



## کاربرد فرض تکیه گاه الاستیک در بهبود دقت ردیابی ترک در تیرها با استفاده از الگوریتم کرم شب تاب

البرز میرزاییگی<sup>۱\*</sup>، رضا معدولیت<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه

<sup>۲</sup> دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۵/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۶/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۱۹

### چکیده

در تحقیق حاضر، از فرض تکیه گاه الاستیک برای ردیابی ترک در تیرها استفاده شده است. در ابتدا مدل تیر با استفاده از این فرض به روز می‌شود که تکیه‌گاه تیر با یک فنر پیچشی و انتقالی مقید شده است. داده‌های آنالیز مودال تجربی تیر سالم، به عنوان ورودی این مرحله در نظر گرفته می‌شود. مقدار سفتی فنرهای تکیه گاه، مجهول مسئله هستند که با یک مساله معکوس تعیین می‌شوند. مدل تیر به دست آمده از مرحله اول در مرحله دوم برای ردیابی ترک، مورد استفاده قرار می‌گیرد. ردیابی ترک با استفاده از یک مساله معکوس صورت می‌پذیرد. ورودی‌های مرحله دوم فرکانس‌های طبیعی تیر، دارای ترک هستند و عمق و موقعیت ترک مجهولات مساله هستند. مسائل معکوس با استفاده از الگوریتم بهینه سازی کرم شب تاب حل شده‌اند که نتایج حاکی از سرعت مناسب همگرایی این الگوریتم می‌باشند. کارایی روش ارائه شده برای ردیابی ترک در تیر با استفاده از داده‌های تجربی با سایر تحقیقات موجود مقایسه شده است که نتایج، حاکی از دقت بیشتر این روش در تعیین عمق و موقعیت ترک است.

**کلمات کلیدی:** تیر ترک دار؛ تکیه گاه الاستیک؛ مساله معکوس؛ حل تحلیلی؛ الگوریتم کرم شب تاب.

## Application of Elastic Support Assumption for Accuracy Improvement of Crack Detection in Beams using Firefly Algorithm

A. Mirzabeigy<sup>1,\*</sup>, R. Madoliat<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Msc Student, Mech. Eng., Young Researchers and Elite club, Islamic Azad Univ., Kermanshah, Iran.

<sup>2</sup> Assoc. Prof., Mech. Eng., Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

### Abstract

In this work, the elastic support assumption is used for crack detection in beams. First, the beam model is updated by assuming boundary conditions of the beams restrained by the rotational and translational springs. The experimental modal data for the intact beams is considered as the input at this stage. An inverse problem is used to determine the unknown values for the support springs. At the second stage, the developed model for the beams at the first stage is employed. Crack detection is carried out using an inverse problem. The natural frequencies of the cracked beams were considered as input at this stage, while the severity and location of the crack are unknown. The inverse problems are solved using the firefly algorithm, which showed a suitable convergence rate. The efficiency of the proposed method for single- and multiple-crack detections in beams using the experimental data are compared with the other studies. The results obtained indicate that the proposed method has a better accuracy regarding the crack severity and location detection.

**Keywords:** Cracked Beam; Restrained Ends; Inverse Problem; Analytical Solution; Firefly Algorithm.

## ۱- مقدمه

به وجود آمدن عیب در سامانه‌های در حال کار، یکی از موارد غیر قابل اجتناب در مهندسی نگهداری و تعمیرات محسوب می‌شود. عیب به وجود آمده می‌تواند در اثر عوامل مختلف و به شکل‌های متفاوتی ظاهر شود. بعضاً عیب، هنگام فرآیند تولید روی قطعه ایجاد می‌شود و در شرایط کاری گسترش می‌یابد و در مواردی نیز به دلیل شوک‌ها و بارهای ناگهانی هنگام بهره برداری از سامانه ایجاد می‌شود. ترک، یکی از رایج‌ترین عیوب مکانیکی است که با توجه به تمرکز تنش زیاد در نوک آن، امکان گسترش سریع را دارد و چنانچه به موقع شناسایی نشود، می‌تواند خسارات جبران ناپذیری بر جای بگذارد؛ از اینرو توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است.

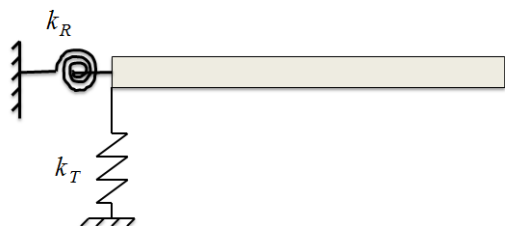
روش‌های مختلفی برای بازرسی سازه‌ها به منظور تشخیص عیب وجود دارد که می‌توان به تست التراسونیک، تست رادیوگرافی، تست‌های ارتعاشی و ... اشاره کرد. در این میان، تست‌های مبتنی بر آنالیز ارتعاشی به دلیل هزینه پایین‌تر و عدم نیاز به تجهیزات حساس، مورد توجه زیادی قرار گرفته است. ایده اصلی در عیب‌یابی بر اساس آنالیز ارتعاشی بر این واقعیت استوار است که وقوع عیب سبب ایجاد تغییراتی در خواص مکانیکی سازه نظیر میرایی، توزیع جرم و سفتی می‌شود که تغییر در این پارامترها، سبب تغییر پارامترهای مودال سازه نظیر فرکانس‌های طبیعی و توابع شکل مود می‌شود [۱]؛ بنابراین اندازه‌گیری پارامترهای مودال سازه می‌تواند در تشخیص عیب کارگشا باشد.

یکی از اجزائی که دارای کاربرد زیادی در مهندسی است، تیر است. پل‌ها، بال هواپیما، پره هلیکوپتر، اسکلت‌های ساختمانی و ... از نمونه مواردی هستند که تیر در آن‌ها به کار رفته است. با توجه به گستره وسیع استفاده از تیرها و همچنین امکان مدل‌سازی ارتعاشات تیر دارای ترک با روش‌های گوناگون تحلیلی و عددی، تحقیقات متنوعی درباره تشخیص ترک در تیرها انجام شده است. برخی از محققان، از پاسخ ارتعاشات آزاد [۲ و ۳] و برخی دیگر، از پاسخ ارتعاشات اجباری [۴ و ۵] برای تشخیص ترک در تیر استفاده کرده‌اند. زمانی که از پاسخ ارتعاشات آزاد برای ردیابی ترک استفاده می‌شود، روش‌های موجود به دو دسته تقسیم می‌شوند [۶]:

- روش‌های مبتنی بر فرکانس‌های طبیعی
- روش‌های مبتنی بر توابع شکل مود

روش‌های مبتنی بر توابع شکل مود به دلیل نیاز به اندازه‌گیری شکل مود تیر که به تعداد زیادی حسگر نیازمند است، از روش‌های مبتنی بر فرکانس‌های طبیعی پیچیده‌تر می‌باشند. یکی از روش‌های مرسوم برای تشخیص ترک با استفاده از فرکانس‌های طبیعی، استفاده از مسئله معکوس و یکی از تکنیک‌های بهینه‌سازی است. در این روش، ابتدا فرکانس‌های طبیعی تیر در حالت بدون ترک و با ترک با استفاده از آنالیز مودال تعیین می‌شوند، سپس با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی، به ازای عمق و محل‌های مختلف قرارگیری ترک مدل ریاضی ارتعاشات تیر دارای ترک برای استخراج فرکانس‌های طبیعی به صورت تحلیلی، مورد بررسی قرار می‌گیرد تا زمانی که تفاوت فرکانس‌های تحلیلی و تجربی به کمترین مقدار ممکن برسد. در این حالت، مقادیر به دست آمده از الگوریتم بهینه‌سازی برای عمق و محل ترک به عنوان پارامترهای ترک در نظر گرفته می‌شوند و با مقادیر ترک در آزمایش تجربی مقایسه می‌شوند. نتایج حاصل از این فرآیند برای تشخیص ترک، دارای دقت بالایی نیست؛ ولی سادگی و کم هزینه بودن، توجیه مناسبی برای استفاده از آن است. در تحقیقات انجام شده به این روش [۷-۱۱]، معمولاً از تیرهای یک سرگیردار استفاده شده است، زیرا زمانی که تکیه‌گاه تیر به صورت دو سر آزاد یا دو سرگیردار باشد، به علت تقارن سازه، تشخیص موقعیت ترک دشوارتر است؛ از اینرو معمولاً از تیر یک سرگیردار برای فرایند ردیابی ترک استفاده می‌شود. تاملی در آن‌ها نشان می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده برای تیر در حالت بدون ترک، دارای تفاوت محسوسی با مدل ریاضی ایجاد شده می‌باشند؛ بنابراین یکی از عوامل خطا در ردیابی ترک می‌تواند مدل ریاضی به کار رفته برای تیر باشد.

در تحقیق حاضر، ابتدا با استفاده از فرض تکیه‌گاه الاستیک، مدل تیر در حالت بدون ترک با استفاده از نتایج آزمایش مودال تعیین می‌شود. سپس این مدل برای ردیابی ترک در تیر با استفاده از مسئله معکوس، مورد استفاده قرار می‌گیرد و نتایج با تحقیقاتی مقایسه می‌شود که از فرض تکیه‌گاه ایده آل استفاده کرده‌اند.



شکل ۱- تیر دارای تکیه گاه الاستیک

جواب به دست آمده، دارای ۵ مجهول است، برای تعیین مجهولات با جایگذاری جواب در چهار معادله مربوط به شرایط تکیه گاهی در معادلات (۷) - (۹) چهار معادله به دست می آوریم که با نوشتن این معادلات در فرم ماتریسی و برابر صفر قراردادن دترمینان ماتریس ضرایب، معادله مقدار ویژه متناظر مسئله به صورت رابطه (۱۲) به دست می آید:

$$\begin{aligned} & K_T \Omega \cos(\Omega) \sinh(\Omega) - K_R \Omega^3 \cos(\Omega) \sinh(\Omega) \\ & - K_R \Omega^3 \sin(\Omega) \cosh(\Omega) - K_T \Omega \sin(\Omega) \cosh(\Omega) \quad (12) \\ & - \Omega^4 \cos(\Omega) \cosh(\Omega) + K_T K_R \cos(\Omega) \cosh(\Omega) \\ & + K_T K_R + \Omega^4 = 0 \end{aligned}$$

از حل عددی معادله مقدار ویژه به ازای مقادیر مشخص  $K_R$  و  $K_T$  مقادیر مختلف  $\Omega$  تعیین می شوند که متناظر با فرکانس‌های بدون بعد هستند.

اکنون تیر نشان داده شده در شکل ۲ را در نظر بگیرید. مواد سازنده و خصوصیات هندسی این تیر، مشابه تیر شکل ۱ است. در این تیر، تعداد  $n$  ترک وجود دارد که در اثر آن تیر به  $n+1$  قسمت تبدیل می شود. معادلات حرکت با فرض تیر اولر-برنولی به صورت روابط (۱۳) - (۱۵) نوشته می شوند:

$$EI \frac{\partial^4 y_1(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} = 0, 0 < x < x_C^1 \quad (13)$$

...

$$EI \frac{\partial^4 y_j(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_j(x,t)}{\partial t^2} = 0, x_C^{j-1} < x < x_C^j \quad (14)$$

...

$$EI \frac{\partial^4 y_{n+1}(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_{n+1}(x,t)}{\partial t^2} = 0, x_C^n < x < L. \quad (15)$$

در معادلات (۱۳) الی (۱۵)،  $x_C^j$  بیانگر موقعیت ترک  $j$ ام نسبت به تکیه گاه سمت چپ است. برای بی بعدسازی معادلات از فرض حرکت هارمونیک در طول زمان با فرکانس  $\omega$  و متغیرهای زیر استفاده می کنیم:

## ۲- مدل سازی ریاضی

تیر نشان داده شده در شکل ۱ را در نظر بگیرید. این تیر، دارای مقطع مستطیلی با سطح مقطع  $A$ ، ممان اینرسی  $I$  و ضخامت  $h$  است. ماده سازنده تیر، دارای مدول الاستیسیته  $E$  و چگالی  $\rho$  است. تیر در تکیه گاه سمت چپ خود به وسیله یک فنر انتقالی به سفتی  $k_T$  و یک فنر پیچشی به سفتی  $k_R$  مقید شده است. زمانی که سفتی این فنرها به بی نهایت میل کند، این تکیه گاه به تکیه گاه گیردار تبدیل می شود. تکیه گاه سمت راست نیز، به صورت آزاد است. با فرض تئوری اولر-برنولی معادلات حاکم بر ارتعاشات آزاد به صورت رابطه (۱) خواهد بود:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

شرایط تکیه گاهی نیز به صورت زیر فرمول بندی می شوند:

$$EI y'''(0,t) + k_T y(0,t) = 0, \quad (2)$$

$$EI y''(0,t) - k_R y'(0,t) = 0, \quad (3)$$

$$y''(L,t) = 0 = 0, \quad y'''(L,t) = 0 \quad (4)$$

با استفاده از جداسازی متغیرها و فرض حرکت هارمونیک در طول زمان با فرکانس  $\omega$ ، معادله حرکت به صورت رابطه (۵) بدون بعد می شود:

$$\frac{d^4 \bar{y}(\bar{x})}{d\bar{x}^4} - \Omega^4 \bar{y}(\bar{x}) = 0 \quad (5)$$

متغیرهای بدون بعد در معادله (۵) به صورت رابطه (۶) است:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L}, \quad \Omega^4 = \frac{\rho A L^4}{EI} \omega^2 \quad (6)$$

همچنین شرایط تکیه گاهی به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$\bar{y}'''(0) + K_T \bar{y}(0) = 0, \quad (7)$$

$$\bar{y}''(0) - K_R \bar{y}'(0) = 0, \quad (8)$$

$$\bar{y}''(1) = 0, \quad \bar{y}'''(1) = 0 \quad (9)$$

که دو پارامتر جدید به صورت رابطه (۱۰) هستند:

$$K_T = \frac{k_T L^3}{EI}, \quad K_R = \frac{k_R L}{EI} \quad (10)$$

معادله (۵)، یک معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه چهارم است که جواب آن ترکیبی از توابع مثلثاتی و هیپربولیک به صورت رابطه (۱۱) است:

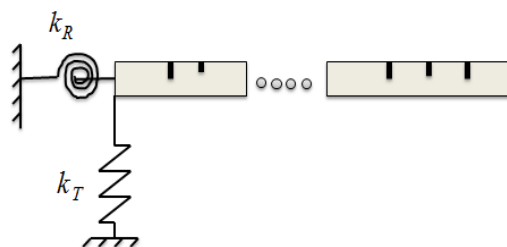
$$\begin{aligned} \bar{y}(\bar{x}) = & B \cos(\Omega \bar{x}) + C \sin(\Omega \bar{x}) \\ & + D \cosh(\Omega \bar{x}) + E \sinh(\Omega \bar{x}) \end{aligned} \quad (11)$$

معادله خواهیم داشت؛ چهار معادله مربوط به شرایط مرزی هم در معادلات (۷)-(۹) ارائه شده‌اند که در نتیجه در مجموع  $4(n+1)$  معادله خواهیم داشت. برای تعیین مجهولات با جایگذاری جواب‌ها در معادلات سازگاری و تکیه گاهی و نوشتن این معادلات در فرم ماتریسی و برابر صفر قراردادن دترمینان ماتریس ضرایب، معادله مقدار ویژه متناظر به دست می‌آید که از حل عددی آن مقادیر فرکانس‌های بی‌بعد حاصل می‌شود.

### ۳- الگوریتم بهینه سازی کرم شب تاب

الگوریتم کرم شب تاب یک الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر هوش دسته جمعی است که برای نخستین بار در سال ۲۰۰۸ معرفی شد [۱۴ و ۱۵]. کرم های شب تاب معمولا در مناطق گرم و مرطوب قابل رویت هستند. تاکنون نزدیک به دو هزار گونه از این کرم ها شناسایی شده است. این کرم‌ها نورهای منقطعی را با ریتم معین از خود تولید می‌کنند که الگوی این نورها در اکثر گونه‌های شناخته شده منحصر به فرد است. برخی از ویژگی‌های کرم‌های شب تاب در تولید نور به صورت قوانین منطقی درآمده، تبدیل به الگوریتم بهینه سازی کرم شب تاب شده‌اند. سه قانون زیر در الگوریتم کرم شب تاب مورد استفاده قرار می‌گیرند:

- تمام کرم‌های شب تاب جنسیتی مشابه دارند، بنابراین هر کرم شب تاب مستقل از جنسیت سایر کرم های شب تاب به سوی آن‌ها جذب می‌شود.
- کرم شب تاب کم نورتر، به سوی کرم شب تاب پر نورتر جذب می‌شود. به عبارت دیگر، با افزایش شدت نور یک کرم شب تاب، کرم های بیشتری به سوی آن جذب می‌شوند. بدیهی است، طبق قوانین پایه‌ای انتشار نور هر چه فاصله بین دو کرم شب تاب افزایش یابد، آن دو یکدیگر را با شدت کمتری مشاهده کرده، جاذبه بین آن‌ها کاهش می‌یابد. همچنین کرم شب تابی که از مابقی کرم ها پر نورتر باشد، به سوی هیچ کرمی جذب نمی‌شود و به صورت تصادفی در فضای مسئله جابجا می‌شود.
- شدت نور هر کرم شب تاب به وسیله مقدار تابع هدف تعیین می‌شود. در مسائل بهینه‌سازی شدت نور هر کرم شب تاب را متناسب با مقدار تابع هدف



شکل ۲- تیر دارای n ترک با تکیه گاه الاستیک

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y}_j = \frac{y_j}{L}, \Omega^4 = \frac{\rho AL^4}{EI} \omega^2 \quad (16)$$

برای قسمت دلخواه z معادله حرکت به صورت رابطه (۱۷) بازنویسی می‌شود:

$$\bar{y}_j(\bar{x}) = B_j \cos(\Omega \bar{x}) + C_j \sin(\Omega \bar{x}) + D_j \cosh(\Omega \bar{x}) + E_j \sinh(\Omega \bar{x}) \quad (17)$$

بین هر دو قسمت تیر که به وسیله ترک از هم جدا شده‌اند، شرایط سازگاری با استفاده از متغیرهای بی بعد رابطه (۱۶) به صورت رابطه (۱۸) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{y}_j(\bar{x}_C^j) &= \bar{y}_{j+1}(\bar{x}_C^j), \\ \bar{y}_j''(\bar{x}_C^j) &= \bar{y}_{j+1}''(\bar{x}_C^j), \\ \bar{y}_j'''(\bar{x}_C^j) &= \bar{y}_{j+1}'''(\bar{x}_C^j), \end{aligned} \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)،  $f(\varepsilon)$  انعطاف پذیری مقطعی بی بعد در محل ترک است که مقدار آن با استفاده از روابط مکانیک شکست به صورت رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود [۱۲ و ۱۳]:

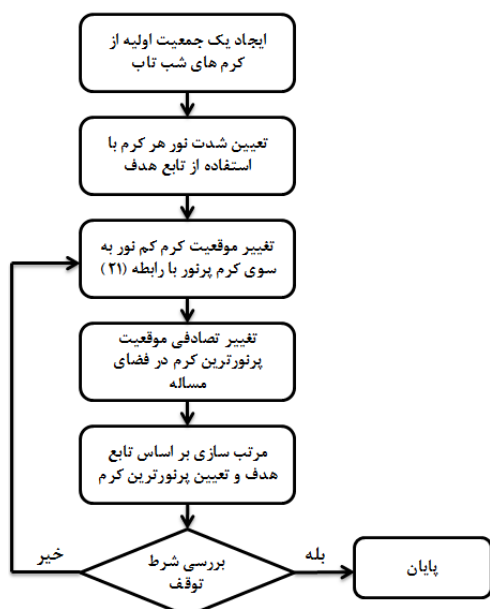
$$f(\varepsilon) = 2\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^2 (5.93 - 19.69\varepsilon + 37.14\varepsilon^2 - 35.64\varepsilon^3 + 13.12\varepsilon^4) \quad (19)$$

$\varepsilon$  به صورت نسبت عمق ترک به ارتفاع تیر با مقطع مستطیلی تعریف می‌شود.

در جواب به دست آمده برای هر قسمت از تیر، پنج مجهول وجود دارد که چهار مجهول، مربوط به ضرایب ثابت توابع مثلثاتی و هیپربولیک بوده و مختص همان قسمت است و یک مجهول، مربوط به فرکانس بدون بعد است که در همه جواب ها وجود دارد. با توجه به اینکه تیر به  $n+1$  قسمت تبدیل شده است؛ در نتیجه  $4(n+1)+1$  مجهول در پاسخ‌ها وجود دارد. در محل هر ترک چهار معادله مربوط به شرایط سازگاری وجود دارد که با توجه به وجود n ترک در نتیجه  $4n$

در رابطه (۲۲)،  $\beta_0$  بیشترین میزان جذابیت بین دو کرم شب تاب است که زمانی رخ می‌دهد که فاصله بین دو کرم شب تاب صفر باشد و معمولا یک مقدار نزدیک به یک برای آن در نظر گرفته می‌شود.  $\gamma$  ضریب ثابت در معادله ضریب جذابیت است که مقدار این پارامتر نیز، معمولا نزدیک به یک اختیار می‌شود.

شرط توقف الگوریتم کرم شب تاب می‌تواند تجمع همه کرم‌ها در یک نقطه یا انجام تعداد از پیش تعیین شده‌ای از تکرارها باشد. مراحل اجرای الگوریتم، به صورت نمودار گردش در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- نمودار گردش الگوریتم کرم شب تاب

#### ۴- فرآیند ردیابی ترک

برای یافتن مشخصات ترک شامل عمق و موقعیت از حل معکوس به کمک الگوریتم بهینه سازی کرم شب تاب استفاده می‌کنیم. در مرحله اول از این فرآیند، هدف تعیین مقادیر سفتی فنرهای تکیه گاه الاستیک در شکل ۱ است. به این صورت که فرکانس‌های تجربی محاسبه شده تیر بدون ترک به عنوان ورودی‌های مسئله در نظر گرفته می‌شوند. سفتی فنرهای تکیه‌گاه پارامترهای مجهول در الگوریتم کرم شب تاب هستند که خود ورودی معادله مقادیر ویژه در رابطه (۱۲) هستند. بعد از تعیین مقادیر ویژه و سپس محاسبه

در آن نقطه در نظر می‌گیرند، ولی در مسائل کمینه

سازی باید تغییراتی در تابع هدف ایجاد شود.

به طور خلاصه می‌توان گفت، در این الگوریتم ابتدا تعدادی کرم شب تاب به طور تصادفی در فضای مسئله پخش می‌شوند و سپس به هر کرم شب تاب شدت نوری متناسب با مقدار تابع هدف در آن نقطه اختصاص داده می‌شود. در ادامه شدت نور هر کرم شب تاب، مرتبا با شدت نور سایر کرم‌های شب تاب مقایسه شده، کرم شب تاب کم نورتر به سوی کرم شب تاب پرنورتر جذب می‌شود و پرنورترین کرم شب تاب، به صورت تصادفی در فضای مسئله جابجا می‌شود.

فضای مسئله در الگوریتم کرم شب تاب بستگی به پارامترهایی دارد که به دنبال تعیین مقادیر بهینه آن‌ها هستیم و به ازای هر پارامتر یک بعد به فضای مسئله افزوده می‌شود. با توجه به اینکه فضای مسائل معمولا چند بعدی است، برای تعیین فاصله اقلیدسی بین دو کرم شب تاب  $i$  و  $j$  داریم:

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (20)$$

در رابطه (۲۰)،  $x$  بردار موقعیت هر یک از کرم‌های شب تاب است.

همان طور که بیان شد، در الگوریتم کرم شب تاب، کرم کم نورتر به سوی کرم پرنورتر حرکت می‌کند. مقدار حرکت کرم کم نورتر و موقعیت جدید آن به وسیله رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$x_i^{new} = x_i + \beta(x_j - x_i) + \alpha(rand - \frac{1}{2}) \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)،  $x_i$  موقعیت اولیه کرم شب تاب کم نورتر،  $x_j$  موقعیت کرم شب تاب پرنورتر،  $x_i^{new}$  موقعیت جدید کرم شب تاب کم نورتر،  $\beta$  ضریب جذابیت بین دو کرم شب تاب،  $\alpha$  ضریب بردار جابجایی تصادفی و  $rand$  تابع تولید بردار اعداد می باشند. مقدار  $\alpha$ ، بستگی به مقیاس پارامترهای مسئله دارد. ضریب جذابیت با توجه به ویژگی‌ها بیان شده باید رابطه معکوس با فاصله بین دو کرم شب تاب داشته باشد. از اینرو تابع (۲۲) برای ضریب جذابیت در نظر گرفته می‌شود:

$$\beta = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}) \quad (22)$$

مزیت استفاده از این تابع برای عمق ترک اینست که می‌توان برای یک مقدار ثابت  $\eta$  مقادیر مختلفی را برای عمق نسبی ترک و همچنین نسبت ارتفاع به طول تیر در نظر گرفت. همخوانی بسیار خوب بین نتایج دو روش در جدول ۱ قابل مشاهده است.

جدول ۱- فرکانس های بی بعد تیر دارای یک ترک با تکیه گاه های الاستیک ( $K_T = K_R = 10^4$ )

| موقعیت ترک: ۰/۵ |        | موقعیت ترک: ۰/۱ |        |               |
|-----------------|--------|-----------------|--------|---------------|
| حل حاضر         | [۱۶]   | حل حاضر         | [۱۶]   |               |
|                 |        |                 |        | $\eta = 0.05$ |
| فرکانس اول      | ۱/۸۱۰۷ | ۱/۸۱۰۷          | ۱/۸۱۰۷ |               |
| فرکانس دوم      | ۴/۶۲۹۶ | ۴/۶۲۹۶          | ۴/۶۲۹۶ |               |
| فرکانس سوم      | ۷/۷۹۰۴ | ۷/۷۹۰۴          | ۷/۷۹۰۴ |               |
|                 |        |                 |        | $\eta = 0.1$  |
| فرکانس اول      | ۱/۷۵۶۳ | ۱/۷۵۶۳          | ۱/۷۵۶۳ |               |
| فرکانس دوم      | ۴/۵۹۰۸ | ۴/۵۹۰۸          | ۴/۵۹۰۸ |               |
| فرکانس سوم      | ۷/۷۸۰۷ | ۷/۷۸۰۷          | ۷/۷۸۰۷ |               |

سه فرکانس طبیعی اول تیر یک سرگیردار، دارای دو ترک به وسیله روش المان محدود در مرجع [۱۰] محاسبه شده‌اند. مشخصات تیر و عمق و موقعیت ترک‌ها در جدول ۲ ارائه شده است. برای تکیه گاه به کار رفته سفتی فنرهای مدل الاستیک بی نهایت فرض شده است. مقایسه بین فرکانس های محاسبه شده در جدول ۳ ارائه شده است که مجدداً حاکی از دقت قابل قبول حل فعلی است. برای بررسی دقت روش پیشنهاد شده در ردیابی ترک، نتایج آزمایشات مودال تجربی در مراجع [۷] و [۱۷] به عنوان دو مثال، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مثال اول: ردیابی یک ترک در تیر

در مرجع [۷]، تیر یک سر گیردار دارای یک ترک مورد بررسی قرار گرفت. برای ردیابی ترک از روش بهینه سازی زنبورعسل استفاده شد و با به حداقل رساندن تفاوت بین فرکانس های اندازه گیری شده تجربی و فرکانس های تئوری به عنوان تابع هدف، موقعیت و عمق ترک تخمین زده شد. در این مرجع، تکیه گاه به صورت گیردار ایده آل در نظر گرفته شد. مشخصات هندسی و فیزیکی تیر بررسی شده در مرجع [۷] در جدول ۴ ارائه شده است. فرکانس های به دست آمده از آزمایش تجربی و همچنین مدل تئوری دارای تکیه

فرکانس های طبیعی، هدف به حداقل رساندن تفاوت بین فرکانس های تجربی اندازه گیری شده و فرکانس های تئوری محاسبه شده برای تیر دارای تکیه گاه الاستیک است. تابع هدف در این مسئله، به صورت رابطه (۲۳) تعریف می‌شود:

$$ObjectiveFunction = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\omega_{Update}^i - \omega_{Experiment}^i}{\omega_{Experiment}^i} \right| \quad (23)$$

با توجه به اینکه الگوریتم کرم شب تاب مناسب مسائل بهینه‌سازی است؛ بنابراین تابع هدف در این الگوریتم، به صورت معکوس رابطه (۲۳) در نظر گرفته می‌شود. در رابطه (۲۳)،  $\omega_{Update}$  فرکانس تئوری محاسبه شده برای تیر دارای تکیه گاه الاستیک،  $\omega_{Experiment}$  فرکانس اندازه گیری شده تجربی و  $N$  تعداد فرکانس ها است. بعد از محاسبه مقادیر بهینه سفتی فنرهای تکیه گاه، در مرحله ردیابی ترک از مدل تیر دارای تکیه گاه الاستیک با سفتی فنرهای بهینه استفاده می‌شود. در این مرحله، هدف تعیین عمق و موقعیت ترک در تیر است. تابع هدف در این بخش، به صورت رابطه (۲۴) تعریف می‌شود:

$$ObjectiveFunction = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\omega_{Theoretical}^i - \omega_{Experiment}^i}{\omega_{Experiment}^i} \right| \quad (24)$$

مشابه رابطه (۲۳)، در الگوریتم کرم شب تاب معکوس رابطه (۲۴) را به عنوان تابع هدف در نظر می‌گیریم. در رابطه (۲۴)،  $\omega_{Theoretical}$  فرکانس تئوری محاسبه شده تیر ترک دار با تکیه گاه الاستیک است که مقادیر سفتی فنرهای تکیه گاه در مرحله قبل محاسبه شده‌اند. سایر پارامترها، مشابه رابطه (۲۳) هستند.

## ۵- نتایج عددی

نخست برای اطمینان از حل به دست آمده برای تحلیل ارتعاشات آزاد، نتایج حل حاضر را با نتایج پژوهش‌های مشابه انجام گرفته مقایسه می‌کنیم. در مورد یک تیر دارای تکیه گاه الاستیک با یک ترک، نتایج حل حاضر با نتایج حل به دست آمده از روش نیمه تحلیلی تبدیل دیفرانسیلی [۱۶] در جدول ۱ مقایسه شده است. نتایج برای فرکانس های بی بعد استخراج شده است. همچنین برای عمق ترک، تابع (۲۵) در نظر گرفته شده است:

$$\eta = \frac{h}{L} f(\varepsilon) \quad (25)$$

برای ردیابی ترک، ابتدا با استفاده از تابع هدف تعریف شده در رابطه (۲۳) و فرکانس‌های تجربی در جدول ۵، مقادیر سفتی فنرهای الاستیک تکیه گاه تعیین می‌شود. مقادیر پارامترهای مورد نیاز در الگوریتم کرم شب تاب در جدول ۶ آمده است. این مقادیر در کلیه شبیه سازی‌های این مقاله استفاده می‌شوند. نحوه همگرایی الگوریتم کرم شب تاب در شکل ۴ آمده است. در این شکل، محور قائم با بزرگ نمایی ۱۰۰۰ نمایش داده شده است. همچنین مقادیر به دست آمده برای سفتی فنرهای تکیه گاه در جدول ۷ ارائه شده است. فرکانس‌های تیر مورد بررسی با تکیه گاه الاستیک مشابه جدول ۷ در جدول ۸ با فرکانس‌های تجربی مقایسه شده است. با مقایسه جداول ۵ و ۸ واضح است که در حالت تکیه گاه الاستیک دقت فرکانس‌های اول و سوم مدل تئوری بهبود یافته است. مقدار تابع هدف در رابطه (۲۳) برای تیر دارای تکیه گاه گیردار ایده آل برابر  $0.2284$  است و این مقدار برای تیر دارای تکیه گاه الاستیک با فنرهای مشابه جدول ۷ برابر  $0.1675$  است.

اکنون تیر دارای تکیه گاه الاستیک با مقادیر مشخص سفتی فنرهای تکیه گاه برای ردیابی ترک در تابع هدف رابطه (۲۴)، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مرجع [۷] سه حالت مختلف برای عمق ترک در آزمایش تجربی در نظر گرفته شده است. در هر سه حالت، موقعیت ترک‌ها یکسان است. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم کرم شب تاب برای تعیین موقعیت و عمق ترک در جدول ۹ آمده است و با نتایج مرجع [۷] مقایسه شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، در هر سه حالت روش پیشنهادی در تحقیق حاضر دقت بیشتری در تخمین موقعیت و عمق ترک دارد. برای حالت ب، نحوه همگرایی و اجتماع کرم‌ها در الگوریتم بهینه سازی به کار رفته در شکل ۵ آمده است که حاکی از سرعت مناسب این الگوریتم است.

جدول ۶- پارامترهای به کار رفته در الگوریتم کرم شب تاب

| مقدار | کمیت                 |
|-------|----------------------|
| ۲۵    | تعداد کرم های شب تاب |
| ۰/۹۵  | $\beta_0$            |
| ۰/۹۵  | $\gamma$             |
| ۰/۲   | $\alpha$             |

گاه گیردار ایده آل در جدول ۵ آمده است. فرکانس های تئوری تیر، دارای تکیه گاه گیردار ایده آل برحسب هر تیز از رابطه (۲۶) به دست می‌آید:

$$f_i(Hz) = \frac{\Omega_i^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}, \Omega_1 = 1.8751, \quad (26)$$

$$\Omega_2 = 4.6941, \Omega_3 = 7.8547, \Omega_4 = 10.9956$$

جدول ۲- مشخصات تیر دارای دو ترک در مرجع [۱۰]

|                 |                         |
|-----------------|-------------------------|
| طول             | ۸۰۰ میلی متر            |
| ضخامت           | ۲۰ میلی متر             |
| مدول الاستیسیته | ۱۸۰ گیگاپاسکال          |
| چگالی           | ۷۸۶۰ کیلوگرم بر مترمکعب |
| موقعیت ترک اول  | ۲۵۵ میلی متر            |
| عمق ترک اول     | ۴ میلی متر              |
| موقعیت ترک دوم  | ۵۴۵ میلی متر            |
| عمق ترک دوم     | ۶ میلی متر              |

جدول ۳- فرکانس‌های طبیعی (هر تیز) تیر دارای دو ترک

| حل حاضر    | حل المان محدود [۱۰] |
|------------|---------------------|
| فرکانس اول | ۲۳/۹۷۹              |
| فرکانس دوم | ۱۴۸/۸۲۹             |
| فرکانس سوم | ۴۱۰/۳۲۹             |

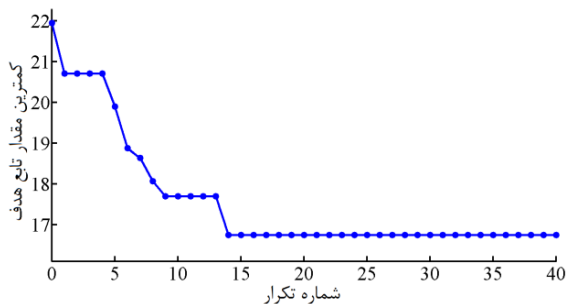
جدول ۴- مشخصات تیر بررسی شده در مرجع [۷]

|                 |                         |
|-----------------|-------------------------|
| طول             | ۴۰۰ میلی متر            |
| ضخامت           | ۱۴ میلی متر             |
| مدول الاستیسیته | ۱۸۱ گیگاپاسکال          |
| چگالی           | ۷۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب |

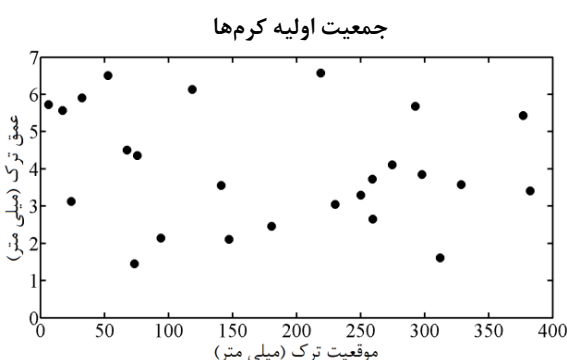
جدول ۵- مقایسه فرکانس های طبیعی (هر تیز) تجربی و

تئوری با فرض تکیه گاه ایده آل برای تیر جدول ۴

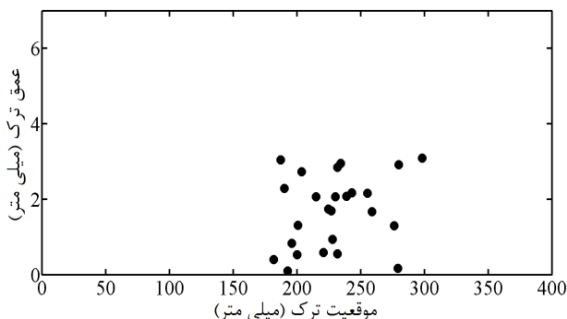
| تجربی [۷]  | تئوری با تکیه گاه ایده آل | خطا (%) |
|------------|---------------------------|---------|
| فرکانس اول | ۶۷/۲۵                     | ۱/۲۵    |
| فرکانس دوم | ۴۲۷/۲۵                    | ۰/۱۳    |
| فرکانس سوم | ۱۱۸۴                      | ۰/۹۱    |



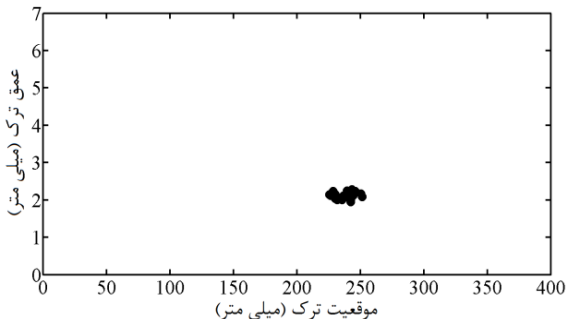
شکل ۴- نحوه همگرایی الگوریتم کرم شب تاب برای تابع هدف رابطه (۲۳) در مثال اول



جمعیت کرم‌ها بعد از ۱۰ تکرار



جمعیت کرم‌ها بعد از ۲۵ تکرار



شکل ۵- نحوه همگرایی و اجتماع کرم‌ها در الگوریتم کرم شب تاب برای تابع هدف رابطه (۲۴) در مثال اول

جدول ۷- مقادیر بهینه تکیه گاه الاستیک برای مثال اول

| مقدار   | کمیت                            |
|---------|---------------------------------|
| ۱۴۳۶۱/۶ | سفتی فنر پیچشی به صورت بی بعد   |
| ۱۴۰۷۲/۶ | سفتی فنر انتقالی به صورت بی بعد |

جدول ۸- مقایسه فرکانس های طبیعی (هرتز) تجربی و تئوری با فرض تکیه گاه الاستیک برای مثال اول

| تجربی [۷] | تئوری با تکیه گاه الاستیک | خطا (%) |
|-----------|---------------------------|---------|
| ۶۷/۲۵     | ۶۸/۰۶۲                    | ۱/۲۱    |
| ۴۲۷/۲۵    | ۴۲۵/۲۶                    | ۰/۴۷    |
| ۱۱۸۴      | ۱۱۸۳/۹۸                   | ۰/۰۰۲   |

جدول ۹- نتایج ردیابی ترک در تیر مثال اول

| حالت الف                 | حالت ب  | حالت ج  |
|--------------------------|---------|---------|
| ۱                        | ۲       | ۵       |
| عمق ترک در آزمایش        | ۲۴۰     | ۲۴۰     |
| موقعیت ترک در آزمایش     | ۲۴۰     | ۲۴۰     |
| عمق تخمینی در [۷]        | ۲۱۴۸    | ۵/۱۷۳   |
| خطا (%)                  | ۷/۶     | ۳/۴۶    |
| موقعیت تخمینی در [۷]     | ۲۳۵/۷۰۳ | ۲۳۸/۲۱۹ |
| خطا (%)                  | ۱/۷۹    | ۰/۷۴    |
| عمق تخمینی تحقیق حاضر    | ۱۱۰۶۱   | ۵/۱۱۸   |
| خطا (%)                  | ۶/۱     | ۲/۳۶    |
| موقعیت تخمینی تحقیق حاضر | ۲۳۷/۰   | ۲۳۹/۰۵  |
| خطا (%)                  | ۱/۲۵    | ۰/۴     |

مثال دوم: ردیابی دو ترک در تیر

برای بررسی دقت روش پیشنهادی در این مقاله برای ردیابی دو ترک در تیر، از مرجع [۱۷] استفاده می‌کنیم. مشخصات هندسی و فیزیکی تیر بررسی شده در مرجع [۱۷] در جدول ۱۰ ارائه شده است. فرکانس‌های به دست آمده از آزمایش تجربی و همچنین مدل تئوری دارای تکیه گاه گیردار ایده آل در جدول ۱۱ آمده است. همان طور که مشاهده می‌شود، اختلاف زیادی بین فرکانس‌های تجربی و تئوری در مرجع [۱۷] وجود دارد. این اختلاف می‌تواند به دلایل مختلفی همچون غیر ایده آل بودن تکیه گاه و یا میرایی سازه‌ای بالا



جدول ۱۰- مشخصات تیر بررسی شده در مرجع [۱۷]

|                 |                            |
|-----------------|----------------------------|
| طول             | ۲۴۰ میلی متر               |
| ضخامت           | ۱۹/۱ میلی متر              |
| مدول الاستیسیته | ۷۰/۰۶ گیگاپاسکال           |
| چگالی           | ۲۶۴۵/۱۹ کیلوگرم بر مترمکعب |

جدول ۱۱- مقایسه فرکانس های طبیعی (هرتز) تجربی و تئوری با فرض تکیه گاه ایده آل برای تیر جدول ۱۰

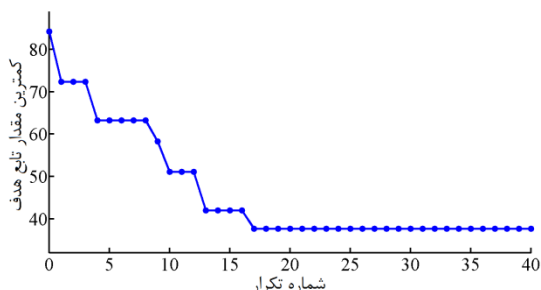
| تئوری با تکیه گاه ایده آل | تجربی [۱۷] | خطا (%) |
|---------------------------|------------|---------|
| ۲۷۵/۶۷                    | ۲۳۷/۵      | ۱۶      |
| ۱۷۲۷/۶۳                   | ۱۴۶۰       | ۱۸      |
| ۴۸۳۷/۳                    | ۳۸۸۰       | ۲۴      |
| ۹۴۷۹/۴۸                   | ۷۲۱۰       | ۳۱      |

جدول ۱۲- مقادیر بهینه تکیه گاه الاستیک برای مثال دوم

| مقدار   | کمیت                            |
|---------|---------------------------------|
| ۱۰۰۷۰/۲ | سفتی فنر پیچشی به صورت بی بعد   |
| ۱۰۶۱/۶۶ | سفتی فنر انتقالی به صورت بی بعد |

جدول ۱۳- مقایسه فرکانس های طبیعی (هرتز) تجربی و تئوری با فرض تکیه گاه الاستیک برای مثال دوم

| تئوری با تکیه گاه الاستیک | تجربی [۱۷] | خطا (%) |
|---------------------------|------------|---------|
| ۲۷۴/۶۴                    | ۲۳۷/۵      | ۱۵/۶۴   |
| ۱۶۵۱/۷۵                   | ۱۴۶۰       | ۱۳/۱۳   |
| ۴۲۰۵/۸۶                   | ۳۸۸۰       | ۸/۳۹    |
| ۷۲۵۰/۱۹                   | ۷۲۱۰       | ۰/۵۶    |



شکل ۶- نحوه همگرایی الگوریتم کرم شب تاب برای تابع هدف رابطه (۲۳) در مثال دوم

باشد. برای ردیابی ترک، ابتدا با استفاده از تابع هدف تعریف شده در رابطه (۲۳) و فرکانس‌های تجربی در جدول ۱۱، مقادیر سفتی فنرهای الاستیک تکیه گاه تعیین می‌شود. نحوه همگرایی الگوریتم کرم شب تاب در شکل ۶ آمده است. در این شکل محور قائم با بزرگ نمایی ۱۰۰ نمایش داده شده است. همچنین مقادیر به دست آمده برای سفتی فنرهای تکیه گاه در جدول ۱۲ ارائه شده است. فرکانس‌های تیر مورد بررسی با این فنرها در تکیه گاه در جدول ۱۳ با فرکانس‌های تجربی مقایسه شده است. با مقایسه جداول ۱۱ و ۱۳ واضح است که در حالت تکیه گاه الاستیک، دقت کلیه فرکانس‌های مدل تئوری بهبود یافته است و مقدار تابع هدف در رابطه (۲۳) از ۰/۹۰۵۵۲ برای تیر دارای تکیه گاه گیردار ایده آل به ۰/۳۷۷۲۶ در حالت تکیه گاه الاستیک کاهش یافته است. با توجه به اینکه در حالت تکیه گاه الاستیک، کماکان اختلاف بین فرکانس اول مدل تئوری و آزمایش زیاد است، می‌توان این اختلاف را ناشی از میرایی سازه ای بالا دانست که در محاسبات وارد نشده است.

اکنون تیر دارای تکیه گاه الاستیک با مقادیر مشخص سفتی فنرهای تکیه گاه برای ردیابی ترک در رابطه (۲۴) مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مرجع [۱۷]، چندین حالت مختلف برای عمق ترک در آزمایش تجربی در نظر گرفته شده است که در این مقاله دو حالت آن را در نظر می‌گیریم. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم کرم شب تاب برای تعیین موقعیت و عمق ترک در جدول ۱۴ آمده است و با نتایج مرجع [۱۷] مقایسه شده است. در جدول ۱۴،  $\varepsilon_1$  عمق بی بعد ترک اول،  $\bar{x}_C^1$  موقعیت بی بعد ترک اول،  $\varepsilon_2$  عمق بی بعد ترک دوم و  $\bar{x}_C^2$  موقعیت بی بعد ترک دوم می‌باشند. در مرجع [۱۷]، خطای تخمین به صورت تفاوت مقدار تخمینی و مقدار واقعی ضرب در صد در نظر گرفته شده است که به همین صورت، در جدول ۱۴ اعمال شده است، در حالیکه در سایر جداول خطا به صورت تفاوت مقدار واقعی و مقدار تخمینی تقسیم بر مقدار واقعی ضربدر ۱۰۰ محاسبه شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، در هر دو حالت روش پیشنهادی در تحقیق حاضر، دقت بیشتری در تخمین موقعیت و عمق ترک دارد.

همگرایی این الگوریتم می‌باشند. کارایی الگوریتم ارائه شده برای ردیابی یک و دو ترک در تیر با استفاده از داده‌های تجربی با سایر تحقیقات موجود مقایسه شده است که نتایج حاکی از دقت بیشتر این روش در تعیین عمق و موقعیت ترک است.

### ۷- مراجع

- [1] Salawu OS (1997) Detection of structural damage through changes in frequency: a review. Eng Struct 19(9): 718-723.
- [2] Maghsoodi A, Ghadami A, Mirdamadi HR (2013) Multiple-crack damage detection in multi-step beams by a novel local flexibility-based damage index. J Sound Vib 332(2): 294-305.
- [3] Nahvi H, Jabbari M (2005) Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. Int J Mech Sci 47 (10): 1477-1497.
- [4] Khorram A, Rezaeian M, Bakhtiari-Nejad F (2013) Multiple cracks detection in a beam subjected to a moving load using wavelet analysis combined with factorial design. Euro J Mech A/Solid 40: 97-113.
- [5] Nguyen KV (2013) Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle. Eng Struct 51: 306-314.
- [6] Fan W, Qiao P (2013) Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study. Struct Health Monit 10(1): 83-111.
- [7] Moradi S, Razi P, Fatahi L (2011) On the application of bees algorithm to the problem of crack detection of beam-type structures. Comput Struct 89: 2169-2175.
- [8] Vakil-Baghmisheh MT, Peimani M, Sadeghi MH, Etefagh MM (2008) Crack detection in beam-like structures using genetic algorithms. Appl Soft Comput 8(2): 1150-1160.
- [9] Moradi S, Kargozarfard MH (2013) On multiple crack detection in beam structures. J Mech Sci Tech 27(1): 47-55.
- [10] Khaji N, Mehrjoo M (2014) Crack detection in a beam with an arbitrary number of transverse cracks using genetic algorithms. J Mech Sci Tech 28(3): 823-836.
- [11] Jena PK, Parhi DR (2015) A Modified Particle Swarm Optimization Technique for Crack Detection in Cantilever Beams. Arab J Sci Eng doi: 10.1007/s13369-015-1661-6
- [12] Tada H, Paris P, Irwin G (1985) The Stress Analysis of Cracks Handbook. Research Corporation, Missouri.

جدول ۱۴- نتایج ردیابی ترک در تیر مثال دوم

| حالت الف         | $\varepsilon_1$ | $\bar{x}_C^1$ | $\varepsilon_2$ | $\bar{x}_C^2$ |
|------------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|
| تجربی            | ۰/۲             | ۰/۲           | ۰/۴۳            | ۰/۴۹۸         |
| تخمین مرجع [۱۷]  | ۰/۱۷۸۷          | ۰/۲۵۹         | ۰/۴۰۶۴          | ۰/۴۴۲         |
| خطا (%)          | ۲/۱۳            | ۵/۹           | ۲/۳۶            | ۵/۶           |
| تخمین تحقیق حاضر | ۰/۱۸۱           | ۰/۲۳۲         | ۰/۴۱۱           | ۰/۴۵۳         |
| خطا (%)          | ۱/۹             | ۳/۲           | ۱/۹             | ۴/۵           |
| حالت ب           |                 |               |                 |               |
| تجربی            | ۰/۴۵۵           | ۰/۲۵          | ۰/۲۵            | ۰/۵           |
| تخمین مرجع [۱۷]  | ۰/۳۹۴           | ۰/۲۷۲         | ۰/۲۸۵۶          | ۰/۴۱          |
| خطا (%)          | ۶/۱             | ۲/۲           | ۳/۵۶            | ۹             |
| تخمین تحقیق حاضر | ۰/۴۰۴           | ۰/۲۶۶         | ۰/۲۵۹           | ۰/۴۳۶         |
| خطا (%)          | ۴/۳             | ۱/۶           | ۰/۹             | ۶/۴           |

### ۶- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر، از فرض تکیه گاه الاستیک برای ردیابی ترک در تیر استفاده شده است. ابتدا مدل تیر با استفاده از این فرض به روز می‌شود که تکیه گاه تیر با یک فنر پیچشی و انتقالی مقید شده است، به روز می‌شود. داده‌های آنالیز مودال تجربی تیر سالم، به عنوان ورودی این مرحله در نظر گرفته می‌شود. مقدار سفتی فنرهای تکیه گاه مجهول مسئله هستند که با یک مساله معکوس تعیین می‌شوند. مساله معکوس به صورت به حداقل رساندن تفاوت بین فرکانس‌های طبیعی تجربی و فرکانس‌های تئوری محاسبه شده برای تیر، دارای تکیه گاه الاستیک تعریف می‌شود. مدل تیر به دست آمده از مرحله اول در مرحله دوم برای ردیابی ترک، مورد استفاده قرار می‌گیرد. ردیابی ترک با استفاده از یک مساله معکوس صورت می‌پذیرد. ورودی‌های مرحله دوم فرکانس‌های طبیعی تیر، دارای ترک هستند و عمق و موقعیت ترک مجهولات مساله هستند. مساله معکوس به صورت به حداقل رساندن تفاوت بین فرکانس‌های طبیعی تجربی تیر ترک دار و فرکانس‌های تئوری محاسبه شده برای تیر ترک دار، دارای تکیه گاه الاستیک تعریف می‌شود. برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی از حل تحلیلی استفاده شده است. مساله معکوس با استفاده از الگوریتم بهینه سازی کرم شب تاب حل شده است که نتایج حاکی از سرعت مناسب

- [16] Mirzabeigy A, Bakhtiari-Nejad F (2014) Semi-analytical approach for free vibration analysis of cracked beams resting on two-parameter elastic foundation with elastically restrained ends. *Front Mech Eng* 9(2): 191–202.
- [17] Patil DP, Maiti SK (2005) Experimental verification of a method of detection of multiple cracks in beams based on frequency measurements. *J Sound Vib* 281: 439–451.
- [13] Torabi K, Dastgerdi JN, Marzban S (2012) Solution of free vibration equations of Euler-Bernoulli cracked beams by using differential transform method. *Appl Mech Mater* 110–116: 4532–4536.
- [14] Yang X-S (2009) Firefly algorithms for multimodal optimization. *Lecture notes in computer science* 5792: 69–178.
- [15] Gandomi AH, Yang X-S, Alavi AH (2011) Mixed variable structural optimization using Firefly Algorithm. *Comput Struct* 89: 2325–2336.