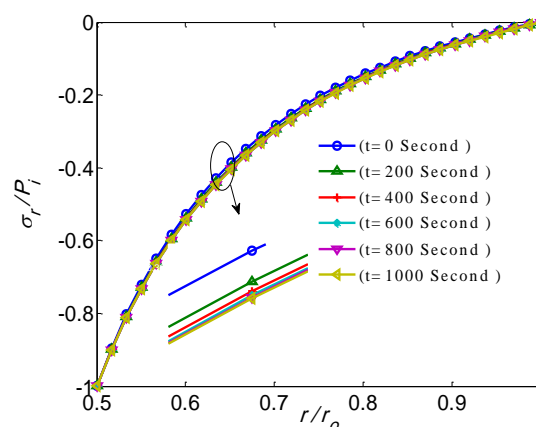
نرخ کرنش مؤثر نیز برای ناحیه اول خزش در امتداد ضخامت کره در شکل ۱۳ نشان داده شده است. نتایج این نمودار که از رابطه ۳۰ مربوط به نرخ کرنش مؤثر فون میسرز نتیجه شده است با مقادیر قدر مطلق نرخ کرنش خزشی شعاعی برابر است. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش زمان نرخ کرنش مؤثر کاهش می‌یابد. منحنی‌های نرخ کرنش مؤثر در راستای ضخامت با گذشت زمان با سرعت کمتری دچار تغییر شده و به حالت پایدار که پس از زمان حدود ۱۰۰۰ ثانیه می‌باشد نزدیک می‌شوند.



شکل ۶- توزیع انتقال حرارت شعاعی بدون بعد در راستای ضخامت کره

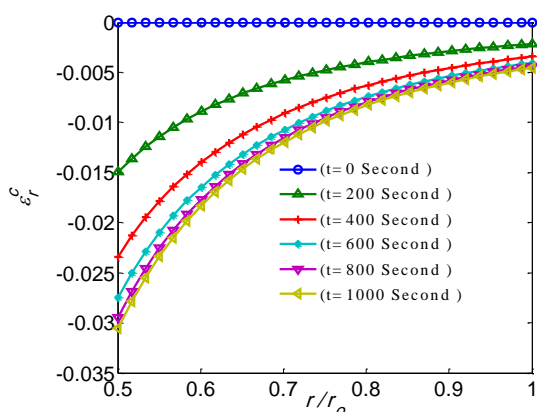


شکل ۷- تاریخچه تنش مماسی بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

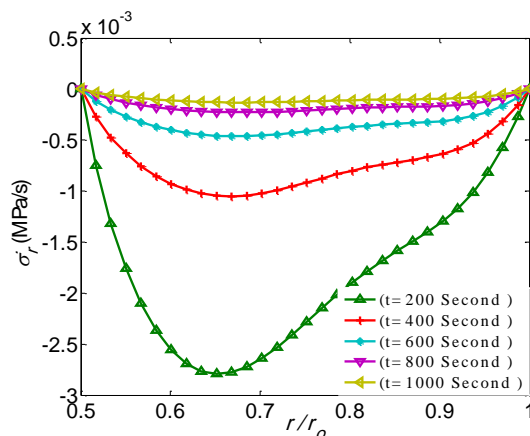


شکل ۸- تاریخچه تنش شعاعی بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

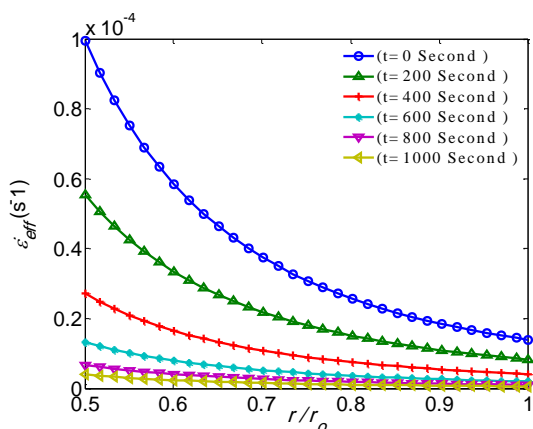




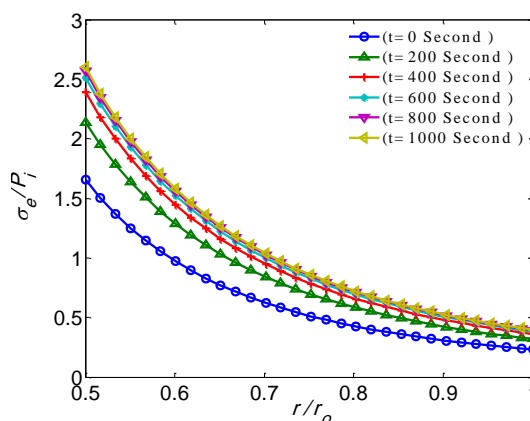
شکل ۱۲ - تاریخچه کرنش شعاعی خزشی در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش



شکل ۹ - تاریخچه نرخ تنش شعاعی در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

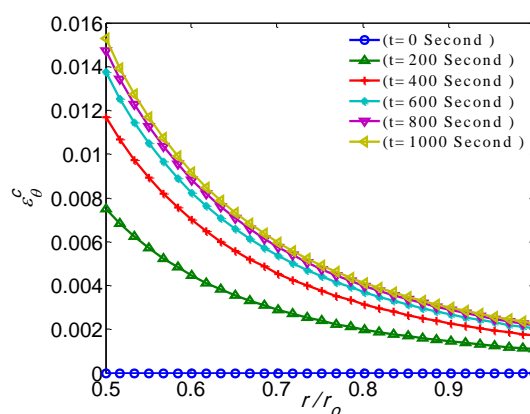


شکل ۱۳ - تاریخچه نرخ کرنش مؤثر در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش



شکل ۱۰ - تاریخچه تنش مؤثر بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

تمامی نمودارهای پیشین برای حالت خزش اولیه و تا زمان ۱۰۰۰ ثانیه ترسیم گردیده بود اما در ادامه نمودارهای شکل ۱۴ و ۱۵ برای مرحله ثانویه رسم گردیده است. در این حالت منحنی‌ها از زمان ۲۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ ثانیه ترسیم گردیده‌اند. نمودار ۱۴ مربوط به تنش مؤثر بدون بعد و نمودار ۱۵ مربوط به نرخ کرنش مؤثر می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود منحنی‌ها در این مرحله با سرعت تقریباً یکنواختی با گذشت زمان تغییر می‌کنند. که نمودارهای شکل ۳ و ۴ درستی و صحت این نتایج را نمایش می‌دهند. جدول ۲ و ۳ مقادیر تنش مؤثر بدون بعد را برای مرحله اولیه و ثانویه خزش در زمان‌های مختلف بر حسب نسبت شعاع‌های متفاوت به نمایش می‌گذارد. همانطور که از مقادیر تنش مؤثر



شکل ۱۱ - تاریخچه کرنش مماسی خزشی در راستای ضخامت کره برای مرحله اولیه خزش

جدول ۶ نتایج حاصل از این پژوهش و مرجع [۲۳] را برای تنش شعاعی و مماسی بدون بعد نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج پژوهش حاضر قرابت خوبی با نتایج حاصله در مرجع [۲۳] دارد.

جدول ۲- تنش مؤثر بدون بعد برای مرحله اولیه خزش

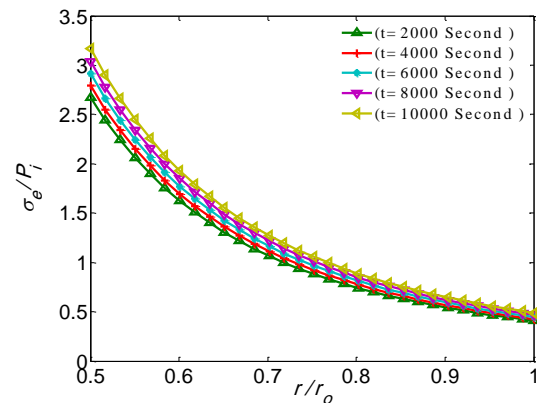
نسبت شعاع	تنش مؤثر بدون بعد از گذشت			
	۲۰۰ ثانیه	۴۰۰ ثانیه	۶۰۰ ثانیه	۸۰۰ ثانیه
۰/۵	۲/۱۳۸۱	۲/۳۸۹۰	۲/۵۱۰۲	۲/۵۶۹۸
۰/۶	۱/۲۸۶۳	۱/۴۴۵۰	۱/۵۲۱۰	۱/۵۵۸۳
۰/۷	۰/۸۳۹۲	۰/۹۴۶۴	۰/۹۹۷۵	۱/۰۲۲۵
۰/۸	۰/۵۸۰۹	۰/۶۵۶۸	۰/۶۹۲۸	۰/۷۱۰۵
۰/۹	۰/۴۲۰۹	۰/۴۷۶۷	۰/۵۰۳۲	۰/۵۱۶۱
۱/۰۰	۰/۳۱۹۲	۰/۳۶۱۵	۰/۳۸۱۵	۰/۳۹۶۵

جدول ۳- تنش مؤثر بدون بعد برای مرحله ثانویه خزش

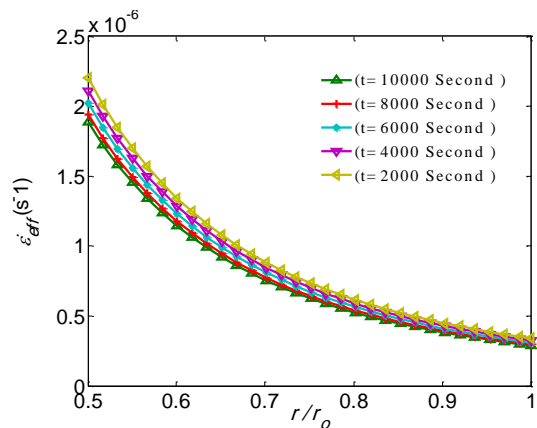
نسبت شعاع	تنش مؤثر بدون بعد از گذشت			
	۲۰۰۰ ثانیه	۴۰۰۰ ثانیه	۶۰۰۰ ثانیه	۸۰۰۰ ثانیه
۰/۵	۲/۶۷۳۸	۲/۷۹۰۶	۲/۹۱۲۲	۳/۰۳۸۹
۰/۶	۱/۶۲۳۲	۱/۶۹۵۹	۱/۷۷۱۴	۱/۸۴۹۹
۰/۷	۱/۰۶۵۹	۱/۱۱۴۵	۱/۱۶۴۹	۱/۲۱۷۲
۰/۸	۰/۷۴۱۱	۰/۷۷۵۳	۰/۸۱۰۷	۰/۸۴۷۴
۰/۹	۰/۵۳۸۵	۰/۵۶۳۶	۰/۵۸۹۵	۰/۶۱۶۴
۱/۰۰	۰/۴۰۸۲	۰/۴۲۷۱	۰/۴۴۶۶	۰/۴۶۶۹

جدول ۴- نرخ کرنش مؤثر برای مرحله اولیه خزش

نسبت شعاع	نرخ کرنش مؤثر ( $\times 10^{-4}$ ) بعد از گذشت			
	۲۰۰ ثانیه	۴۰۰ ثانیه	۶۰۰ ثانیه	۸۰۰ ثانیه
۰/۵	۰/۵۵۴۴	۰/۲۷۲۴	۰/۱۳۱۵	۰/۰۶۷۴
۰/۶	۰/۳۳۳۵	۰/۱۶۴۸	۰/۰۷۹۷	۰/۰۴۰۹
۰/۷	۰/۲۱۷۶	۰/۱۰۷۹	۰/۰۵۲۲	۰/۰۲۶۸
۰/۸	۰/۱۵۰۶	۰/۰۷۴۹	۰/۰۳۶۳	۰/۰۱۸۶
۰/۹	۰/۱۰۹۱	۰/۰۵۴۴	۰/۰۲۶۴	۰/۰۱۳۵
۱/۰۰	۰/۰۸۲۸	۰/۰۴۱۲	۰/۰۲۰۰	۰/۰۱۰۳



شکل ۱۴- تاریخچه تنش مؤثر بدون بعد در راستای ضخامت کره برای مرحله ثانویه خزش



شکل ۱۵- تاریخچه نرخ کرنش مؤثر در راستای ضخامت کره برای مرحله ثانویه خزش

بدون بعد مشهود است در یک نسبت شعاع خاص ( برای حالت خزش اولیه) مثلا مقدار ۰/۵، مقادیر تنش مؤثر از ۲/۱۳۸۱ در زمان ۲۰۰ ثانیه تا مقدار ۲/۶۰۱۸ در زمان ۱۰۰۰ ثانیه افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش نسبت شعاع از ۰/۵ تا ۱ مقادیر تنش مؤثر در همه زمان‌ها کاهش می‌یابد. جدول ۴ و ۵ نیز برای مقادیر نرخ کرنش مؤثر ارائه گردیده است. با افزایش زمان در یک نسبت شعاع خاص مشاهده می‌شود که مقادیر نرخ تنش مؤثر کاهش می‌یابد و این مقادیر با افزایش نسبت شعاع کاهش خواهد داشت. همانطوری که از ارقام جدول‌ها در مراحل اولیه و ثانویه مشهود است در مرحله اولیه سرعت تغییرات مقادیر تنش مؤثر و نرخ کرنش با افزایش زمان زیاد می‌باشد در حالی که سرعت تغییرات این مقادیر در حالت پایدار زیاد نبوده و تقریبا یکنواخت می‌باشد.

جدول ۵- نرخ کرنش مؤثر برای مرحله ثانویه خزش

نسبت شعاع	نرخ کرنش مؤثر ( $\times 10^{-4}$ ) بعد از گذشت				
	۲۰۰۰	۴۰۰۰	۶۰۰۰	۸۰۰۰	۱۰۰۰۰
۰/۵	۰/۰۲۲۰	۰/۰۲۱۱	۰/۰۲۰۲	۰/۰۱۹۴	۰/۰۱۸۹
۰/۶	۰/۰۱۳۴	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۲۳	۰/۰۱۱۸	۰/۰۱۱۵
۰/۷	۰/۰۰۸۸	۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۸۱	۰/۰۰۷۷	۰/۰۰۷۵
۰/۸	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۵۹	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۵۲
۰/۹	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۴۳	۰/۰۰۴۱	۰/۰۰۳۹	۰/۰۰۳۸
۱/۰۰	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۳۲	۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۲۹

جدول ۶- مقایسه تنش‌های نرمال بدون بعد

نسبت شعاع	تنش شعاعی بدون بعد		تنش مماسی بدون بعد	
	پژوهش حاضر	مرجع [۲۳]	پژوهش حاضر	مرجع [۲۳]
۰/۶	۰/۰۴۸۹۶	۰/۰۴۹۱۲	۰/۰۴۸۴۳	۰/۰۴۸۶۴
۰/۷	۰/۰۲۸۰۳	۰/۰۲۸۱۹	۰/۰۳۴۶۲	۰/۰۳۴۹۶
۰/۸	۰/۰۱۳۲۱	۰/۰۱۳۵۸	۰/۰۲۸۵۶	۰/۰۲۸۹۳
۰/۹	۰/۰۰۵۰۶	۰/۰۰۵۹۶	۰/۰۲۴۱۲	۰/۰۲۴۳۶

## ۵- نتیجه گیری

در این کار رفتار خزشی یک کره نانوکامپوزیتی تقویت شده با ذرات دی‌اکسید سیلیکون که تحت بارهای مکانیکی، مغناطیسی و حرارتی قرار دارد بررسی گردید. تاریخچه تنش‌ها و کرنش‌های خزشی با استفاده از روش نرخ تنش به دست آمد. برای توصیف رفتار کره نانو کامپوزیتی از مدل ساختاری برگر که شامل دو مرحله اولیه و ثانویه خزش بود، استفاده شد. نتایج مهم این پژوهش به صورت زیر ارائه می‌گردد:

- بیشترین سرعت تغییرات نمودارها با گذشت زمان در مرحله اولیه خزش (حدود ۱۰۰۰ ثانیه) اتفاق می‌افتد. این در حالی است که منحنی‌ها پس از پایان این مرحله وارد مرحله ثانویه شده و با سرعت تقریباً یکنواختی تغییر می‌کنند.
- بیشترین مقادیر کرنش خزشی و همچنین تنش مؤثر در جداره داخلی اتفاق می‌افتد و جداره خارجی در معرض کمترین مقدار این پارامترها قرار دارد. لذا بیشترین آسیب خزشی در جداره داخلی رخ خواهد داد.

- نرخ تنش شعاعی در ناحیه اول خزش با گذشت زمان کاهش می‌یابد. با نزدیک شدن به حالت پایدار مقادیر نرخ تنش شعاعی به مقدار صفر نزدیک می‌شوند.

- مقادیر نرخ کرنش مؤثر باگذشت زمان در هر دو مرحله اولیه و ثانویه خزش کاهش می‌یابد. این مقادیر برابر با قدر مطلق مقادیر نرخ کرنش خزشی شعاعی می‌باشد.

## ۶- فهرست علائم

$E$	مدول الاستیسیته، MPa
$H$	شدت میدان مغناطیسی، $Am^{-1}$
$K$	ضریب رسانش گرمایی، $Wm^{-1}K^{-1}$
$P$	فشار، MPa
$T$	دما، K
$t$	زمان، s
$\dot{u}$	نرخ جابجایی شعاعی، $ms^{-1}$
<b>علائم یونانی</b>	
$\alpha$	ضریب نفوذ حرارتی، $K^{-1}$
$\varepsilon$	نرخ کرنش، $s^{-1}$
$\eta$	ضریب ویسکوز وابسته به زمان، GPas
$\mu$	ضریب نفوذ مغناطیسی، $Hm^{-1}$
$\nu$	ضریب پواسون
$\sigma$	نرخ تنش، $MPas^{-1}$
$\tau$	زمان تأخیری، s
<b>بالانویس‌ها</b>	
$c$	خزش
<b>زیرنویس‌ها</b>	
$e$	مؤثر
$i$	داخلی
$o$	خارجی
$\phi$	محیطی
$\varphi$	میدان مغناطیسی

## ۷- مراجع

- [1] Wilson D, Stenzenberger HD, Hergenrother PM (1990) Polyimides, Blackie, Glasgow.
- [2] Volksen W, Hergenrother PM (1994) High performance polymers. Springer, Berlin.
- [3] Wang ZD, Lu JJ, Lib Y, Fu SY, Jiang SQ, Zhao XX (2005) Low temperature properties of PI/SiO<sub>2</sub> nanocomposite films. Mat Sci Eng B-Solid 123: 216-221.

- آلومینیوم-سیلیکون کاربیدی با خواص وابسته به دما براساس رفتار خزشی. مجله مهندسی مکانیک مدرس ۱۴(۱۲): ۲۳-۳۴.
- [14] Ward IM, Sweeney J (2012) Mechanical properties of solid Polymers. Wiley, New York.
- [15] Jia Y, Peng K, Gong X, Zhang Z (2011) Creep and recovery of polypropylene/carbon nanotube composites. *Int J Plasticity* 27: 1239-1251.
- [16] Wang ZD, Zhao XX (2008) Modeling and characterization of viscoelasticity of PI/SiO<sub>2</sub> nanocomposite films under constant and fatigue loading. *Mater Sci Eng A* 486: 517-527.
- [17] Loghman A, Aleayoub SMA, Hasani Sadi M (2012) Time-dependent magnetoelastoc creep modeling of FGM spheres using method of successive elastic solution. *Appl Math Model* 36(2): 836-845.
- [18] Ghorbanpour Arani A, Haghparast E, Khoddami Maraghi Z, S Amir (2015) Static stress analysis of carbon nano-tube reinforced composite (CNTRC) cylinder under non-axisymmetric thermo-mechanical loads and uniform electro-magnetic fields. *Composites B Eng* 68: 136-145.
- [19] Akbari Alashti R, Khorsand M, Tarahhomi MH (2013) Thermo-elastic analysis of a functionally graded spherical shell with piezoelectric layers by differential quadrature method. *Scientia Iranica B* 20: 109-119.
- [20] You LH, Ou H, Zheng ZY (2007) Creep deformations and stresses in thick-walled cylindrical vessels of functionally graded materials subjected to internal pressure. *Compos Struct* 78: 285-291.
- [21] Loghman A, Shokouhi N (2009) Creep damage evaluation of thick-walled spheres using a long-term creep constitutive model. *J Mech Sci Technol* 23: 2577-2582.
- [22] Dolbow J, Gosez M (1996) Effect of out-of-plane properties of a polyimide film on the stress fields in microelectronic structures. *Mech Mater* 23: 311-321.
- [23] Saidi AR, Atashipour SR, Jomehzade E (2009) Exact elasticity solutions for thick-walled FG spherical pressure vessels with linearly and exponentially varying properties. *Int J Eng (Trans A: Basics)* 22(4): 405-416.
- [4] Chen XG, Guo JD, Zheng B, Li YQ, Fu ShY, He GH (2007) Investigation of thermal expansion of PI/SiO<sub>2</sub> composite films by CCD imaging technique from 120 to 200 C. *Compos Sci Technol* 67: 3006-3013.
- [5] Law M, Payten W, Snowden K (2002) Modeling creep of pressure vessels with thermal gradients using Theta projection data. *Int J Pres Ves Pip* 79: 847-851.
- [6] Ghorbanpour Arani A, Kolahchi R, Mosallae Barzoki AA, Loghman A (2012) Electro-thermo-mechanical behaviors of FGPM spheres using analytical method and ANSYS software. *Appl Math Model* 36: 139-157.
- [7] Dai HL, Jiang HJ, Yang L (2012) Time-dependent behaviors of a FGPM hollow sphere under the coupling of multi-fields. *Solid State Sci* 14: 587-597.
- [8] Loghman A, Moradi M (2013) The analysis of time-dependent creep in FGPM thick walled sphere under electro -magneto -thermo -mechanical loadings. *Mech Time-Depend Mater* 17(2): 215-239.
- [9] Loghman A, Azami M (2015) A novel analytical-numerical solution for nonlinear time-dependent electro-thermo-mechanical creep behavior of rotating disk made of piezoelectric polymer. *Appl Math Model*, Accepted 7 December 2015. DOI: 10.1016/j.apm.2015.12.008
- [10] Zamani Nejad M, Davoudi Kashkoli M (2014) Time-dependent thermo-creep analysis of rotating FGPM thick-walled cylindrical pressure vessels under heat flux. *Int J Eng Sci* 82: 222-237.
- [11] Davoudi Kashkoli M, Zamani Nejad M (2014) Effect of heat flux on creep stresses of thick-walled cylindrical pressure vessels. *J Appl Res Technol* 12(3): 585-597.
- [12] Hosseini Kordkheili SA, Livani M (2013) Thermoelastic creep analysis of a functionally graded various thickness rotating disk with temperature-dependent material properties. *Int J Pres Ves Pip* 111: 63-74.
- [۱۳] وکیلی تهامی ع، زهساز م، محمد علیزاده فرد آ (۱۳۹۳) طراحی بهینه چندهدفه دیسک دوار با ساختار هدفمند