



## تحلیل الکترومگنتوترومومکانیک دیسک دوار پلیمری هوشمند تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره با رفتار غیرخطی

عباس لقمان<sup>۱</sup>، مهرداد اعظمی<sup>۲\*</sup> و حسین تورنگ<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه کاشان

<sup>۲</sup>دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

<sup>۳</sup>دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۲/۰۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۱۲/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲

### چکیده

در این تحقیق، تحلیل غیرخطی الکترومگنتوترومومکانیک دیسک دوار ساخته شده از ماده پیزوالکتریک پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره، مورد بررسی قرار گرفته است. مدول الاستیسیته این ماده، وابسته به دما و تنش جاری است؛ زیرا این ماده رفتار ویسکوالاستیک داشته، مدول الاستیسیته آن از مدول الاستیسیته ماکسول در رابطه ویسکوالاستیک برگر محاسبه می‌شود. دیسک تحت میدان دما و میدان مغناطیسی یکنواخت با تقارن محوری قرار داشته، تحت نیروی گریز از مرکز ناشی از چرخش حول محور خود قرار دارد. از حل همزمان رابطه‌های تنش- کرنش در حالت تنش صفحه‌ای، کرنش-جابجایی، معادله تعادل، معادله شارژ الکترواستاتیک و رابطه ماکسول با توجه به تغییرات مدول الاستیسیته با تنش و دما، یک معادله دیفرانسیل غیرهمگن مرتبه دو با ضرایب متغیر حاصل می‌شود. با استفاده از یک روش عددی به همراه یک روش نیمه تحلیلی جهت حل این معادله دیفرانسیل، توابع تغییرات مدول الاستیسیته، جابجایی، تنش-کرنش‌ها و میدان الکتریکی محاسبه می‌شوند. جابجایی با اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی و میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و تغییر شکل دیسک با اعمال میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی مناسب می‌تواند کنترل شود. به خاطر رفتار پیزوالکتریک ماده پلیمری دیسک، یک توزیع میدان الکتریکی در دیسک ایجاد می‌شود.

**کلمات کلیدی:** الکترومگنتوترومومکانیکال؛ نانوکامپوزیت؛ ماده ویسکوالاستیک؛ رفتار غیرخطی.

## Electro-Magneto-Thermo-Mechanical Analysis of Polymeric Smart Rotating Disk Reinforced with Multiwalled Carbon Nanotubes with Nonlinear Behavior

A. Loghman<sup>1</sup>, M. Azami<sup>2\*</sup>, H. Tourang<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Assoc. Prof., Mech. Eng., Kashan Univ., Kashan, Iran.

<sup>2</sup> Ph.D. Student, Mech. Eng., Kashan Univ., Kashan, Iran.

<sup>3</sup> Ph.D. Student, Mech. Eng., Kashan Univ., Kashan, Iran.

### Abstract

Nonlinear electro-magneto-thermo-mechanical analysis of a rotating disk made of piezoelectric polymeric material reinforced with multiwalled carbon nanotubes has been considered in this study. This material has viscoelastic behavior and the elasticity modulus is calculated from Maxwell elasticity modulus in Burger's viscoelastic model which time, stress and temperature dependent. The disk has been placed in an axisymmetric distributed temperature and magnetic field and is subjected to an axial centrifugal body force. A non-homogeneous differential equation with variable coefficients is derived using stress-strain relation for plane-stress condition, strain-displacement relation, the equilibrium equation, charge equation of electrostatics and the Maxwell's equation due to variation of the elasticity modulus with respect to stress and temperature. A numerical method in conjunction with a semi analytical solution has been developed to obtain elasticity modulus, displacement, stresses, strains and electric potential distributions. Applying magnetic field and electric potential reduced displacement and the deformation of the disk can be controlled by applying a suitable electric potential and magnetic field. An electric potential distribution due to piezoelectric property of the polymeric material will be distributed throughout the disk.

**Keywords:** Electro-Magneto-Thermo-Mechanical; Nonocomposite; Viscoelastic Material; Nonlinear Behavior.

## ۱- مقدمه

دیسک دوار به علت کاربردهای فراوانی که در صنعت دارد، از دیرباز موضوع تحقیقات و مطالعات متعددی بوده است. در این میان، کاربردهای دیسک دوار پایه پلیمری در صنایع شیمیایی اجتناب ناپذیر است. کارکرد در گرادین‌های دمایی و سرعت‌های زاویه‌ای زیاد به نوبه خود می‌تواند تغییر شکل‌های زیادی را بویژه در دیسک‌های دوار پایه پلیمری ایجاد کند. یکی از راه‌های افزایش مقاومت این ساختارهای پلیمری، استفاده از مواد تقویت‌کننده مانند، نانولوله‌های کربنی با درصد حجمی مناسب است. بعضی از پلیمرها رفتار پیزوالکتریک دارند، به گونه‌ای که در اثر ایجاد تغییر شکل در آن‌ها، یک اختلاف پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌شود که به عنوان سنسور عمل می‌کنند و با اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی، یک تغییر شکل در آن‌ها ایجاد می‌شود که در اینجا به صورت عملگر می‌باشند؛ بنابراین با اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی و میدان مغناطیسی در این سازه‌ها، می‌توان تغییر شکل آن‌ها را کنترل کرد.

در سال‌های اخیر، تحقیقات زیادی در تحلیل تنش‌های الکترو-مگنتو-ترمو-مکانیک سازه‌های کامپوزیتی انجام شده است. نقدآبادی و حسینی کردخیلی [۱]، تحلیل ترموالاستیک دیسک دوار FGM توخالی و توپر را با روش شبه تحلیلی ارائه کرده‌اند. بیات و همکارانش [۲]، تحلیل ترموالاستیک دیسک دوار FGM تابعی با ضخامت یکنواخت و متغیر با خواص وابسته به دما را بدست آورده‌اند. اصغری و غفوری [۳]، حل شبه تحلیلی دیسک سه بعدی توخالی و توپر FGM را بدست آورده‌اند. آن‌ها در تحقیق خود، تابع خاصی را برای خواص مکانیکی دیسک در نظر نگرفته‌اند و می‌توان هر تابع دلخواهی را در روابط بدست آمده جایگزین کرد. دای و فو [۴]، روشی برای حل مسئله الکترومگنتو-الاستیک کره در میدان مغناطیسی یکنواخت و میدان الکتریکی گذرا با زمان را ارائه کرده‌اند. دای و همکارانش [۵]، با استفاده از یک روش تحلیلی و تئوری بی‌نهایت کوچک مگنتو-الاستیسیته، رفتار مگنتو-الاستیک مخازن استوانه‌ای و کروی مواد رتبه‌بندی FGM در میدان مغناطیسی یکنواخت و تحت فشارهای داخلی و خارجی را بررسی کرده‌اند. دای و فو [۶]، با استفاده از یک روش تحلیلی و تئوری بی‌نهایت کوچک مگنتو-الاستیسیته، مسئله مگنتو-الاستیک

ساختارهای توخالی FGM تحت تنش‌های مکانیکی را بررسی کرده‌اند. خوشگفتار و همکارانش [۷]، رفتار ترموپیزوالکتریک یک سیلندر جدار ضخیم FGM را ارائه کرده‌اند. سیلندر تحت میدان دما و فشارهای داخلی و خارجی بارگذاری شده- است. ونگ و زونگ [۸]، یک پوسته استوانه‌ای از جنس مواد مرکب پیزوالکتریک پیزومغناطیس تحت بارگذاری فشاری و حرارتی را بررسی کرده و از قانون توانی و سری فوریه در تحلیل خود استفاده کردند. مویسالا و همکارانش [۹] تاثیر رسانایی حرارتی و الکتریکی نانولوله کربنی تک‌جداره و چند جداره در زمینه ماده مرکب اپوکسی را بررسی کرده و نشان دادند که رسانایی حرارتی الکتریکی ماده الکتریکی تقویت شده با نانولوله کربنی چند جداره بیشتر از تک‌جداره می‌باشد. شیدل و لاگوداس [۱۰] تحلیل میکرومکانیکی تاثیر خواص الاستیکی نانولوله کربنی در زمینه مواد مرکب را مورد بررسی قرار داده و از روش موریتاناکا برای بدست آوردن ضرایب الاستیک استفاده کردند. قربانپور و همکارانش [۱۱]، کماتش صفحه لایه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به صورت تحلیلی و با استفاده از روش اجزای محدود بررسی کرده‌اند. قربانپور و همکارانش [۱۲]، تاثیر نانولوله‌های کربنی بر رفتار مگنتو-ترمو-الکترو-مکانیک استوانه‌های نانو کامپوزیتی هوشمند را بررسی کرده‌اند.

در محیط‌های اسیدی یا بازی برای جلوگیری از خوردگی و کاهش وزن، از مواد پلیمری جهت ساخت قطعات مختلف از جمله، دیسک‌های دوار در پمپ‌ها و توربین-ها، استفاده می‌شود که تحلیل تنش این قطعات، تحت بارگذاری و شرایط مختلف می‌تواند حائز اهمیت باشد. همچنین می‌توان به عنوان پوشش سازه اصلی از این ماده استفاده کرد که در این حالت می‌تواند به عنوان یک حسگر عمل نموده، وضعیت دیسک دوار را از نظر تنش و کرنش در هر وضعیتی با اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل الکتریکی القا شده به دست آورد.

در هیچ یک از مراجع ذکر شده دیگر مراجع، تحلیل الکترو-مگنتو-ترمو-مکانیک دیسک دوار ساخته شده از مواد پلیمری هوشمند تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره بررسی نشده است که در آن به دلیل تغییر مدول الاستیسیته با تنش و دما ماده دارای رفتار غیرخطی است. در این مقاله با استفاده از یک روش عددی به همراه یک روش نیمه

### ۳- معادله رفتاری ویسکوالاستیک برگر

برای محاسبه مدول الاستیسیته از پارامتر مدول الاستیسته ماکسول در رابطه برگر استفاده می‌شود. رابطه برگر عبارت است از:

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma}{E_M} + \frac{\sigma}{E_K} (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{\sigma}{\eta_M} t, \tau = \frac{\eta_K}{E_K} \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $E_M$  و  $\eta_M$  مدول فنر ویسکوزیته میراگر ماکسول،  $E_K$  و  $\eta_K$  مدول فنر ویسکوزیته میراگر کلومین می‌باشند. بخش اول رابطه، مقدار ثابتی است که تغییر شکل الاستیک لحظه‌ای نامیده می‌شود. ضرایب رابطه برگر از طریق نتایج آزمایشگاهی محاسبه می‌شوند که به عنوان مثال، این ضرایب برای ماده پلی‌وینیلیدین فلوراید تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چند جداره توسط ژو و همکارانش، از طریق انطباق نتایج آزمایشگاهی بر رابطه برگر ارائه شده‌اند [۱۳].

در این تحقیق، از بخش اول رابطه برگر جهت محاسبه مدول الاستیسیته استفاده می‌شود که این ضرایب برای تنش‌ها و دماهای مختلف، با استفاده از روش رگرسیون غیر خطی در انطباق بر نتایج تحقیقاتی محققان دیگر، محاسبه می‌شوند. در ادامه کاربرد این روش، برای نتایج تحقیقاتی ارائه شده توسط ژو و همکارانش در ماده پلی‌وینیلیدین فلوراید تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چند جدار توضیح داده می‌شود.

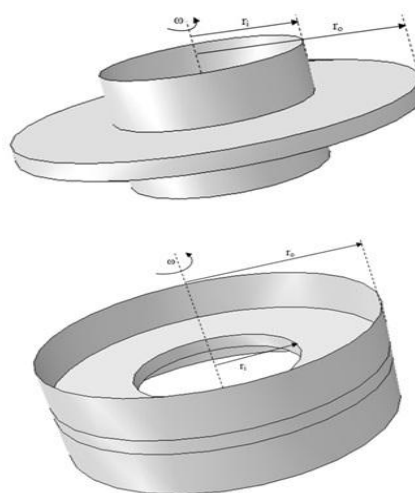
ابتدا با توجه به مقدار مدول الاستیسیته در دمای ۲۳ درجه سانتیگراد و تنش‌های مختلف، تابع تغییرات این ضریب نسبت به تنش در این دما محاسبه می‌شود که در شکل ۲ نشان داده شده است. با توجه به تابع محاسبه شده، یک تابع اولیه برای تغییرات آن برحسب تنش در دماهای ۵۰ و ۸۰ درجه سانتیگراد حدس زده، با انطباق توابع حدس زده شده بر مقادیر این ضریب در تنش ۱۵ مگاپاسکال و دماهای ۵۰ و ۸۰ درجه سانتیگراد، تابعیت توزیع این ضرایب برحسب تنش در دماهای ۵۰ و ۸۰ درجه سانتیگراد محاسبه می‌شوند. سپس با توجه به توزیع این ضرایب در تنش ۱۵ مگاپاسکال و دماهای مختلف، تابعیت تغییر این ضرایب با دما تعیین می‌شود. با توجه به روش توضیح داده شده نمودار تغییرات مدول الاستیسیته برحسب تنش در دماهای ۵۰ و ۸۰ درجه سانتیگراد در شکل‌های ۳ و ۴ و نمودار تغییرات آن برحسب دما در شکل ۵ آورده شده است.

تحلیلی، تحلیل الکترومگنتوترومکانیک دیسک دوار ماده پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره با رفتار غیرخطی انجام شده است.

### ۲- تعریف مسئله و فرضیات

در این تحقیق، یک دیسک دوار با شعاع داخلی  $r_i$  و شعاع بیرونی  $r_o$  مطابق شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. فرضیات مسئله عبارت اند از:

۱. ضخامت دیسک ثابت و یکنواخت است.
۲. دیسک دارای تقارن محوری است.
۳. دیسک با سرعت زاویه ثابت  $\omega$ ، حول محور خود می‌چرخد.
۴. دیسک از ماده پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی ساخته شده است.
۵. مدول الاستیسیته ثابت نبوده، با شعاع تغییر می‌کند.
۶. مدول الاستیسته از مدول الاستیسته ماکسول رابطه برگر محاسبه می‌شود.
۷. شرایط مرزی دیسک به صورت ثابت-آزاد (دیسک در شعاع داخلی روی یک محور صلب نصب شده است) یا آزاد-ثابت (دیسک در شعاع بیرونی روی یک محور صلب نصب شده است).
۸. دیسک بدون تولید حرارت داخلی بوده، در سطوح بالا و پایین کاملاً عایق شده است



شکل ۱- پیکربندی دیسک دوار

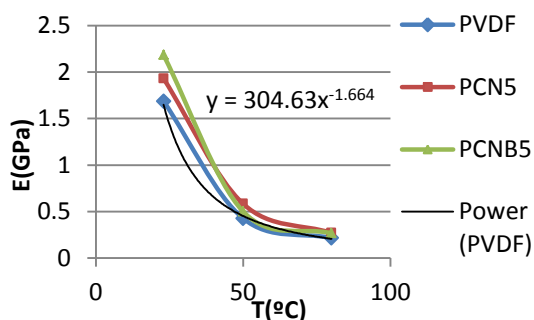
$$C = -\frac{1}{\sigma_0} \ln \frac{E}{E_{m1}}$$

$$B = \ln \left( \frac{E_{m1}}{E_{m2}} \right) / \ln \left( \frac{T_{ambient}}{T_2} \right)$$

$$A = E_{m1} / T_{ambient}^B$$

$$B' = \ln(E_{m3} / AT_2^B e^{C\sigma_0}) / \ln(T_3 / T_2)$$

$$A' = E_3 / T_3^{B'} e^{C\sigma_0} \quad (۳)$$



شکل ۵- نمودار تغییرات مدول الاستیسیته ماکسول با دمای تنش ۱۵ مگاپاسکال

#### ۴- معادلات اساسی

برای جامع نمودن تحلیل متغیرهای بدون بعد به صورت روابط (۴) تعریف می‌شوند:

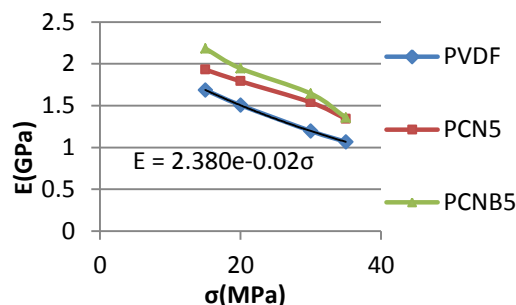
$$R = \frac{r}{r_0}, \bar{u} = \frac{u}{r_0}, \bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{Y}, \bar{\sigma}_\theta = \frac{\sigma_\theta}{Y}$$

$$\bar{E} = \frac{E}{Y}, \bar{\alpha}_i = \alpha_i T_\infty, \bar{e}_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{Y \epsilon_{11}}}$$

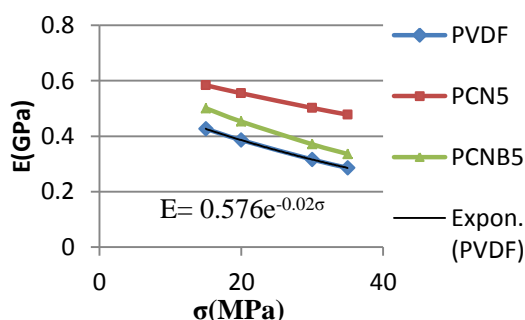
$$\bar{\phi} = \sqrt{\frac{\epsilon_{11}}{Y}} \frac{\phi}{r_0}, \bar{D}_r = \frac{D_r}{\sqrt{Y \epsilon_{11}}}, \theta(R) = \frac{\Delta T}{T_\infty} \quad (۴)$$

در این روابط،  $u$  جابه‌جایی شعاعی،  $\sigma_i (i=r, \theta)$  تنش های شعاعی و مماسی،  $Y$  تنش تسلیم،  $E$  مدول الاستیسیته،  $\alpha_i (i=r, \theta)$  ضرایب انبساط حرارتی در جهت های شعاعی و مماسی،  $e_{ij} (i, j=1, 2, 3)$  ثوابت کرنش پیزوالکتریک،  $\epsilon_{11}$  ثابت دی الکتریک،  $D_r$  جابه‌جایی الکتریکی در جهت شعاعی،  $\phi$  شار الکتریکی،  $T$  دمای محیط،  $\Delta T$  اختلاف دما با دمای محیط و بقیه پارامترها شکل بی بعد شده هریک از پارامترهای فوق می‌باشند.

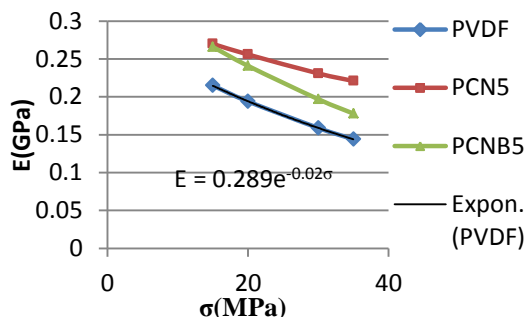
معادله انتقال حرارت و شرایط مرزی حرارتی در حالت کلی با توجه به فرضیات مسئله برحسب پارامترهای بدون بعد عبارت از رابطه (۵) است [۱۴]:



شکل ۲- نمودار تغییرات مدول الاستیسیته با تنش در دمای ۲۲ درجه سانتیگراد



شکل ۳- نمودار تغییرات مدول الاستیسیته با تنش در دمای ۵۰ درجه سانتیگراد



شکل ۴- نمودار تغییرات مدول الاستیسیته با تنش در دمای ۸۰ درجه سانتیگراد

با توجه به روش توضیح داده شده، نمودارهای ارائه شده تابع تغییرات مدول الاستیسیته برای پلی‌وینیلیدین‌فلوراید تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی چند جداره عبارت‌است از:

$$E_m(T, \sigma) = \begin{cases} (AT^B)e^{C\sigma} & T \leq 70 \\ (A'T^{B'})e^{C\sigma} & T \geq 70 \end{cases} \quad (۲)$$

اگر مقدار  $E_m$  در تنش  $\sigma_0$  و دماهای  $T = T_{ambient}, T_2, T_3$  به ترتیب برابر،  $E_{m3}, E_{m2}, E_{m1}$  و مدول الاستیسیته ماده در دمای محیط برابر  $E$  باشد، ضرایب  $A, B, C, A', B'$  عبارت از:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + f_r + \rho r \omega^2 = 0 \quad (11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d(rD_r)}{dr} = 0 \Rightarrow D_r = \frac{X_3}{r} \quad (12)$$

در رابطه (۱۰)،  $\rho$  چگالی و  $f_r$  نیروی لورنس در جهت شعاعی بوده که با استفاده از روابط الکترو دینامیک ماکسول محاسبه می‌شود که عبارت از رابطه (۱۳) است [۱۵]:

$$f_r = \mu H_z^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (13)$$

در این رابطه،  $\mu$  نفوذپذیری مغناطیسی و  $H_z$  میدان مغناطیسی در جهت محوری است.

ابتدا رابطه (۷) در روابط (۸) و (۹) جایگذاری و شرایط تنش صفحه‌ای اعمال و سپس رابطه (۱۲) در رابطه (۹) جایگذاری و ساده‌سازی می‌شود؛ در نهایت با جایگذاری رابطه حاصل از ساده‌سازی روابط (۹) و (۱۲) و رابطه ساده شده از روابط (۷)، (۸) و (۹) و با توجه با پارامترهای بی‌بعد سازی، رابطه پیوستگی و معادله تعادل به صورت روابط (۱۴) - (۱۵) ساده می‌شوند.

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_r \\ \bar{\sigma}_\theta \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{cases} \frac{d\bar{u}}{dR} - \bar{\alpha}_r \theta(R) \\ \frac{\bar{u}}{R} - \bar{\alpha}_\theta \theta(R) \end{cases}$$

$$-\left\{ \frac{D_1/D_3}{D_2/D_3} \right\} \frac{X_3}{R}, \bar{C} = \bar{\lambda} + 2\bar{G}$$

$$C_1 = \frac{4\bar{G}(\bar{\lambda} + \bar{G})}{\bar{C}}, C_2 = \frac{2\bar{G}\bar{\lambda}}{\bar{C}}$$

$$D_1 = \bar{C}\bar{e}_{11} - \bar{\lambda}\bar{e}_{13}, D_2 = \bar{C}\bar{e}_{12} - \bar{\lambda}\bar{e}_{13}$$

$$D_3 = \bar{C} + \bar{e}_{13}^2, C_{11} = C_1 + \frac{D_1^2}{CD_3}$$

$$C_{12} = C_2 + \frac{D_1 D_2}{CD_3}, C_{22} = C_1 + \frac{D_2^2}{CD_3} \quad (14)$$

$$\frac{d\bar{\sigma}_r}{dR} + \frac{\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_\theta}{R} + \frac{f_r r_o}{Y} + \frac{R}{Y} \rho r_o^2 \omega^2 = 0 \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه (۱۴) در رابطه (۱۵)، معادله دیفرانسیل حاکم بر جابه‌جایی شعاعی و پتانسیل الکتریکی دیسک عبارت از رابطه (۱۶) - (۱۸) است:

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dR^2} + F_1(R) \frac{d\bar{u}}{dR} + F_2(R) \bar{u} = F_3(R) + X_3 F_4(R) \quad (16)$$

$$\frac{d\bar{\phi}}{dR} = \frac{D_1}{D_3} \left( \frac{d\bar{u}}{dR} - \bar{\alpha}_r \theta(R) \right) +$$

$$\frac{D_2}{D_3} \left( \frac{\bar{u}}{R} - \bar{\alpha}_\theta \theta(R) \right) - \frac{\bar{C}}{D_3} \frac{X_3}{R} \quad (17)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R \frac{d}{dR} \theta(R) \right) = 0$$

$$A_{11} \theta'(R_i) + A_{12} \theta(R_i) = B_1, B_1 = \frac{F_1 - A_{12} T_\infty}{T_\infty}$$

$$A_{21} \theta'(1) + A_{22} \theta(1) = B_2, B_2 = \frac{F_2 - A_{22} T_\infty}{T_\infty} \quad (5)$$

در رابطه (۵)  $A_{ij}, F_i (i, j = 1, 2)$  ضرایب و مقادیر ثابتی هستند که با توجه به نوع شرایط مرزی حرارتی حاکم بر مسئله انتخاب می‌شوند. حل این معادله دیفرانسیل به همراه شرایط مرزی آن عبارت از رابطه (۶) است:

$$\theta(R) = A_1 \ln R + A_2$$

$$A_1 = \frac{B_1 A_{22} - B_2 A_{12}}{(A_{11}/R_i + A_{12} \ln R_i) A_{22} - A_{12} A_{21}}$$

$$A_2 = \frac{(A_{11}/R_i + A_{12} \ln R_i) B_2 - A_{21} B_1}{(A_{11}/R_i + A_{12} \ln R_i) A_{22} - A_{12} A_{21}} \quad (6)$$

روابط کرنش-جابه‌جایی، میدان الکتریکی-پتانسیل الکتریکی و رابطه پیوستگی در سیستم مختصات استوانه‌ای برای مواد پیزوالکتریک برحسب ضرایب لامه عبارت از رابطه (۷) است [۱۴]:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, E_r = -\frac{d\phi}{dr} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{cases} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_r - \alpha_r \Delta T \\ \varepsilon_\theta - \alpha_\theta \Delta T \\ \varepsilon_z - \alpha_z \Delta T \end{cases} = \begin{bmatrix} e_{11} & 0 & 0 \\ e_{12} & 0 & 0 \\ e_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} E_r \\ E_\theta \\ E_z \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} D_r \\ D_\theta \\ D_z \end{cases} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_r - \alpha_r \Delta T \\ \varepsilon_\theta - \alpha_\theta \Delta T \\ \varepsilon_z - \alpha_z \Delta T \end{cases} +$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{cases} E_r \\ E_\theta \\ E_z \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه (۸)،  $E_i (i = r, \theta, z)$  میدان الکتریکی در جهات شعاعی، مماسی و محوری بوده،  $\lambda, G$  ضرایب لامه می‌باشند که برحسب مدول الاستیسیته و ضریب پواسون عبارت از رابطه (۱۰) است:

$$G = \frac{E}{1+\nu}, \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (10)$$

معادله تعادل و معادله شارژ الکترواستاتیک در سیستم مختصات استوانه‌ای برای دیسک دوار عبارت‌اند از:

است با اعمال روش نیمه تحلیلی، معادله دیفرانسیل حاکم بر جابه‌جایی شعاعی و پتانسیل الکتریکی دیسک برای زیردامنه  $k$ م عبارت از روابط (۱۹-۲۱) است:

$$\frac{d^2 \bar{u}^{(k)}}{dR^2} + F_1^{(k)} \frac{d\bar{u}^{(k)}}{dR} + F_2^{(k)} \bar{u}^{(k)} = F_3^{(k)} + X_3^{(k)} F_4^{(k)} \quad (19)$$

$$I_1^{(k)} = C_{11}^{(k)} Y + \mu H_z^2, I_2^{(k)} = C_{22}^{(k)} Y + \mu H_z^2$$

$$F_1^{(k)} = \frac{1}{R^{(k)}} + \frac{1}{I_1^{(k)}} \frac{dC_{11}}{dR} (R^{(k)})$$

$$F_2^{(k)} = \frac{1}{I_1^{(k)} R^{(k)}} \frac{dC_{12}}{dR} (R^{(k)}) - \frac{I_2^{(k)}}{I_1^{(k)}} \frac{1}{(R^{(k)})^2}$$

$$F_3^{(k)} = \frac{C_{11}^{(k)} \bar{\alpha}_r + C_{12}^{(k)} \bar{\alpha}_\theta}{I_1^{(k)}} Y \frac{d\theta}{dR} +$$

$$\left( \frac{C_{11}^{(k)} - C_{12}^{(k)}}{I_1^{(k)}} \bar{\alpha}_r + \frac{C_{12}^{(k)} - C_{22}^{(k)}}{I_1^{(k)}} \bar{\alpha}_\theta \right) +$$

$$\frac{\bar{\alpha}_r}{I_1^{(k)}} \frac{dC_{11}}{dR} (R^{(k)}) + \frac{\bar{\alpha}_\theta}{I_1^{(k)}} \frac{dC_{12}}{dR} (R^{(k)}) Y \theta^{(k)}$$

$$- \rho r_o^2 \omega^2 \frac{R^{(k)}}{I_1^{(k)}}$$

$$F_4^{(k)} = \frac{Y}{I_1^{(k)} R^{(k)}} \left( \frac{d}{dR} \left( \frac{D_1}{D_3} \right) \right) (R^{(k)}) - \frac{Y}{I_1^{(k)} (R^{(k)})^2} \frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}} \quad (20)$$

$$\frac{d\bar{\phi}}{dR} = \frac{D_1^{(k)}}{D_3^{(k)}} \left( \frac{d\bar{u}^{(k)}}{dR} - \bar{\alpha}_r \theta^{(k)} \right) +$$

$$\frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}} \left( \frac{\bar{u}^{(k)}}{R} - \bar{\alpha}_\theta \theta^{(k)} \right) - \frac{\bar{C}^{(k)}}{D_3^{(k)}} \frac{X_3^{(k)}}{R} \quad (21)$$

حل معادله دیفرانسیل روابط (۱۹) و (۲۱) عبارت است

از:

$$m_{1,2}^{(k)} = \frac{-F_1^{(k)} \pm \sqrt{(F_1^{(k)})^2 - 4F_1^{(k)} F_2^{(k)}}}{2} \quad (22)$$

$$\bar{u}^{(k)}(R) = X_1^{(k)} e^{m_1^{(k)} R} + X_2^{(k)} e^{m_2^{(k)} R} + X_3^{(k)} \frac{F_4^{(k)}}{F_2^{(k)}} + \frac{F_3^{(k)}}{F_2^{(k)}} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}^{(k)}(R) = & X_1^{(k)} \left( \frac{D_1^{(k)}}{D_3^{(k)}} e^{m_1^{(k)} R} + \frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}} \int \frac{e^{m_1^{(k)} R}}{R} dR \right) \\ & + X_2^{(k)} \left( \frac{D_1^{(k)}}{D_3^{(k)}} e^{m_2^{(k)} R} + \frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}} \int \frac{e^{m_2^{(k)} R}}{R} dR \right) \\ & + X_3^{(k)} \left( \frac{D_1^{(k)}}{D_3^{(k)}} \frac{F_4^{(k)}}{F_2^{(k)}} + \left( \frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}} \frac{F_4^{(k)}}{F_2^{(k)}} - \frac{\bar{C}^{(k)}}{D_3^{(k)}} \right) \ln R \right) \\ & + X_4^{(k)} + \left( \frac{F_3^{(k)}}{F_2^{(k)}} \right) (1 + \ln R) \\ & - \left( \frac{D_1^{(k)}}{D_3^{(k)}} \bar{\alpha}_r \theta^{(k)} + \frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}} \bar{\alpha}_\theta \theta^{(k)} \right) R \quad (24) \end{aligned}$$

حال برای محاسبه تنش‌های شعاعی و مماسی در زیر دامنه  $k$ ام، رابطه جابه‌جایی حاصل در رابطه (۲۳) را در رابطه تنش-جابه‌جایی، جایگذاری کرده که با انجام این عمل رابطه

$$I_1 = C_{11} Y + \mu H_z^2, I_2 = C_{22} + \mu H_z^2$$

$$F_1(R) = \frac{1}{R} + \frac{1}{I_1} \frac{dC_{11}}{dR}, F_2(R) = \frac{1}{I_1 R} \frac{dC_{12}}{dR} - \frac{I_2}{I_1} \frac{1}{R^2}$$

$$F_3(R) = \frac{(C_{11} \bar{\alpha}_r + C_{12} \bar{\alpha}_\theta) Y \frac{d\theta}{dR} +$$

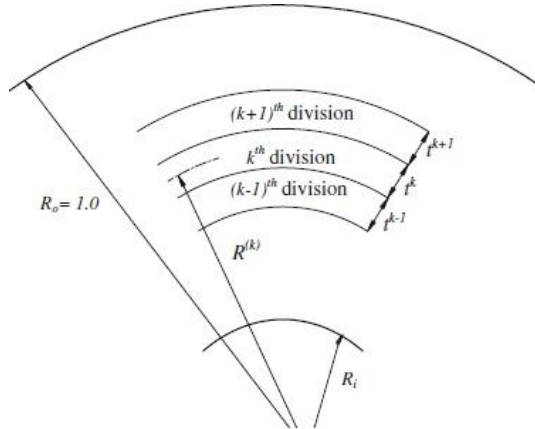
$$\left( \frac{C_{11} - C_{12}}{I_1} \bar{\alpha}_r + \frac{C_{12} - C_{22}}{I_1} \bar{\alpha}_\theta \right) +$$

$$\frac{\bar{\alpha}_r}{I_1} \frac{dC_{11}}{dR} + \frac{\bar{\alpha}_\theta}{I_1} \frac{dC_{12}}{dR} Y \theta(R) - \rho r_o^2 \omega^2 \frac{R}{I_1}$$

$$F_4(R) = \left( \frac{1}{I_1 R} \frac{d}{dR} \left( \frac{D_1}{D_3} \right) - \frac{1}{I_1 R^2} \frac{D_2}{D_3} \right) Y \quad (18)$$

رابطه (۱۶)، یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم غیرهمگن با ضرایب متغیر است. برای حل این معادله دیفرانسیل، از روش نیمه تحلیلی استفاده می‌شود [۱۵].

روش نیمه تحلیلی برای حل معادلات دیفرانسیلی به کار می‌رود که ضرایب آن متغیر بوده، حل دقیق آن وجود نداشته باشد که بیشتر در مسایل مربوط به مواد رتبه‌بندی شده تابعی با تابع کسر حجمی استفاده شده است. در روش نیمه تحلیلی، ابتدا دامنه حل دیسک مطابق شکل ۶ به زیردامنه‌های کوچکتر تقسیم می‌شود.



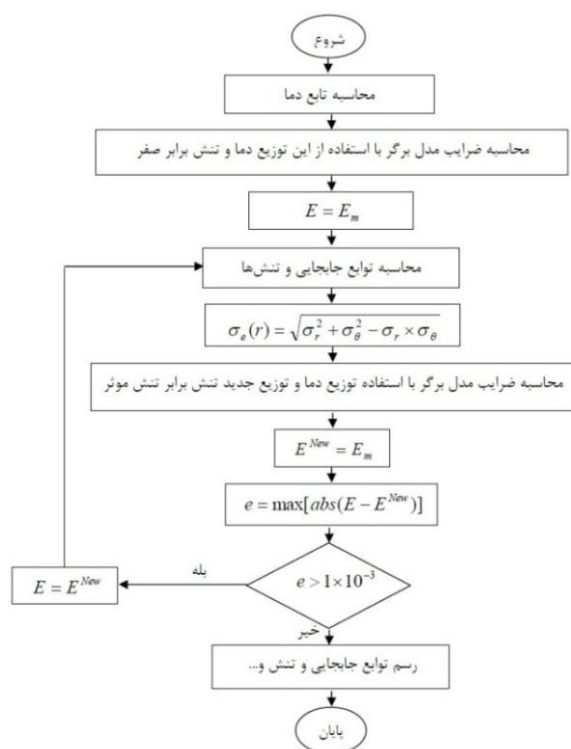
شکل ۶- تقسیم دامنه حل به زیردامنه‌ها کوچکتر

هرچقدر تعداد زیردامنه‌ها بیشتر باشد، حلدقیق‌تر خواهد بود. ضرایب معادله دیفرانسیل، برای کل دامنه حل زیردامنه  $k$ ام به ازای شعاع متوسط آن زیردامنه به صورت یک عدد ثابت محاسبه و معادله دیفرانسیل حاکم بر جابه‌جایی زیردامنه  $k$ ام به یک معادله دیفرانسیل با ضرایب ثابت تبدیل می‌شود که با روش‌های معمول در حل معادلات دیفرانسیل قابل حل

می‌شوند؛ سپس با جایگذاری آن‌ها در روابط تنش‌ها، جابه‌جایی و میدان الکتریکی، این توابع در کل دامنه حل محاسبه می‌شوند.

خواص حرارتی، مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی به غیر از مدول الاستیسیته پلیمر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی، از روش ترکیب محاسبه می‌شوند [۱۲].

برای محاسبه تابع توزیع مدول الاستیسیته از یک روش سعی و خطا استفاده می‌شود که فلوجارت مربوط به حل این روش، در شکل شماره ۷ آورده شده است.



شکل ۷- فلوجارت روش حل سعی و خطا

### ۵- نتایج و بحث

در این بخش، برای بررسی اثرات میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و نانولوله‌های کربنی بر جابه‌جایی، تنش‌ها و میدان الکتریکی در شرایط متفاوت بارگذاری، دو حالت مختلف در نظر گرفته می‌شود. در هر دو حالت، یک دیسک دوار با  $r_o = 2r_i$  ساخته شده از ماده پلی‌وینیلیدین‌فلوراید تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره، مورد بررسی قرار گرفته می‌شود. شرایط مرزی حرارتی در شعاع داخلی و بیرونی به

تنش‌های شعاعی و مماسی به صورت رابطه (۲۵) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(k)} &= X_1^{(k)} (C_{11}^{(k)} m_1^{(k)} + C_{12}^{(k)} \frac{1}{R}) e^{m_1^{(k)} R} \\ &+ X_2^{(k)} (C_{11}^{(k)} m_2^{(k)} + C_{12}^{(k)} \frac{1}{R}) e^{m_2^{(k)} R} \\ &+ X_3^{(k)} (C_{12}^{(k)} \frac{F_4^{(k)}}{F_2^{(k)}} - \frac{D_1^{(k)}}{D_3^{(k)}}) \frac{1}{R} - \\ &(C_{11}^{(k)} \alpha_r + C_{12}^{(k)} \alpha_\theta) \theta^{(k)} + C_{12}^{(k)} (\frac{F_3^{(k)}}{F_2^{(k)}}) \frac{1}{R} \\ \bar{\sigma}_\theta^{(k)} &= X_1^{(k)} (C_{12}^{(k)} m_1^{(k)} + C_{22}^{(k)} \frac{1}{R}) e^{m_1^{(k)} R} \\ &+ X_2^{(k)} (C_{12}^{(k)} m_2^{(k)} + C_{22}^{(k)} \frac{1}{R}) e^{m_2^{(k)} R} \\ &+ X_3^{(k)} (C_{22}^{(k)} \frac{F_4^{(k)}}{F_2^{(k)}} - \frac{D_2^{(k)}}{D_3^{(k)}}) \frac{1}{R} \\ &- (C_{12}^{(k)} \alpha_r + C_{22}^{(k)} \alpha_\theta) \theta^{(k)} + C_{22}^{(k)} (\frac{F_3^{(k)}}{F_2^{(k)}}) \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (25)$$

ثوابت  $X_i^{(k)}$  ( $i=1,2,3,4$ )، ثابت‌های انتگرال‌گیری در زیردامنه کام هستند که با استفاده از شرایط مرزی حاکم بر شعاع‌های داخلی و بیرونی و شرایط پیوستگی در مرز زیردامنه‌ها محاسبه می‌شوند. شرایط پیوستگی در مرز زیردامنه کام و شرایط مرزی حاکم بر شعاع‌های داخلی و بیرونی عبارت از روابط (۲۶-۲۷) است:

$$\begin{aligned} \bar{u}^{(k)}(R^{(k)} + \frac{t^{(k)}}{2}) &= \bar{u}^{(k+1)}(R^{(k+1)} - \frac{t^{(k+1)}}{2}) \\ \bar{\sigma}_r^{(k)}(R^{(k)} + \frac{t^{(k)}}{2}) &= \bar{\sigma}_r^{(k+1)}(R^{(k+1)} - \frac{t^{(k+1)}}{2}) \\ \bar{\phi}^{(k)}(R^{(k)} + \frac{t^{(k)}}{2}) &= \bar{\phi}^{(k+1)}(R^{(k+1)} - \frac{t^{(k+1)}}{2}) \\ \frac{d\bar{\phi}^{(k)}}{dR}(R^{(k)} + \frac{t^{(k)}}{2}) &= \frac{d\bar{\phi}^{(k+1)}}{dR}(R^{(k+1)} - \frac{t^{(k+1)}}{2}) \end{aligned} \quad (26)$$

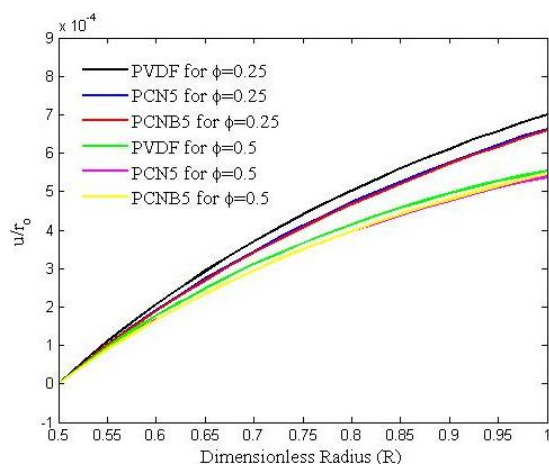
$$\begin{aligned} X_{11} \bar{u}(R_i) + X_{12} \bar{\sigma}_r(R_i) &= 0 \\ X_{21} \bar{u}(1) + X_{22} \bar{\sigma}_r(1) &= 0 \\ \bar{\phi}(R_i) &= \bar{\phi}_i \\ \bar{\phi}(1) &= \bar{\phi}_o \end{aligned} \quad (27)$$

در رابطه (۲۷)، ضرایب  $X_{ij}$  ( $i,j=1,2$ ) دارای مقادیر صفر یا یک بوده که با انتخاب عدد مناسب یکی از شرایط مرزی مکانیکی ایجاد خواهد شد.

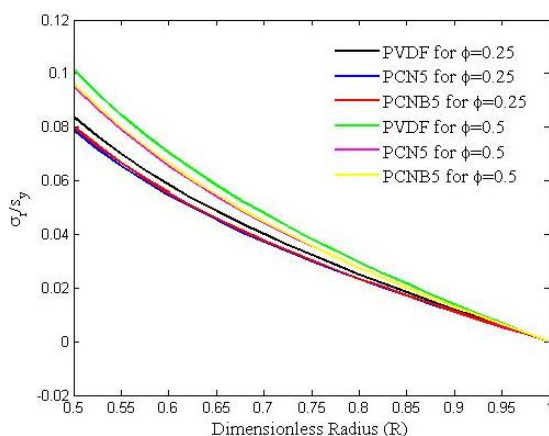
با اعمال شرایط مرزی در شعاع داخلی و بیرونی دیسک و شرایط پیوستگی در مرز زیردامنه‌ها، یک دسته معادلات جبری (n معادله n مجهول) ایجاد می‌شود که با حل همزمان این معادلات، ثوابت انتگرال‌گیری برای هر زیردامنه محاسبه

شرایط مرزی ثابت در مرز داخلی، تنش شعاعی نیز کششی بوده که با افزودن نانولوله کربنی چون جابه‌جایی شعاعی کاهش می‌یابد، مقدار تنش شعاعی نیز کاهش یافته و در PCNB5 مقدار تنش شعاعی تغییر زیادی نمی‌کند. با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی، جابه‌جایی شعاعی کاهش یافته، در نتیجه مقدار تنش شعاعی افزایش می‌یابد.

نمودار تنش مماسی در سه حالت درصد نانولوله کربنی و دو مقدار اختلاف پتانسیل الکتریکی در شعاع داخلی، در شکل ۱۰ نشان داده شده است؛ چون تقویت نانولوله‌ها در جهت شعاعی است، افزودن نانولوله کربنی، باعث کاهش تنش شعاعی و افزایش تنش مماسی فشاری می‌شود که مقدار



شکل ۸- نمودار جابه‌جایی شعاعی در شرایط مرزی ثابت-آزاد و مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی



شکل ۹- نمودار تنش شعاعی در شرایط مرزی ثابت-آزاد و مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی

صورت جابه‌جایی حرارتی با هوای محیط در دو شرایط مرزی ثابت-آزاد و آزاد-ثابت در نظر گرفته می‌شود.

برای هر یک از شرایط مرزی، نمودارهای جابه‌جایی، تنش‌ها و میدان الکتریکی برای سه حالت درصد حجمی، PVDF خالص، PVDF تقویت شده با ۵ درصد نانولوله‌های کربنی (PCN5) و PVDF تقویت شده با ۵/۵ درصد نانولوله‌های کربنی بود برانچد<sup>۱</sup> (PCNB5) ترسیم می‌شود. خواص حرارتی، مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی، PVDF تقویت شده با نانولوله‌های کربنی از روش ترکیب محاسبه می‌شوند که خواص حرارتی، مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی PVDF و نانولوله کربنی، توسط قربانپور و همکارانش ارائه شده است [۱۲]. جهت بررسی اثرات میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و نانولوله‌های کربنی دو حالت در نظر گرفته می‌شود.

#### الف) اثر نانولوله‌های کربنی و میدان الکتریکی در شرایط مرزی ثابت-آزاد

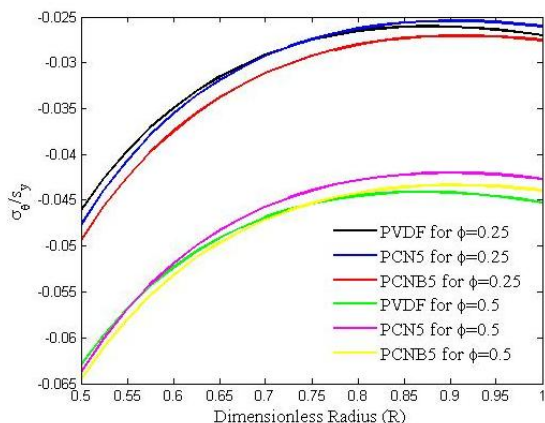
در این بخش، یک دیسک دوار با شرایط مرزی ثابت-آزاد در نظر گرفته و برای هر سه حالت درصد حجمی، نمودارهای جابه‌جایی شعاعی، تنش‌ها و میدان الکتریکی برای دو مقدار اختلاف پتانسیل الکتریکی ترسیم می‌شود.

نمودار جابه‌جایی شعاعی در سه حالت درصد نانولوله-کربنی با اعمال دو مقدار مختلف از اختلاف پتانسیل الکتریکی در شعاع داخلی، در شکل ۸ آورده شده است. با توجه به شکل ۸، شرایط مرزی ثابت در شعاع داخلی ارضا شده که با افزودن نانولوله کربنی، استحکام دیسک افزایش یافته، در نتیجه مقدار جابه‌جایی در جهت افزایش شعاع، کاهش می‌یابد که در PCNB5 به دلیل ساختار نوع نانولوله به کار رفته، مقدار جابه‌جایی تغییر زیادی نمی‌کند. با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی دلیل ایجاد جابه‌جایی منفی در اثر اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار جابه‌جایی شعاعی کاهش می‌یابد؛ بنابراین می‌توان با اعمال اختلاف پتانسیل مناسب، مقدار جابه‌جایی شعاعی دیسک را کنترل کرد.

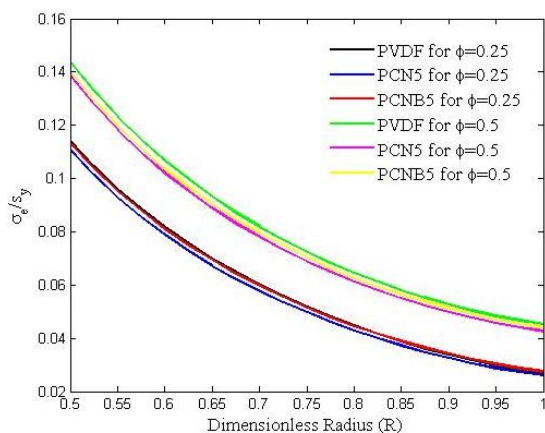
شکل ۹، نمودار تنش شعاعی در سه حالت درصد نانولوله کربنی و دو مقدار اختلاف پتانسیل الکتریکی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، شرایط مرزی آزاد در شعاع بیرونی ارضا شده و با توجه به مثبت بودن جابه‌جایی شعاعی نوع

<sup>۱</sup> Bud-Branched

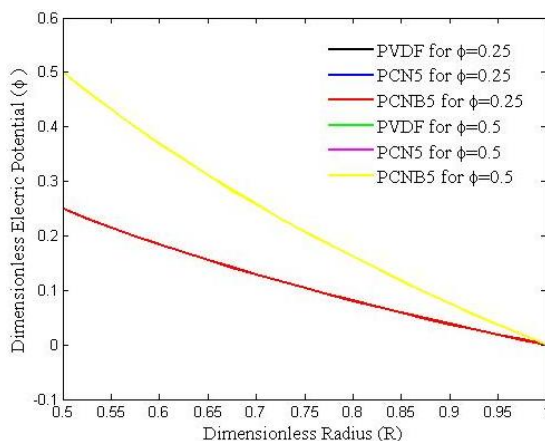




شکل ۱۰- نمودار تنش مماسی در شرایط مرزی ثابت-آزاد و مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی



شکل ۱۱- نمودار تنش موثر در شرایط مرزی ثابت-آزاد و مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی



شکل ۱۲- نمودار میدان الکتریکی در شرایط مرزی ثابت-آزاد و مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی

تنش مماسی در PCNB5 نیز افزایش می‌یابد. با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار تنش مماسی فشاری نیز افزایش می‌یابد. چون تنش مماسی فشاری است؛ بنابراین با افزایش تنش مماسی فشاری، از رشد ترک‌های ایجاد می‌جاری جلوگیری خواهد شد.

شکل ۱۱، نمودار تنش موثر در سه حالت مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار اختلاف پتانسیل الکتریکی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل با افزودن نانولوله کربنی مقدار تنش موثر کاهش یافته که در PCNB5، مقدار تنش موثر تغییر چندانی نمی‌کند. با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی و با توجه به اینکه تنش شعاعی و مماسی افزایش می‌یابد، مقدار تنش موثر نیز افزایش می‌یابد.

شکل ۱۲، نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی برای سه حالت مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار اختلاف پتانسیل الکتریکی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲ با افزودن نانولوله کربنی، مقدار اختلاف پتانسیل الکتریکی تغییری نمی‌کند؛ زیرا نانولوله‌های کربنی خاصیت پیزوالکتریک ندارند.

### ب) اثر نانولوله‌های کربنی و میدان مغناطیسی در شرایط مرزی آزاد-ثابت

در این بخش، دیسک دواری با شرایط مرزی آزاد-ثابت در نظر گرفته، نمودارهای جابه‌جایی، تنش‌ها و میدان الکتریکی برای حالت‌های مختلف درصد حجمی نانولوله کربنی و برای دو مقدار میدان مغناطیسی ترسیم می‌شود.

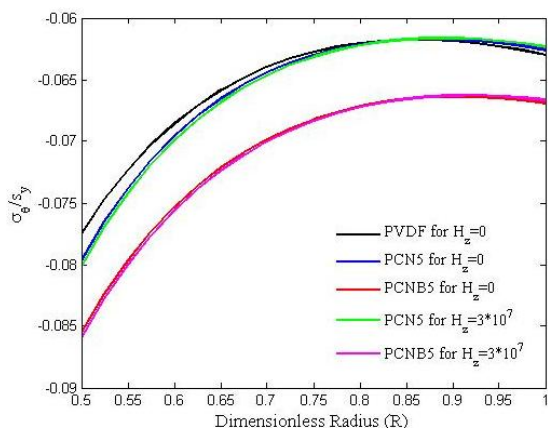
شکل ۱۳، نمودار جابه‌جایی شعاعی در حالت‌های مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل شرط مرزی ثابت در شعاع بیرونی ارضا شده و با افزودن نانولوله کربنی (افزایش استحکام)، جابه‌جایی شعاعی کاهش، ولی چون جابه‌جایی شعاعی منفی است، قدرمطلق آن افزایش یافته که میدان مغناطیسی تغییری روی جابه‌جایی شعاعی ایجاد نمی‌کند.

شکل ۱۴، نمودار تنش شعاعی برای سه حالت مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۴، شرایط مرزی آزاد در شعاع داخلی ارضا شده و با افزودن نانولوله کربنی و افزایش استحکام و با توجه به جهت نیروی گریز از مرکز و ثابت بودن شعاع بیرونی، مقدار تنش شعاعی فشاری کاهش یافته که در

موثر با توجه به افزایش تنش‌های شعاعی و مماسی، افزایش یافته و با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار تنش مماسی تغییر چندانی ندارد.

شکل ۱۷، نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی برای سه حالت مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

اختلاف پتانسیل الکتریکی، با توجه به شرط مرزی آزاد در شعاع داخلی (جابجایی در جهت افزایش شعاع) مثبت بوده، با میدان مغناطیسی رابطه مستقیم دارد؛ در صورتی که با توجه به شرایط مرزی ثابت در شعاع بیرونی (تنش شعاعی فشاری) منفی بوده، مقدار آن با افزایش میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

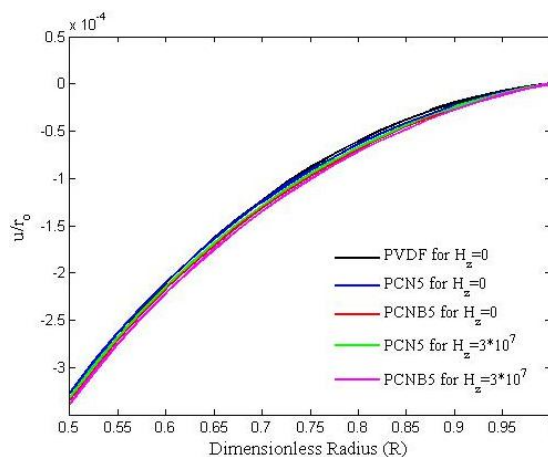


شکل ۱۵- نمودار تنش مماسی در شرایط مرزی آزاد- ثابتو مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی

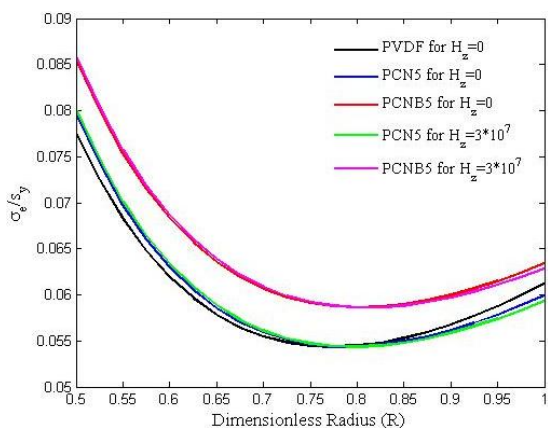
PCNB5 با توجه به نوع ساختار نانولوله کربنی به کار رفته در آن، مقدار تنش شعاعی افزایش می‌یابد و میدان مغناطیسی تاثیر زیادی بر تنش شعاعی ندارد.

شکل ۱۵، نمودار تنش مماسی برای سه حالت مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل با افزودن نانولوله کربنی، مقدار تنش مماسی به دلیل جهت نانولوله‌های کربنی، افزایش یافته و در PCNB5 نیز افزایش می‌یابد و با افزایش میدان مغناطیسی، مقدار تنش مماسی تغییری نمی‌کند.

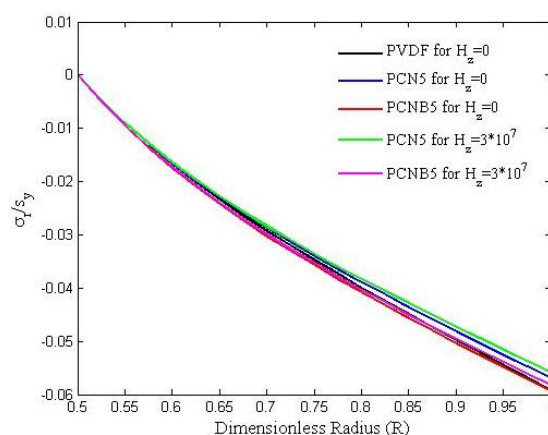
شکل ۱۶، نمودار تنش موثر برای سه حالت مختلف درصد نانولوله کربنی و دو مقدار میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل با افزودن نانولوله کربنی، مقدار تنش



شکل ۱۳- نمودار جابجایی شعاعی در شرایط مرزی آزاد- ثابتو مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی



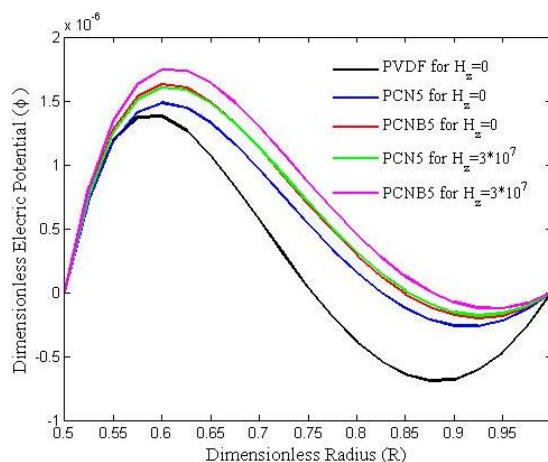
شکل ۱۶- نمودار تنش موثر در شرایط مرزی آزاد- ثابتو مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی



شکل ۱۴- نمودار تنش شعاعی در شرایط مرزی آزاد- ثابتو مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی

## ۷- مراجع

- [1] Kordkheili SH, Naghdabadi R (2007) Thermoelastic analysis of a functionally graded rotating disk. *Compos Struct* 79(4): 508-516.
- [2] Bayat M, Sahari B, Saleem M, Hamouda AMS, Reddy JN (2009) Thermo elastic analysis of functionally graded rotating disks with temperature-dependent material properties: uniform and variable thickness. *Int J Mech Mater Des* 5(3): 263-279.
- [3] Asghari M, Ghafoori E (2010) A three-dimensional elasticity solution for functionally graded rotating disks. *Compos Struct* 92(5): 1092-1099.
- [4] Dai H, Fu Y (2006) Electromagnetotransient stress and perturbation of magnetic field vector in transversely isotropic piezoelectric solid spheres. *Mat Sci Eng B-Solid* 129(1): 86-92.
- [5] Dai H, Fu Y, Dong Z (2006) Exact solutions for functionally graded pressure vessels in a uniform magnetic field. *Int J Solids Struct* 43(18): 5570-5580.
- [6] Dai H, Fu Y (2007) Magneto thermoelastic interactions in hollow structures of functionally graded material subjected to mechanical loads. *Int J Pres Ves Pip* 84(3): 132-138.
- [7] Khoshgoftar M, Gourbanpour Arani A, Arefi M (2009) Thermoelastic analysis of a thick walled cylinder made of functionally graded piezoelectric material. *Smart Mater Struct* 18(11): 115007.
- [8] Wang X, Zhong Z (2003) A finitely long circular cylindrical shell of piezoelectric/piezomagnetic composite under pressuring and temperature change. *Int J Eng Sci* 41(20): 2429-2445.
- [9] Moiala A, Li Q, Kinloch I, Windle A (2006) Thermal and electrical conductivity of single- and multi-walled carbon nanotube-epoxy composites. *Compos Sci Technol* 66(10): 1285-1288.
- [10] Seidel GD, Lagoudas DC (2006) Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites. *Mech Mater* 38(8): 884-907.
- [11] Gourbanpour Arani A, Maghamikia S, Mohammadimehr M, Arefmanesh A (2011) Buckling analysis of laminated composite rectangular plates reinforced by SWCNTs using analytical and finite element methods. *J Mech Sci Technol* 25(3): 809-820.
- [12] Gourbanpour Arani A, Mobarakeh MR, Shams S, Mohammadimehr M (2012) The effect of CNT volume fraction on the magneto-thermo-electro-mechanical behavior of smart nanocomposite cylinder. *J Mech Sci Technol* 26(8): 2565-2572.
- [13] Tang XG, Hou M, Zou J, Truss R, Zhu Z (2012) The creep behaviour of poly (vinylidene fluoride)/"bud-branched" nanotubes



شکل ۱۷- نمودار میدان الکتریکی در شرایط مرزی آزاد- ثابت و مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل الکتریکی

## ۶- نتیجه گیری

در این تحقیق، تحلیل الکترومگنتوترومومکانیک دیسک دوار ساخته شده از مواد پلیمری پیزوالکتریک تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چند جداره با رفتار غیرخطی بررسی گردید. مدول الاستیسیته از مدول الاستیسیته ماکسول در رابطه ویسکوالاستیک برگر محاسبه گردید؛ بنابراین مدول الاستیسیته، تابعی از دما و تنش جاری است؛ به همین دلیل ماده دارای رفتار غیرخطی است. روش حل ذکر شده، ترکیبی از یک روش نیمه تحلیلی و یک روش عددی سعی و خطا در محاسبه تابع توزیع مدول الاستیسیته است. تحلیل تنها برای زمان اولیه انجام شده است و مشاهده گردید که با افزایش نانولوله کربنی و افزایش استحکام، وضعیت جابه‌جایی و تنش‌ها بهتر می‌شود با انتخاب مقدار مناسبی از اختلاف پتانسیل الکتریکی اعمالی، می‌توان جابه‌جایی شعاعی را در محدوده مورد قبولی کنترل کرد؛ بنابراین با انتخاب درصد مناسبی از نانولوله کربنی می‌توان دیسک‌های دوار پلیمری با وزن مناسب و استحکام بالا جهت استفاده در تجهیزات دوار پمپ‌ها و توربین‌ها برای شرایط کاری در محیط اسیدی و بازی ساخت که با توجه به هوشمند بودن این تجهیزات در مقابل اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی و میزان جابه‌جایی با اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی مناسب به این‌گونه تجهیزات دوار، می‌توان میزان جابه‌جایی آن‌ها را کنترل کرد. میزان درصد نانولوله کربنی و اختلاف پتانسیل الکتریکی مناسب به هندسه شکل، شرایط کاری و نوع شرایط مرزی بستگی دارد.

- [15] Loghman A, Abdollahian M, Jafarzadeh Jazi A, Gourbanpour Arani A. (2013) Semi-analytical solution for electromagnetoelastoc creep response of functionally graded piezoelectric rotating disk. *Int J Therm Sci* 65(0): 254-266.
- [14] Loghman A, Azami M (2015) A novel analytical-numerical solution for nonlinear time-dependent electro-thermo-mechanical creep behavior of rotating disk made of piezoelectric polymer. *Appl Math Model* 40(7-8): 4795-4811.
- nanocomposites. *Compos Sci Technol* 72(14): 1656-1664.