



تحلیل غیرخطی آیروالاستیک یک بال دارای نسبت منظری بالا همراه با مخزن در جریان تراکم-ناپذیر پایا

امید مطهری فرد^{۱*}، سعید شکراللهی^۲ و حسین گل پرور^۳

^۱ کارشناسی ارشد هوافضا، مرکز تحقیقات نهاب، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

^۲ استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران

^۳ مربی، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۲/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۷/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲

چکیده

امروزه توسعه هواپیماهای بدون سرنشین با مشخصه‌های عملکردی خاص، از جمله پهپادهای با قابلیت پرواز در ارتفاع زیاد و مداومت پروازی طولانی، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله، تحلیل آیروالاستیک غیرخطی یک بال دارای نسبت منظری بالا همراه با مخزن متصل به نوک بال، مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحلیل، مدل سازه با مدل آیرودینامیک درحالت پایا کوپل، مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حرکت با استفاده از اصل همبیلتون و معادلات لاگرانژ برای سه حالت "حرکت خمشی خارج صفحه"، "حرکت خمشی داخل صفحه" و "حرکت پیچشی" بدست آمده است. در ابتدا به بررسی تحلیل پایداری آیروالاستیک با استفاده از روش k پرداخته شده، سپس با در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی در معادلات با استفاده از روش رونگه-کوتای مرتبه چهارم، به بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی و همچنین بررسی پدیده‌هایی نظیر نوسانات سیکل حدی، چند شاخگی پرداخته شده است. ترم‌های غیرخطی از نوع سازه و مخزن بوده، جریان آیرودینامیک در حالت خطی بررسی شده است. برای حل معادلات، روش گلرکین مورد استفاده قرار گرفته، معادلات در حوزه زمان استخراج شده‌اند. مقایسه نتایج به دست آمده، حاکی از دقت قابل قبول مدل‌سازی و تحلیل انجام گرفته در این پژوهش است.

کلمات کلیدی: فلاتر؛ نوسانات سیکل حدی؛ آیروالاستیک خطی؛ آیروالاستیک غیرخطی.

Nonlinear Aeroelastic Analysis of High Aspect Ratio Wings Carrying Store in Incompressible Steady Flows

O. Motahari Fard^{1*}, S. Shokrollahi², H. golparvar³

¹ Nahaab Research Center, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran.

² Aerospace University Complex, MaalekAshtar University of Technology, Tehran, Iran

³ Aerospace University Complex, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran

Abstract

Today, the development of unmanned aircrafts with specific performance characteristics, Including UAVs which capable to fly at high altitude and long endurance is very regarded. In this paper, we have analyzed a nonlinear aeroelastic wing with a high aspect ratio with and without store (tank) which attached to the wing. Also, the aerodynamic model and structural model have been coupled in steady states. The equations of motion have obtained from Hamilton's principle and the Lagrange equations have acquired from three modes of "bending outside the plate", "bending inside the plate" and "torsion". First of all, we have examined the aeroelastic stability analysis "k" approach and effect has been studied for several important parameters. Then, by considering the non-linear terms in equations by using fourth order Rung -Kutta approach, we have studied the results of the simulation and noticed to some phenomena like limit cycle oscillations and Effect of geometric parameters on the amplitude of these fluctuations is discussed. The Nonlinear terms are structure and store types and aerodynamics flow have been studied in the linear modes. For solving the equations we have used Galerkin method. Also, the equations have governed in the domain time. By Comparing the results, acceptable accuracy of our modeling and undertaken analysis has observed.

Keywords: Flutter; Limit Cycle Oscillations; Linear Aeroelastic; Nonlinear Aeroelastic

* نویسنده مسئول؛ فکس: ۰۲۱۷۷۱۰۵۱۲۱

آدرس پست الکترونیک: m.motaharifard@gmail.com

۱- مقدمه

امروزه توسعه هواپیماهای بدون سرنشین با مشخصه‌های عملکردی خاص، از جمله پهپادهای با قابلیت پرواز در ارتفاع زیاد و مداومت پروازی طولانی، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. یکی از ویژگی‌های بارز این نوع پرنده‌ها، برخورداری آنها از بال‌های مخزن‌دار با نسبت منظری بالا بوده، بطوری‌که انعطاف‌پذیری قابل توجهی در آنها به همراه داشته، در نتیجه موجب خیزهای بزرگ و فرکانس‌های ارتعاشی پایین می‌شود. چنین ویژگی‌هایی باعث می‌شود، مسائل عمده و بحرانی از نقطه نظر آیروالاستیک برای بال‌ها به وجود آمده، به شدت عملکرد هواپیما را تحت تاثیر قرار دهند؛ بنابراین ارزیابی این سازه‌ها از نظر رفتار آیروالاستیک بویژه رفتار غیرخطی ناشی از خیزهای بزرگ، اهمیت بسیار چشمگیری داشته و اجتناب‌ناپذیر است.

در آیروالاستیسیت، تعادل هواپیما و یا رفتار کوتاه مدت تغییر مکان‌های سازه‌ای در برابر نیروهای آیرودینامیکی و تاثیر متقابل آن روی شکل پرواز، مورد بررسی قرار گرفته است. هرچه قدر میزان این انعطاف‌پذیری و الاستیک بودن سازه هواپیما به خصوص در سازه بال بیشتر باشد، تغییر شکل خارجی سطوح کنترل و در نتیجه تغییر بارهای آیرودینامیکی، افزایش می‌یابد و امکان پیدایش پدیده آیروالاستیک بیشتر می‌شود. از آنجا که بحث آیروالاستیسیت بال‌ها به صورت عمده با توزیع فشار مرتبط است، بنابراین روش‌های مبتنی بر جریان پتانسیل، انتخاب بسیار مناسبی برای این منظور هستند. فعالیت‌های اولیه در زمینه آیروالاستیسیت شامل، استفاده از این گونه روش‌ها در محاسبه کمیت‌های آیرودینامیکی بوده است. از جمله معروفترین این روش‌ها در محدوده زیر صوت فرضیه تئودورسن، فرضیه واگنر و پیترز است. به صورت عام فلاتر به معنی، رفتار نوسانی در سیستم آیروالاستیک است، این پدیده در اثر تداخل نیروهای الاستیک و اینرسی سازه‌ای با نیروهای آیرودینامیک یکنواخت و یا غیر یکنواخت ایجاد می‌شود و باعث تغییر فرم دینامیکی سازه می‌شود. در حالت خطی، وجود چنین حالتی به معنی رسیدن به مرز ناپایداری است که به آن فلاتر خطی گوئیم. چنانچه سیستم غیرخطی باشد، باز هم ممکن است، حالتی وجود داشته باشد که حرکت سیستم به صورت کاملاً نوسانی باشد که به طور مرسوم بعد

از محدوده فلاتر خطی قرار دارد. در دامنه فیزیکی میزان جابجایی‌های بزرگ سازه، شرایط آیرودینامیکی، ترمودینامیکی و رفتارهای دینامیکی خواص مواد، زمینه پیدایش عوامل غیرخطی می‌باشند؛ لذا به طور کلی، دو عامل اصلی که باعث ایجاد فلاتر غیرخطی می‌شود، رفتار غیرخطی آیرودینامیک و رفتار غیرخطی سازه است.

اولین مطالعات روی مسئله فلاتر، در سال ۱۹۱۶ توسط لانچستر و همکارانش در جریان جنگ جهانی اول در مورد مسائل فلاتر روی بمب افکن هندلی پیچ انجام گرفته است [۱]. اولین بررسی منسجم در سال ۱۹۳۴، توسط تئودورسن برای پدیده فلاتر با کمک تحلیل آیرودینامیک غیر دائم در سیال تراکم‌ناپذیر زیر صوت برای ایرفول دو و سه درجه آزادی صورت گرفته است. در سال ۱۹۴۵ گولند، فلاتر یک بال یک سر گیردار و یکنواخت را برای پارامترهای مختلف به دست آورد [۲]. در سال ۱۹۹۸ گیرن و لیبرسکیو آیروالاستیسیت استاتیکی و دینامیکی یک بال دارای مخزن و نیز در همان سال، اثرات مخزن روی آیروالاستیسیت یک بال یکنواخت را بررسی کردند [۳]. در سال ۱۹۹۸ پتیا، هاجز و همکارش، تحلیل آیروالاستیک غیرخطی برای یک بال با نسبت منظری بالا را انجام دادند [۴]. در سال ۱۹۹۹ هاجز و همکارانش، به بررسی نوسان سیکل حدی برای یک بال با نسبت منظری بالا پرداختند [۵]. در سال ۲۰۰۱ کین، آیروالاستیسیت و ارتعاشات یک مدل از بال را در شرایط، جریان پایا و ضخامت ناچیز بررسی کرد [۶]. در سال ۲۰۰۲ شیتا و همکارانش، به صورت تحلیلی و تجربی به بررسی نوسانات سیکل حدی برای یک سیستم آیروالاستیک غیرخطی پرداختند و در همان سال آقای پاتیل، به بررسی نوسان سیکل حدی در زمان فلاتر پرداخت. در سال ۲۰۰۳ ماکسول و همکارش، به بررسی نوسان سیکل حدی برای یک بال مخزن‌دار پرداختند [۷]. در سال ۲۰۰۵ گارسیا با روش عددی، به بررسی اثرات آیروالاستیک غیرخطی برای یک بال انعطاف‌پذیر با نسبت منظری بالا پرداخت [۸]. در سال ۲۰۰۸ شمس و حدادپور، آیروالاستیک غیرخطی را برای بال‌های بلند با ضخامت ناچیز بر اساس تئوری واگنر محاسبه کردند [۹]. در سال ۲۰۱۱، آندراثرنا رفتار آیروالاستیک غیر خطی یک بال با نسبت منظری بالا را مورد بررسی قرار داد [۱۰].

$$\begin{aligned}
 Q_w &= L = \rho U^2 b L c_{l\alpha} \theta \\
 Q_\theta &= M = M \frac{1}{4} + \rho U^2 b l c_{l\alpha} \theta b \left(\frac{1}{2} + a \right) \\
 M \frac{1}{4} &= 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

۳- دستگاه مختصات تغییر شکل یافته بال و مخزن

شکل ۱، نشان‌دهنده یک بال تغییر شکل یافته به همراه مخزن است، محور مختصات متحرک (ξ, η, ζ) در نقطه C^* که به فاصله R_e از مرکز محورهای مختصات به مبدا (x, y, z) قرار گرفته است، نقطه P_s روی مخزن و به فاصله (r_{xs}, r_{ys}) از مبدا B^* قرار دارد. محور مختصات متحرک (ξ_s, η_s, ζ_s) روی مخزن قرار گرفته است، لازم به ذکر است که از تغییر شکل در راستای محور (η_s, η) صرف نظر می‌شود. جابجایی نقاط (P_s, P_w) نسبت به مختصات (x, y, z) به صورت (u, v, w) نشان داده می‌شود. با توجه به فرض تیر اویلر برنولی، مقطع عرضی پس از تغییر شکل به صورت اولیه باقی می‌ماند، حال با توجه به شکل ۱ و بردارهای مکان (P_s, P_w) می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
 \bar{R}_w &= \bar{R}_e + \bar{r}_w = u_i + (s+v)_j + w_k + [\xi e_\xi + 0e_\eta + \zeta e_\zeta] \\
 \bar{R}_s &= \bar{R}_e + \bar{r}_s = u_i + (s+v)_j + w_k + [\xi_s e_{\xi_s} + 0e_{\eta_s} + \zeta_s e_{\zeta_s}]
 \end{aligned} \quad (2)$$

۴- معادلات حاکم بر بال مخزن‌دار از دیدگاه آیرودلاستیک

به منظور بررسی پدیده‌های فلاتر خطی و غیرخطی، در این قسمت به مدل‌سازی یک بال مخزن‌دار انعطاف‌پذیر، با نسبت منظری بالا پرداخته شده است. در این جا، بال در فضای سه بعدی شبیه‌سازی و از اثرات زاویه سوئیپ صرف نظر شده است. جهت مدل‌سازی مسئله، ابتدا می‌بایست، بر اساس سه درجه آزادی بال، معادلات حرکت را در سه حالت خمش داخل صفحه، خمش بیرون صفحه و پیچش استخراج کرد. معادلات حاکم بر حرکت بال با محاسبه انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار نیروهای تعمیم یافته با در نظر گرفتن نیروی برآ و گشتاور پیچشی آیرودلاستیک بر اساس اصل همپلتون

در پژوهش حاضر، به تحلیل فلاتر در دو حالت خطی و غیرخطی برای یک بال دارای مخزن پرداخته شده است. در تحلیل خطی، مدل سازه‌ای بال با برخورداری از درجات آزادی خمش و پیچش، با مدل آیرودینامیک دوبعدی در حالت پایا کوپل شده است. در تحلیل خطی، علاوه بر محاسبه فلاتر و فرکانس‌های نوسان، اثرات نسبت منظری، موقعیت مخزن مورد بررسی قرار گرفته است. در تحلیل غیرخطی، به بررسی حرکت بال به همراه مخزن در سه راستای خمش داخل صفحه-خمش خارج صفحه-پیچش در حضور نیروهای آیرودینامیکی پایا پرداخته شده است. بال مورد بررسی، همواره مستطیلی بوده که دارای دو نوع غیرخطی که شامل: غیرخطی سازه‌ای که سبب انعطاف‌پذیری زیاد بال و غیرخطی مخزن که سبب تحریک بال می‌شود، نیروهای آیرودینامیک در حالت پایا خطی فرض شده‌اند. از ترم‌های غیرخطی مرتبه دوم به بالاتر صرف نظر شده است. معادلات حرکت، با استفاده از اصل همپلتون و معادلات لاگرانژ استخراج شده‌اند. برای حل معادلات، روش گلرکین مورد استفاده قرار گرفته، معادلات در حوزه زمان استخراج شدند. برای تحلیل فلاتر در حالت خطی، از روش k و برای بررسی فلاتر در حالت غیر خطی، از روش حل عددی در حوزه زمان استفاده شده است. در فلاتر غیرخطی، به بررسی پدیده‌هایی نظیر، نوسان سیکل حدی و دو شاخگی بر اساس نتایج شبیه‌سازی شده پرداخته شده است. مقایسه نتایج به دست آمده با مطالعات مشابه گذشته، حاکی از دقت قابل قبول مدل‌سازی و تحلیل انجام گرفته در این پژوهش است.

۲- الگوی آیرودینامیک در جریان پایا

به‌طور کلی، برای مدل‌سازی آیرودینامیک مسائل آیرودلاستیسته بال، از الگوهای دو بعدی و همچنین سه بعدی استفاده می‌شود. جریان دوبعدی تراکم‌ناپذیر روی ایرفویل، نمونه‌ای از جریان روی بال‌ها در سرعت کم است (تا حدود ماخ ۰.۳)، مدل دو بعدی جریان می‌تواند برای تحلیل بال‌های با نسبت منظری بالا مفید باشد. در الگوی جریان پایا با در نظر گرفتن نظریه کلاسیک ایرفویل نازک، جریان غیرچرخشی، تراکم‌ناپذیر و غیرلزج، نیروی برآ و گشتاور آیرودینامیکی حول لبه حمله به صورت رابطه (۱) به دست می‌آید [۱۱]:

$$\delta W_A = Q_u \delta u + Q_w \delta w + Q_\theta \delta \theta \quad (۷)$$

شکل ۱، نشان‌دهنده بال به همراه مخزن است. حال با استفاده از اصل همیلتون و توابع لاگرانژ معادلات حرکت به صورت زیر محاسبه می‌شوند، لازم به ذکر است، معادلات به دست آمده، دارای پارامترهای بی‌بعد می‌باشند.

$$\begin{aligned} \ddot{u} + \beta_z u''' + M_s^* (\ddot{u} + z_s^* \ddot{\theta}) L \delta(y - y_s) + Q_u = \\ \frac{1}{2} e^* (u'^2 + \theta^2) + \frac{1}{2} M_{s^* x_s^*} (u'^2 + \theta^2) \delta(y - y_s) - \\ e^* (u \ddot{u} + w \dot{w}) - I_\zeta^* (w' \dot{\theta}) - I_\xi^* (-\ddot{u} + (w' \dot{\theta})') + \\ I_\eta^* (w' \dot{\theta}) + \beta_y (w'' \theta') + (\beta_z - 1) (w'' \theta)'' - \\ \left(\int_L^s e^* \ddot{u} ds \right) (u') \\ \ddot{w} - e^* \ddot{\theta} + M_s^* \ddot{w} L \delta(y - y_s) - M_{s^* x_s^*} \ddot{\theta} L \delta(y - y_s) + w''' + Q_w = \\ e^* (u' w') + M_{s^* x_s^*} (u' w') L \delta(y - y_s) + \\ \frac{1}{2} M_{s^* z_s^*} (u'^2 + \theta^2) L \delta(y - y_s) - e^* (u' w') + \\ I_\zeta^* (w' \dot{\theta}) - I_\eta^* (u' \dot{\theta}) - I_\xi^* (u' \dot{\theta}) + \\ (\beta_z - 1) (u'' \theta)'' - \beta_y (w' \theta)'' - \left(\int_L^s e^* \ddot{u} ds \right) \\ \frac{e^*}{I_\eta^*} \ddot{w} - \ddot{\theta} + \frac{\beta_y}{I_\eta^*} \theta'' - \frac{1}{I_\eta^*} (M_{s^* z_s^*} \ddot{u} + M_{s^* x_s^*} \ddot{w} + I_{s\eta} \ddot{\theta}) L \delta(y - y_s) + Q_\theta = \\ e^* (u \dot{\theta}) - I_\zeta^* (w' \dot{u}') + I_\xi^* (w' \dot{u}') - (\beta_z - 1) (u'' w)'' - \\ e^* (u \dot{\theta}) + I_\eta^* (w' \dot{u}') - \beta_y (w' u')' + \\ \left(\begin{aligned} &M_s^* (x_s \dot{u} \dot{\theta}) + M_s^* (z_s \dot{\theta} \dot{w}) - I_{s\zeta}^* w' \dot{u}' + \\ &I_{s\xi}^* w' \dot{u}' - M_{s^* x_s^*} z_s^* (w'^2 - \dot{u}^2) - M_{s^* x_s^*} (u \dot{\theta}) - \\ &M_{s^* z_s^*} (w' \dot{\theta}) + I_{s\eta}^* (w' \dot{u}') \end{aligned} \right) L \delta(y - y_s) \end{aligned} \quad (۸)$$

با دقت در معادلات دیفرانسیل به دست آمده ملاحظه می‌شود که برای تکمیل معادلات، باید عبارتهای مناسبی به جای نیروهای تعمیم یافته Q_w و Q_θ جایگزین کرد. به منظور تکمیل معادلات نوشته شده در این بخش، عبارتهای به دست آمده برای نیروهای تعمیم یافته را متناسب با الگوی آیرودینامیک در معادلات، قرار داده شده است. پارامترهای بی بعد به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شوند:

$$u^* = \frac{u}{L}, w^* = \frac{w}{L}, e^* = \frac{e}{L}, t^* = t \sqrt{\frac{mL^4}{D_x}}$$

(رابطه ۳) و توابع لاگرانژ استخراج شده است. از فرضیات مسئله می‌توان، به وجود تغییر شکل‌های بزرگ در هندسه بال و استفاده از تیر اویلر- برنولی مرتبه بالا در استخراج معادلات حرکت نام برد. در مدل‌سازی تیر اویلر برنولی، از پیش‌فرضی عرضی و تغییر شکل‌های برشی سازه صرف‌نظر می‌شود [۱۲].

$$\int_{t_0}^{t_f} (\delta L_T + \delta W_A) dt = 0 \quad (۳)$$

در این جا لازم به تذکر است که اگر تنها نیروهای پایستار وجود داشته باشند، می‌توان از اصل همیلتون به تنهایی برای استخراج معادلات حرکت استفاده نمود، ولی در صورت وجود نیروهای ناپایستار، باید از اصل همیلتون توسعه یافته بهره جست. به منظور استخراج مقدار انرژی جنبشی مقطع بال، لازم است که از انرژی جنبشی تک تک المان‌های مقطع در طول آن انتگرال گرفته شود [۱۲].

$$T_w = \iiint_V \frac{\rho_w}{2} \vec{R}_w \cdot \vec{R}_w dV \quad (۴)$$

$$\vec{R}_w \cdot \vec{R}_w = (\vec{R}_e + \vec{r}_w) \cdot (\vec{R}_e + \vec{r}_w) = (\vec{R}_e \cdot \vec{R}_e + \vec{R}_e \cdot \vec{r}_w + \vec{r}_w \cdot \vec{R}_e + \vec{r}_w \cdot \vec{r}_w)$$

همچنین برای به دست آوردن انرژی جنبشی مخزن نیز، باید از تک تک المان‌های در طول مخزن انتگرال گرفته شود [۱۲].

$$T_s = \iiint_V \frac{\rho_s}{2} \vec{R}_s \cdot \vec{R}_s dV \quad (۵)$$

$$\vec{R}_s \cdot \vec{R}_s = (\vec{R}_e + \vec{r}_s) \cdot (\vec{R}_e + \vec{r}_s) = (\vec{R}_e \cdot \vec{R}_e + \vec{R}_e \cdot \vec{r}_s + \vec{r}_s \cdot \vec{R}_e + \vec{r}_s \cdot \vec{r}_s)$$

در مرحله به دست آوردن انرژی پتانسیل از انرژی پتانسیل مخزن صرف‌نظر شده، فقط انرژی پتانسیل کرنشی بال در نظر گرفته شده است [۱۲].

$$V_w = \frac{1}{2} \rho D \rho \quad (۶)$$

نیروهای تعمیم یافته متناظر با درجات آزادی w و θ را می‌توان با استفاده از کار انجام شده توسط نیروهای آیرودینامیکی از طریق جابجایی مجازی مرکز آیرودینامیکی و بوسیله ممان پیش‌فشی آیرودینامیکی، حول مرکز جرم بدست آورد (رابطه ۷) [۱۲]. در واقع آیرودینامیک یک مقطع دو بعدی در حالت نوسانی، باعث ایجاد جرم، میرایی و سختی مجازی خواهد شد. این امر سبب تغییر جرم، میرایی و سختی سازه‌ای مسئله می‌شود

$$\begin{aligned}
 u^*(s,t) &= \sum_{i=1}^{\infty} U_i(s)u_i(t) \\
 w^*(s,t) &= \sum_{j=1}^{\infty} W_j(s)w_j(t) \\
 \alpha^*(s,t) &= \sum_{k=1}^{\infty} A_k(s)\alpha_k(t)
 \end{aligned} \tag{10}$$

در رابطه (۱۰)، جملاتی که با حروف بزرگ نمایش داده شده، نشان دهنده شکل توابع در حالت ارتعاش تیر بوده است، شکل توابع در حالت ارتعاش تیر یکسر گیردار، برای حالت خمش و پیچش به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود: [۱۱]

$$\begin{aligned}
 U_i(s) &= F_i(s) = \cosh(\beta_i s) - \cos(\beta_i s) - \sigma_i [\sinh(\beta_i s) - \sin(\beta_i s)] \\
 W_j(s) &= F_j(s) = \cosh(\beta_j s) - \cos(\beta_j s) - \sigma_j [\sinh(\beta_j s) - \sin(\beta_j s)] \\
 A_k(s) &= \sqrt{2} \sin(\gamma_k s)
 \end{aligned} \tag{11}$$

توابع $F_i(s)$ و $A_k(s)$ به ترتیب، خمش و پیچش را در حرکت نشان می‌دهند. ریشه معادله مشخصه برای حالت خمش خالص به صورت رابطه (۱۲) به دست می‌آید [۱۱].

$$1 + \cos(\beta) \cosh(\beta) = 0 \tag{12}$$

پارامتر σ_i در رابطه (۱۱) به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود:

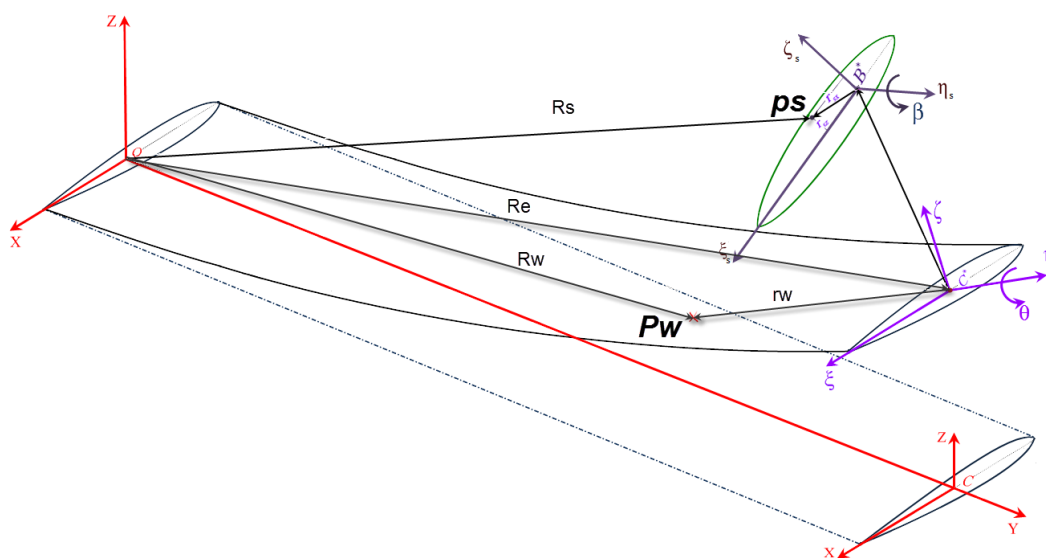
$$\sigma_i = \frac{\cosh(\beta_i) + \cos(\beta_i)}{\sinh(\beta_i) + \sin(\beta_i)} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 I_x^* &= \frac{I_x}{mL^2}, I_y^* = \frac{I_y}{mL^2}, I_z^* = \frac{I_z}{mL^2}, \\
 \beta_y &= \frac{D_y}{D_x}, \beta_z = \frac{D_z}{D_x}, \\
 \mu^* &= \frac{\pi \rho b^2}{m}, V^* = \frac{V}{V_F} \frac{V_F}{\sqrt{\frac{D_x}{mL^2}}}, \\
 M_x^* &= \frac{M_s}{mL}, x_s^* = \frac{x_s}{L}, z_s^* = \frac{z_s}{L}, \\
 I_{sx}^* &= \frac{I_{sx}}{mL^3}, I_{sy}^* = \frac{I_{sy}}{mL^3}, I_{sz}^* = \frac{I_{sz}}{mL^3}
 \end{aligned} \tag{9}$$

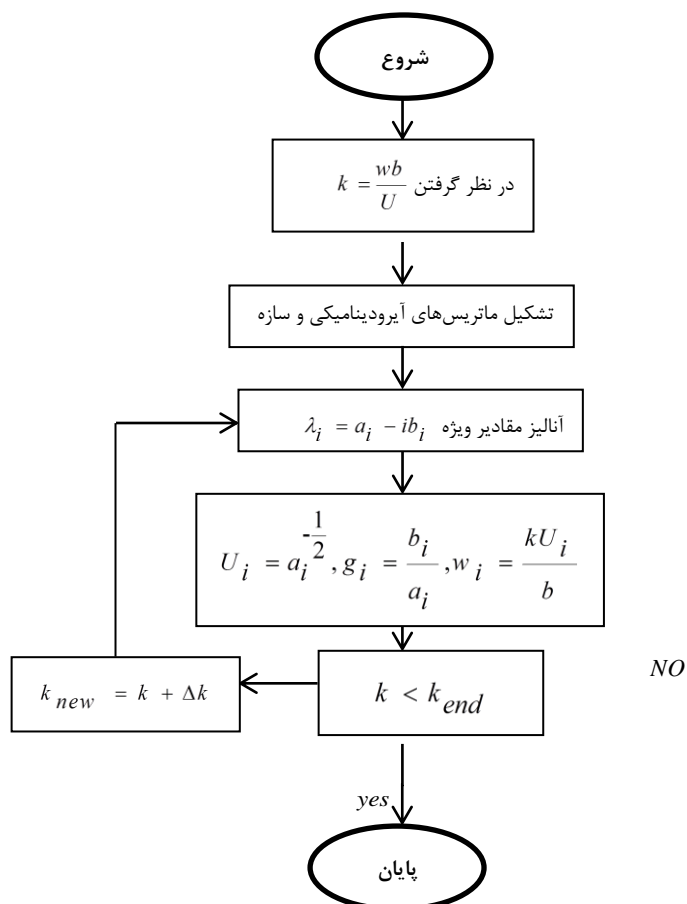
در معادلات به دست آمده پارامترهای جایجایی در حوزه زمان و مکان است.

۵- روش گلرکین

تبدیل معادلات دیفرانسیلی با مشتقات جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی با استفاده از حل عمومی گلرکین روی دسته معادلات حاکم بر مسئله در فرم انتگرالی محاسبه می‌شود. روش گلرکین، یکی از تکنیک‌های گسسته‌سازی با استفاده از روش باقیمانده وزنی است. این کار با استفاده از بسط سری‌ها صورت می‌گیرد. با توجه به این که در قسمت قبل از حرکت کششی صرف نظر شد، بنابراین داریم



شکل ۱- شماتیک بال به همراه جرم در نوک بال



شکل ۲- الگوی کلی روش k

در رابطه (۱۰)، γ_k ریشه معادله مشخصه در حالت پیچش خالص است ($\sin(\gamma_k) = 0$). حال با جایگزینی روابط به دست آمده بر اساس این روش در معادلات حرکت، می‌توان معادلات دیفرانسیلی با مشتقات جزئی را به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرد. بعد از اجرای روش گلرکین روی معادلات حرکت با یک سری ضرائب انتگرالی در معادلات رو برو شده که این ضرائب به صورت ثابت تعریف می‌شوند. لازم به ذکر است که مقدار این ضرائب با نرم افزار متلب محاسبه شده است.

۶- بررسی پدیده فلاتر خطی (تحلیل پایداری)

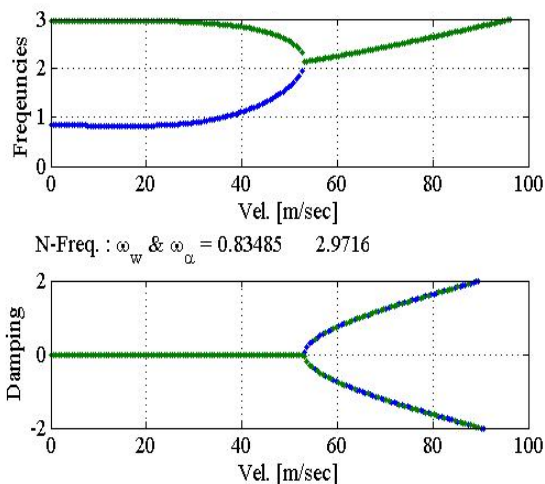
همان‌طور که گفته شد، در روش‌های تحلیل کلاسیک فلاتر، همواره فرض بر این است که حرکت، هارمونیک و نوسانی است. در تحلیل مهندسی دو نکته حائز اهمیت است، نخست اینکه تعیین ناحیه پایداری در شرایط پروازی در اطراف مرز فلاتر، دوم اینکه یافتن عوامل فیزیکی که سبب ایجاد فلاتر می‌شود. حال با دانستن این دو موضوع یک مهندس قادر خواهد بود، تغییراتی را طراحی کند که سبب ناپایداری می‌شود. در این بخش، به بررسی تحلیل پایداری با استفاده از روش k پرداخته شده است.

۶-۱- روش k

یکی از روش‌های مهم در یافتن مرز ناپایداری دینامیکی سیستم، استفاده از روش k است. در این روش، با افزودن میرایی مجازی سازه‌ای به سیستم سعی شده به نحوه‌ای راهی برای گریز از ترم‌های پیچیده موجود در ترم‌هایی آیرودینامیکی یافت شود. اولین قدم در پیاده‌سازی این روش، تعیین محدوده‌ای برای فرکانس k است. بدین منظور، ابتدا مقادیر اولیه و نهایی فرکانس و مقدار افزایش آن در هر مرحله از محاسبات مشخص می‌شود. در دومین مرحله، ماتریس‌های آیرودینامیکی و سازه‌ای مشخص می‌شوند. این روند، به فرم کلی یک معادله نوشته شده، فرم کلی معادله بدست آمده به صورت یک مسئله مقدار ویژه استاندارد است. با انجام تحلیل مقادیر ویژه دو مقدار ویژه مختلط مسئله مشخص خواهد شد. در انتها با افزایش مقدار k به میزان در نظر گرفته شده، تا رسیدن به مقدار پایانی، روند محاسبات تکرار می‌شود. شکل ۲، الگوریتم کلی روش k را نشان می‌دهد.

۶-۲- اعتبارسنجی

جهت حل معادلات آیرولاستیسیته بدست آمده، در حالت خطی در حوزه فرکانس با استفاده از فرضیه تئودورسن، از روش k برای جریان پایا استفاده شده است [۱۱]، به همین منظور کدی در نرم افزار متلب نوشته شده، فرکانس‌های خمشی و پیچش برای بال همراه با مخزن بدست آمده است. در تئوری‌های آیرودینامیک پایا بدلیل عدم وجود هرگونه میراگر در سیستم، همواره میرایی سیستم صفر بوده، سرعت فلاتر در جایی بدست آمده است که فرکانس‌های خمشی و پیچشی به یکدیگر رسیده، همچنین نمودار میرایی دو شاخه می‌شود. در ادامه، این پژوهش تاثیر نسبت منظری به عنوان یکی از پارامترهای اصلی هندسی بال روی سرعت فلاتر بدست آمده، مورد مقایسه قرار گرفته است [۱۳]. بر اساس مطالعات انجام شده افزایش نسبت منظری، سبب کاهش سرعت فلاتر می‌شود، در اینجا این پدیده به وضوح



شکل ۳- نمودار فرکانس و میرایی برای بال با مخزن

۶-۵- بررسی نتایج حاصل از تاثیر نسبت منظری روی سرعت فلاتر

یکی دیگر از پارامترهایی که در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد، نسبت منظری است، این پارامتر همواره پارامتری بی‌بعد بوده، برای یک بال مستطیلی به صورت نسبت دهانه بال به طول وتر بال تعریف می‌شود. در این قسمت، همواره به بررسی تاثیر این پارامتر برای یک رژیم جریان کمتر از مادون صوت و تراکم ناپذیر در جریان پایا برای بالی با نسبت مخروطی یا باریک شونده یک، در حالت مخزن دار پرداخته شده است. باید به این نکته توجه داشت که مخزن مورد نظر در نوک بال قرار دارد. شکل ۴، نشان‌دهنده تغییرات سرعت فلاتر برحسب نسبت منظری، در جریان پایا برای حالت بال به همراه مخزن است.

۶-۶- تأثیر موقعیت مخزن بر روی سرعت فلاتر

در این قسمت، به بررسی تاثیر موقعیت مخزن روی سرعت فلاتر در جریان پایا پرداخته، همچنین نمودار آنها نشان داده شده است. در نمودار نشان داده شده محور جابجایی برحسب ضرائبی است، با ضرب این ضرائب در اندازه طول وتر و ضخامت بال، می‌توان تاثیر موقعیت مخزن را بر سرعت فلاتر نشان داد. همانطور که دیده می‌شود، سرعت فلاتر در طول ضخامت بال ثابت و تنها در طول وتر تغییر می‌کند. حال می‌توان علت ثابت بودن سرعت فلاتر در طول ضخامت بال را از دیدگاه سازه، ثابت بودن گشتاور خمشی نسبت به ریشه

دیده شده است. در حالت غیرخطی برای بررسی نتایج از روش حل عددی رونگه- کوتای مرتبه چهارم استفاده شده است. مقایسه نتایج به دست آمده، حاکی از دقت قابل قبول مدل‌سازی و تحلیل انجام گرفته در این پژوهش است.

۶-۳- ارائه مدل

جدول ۱- مشخصه بال

مشخصات بال	
طول بال (l):	1.2m
طول وتر (c):	0.27m
جرم در واحد طول بال (m):	$\frac{1.973}{m} kg$
ممان اینرسی جرمی (I_η):	0.0527kgm
سفتی خمشی (EI):	$476.9Nm^2$
سفتی پیچشی (GJ):	$3.988Nm^2$

جدول ۲- مشخصه مخزن

مشخصات مخزن	
جرم مخزن (M_s):	0.394kg
ممان اینرسی جرمی مخزن ($I_{s\eta}$):	$0.0056kgm^2$
ممان اینرسی مخزن ($I_{s\xi}$):	$5.265 \times 10^{-5} kgm^2$

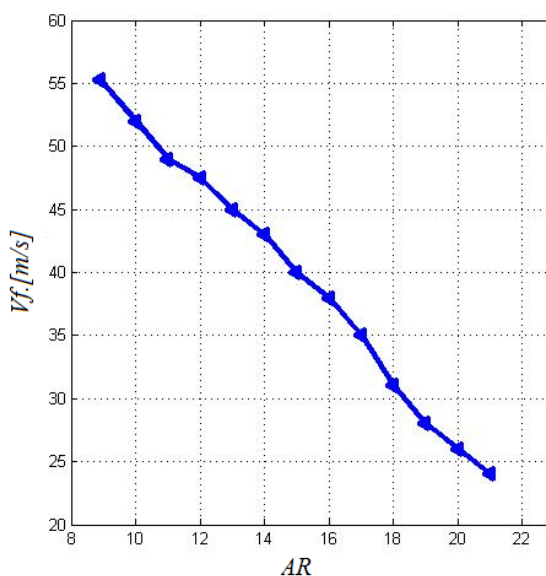
۶-۴- بررسی نتایج در حوزه فرکانس

در این قسمت با توجه به معادلات به دست آمده در حوزه جریان پایا برای بال با مخزن، نمودارهای تحلیل پایداری ترسیم شده است. همانطور که در شکل ۳ دیده می‌شود، به ازای سرعت‌های مختلف، همواره فرکانس‌ها دچار تغییرات شده، ناپایداری سیستم در جریان پایا زمانی اتفاق می‌افتد که فرکانس‌های به دست آمده برای دو حالت خمشی و پیچشی، به یکدیگر همگرا شده باشند و همچنین نمودار میرایی دچار دو شاخگی شده باشد، همان‌طور که دیده می‌شود، سرعت فلاتر در این بررسی ۵۵/۳ متر برثانیه است که در شکل ۳ دیده می‌شود.

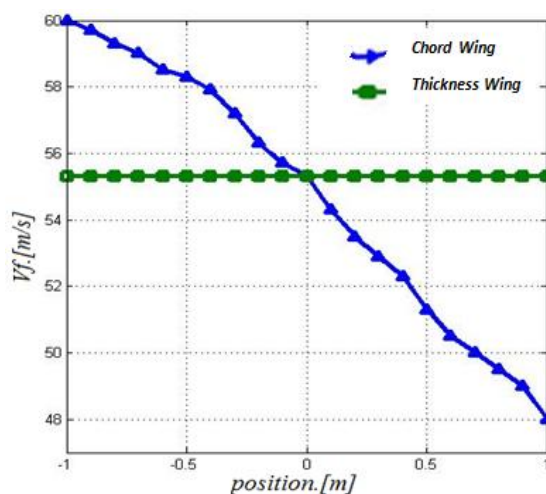
۷- تحلیل آیرودینامیک غیرخطی بال

در حالتی که آیرودینامیک غیرخطی باشد، سرعت بحرانی فلاتر می‌تواند قبل از سرعت خطی فلاتر اتفاق افتد و یا در حالتی دیگر بعد از گذشتن از سرعت فلاتر به جای واگرایی در سیستم، یک سری نوسانات با دامنه و فرکانس یکسان به وجود آمده که باعث خستگی سازه و سپس در اثر این امر دچار فروپاشی می‌شود. در این قسمت، به بررسی حرکت یک بال در سه راستای خمش-خمش-پیچش در حضور نیروهای آیرودینامیکی پایا پرداخته شده است. معادلات به دست آمده در حضور ترم‌های غیرخطی بوده، از ترم‌های غیر-خطی مرتبه دو به بالاتر صرف‌نظر شده است. از روش حل عددی برای حل معادلات دیفراسیل معمولی به دست آمده استفاده شده است. در این بررسی، رفتار بال در زمان‌های قبل از فلاتر، هنگام فلاتر و بعد از فلاتر مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است و بر این اساس، نتایج شبیه‌سازی شده نشان داده شده است. سرعت فلاتر در جریان آیرودینامیک پایا برای مدل مورد بررسی همواره $55/3$ متر بر ثانیه است. در شکل ۶، زمانی که همواره سرعت کمتر از سرعت فلاتر است، نوسانات به وجود آمده برای جریان پایا در طول زمان کاهش یافته، اما به صفر نمی‌رسد؛ دلیل این امر، نبودن میرا کننده آیرودینامیکی در جریان پایا است. نمودار فاز و همچنین نمودار حاصل از نتایج شبیه‌سازی شده در سرعت فلاتر در شکل ۷ نشان داده شده است. همان‌طور که در نمودار حاصل از شبیه‌سازی دیده می‌شود، نوسانات حاصل در طول زمان ثابت است. در این حالت، پارامترهای مخزن به صورت $(M_S=0.1mL, I_{SY}=0.1I_YL, X_S=0.0, Z_S=0.0)$ تعریف می‌شود. شکل ۷، نشان دهنده نمودار فاز است. نمودار فاز به صورت یک حلقه بسته تعریف شده، بسته بودن حلقه به خاطر حرکت متناوب است. همان‌طور که در شکل هم دیده می‌شود، در فاصله بین $(-0/001)$ تا $(0/001)$ ، مسیر حرکت به صورت یک منحنی بسته بوده و نقاط تشکیل‌دهنده نمودار، به سمت منحنی بسته همگرا می‌شوند، پس می‌توان قسمت بسته منحنی را سیکل حدی تعریف کرد. در سرعت‌های بالاتر از سرعت فلاتر همواره با نوسانات سیکل حدی روبرو هستیم که در شکل ۸، این اثرات دیده می‌شود. نوسان سیکل حدی در نمودار فاز به صورت یک منحنی بسته تعریف می‌شود. بسته بودن منحنی، به این مفهوم است که

بال دانست، با توجه به نمودارهای نشان داده شده، زمانیکه در طول وتر از سمت لبه حمله ایرفویل به سمت لبه فرار موقعیت مخزن تغییر داده شده، همواره سرعت فلاتر کاهش می‌یابد، لازم به ذکر است که در این حالت فرکانس خمش ثابت بوده، فرکانس پیچش همواره تغییر می‌یابد. پس به این نتیجه رسیده که برای اینکه فلاتر در سرعت بالاتری اتفاق افتد بهتر است، مخزن به لبه حمله نزدیک‌تر شود. شکل ۵، نشان‌دهنده تاثیر موقعیت مخزن بر سرعت فلاتر در جریان پایا است.

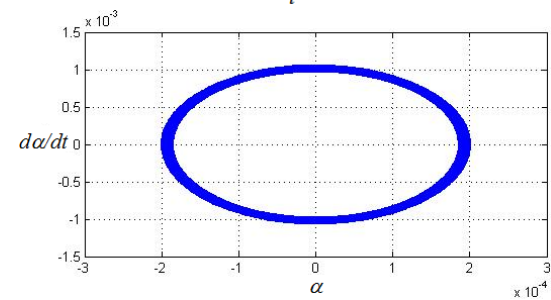
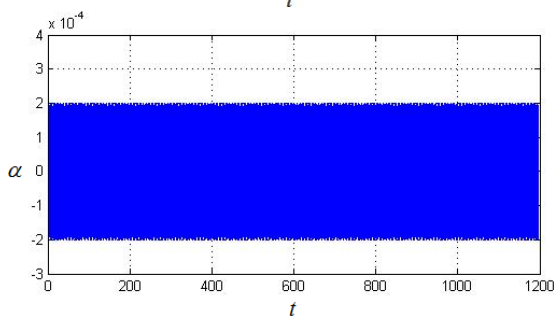
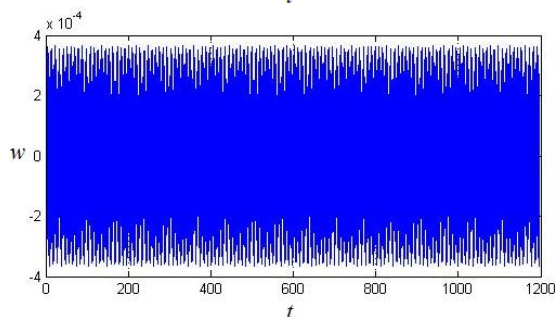
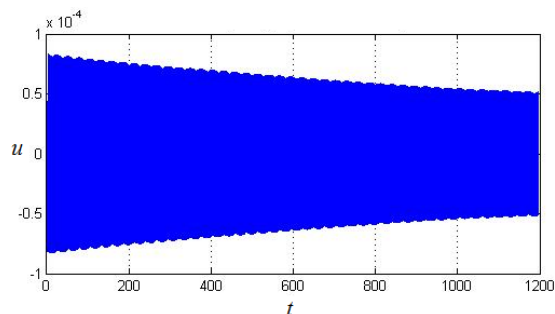


شکل ۴- تغییرات سرعت فلاتر بر حسب نسبت منظری



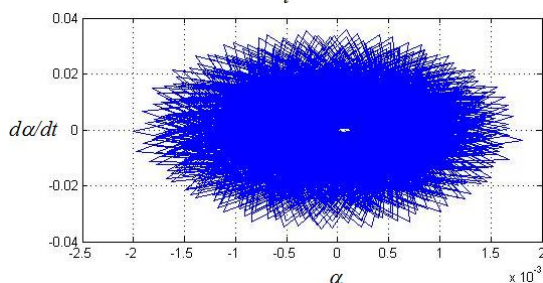
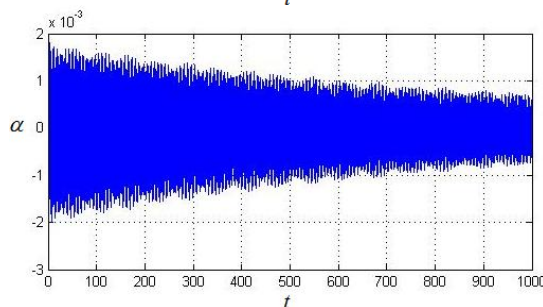
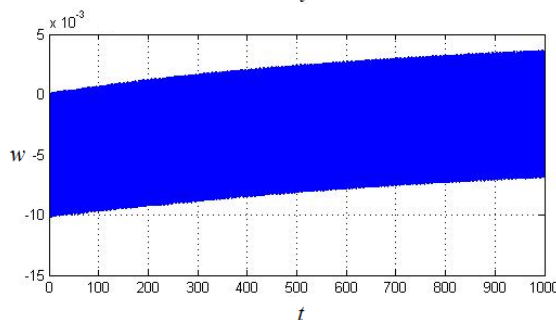
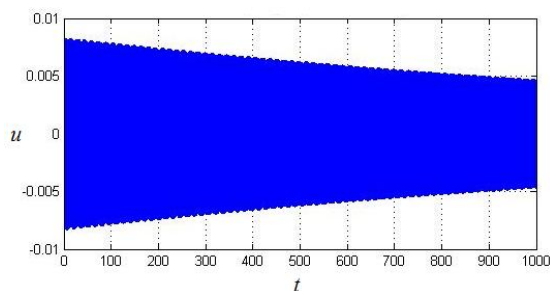
شکل ۵- موقعیت مخزن در جریان پایا

مسیر حرکت منحنی در یک سیکل به سمت همگرایی می‌رود. لازم است به این نکته توجه کرد که بسته بودن نمودار فازی، سبب به وجود آمدن نوسان سیکل حدی نمی‌شود و باید در کنار بسته بودن، ایزوله بودن نیز ملاک باشد؛ پس در نمودار فاز شکل ۶ به دلیل همگرا نبودن نوسان سیکل حدی وجود ندارد.

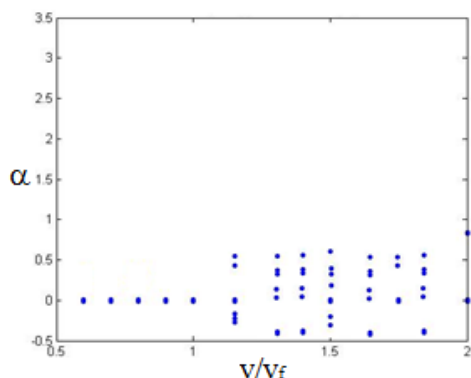


شکل ۷- نتایج شبیه سازی و نمودار فازی برای نسبت سرعت (۱) در جریان پایا

یکی از اهداف اصلی این پژوهش، بررسی پدیده نوسان سیکل حدی است. با استفاده از نمودار دوشاخگی به بررسی بهتر این پدیده پرداخته شده است. شکل ۹، نشان‌دهنده نمودار دو شاخگی در حضور جریان آیرودینامیک پایا است. همان‌طور که در شکل ۹ دیده می‌شود، بر اساس نمودار دو شاخگی، در نسبت سرعت (۰/۶ تا ۱) در هر نسبت



شکل ۶- نتایج شبیه سازی و نمودار فازی برای نسبت سرعت (۰/۷) در جریان پایا

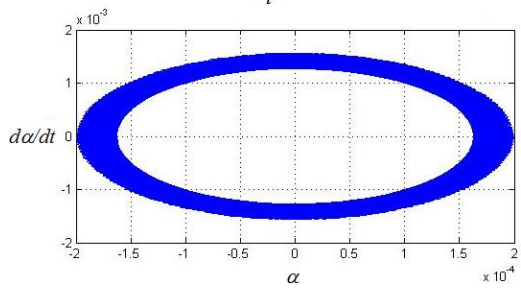
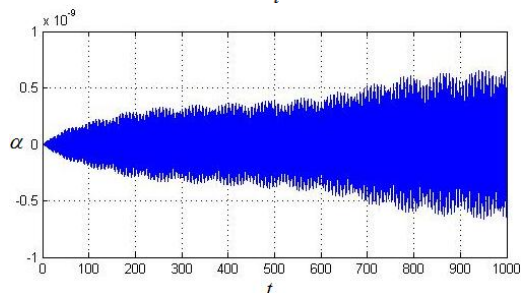
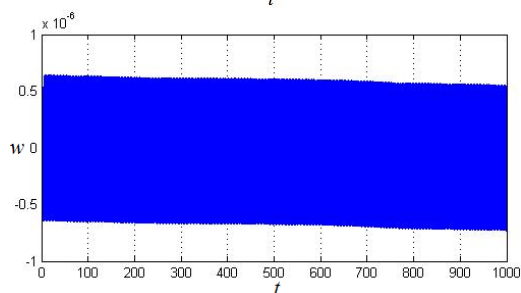
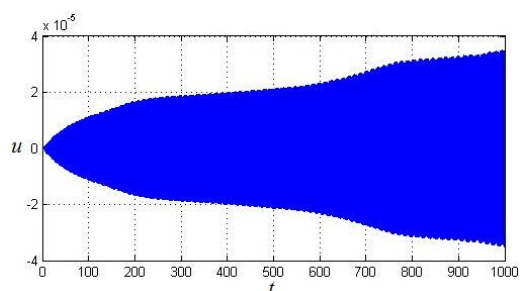


شکل ۹- نمودار دو شاخگی

سرعتی (سرعت جریان به سرعت فلاتر)، همواره یک نقطه ثابت وجود دارد که مقدار این نقاط ثابت همواره صفر است. صفر بودن این نقاط، نشان‌دهنده میرایی نسبی در سیستم است. در سرعت‌های بالاتر از سرعت فلاتر، همان‌طور که در نمودار دو شاخگی دیده می‌شود، همواره در هر نسبت سرعتی با چند نقطه ثابت روبرو بوده که نشان‌دهنده نوسان سیکل حدی می‌باشد.

۸- فهرست علائم

(u, v, w)	جابجایی در راستای بال
l	طول بال
c	طول وتر بال
b	نصف طول وتر
m	جرم در واحد طول بال
I_y	ممان اینرسی جرمی بال
EI	سفتی خمشی
GJ	سفتی پیچشی
D	سفتی
M_s	جرم مخزن
I_{sy}, I_{sx}	ممان اینرسی مخزن
(ζ, η, ξ)	سیستم مختصات تغییر یافته برای بال
T_w	انرژی جنبشی بال
ρ_w	چگالی بال
T_s	انرژی جنبشی مخزن
ρ_s	چگالی مخزن
V_w	انرژی پتانسیل بال
Q	نیروهای تعمیم یافته
AR	نسبت منظری
ρ	میزان انحنای بال
δL_T	تابع لاگرانژ
δW_A	کار نیروهای ناپایستار
$C_{l\alpha}$	ضریب برآ



شکل ۸- نتایج شبیه سازی ونمودار فازی برای نسبت سرعت (۱/۵) در جریان پایا

- [4] Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CES (1998) Nonlinear aeroelastic analysis of aircraft with high-aspect-ratio wings. in: Proceedings of the 39th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf, AIAA, Reston, VA, 1-13.
- [5] Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CES (1999) Nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of high-altitude long-endurance aircraft. J Aircraft 38(1): 88-94.
- [6] Qin Z (2001) Vibration and aeroelasticity of advanced aircraft wings modeled as thin-walled beams – dynamics, stability and control. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [7] Dawson KS, Maxwell DL, Air E, Base F (2005) Limit cycle oscillation flight test results for asymmetric store configurations. Journal of Aircraft 42(6): 1588-1595.
- [8] Garcia JA (2005) Numerical investigation of nonlinear aeroelastic effects on flexible high-aspect-ratio wings. J Aircraft 42(4).
- [9] Shams S, Lahidjani MHS, Haddadpour H (2008) Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function. Thin Wall Struct 46(11): 1192-1203.
- [10] Arena A, Lacarbonara W, Marzocca P, Strutturale I (2011) Nonlinear aeroelastic behavior of high-aspect ratio wings. 3-4.
- [11] Hodges DH, Pierce GA (2002) Introduction to structural dynamics and aeroelasticity. 2nd edn. Cambridge University Press, New York.
- [12] Schaub HAJ (2003) Analytical mechanics of space systems. AIAA Education Series, Reston, VA.
- [13] Shokrollahi S, Gerami H, Bakhtiari-nejad F (2004) Flutter analysis of a low aspect ratio swept-back trapezoidal wing at low subsonic flow. JAST 3(2): 1-8.

μ	نسبت جرمی ایرفویل به هوا
V_f	سرعت فلاتر
w	فرکانس زاویه‌ای
C_{ij}	ضرائب انتگرالی
(x_s, y_s, z_s)	موقعیت مخزن
w_w	فرکانس خمش
w_α	فرکانس پیچش
L	نیروی برآ
M	گشتاور آیرودینامیکی
R_w, R_s	بردار موقعیت بال و مخزن
α	زاویه پیچش
C_m	ضریب گشتاور آیرودینامیکی
k	فرکانس کاهش یافته
U	سرعت جریان
a	مرکز آیرودینامیک
$M_{\frac{1}{4}}$	گشتاور در ۱/۴ وتر

۹- مراجع

- [1] bisplinghoff RL, Ashley H (1962) Principles of aeroelasticity. John Wiley and sons, New York.
- [2] Goland M (1945) The flutter of a uniform cantilever wing. Appl mech 12(4): A-197 - A-208.
- [3] Gern FH, Librescu L (1998) Static and dynamic aeroelasticity of advanced aircraft wings carrying external stores. AIAA J 36(7): 1121-1129.