



## تخمین مقاوم ضریب سختی فنر در عملگر آلیاژ حافظه‌دار توسط فیلتر کالمن توسعه یافته

محسن سلطانی گردفرامرزی<sup>۱</sup>، سید محمد بزرگ<sup>۲</sup>، محمدرضا ذاکرزاده<sup>۳\*</sup><sup>۱</sup> دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۳/۰۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۶/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۲۰

## چکیده

در این مقاله، ابتدا یک سیم از جنس آلیاژ حافظه‌دار توسط مدل برینسون مدل‌سازی شده است. با توجه به کارایی بالای مدل برینسون، این مدل به صورت جزئی در تمام نقاط صفحه دما-تنش، مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه یک عملگر دارای آلیاژ حافظه‌دار که از ترکیب یک سیم آلیاژ حافظه‌دار با یک فنر خطی تشکیل شده، مدل‌سازی شده است. از آنجا که در بسیاری از موارد، پارامترهای مختلف عملگرهای آلیاژ حافظه‌دار از قبیل، ضریب سختی فنر در عملگر معرفی شده، نامشخص هستند و یا با تغییر شرایط تغییر می‌کنند، از یک فیلتر کالمن توسعه یافته جهت تخمین این پارامتر استفاده شده است. در این فیلتر، باید حدس اولیه و کوواریانس خطای آن مشخص شود؛ اما از آنجا که این کوواریانس خطا به درستی قابل تعیین نیست، تاثیر عدم دقت کوواریانس خطای اولیه، بر تخمین مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با توجه به اینکه ممکن است در عمل فنر استفاده شده خطی نباشد، یک بار هم شبیه‌سازی با فنر غیر خطی انجام شده، تخمین با همان مدل فنر خطی صورت گرفته است. نتایج این تحلیل‌ها به خوبی نشان می‌دهد، فیلتر کالمن توسعه یافته به خوبی قادر است، پارامترهای ثابت و متغیر یک عملگر شامل، آلیاژ حافظه‌دار را با دقت و سرعت بالا تخمین بزند. همچنین این تخمین‌ها نسبت به خطا در مدل و حدس اولیه به صورت مقاوم عمل می‌کنند.

**کلمات کلیدی:** آلیاژ حافظه‌دار؛ مدل برینسون؛ فیلتر کالمن توسعه یافته؛ تخمین مقاوم پارامترها.

## Robust Estimation of Spring Stiffness in a Shape Memory Alloy Actuator using Extended Kalman Filter

M. Soltani Gerdefaramarzi<sup>1</sup>, M. Bozorg<sup>2</sup>, and M.R. Zakerzadeh<sup>3,\*</sup><sup>1</sup> PhD Candidate, Mechanical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran.<sup>2</sup> Associate Professor, Mechanical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran.<sup>3</sup> Assistant Professor, School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

## Abstract

In this work, a shape memory alloy (SMA) actuator is modeled by the Brinson model. Due to the high efficiency of this model in modeling the SMA behavior, it is studied in detail in all regions of the temperature-stress plane. Then an SMA actuator composed of an SMA wire connected to a linear spring is modeled. Since in many SMA actuators some parameters like spring stiffness (in this case) cannot be precisely determined or changed by the environment situations, an extended Kalman filter (EKF) is used to estimate the parameters. In this filter, an initial guess must be made, and its error covariance must be determined. However, since this error covariance can not be detected precisely, the effect of the initial error covariance inaccuracy on the parameter estimation is analyzed. Also since, in actual cases, the spring may have a non-linear behavior, a simulation is performed using a non-linear spring, while the estimation is carried out using the linear spring model. These analyses show that EKF can estimate the parameters of an SMA-actuated actuator quickly as well as accurately. Also the estimations are robust against the model and the initial guess uncertainty.

**Keywords:** Shape Memory Alloy; Brinson Model; Extended Kalman Filter; Robust Parameter Estimation.

## ۱- مقدمه

مواد هوشمند در سال‌های اخیر به خاطر پتانسیل بالای آن‌ها در ایجاد تحول در کاربردهای مهندسی به خصوص برای کنترل شکل سازه‌ها، بسیار مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در میان این مواد، آلیاژهای حافظه‌دار<sup>۱</sup> مورد توجه بیشتری قرار گرفته‌اند. این به دلیل آن است که این مواد توانایی ایجاد کرنش قابل بازیابی زیاد را داشته، می‌توانند نیروهای بزرگ را تامین کنند [۱].

چنانچه توضیح داده خواهد شد، رفتار فیزیکی آلیاژهای حافظه‌دار، تابعی از سه متغیر تنش، کرنش و دما است. مدل‌های ساختاری SMAها تلاش می‌کنند تا رفتار آن‌ها را به صورت تابعی از این متغیرها بیان کنند. بیشتر این مدل‌های ساختاری بر اساس پارامترهای خاص بوده، این پارامترها باید به صورت تجربی بدست آیند. تاناکا و لیانگ و راجرز، دو مدل برای شبیه‌سازی رفتار یک بعدی آلیاژهای حافظه‌دار ارائه کردند که در مدل تاناکا، نسبت حجمی مارتنزیت به صورت یک تابع نمایی برحسب دما و تنش بیان می‌شود [۲]؛ در حالی که در مدل لیانگ و راجرز، این تابع از نوع کسینوسی است [۳].

ضعف عمده مدل‌های تاناکا و لیانگ و راجرز این است که این مدل‌ها فقط بیانگر تغییر فاز از فاز دوقلویی مارتنزیت به آستنیت و بالعکس بوده، برای فرآیند غیردوقلویی کردن مارتنزیت کاربرد ندارد که سبب ظهور اثر حافظه‌داری در دماهای پائین است. به همین دلیل، رفتار عملگری به همراه بازیابی کرنش را به صورت موثر بیان نمی‌کنند [۴]. این مسئله، در سال ۱۹۹۳ توسط مدل برینسون حل شد [۵].

عملگرهایی که از آلیاژهای حافظه‌دار استفاده می‌کنند، به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند. در دسته اول که نوع بایاس<sup>۲</sup> نامیده می‌شود، آلیاژ حافظه‌دار تنها در یک جهت نیرو وارد کرده، برگشت توسط یک فنر انجام می‌شود [۶]؛ اما در دسته دوم، آلیاژهای حافظه‌دار برای اعمال نیرو در هر دو جهت استفاده می‌شوند؛ یعنی در حقیقت فرآیند رفت و برگشت توسط دو سیم آلیاژ حافظه‌دار انجام می‌شود که مخالف هم نیرو وارد کرده، به صورت دیفرانسیلی عمل می‌کنند [۷]؛ [۸].

در بسیاری از عملگرهایی که از آلیاژ حافظه‌دار با برگشت فنری استفاده می‌شود، برخی خواص مکانیکی خود عملگر از قبیل، ضریب سختی فنر ممکن است، به صورت دقیق مشخص نباشند. برای مثال، ممکن است از آلیاژ حافظه‌دار برای کنترل یک سازه الاستیک استفاده شود که ضریب سختی آن مجهول است، یا به صورت دقیق قابل تشخیص نمی‌باشد. در چنین مواردی، می‌توان از داده‌های بدست‌آمده از تحریک عملگر مذکور و پاسخ آن و مقایسه نتایج آن با مدل آلیاژ حافظه‌دار، میزان ضریب سختی فنر را تخمین زد.

یکی از تخمین‌گرهای غیرخطی که از آن برای تخمین پارامترها و متغیرهای حالت استفاده می‌شود، فیلتر کالمن توسعه‌یافته<sup>۳</sup> است. این تخمین‌گر غیرخطی که به صورت مرحله به مرحله پیش می‌رود، ابتدا سیستم را حول نقطه تخمین زده شده قبلی خطی‌سازی کرده، با ترکیب اطلاعات بدست‌آمده از مدل سیستم با اندازه‌گیری‌ها به روش آماری، مقادیر پارامترهای حالت در مرحله بعد را تخمین می‌زند [۹]. در مقالات مختلفی از این روش، برای تخمین متغیرهای حالت استفاده شده است. الهی‌نیا و همکاران، از فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای تخمین متغیرهای حالت بازوی ربات یک درجه آزادی با برگشت فنری استفاده کرده، با استفاده از داده‌های تخمین‌زده شده، موقعیت زاویه‌ای ربات را کنترل کرده‌اند [۱۰-۱۲]. البته در این کارها تمام پارامترهای سیستم دانسته فرض شده، تنها متغیرهای حالت، تخمین زده شده‌است. همچنین تخمین متغیرها بر پایه مدل لیانگ و راجرز انجام شده است که در مدل‌سازی اثر حافظه‌داری آلیاژهای حافظه‌دار، بسیار ضعیف عمل می‌کند.

حسن‌زاده و همکاران، در مقاله دیگری علاوه بر تخمین پارامترهای حالت، ضریب سختی فنر خطی متصل به بازوی ربات یک درجه آزادی را توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده‌اند [۱۳]. در این مقاله، تخمین بر پایه مدل لیانگ و راجرز انجام شده‌است.

با توجه به ضعف‌های مدل‌های تاناکا و لیانگ و راجرز، در این مقاله یک سیم از جنس آلیاژ حافظه‌دار به روش برینسون مدل‌سازی شده، از این مدل برای مدل‌سازی رفتار این سیم، در حالتی استفاده شده است که بواسطه یک فنر به سطح

<sup>۱</sup> Shape Memory Alloys<sup>۲</sup> Bias type<sup>۳</sup> Extended Kalman Filter

متغیرها را به عنوان ورودی در نظر گرفته، دو متغیر دیگر را برحسب آن بیان کرد.

صیادی و همکاران، با مقایسه نتایج مدل‌سازی آلیاژهای حافظه‌دار توسط این سه مدل با نتایج تجربی نشان دادند که تخمین مدل‌های تاناکا و لیانگ راجرز، به دلیل ضعف در مدل‌سازی اثر حافظه‌داری در دماهای پایین، بر نتایج تجربی منطبق نمی‌باشد [۴]. این مسئله در مدل برینسون با جدا کردن حالت‌های مختلف مارتنزیت، به مارتنزیت ایجاد شده بر اثر دما یا همان دوقلویی (با نسبت حجمی  $\xi_T$ ) و مارتنزیت ایجاد شده در اثر تنش یا همان غیردوقلویی (با نسبت حجمی  $\xi_S$ ) جبران شده است [۱۵]. همان‌طور که در رابطه (۱) اشاره شده است، حاصل جمع این دو کمیت، درصد حجمی کل مارتنزیت را تشکیل می‌دهد:

$$\xi = \xi_S + \xi_T \quad (1)$$

در این مقاله، برای شبیه‌سازی رفتار آلیاژهای حافظه‌دار از مدل برینسون با اصلاحات چانگ و همکاران [۱۶] استفاده می‌شود. این مدل توسط صیادی و همکاران با آزمایشات تجربی تست و تایید شده است [۴]. معادله ساختاری این مدل به شکل رابطه (۲) است:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_L \xi_S) + \theta(T - T_0) \quad (2)$$

در این رابطه،  $\sigma$  تنش سیم،  $\varepsilon$  کرنش سیم،  $\varepsilon_L$  ماکزیمم کرنش قابل بازیابی سیم،  $\theta$  ضریب انبساط حرارتی و  $T_0$  و  $T$  به ترتیب، دمای ابتدای سیکل و دمای فعلی سیم هستند.  $E$  مدول الاستیسیته سیم است که از رابطه (۳) بدست می‌آید.

$$E(\xi) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (3)$$

در این روابط  $E_M$ ،  $E_A$  به ترتیب، مدول الاستیسیته سیم آلیاژ حافظه‌دار در فاز مارتنزیت و آستنیت هستند.  $\xi$  و  $\xi_S$  به ترتیب، نسبت حجمی مارتنزیت و نسبت حجمی مارتنزیت تنش هستند که بسته به شرایط مختلف از روابط (۴) تا (۶) بدست می‌آیند:

تبدیل به مارتنزیت غیردوقلویی:

$$\begin{aligned} & \text{for } T > M_S \text{ and } \sigma_S + C_M(T - M_S) < \sigma < \sigma_f + \\ & C_M(T - M_S) \\ & \xi_S = \frac{1 - \xi_{S0}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\sigma_S - \sigma_f}(\sigma - \sigma_f - c_M(T - M_S))\right) + \\ & \frac{1 + \xi_{S0}}{2} \\ & \xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{S0}}(\xi_S - \xi_{S0}) \end{aligned} \quad (4)$$

صلب بسته شده است. همچنین با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته و بر اساس مدل برینسون، سختی فنر به عنوان یک پارامتر مجهول تخمین زده شده است. تخمین ضریب سختی فنر از این جهت اهمیت پیدا می‌کند که در بسیاری از سازه‌های هوشمند که از آلیاژهای حافظه‌دار به عنوان عملگر استفاده می‌کنند، سیستم متصل به این آلیاژها بسیار پیچیده بوده، ممکن است بدست آوردن سختی کلی سیستم بسیار سخت باشد. از طرفی هنگامی که معادلات کلی سیستم شامل، آلیاژ حافظه‌دار متصل به فنر نوشته شود، پارامتر سختی فنر نیز در معادلات مدل برینسون وارد می‌شود و در صورتی که بتوان این پارامتر را به کمک فیلتر کالمن تخمین زد، می‌توان ادعا کرد، به طریق مشابه می‌توان سایر پارامترهای مجهول سیستم مانند، جرم، اصطکاک و یا حتی پارامترهای مجهول خود مدل برینسون را تخمین زد.

یکی از ورودی‌هایی که باید برای فیلتر کالمن تعیین شود تا تخمین دقیق داشته باشد، کوواریانس خطای حدس اولیه است؛ اما از آنجا که معمولاً میزان دقت حدس اولیه را نمی‌توان دقیقاً مشخص کرد، این تخمین، با کوواریانس خطاهای مختلف برای حدس اولیه انجام شده و تاثیر آن بر پاسخ تخمین مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین از آنجا که ممکن است ضریب سختی فنر ثابت نبوده، به شکل نامشخصی تغییر کند، برای بررسی میزان مقاوم بودن پاسخ تخمین به دقت مدل ورودی، یک بار هم آلیاژ حافظه‌دار با یک فنر غیرخطی مدل‌سازی شده، در تخمین از همان مدل فنر خطی استفاده شده است. نتایج این بررسی‌ها نشان می‌دهد این فیلتر قادر است، ضریب سختی فنر را با دقت و سرعت بسیار بالا و به صورت مقاوم تخمین بزند.

## ۲- مدل‌سازی سیم آلیاژ حافظه‌دار

برای بیان رفتار ترمومکانیکی سیم‌های حافظه‌دار از مدل‌های ساختاری یک بعدی استفاده می‌شود. این مدل‌ها رابطه بین متغیرهای دما، کرنش و تنش سیم را بیان می‌کنند. بیشتر این مدل‌های ساختاری بر اساس پارامترهای خاص بوده، این پارامترها باید به صورت تجربی بدست آیند [۱۴]. برای استفاده از این مدل‌ها باید یکی از این سه متغیر، ثابت در نظر گرفته شود و یا اینکه توسط معادله دیگری رابطه بین دوتا از این متغیرها بیان شود. در این شرایط، می‌توان یکی از

هنگامی که دما در حال افزایش است، مسیر تبدیل فاز از مارتنزیت به آستنیت بوده، بسته به اینکه سیکل افزایش دما از چه شرایط اولیه‌ای آغاز شود، مقدار نسبت حجمی مارتنزیت مشخص می‌شود. در این شرایط، نواحی صفحه دما-تنش را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

در ناحیه ۴، تمام ماده به فاز آستنیت تبدیل شده است. در این ناحیه، تبدیل فاز نداریم و مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت برابر با صفر می‌باشند.

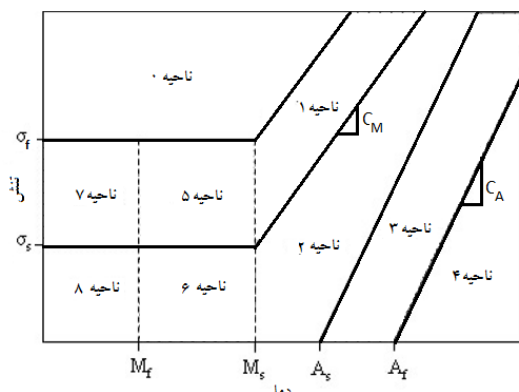
$$\xi = \xi_s = \xi_T = 0 \quad (7)$$

در ناحیه ۳، تبدیل فاز از مارتنزیت به آستنیت انجام می‌شود. در این ناحیه، ماده مخلوطی از فاز مارتنزیت و آستنیت است و مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت در این ناحیه را می‌توان از رابطه (۶) بدست آورد.

اما در مابقی نواحی صفحه دما-تنش تغییر فازی رخ نمی‌دهد؛ بنابراین در این نواحی، مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت ثابت باقی می‌مانند (رابطه (۸)).

$$\xi_s = \xi_{s0}, \xi_T = \xi_{T0}, \xi = \xi_s + \xi_T \quad (8)$$

که در این رابطه زیرنویس صفر، مربوط به لحظه ابتدای سیکل جاری (لحظه‌ای که دما شروع به افزایش کرده‌است) است [۱۷]. مفهوم این روابط اینست که اگر در سیکل کاهش دمای قبلی، دما به اندازه‌ی کافی کم شده باشد که تمام ماده وارد فاز مارتنزیت شود، در این نواحی نسبت حجمی مارتنزیت برابر یک باقی می‌ماند، اما اگر در سیکل قبلی تنها بخشی از جسم وارد فاز مارتنزیت شده باشد، در این نواحی نسبت حجمی مارتنزیت برابر مقدار ابتدای سیکل خود باقی می‌ماند.



شکل ۱- نواحی مختلف صفحه دما-تنش بر اساس مدل

برینسون [۱۶]

for  $T < M_s$  and  $\sigma_s < \sigma < \sigma_f$

$$\xi_s = \frac{1-\xi_{s0}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\sigma_s-\sigma_f}(\sigma-\sigma_f)\right) + \frac{1+\xi_{s0}}{2}$$

$$\xi_T = \Delta T_\varepsilon - \frac{\Delta T_\varepsilon}{1-\xi_{s0}}(\xi_s - \xi_{s0}) \quad (5)$$

تبدیل به آستنیت:

for  $T > A_s$  and  $C_A(T - A_f) < \sigma <$

$$C_A(T - A_s)$$

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \left( \cos\left(\frac{\pi}{A_f-A_s}(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A})\right) + 1 \right)$$

$$\xi_s = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_0}(\xi_0 - \xi)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{\xi_0}(\xi_0 - \xi) \quad (6)$$

در این روابط،  $\xi_0, \xi_{s0}, \xi_{T0}, T_0$  مربوط به لحظه ابتدای سیکل جاری هستند.  $A_s, A_f, M_s, M_f$  به ترتیب، دماهای انتها و ابتدای تبدیل فاز به مارتنزیت و آستنیت در تنش صفر و  $\sigma_s, \sigma_f$  تنش‌های انتها و ابتدای تبدیل از مارتنزیت دوقلویی به غیردوقلویی هستند.  $C_A, C_M$  هم شیب نمودار تبدیل فاز به مارتنزیت و آستنیت می‌باشند. این ثوابت که به صورت تجربی بدست می‌آیند، در این روابط، جملات شرطی بیان‌کننده خطوط دیاگرام فاز هستند که در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. در حقیقت با این جملات شرطی، روابط مدل برای نواحی محدود شده با دو خط خاص بیان می‌شود.

این روابط بیشتر مربوط به نواحی هستند که در آن‌ها تغییر فاز بر اساس تغییر دما انجام می‌شود که البته در بیشتر مقالات هم تنها به همین نواحی اشاره شده است [۴؛ ۵؛ ۱۳؛ ۱۵؛ ۱۷]؛ اما برای شبیه‌سازی کامل مدل برینسون باید رابطه بدست‌آمدن نسبت حجمی مارتنزیت را در تمام نواحی صفحه دما-تنش داشته باشیم. این نواحی نه‌گانه هم در شکل ۱ نشان داده شده‌اند.

## ۲-۱- هنگامی که دما در حال افزایش است

با توجه به وجود هیستریزس در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار، معادلات مناسب برای شبیه‌سازی رفتار آن‌ها در سیکل رفت یعنی، هنگامی که دما در حال افزایش است با سیکل برگشت که دما در حال کاهش است، متفاوت است. از این رو، معادلات مدل برای هر یک از نواحی ۹ گانه، در دو حالت سیکل رفت و سیکل برگشت به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲-۲- هنگامی که دما در حال کاهش است

هنگامی که دما در حال کاهش است، مسیر تبدیل فاز از آستنیت به سمت مارتنزیت بوده، در نواحی متعددی تبدیل فاز صورت می‌گیرد. در این سیکل کاری در ناحیه ۴، تمام ماده در فاز آستنیت است. در این ناحیه، تبدیل فاز نداریم و مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت برابر صفر هستند (رابطه ۹).

$$\xi = \xi_s = \xi_T = 0 \quad (9)$$

در ناحیه ۲ و ۳ هم تبدیل فاز نداریم. در این نواحی ماده مخلوطی از مارتنزیت و آستنیت بوده، مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت ثابت باقی می‌مانند [۱۶]. همانگونه که در رابطه (۱۰) نشان داده شده‌است، این مقادیر همان مقادیر ابتدای سیکل جاری هستند.

$$\xi_s = \xi_{s0}, \xi_T = \xi_{T0}, \xi = \xi_s + \xi_T \quad (10)$$

در ناحیه ۱، تبدیل فاز از آستنیت به مارتنزیت تنشی انجام می‌شود. مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت در این ناحیه از رابطه (۴) بدست می‌آیند.

در ناحیه ۵، تبدیل فاز از آستنیت یا مارتنزیت دمایی به مارتنزیت تنشی انجام می‌شود؛ همچنین ممکن است در صورت نبود تنش کافی، تبدیل فاز از آستنیت به مارتنزیت دمایی هم انجام شود. مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت در این ناحیه از رابطه (۵) بدست می‌آیند.

در ناحیه ۷ با گذشتن از  $M_f$ ، تمام ماده وارد فاز مارتنزیت شده، تبدیل فاز، تنها از ماتنزیت دمایی به مارتنزیت تنشی و بالعکس اتفاق می‌افتد. در این ناحیه، برای بدست آوردن  $\xi_s$  می‌توان از همان رابطه (۵) مربوط به ناحیه ۵ استفاده کرد، ولی چون  $\xi = \xi_s + \xi_T = 1$ ، بنابراین مقدار نسبت حجمی مارتنزیت دمایی از رابطه (۱۱) بدست می‌آید:

$$\xi_T = 1 - \xi_s \quad (11)$$

در ناحیه ۶، چون تنش سیستم کم‌تر از  $\sigma_s$  است، تبدیل فاز از آستنیت به مارتنزیت دمایی انجام می‌شود. در این ناحیه، مقدار نسبت حجمی مارتنزیت تنشی ثابت باقی می‌ماند (رابطه ۱۲)، اما نسبت حجمی مارتنزیت دمایی از رابطه (۱۳) بدست می‌آید.

$$\xi_s = \xi_{s0} \quad (12)$$

$$\xi_T = \left( \frac{1 - \xi_{s0} - \xi_{T0}}{2} \right) \cos \left( \frac{\pi}{M_s - M_f} (T - M_f) \right) + \frac{1 - \xi_{s0} + \xi_{T0}}{2} \quad (13)$$

در ناحیه ۸، مجدداً چون دما از  $M_f$  پایین‌تر آمده‌است، ماده به طور کامل وارد فاز مارتنزیت شده‌است. در این ناحیه، تبدیل فازی نداریم و مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت از رابطه (۱۴) بدست می‌آیند.

$$\xi_s = \xi_{s0} \text{ و } \xi_T = 1 - \xi_s \quad (14)$$

در ناحیه صفر هم تبدیل فاز رخ نمی‌دهد. در این ناحیه، تمام ماده به فاز مارتنزیت تنشی وارد شده‌است و مقادیر نسبت حجمی مارتنزیت در این ناحیه عبارتند از:

$$\xi_s = 1 \text{ و } \xi_T = 0 \quad (15)$$

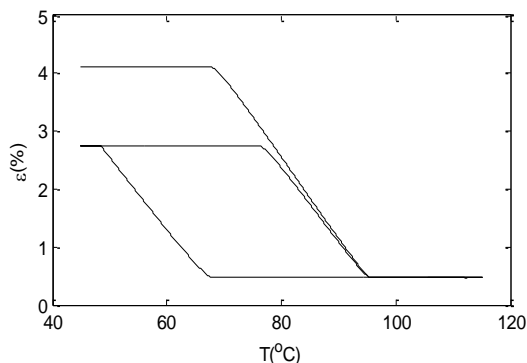
## ۲-۳- مدل‌سازی سیم آلیاژ حافظه‌دار متصل به یک فنر خطی

در این مرحله، مدل‌سازی سیم آلیاژ حافظه‌دار در حالتی انجام می‌شود که بواسطه یک فنر خطی بین دو سطح صلب بسته شده‌است. این بدین معناست که رابطه خطی بین تنش و کرنش سیم برقرار است. کاربرد این نوع عملگر می‌تواند در کنترل موقعیت یک جرم خطی یا تنظیم آینه خودرو باشد. سیم قبل از این‌که به فنر متصل شود، تحت آموزش قرار گرفته، با وارد شدن به فاز مارتنزیت دوقلویی کرنش اولیه به اندازه  $\varepsilon_0 = \varepsilon_L$  در آن ایجاد شده‌است. جزئیات این فرآیند آموزش در مراجع [۱۸؛ ۱۹] آمده‌است. حال اگر دمای سیم به حد کافی افزایش یابد، سیم به طور کامل وارد فاز آستنیت شده، کرنش آن به صفر می‌رسد. در این حالت، اگر به فنر متصل باشد، نیروی فنر از رابطه (۱۶) و تنش سیم از رابطه (۱۷) بدست می‌آیند.

$$F_s = K_s l (\varepsilon_0 - \varepsilon) + F_0 \quad (16)$$

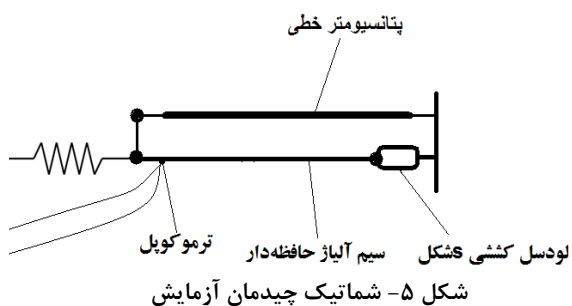
$$\sigma = \frac{F_s}{A_w} \quad (17)$$

که در آن  $F_0$ ، نیروی کشش اولیه فنر،  $A_w$ ، سطح مقطع سیم و  $l$  طول سیم است. در این شبیه‌سازی‌ها، قطر سیم ۰.۲۵mm، ضریب سختی فنر،  $k_s = 200 \text{ N/m}$  و طول سیم یک متر در نظر گرفته شده‌است. مقادیر مابقی پارامترها هم در جدول ۱ آمده‌است. این پارامترها طی آزمایشات تجربی که توسط صیادی و همکاران انجام شده، بدست آمده و انطباق مدل برینسون با این پارامترها با داده‌های تجربی در مرجع [۴] نشان داده شده‌است. فنر بدون پیش‌کشش به سیم آلیاژ حافظه‌دار وصل شده، سپس دما مطابق شکل ۲، به صورت



شکل ۴- نمودار دما- کرنش سیم آلیاژ حافظه‌دار بدون پیش-کشش فنر

برای استخراج داده‌های تجربی می‌توان از سیستمی مانند شکل ۵ استفاده کرد. در این مکانیزم، یک سیم از جنس آلیاژ حافظه‌دار به طول یک متر از یک طرف به یک سطح صلب و از سمت دیگر، به یک فنر خطی متصل است. سر دیگر فنر توسط سطح صلب دیگری مهار شده‌است. در این سیستم، برای اندازه‌گیری دما از ترموکوپل استفاده می‌شود. با توجه به اینکه طول سیم حافظه‌دار یک متر در نظر گرفته شده‌است، تغییر طول سیم برابر کرنش آن خواهد بود؛ بنابراین با اندازه‌گیری تغییر طول سیم توسط یک پتانسیومتر خطی می‌توان کرنش سیم را بدست آورد. لودسل کششی نصب شده بین سیم و سطح صلب، نیروی کشش سیم را اندازه‌گیری می‌کند که با تقسیم آن بر سطح مقطع سیم تنش سیم بدست می‌آید. خروجی هرکدام از این حسگرها، یک ولتاژ آنالوگ است که پس از تقویت، توسط کارت جمع‌آوری داده Advantech PCI-1711 دریافت شده و در نرم‌افزار متلب قابل پردازش است.



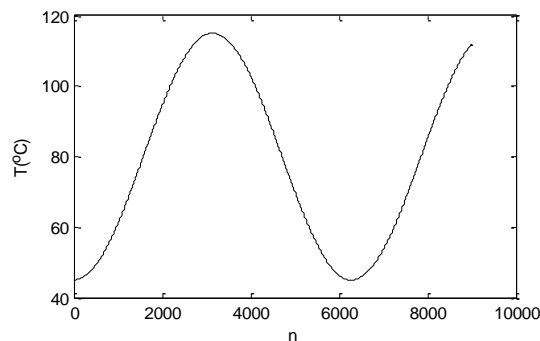
شکل ۵- شماتیک چیدمان آزمایش

سینوسی تغییر کرده‌است. در این شرایط، نمودار دما-تنش و دما-کرنش سیستم به ترتیب در شکل ۳ و شکل ۴ آمده است.

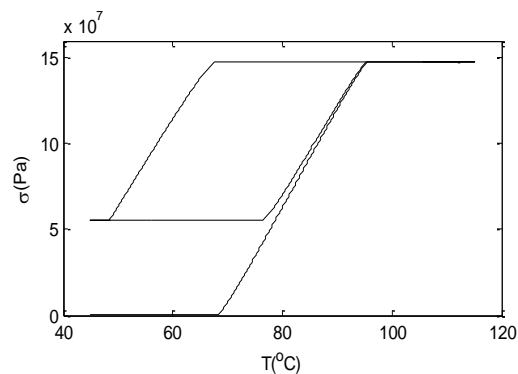
جدول ۱- پارامترهای استفاده شده برای مدل‌سازی به روش

برینسون [۴]

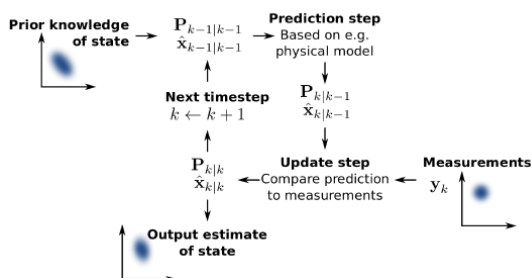
پارامتر	مقدار
$M_f$	$43/9^\circ C$
$M_s$	$48/4^\circ C$
$A_s$	$68^\circ C$
$A_f$	$73/75^\circ C$
$C_A$	$6/73 MPa/^\circ C$
$C_M$	$6/32 MPa/^\circ C$
$\epsilon_L$	۴/۱%
EA	$31/5 GPa$
$E_M$	$20 GPa$
$\sigma_s$	$25 MPa$
$\sigma_f$	$78 MPa$



شکل ۲- دمای ورودی مدل



شکل ۳- نمودار دما- تنش سیم آلیاژ حافظه‌دار بدون پیش-کشش فنر



شکل ۶- دیاگرام نحوه عملکرد فیلتر کالمن [۲۰]

فیلتر کالمن در حالت گسسته، مرحله به مرحله تخمین را پیش می‌برد؛ بنابراین ابتدا باید یک تخمین اولیه از متغیرهای حالت سیستم و همچنین میزان قابلیت اطمینان آن‌ها داشته باشیم. تخمین اولیه برای متغیرهای حالت سیستم می‌تواند میانگین مقادیر محتمل برای آن‌ها و قابلیت اطمینان آن نیز می‌تواند کوواریانس خطای تخمین در نظر گرفته شود.

$$\hat{x}_0^+ = E(x_0) \quad (18)$$

$$P_0^+ = E[(x_0 - \hat{x}_0^+)(x_0 - \hat{x}_0^+)^T] \quad (19)$$

که در این روابط  $x_0$  و  $\hat{x}_0^+$  به ترتیب، مقدار اولیه واقعی بردار متغیرهای حالت و مقدار اولیه تخمین زده شده برای این بردار هستند. همچنین نشان دهنده مقدار کوواریانس خطای تخمین اولیه است.

برای استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته ابتدا باید یک مدل از سیستم داشته باشیم که این مدل می‌تواند غیرخطی باشد. این مدل باید مقادیر متغیرهای حالت در هر مرحله را برحسب متغیرهای حالت مرحله قبل و همچنین ورودی سیستم و اختلال فرآیند<sup>۱</sup> بدست آورد. اختلال فرآیند، یک اختلال سفید با میانگین صفر و کوواریانس خطای  $Q$  است که اشکالات مدل‌سازی را پوشش می‌دهد. معادله اندازه‌گیری نیز، روابط اندازه‌گیری مقادیر متغیرهای حالت را بیان می‌کند. البته طبیعی است که هر اندازه‌گیری با مقداری خطا همراه است که با در نظر گرفتن یک اختلال اندازه‌گیری<sup>۲</sup> پوشش داده می‌شود. این اختلال نیز یک اختلال سفید با میانگین صفر و کوواریانس خطای  $R$  است:

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (20)$$

برای کنترل دمای سیم، ولتاژ دو سر آن کنترل می‌شود. این ولتاژ هم توسط کارت جمع‌آوری داده روی سیم اعمال می‌شود. به این صورت که برای افزایش دمای سیم، با افزایش ولتاژ دو سر آن، جریان داخل سیم بیشتر شده، این امر سبب گرم شدن سیم می‌شود. از طرف دیگر، کاهش ولتاژ دو سر سیم سبب کاهش جریان داخلی سیم و در نتیجه کاهش تولید گرما در آن می‌شود. در این صورت، گرما توسط انتقال حرارت جابجایی منتقل شده، سیم سرد می‌شود. این سیستم برای انجام آزمایشات بیشتر در مورد رفتار آلیاژهای حافظه‌دار در حال ساخت است.

### ۳- فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF)

فیلتر کالمن، یک تخمین‌گر خطی است که در هر مرحله با ترکیب اطلاعات جمع‌آوری شده از متغیرهای حالت در مرحله قبل با اطلاعات بدست‌آمده از مدل سیستم، یک تخمین پیشین از مقدار متغیرهای حالت در مرحله جاری می‌زند. این تخمین در حقیقت پیش‌بینی مدل سیستم از مقدار متغیرهای حالت در مرحله جاری است؛ اما پس از انجام اندازه‌گیری‌ها در مرحله جاری این فیلتر مجدداً با توجه به اطلاعات اندازه‌گیری‌ها و قابلیت اطمینان به آن‌ها و همچنین با توجه به تخمین پیشین بدست‌آمده از مدل و قابلیت اطمینان مدل، یک تخمین پسین می‌زند که تخمین نهایی از متغیرهای حالت در مرحله  $k$ ام خواهد بود. این تخمین، در حقیقت یک میانگین‌گیری وزنی از مقادیر بدست‌آمده از تخمین پیشین و اطلاعات بدست‌آمده از اندازه‌گیری‌ها است که به نسبت عکس کوواریانس خطا وزندهی شده‌اند. علاوه بر این تخمین، در این مرحله میزان قابلیت اطمینان به این تخمین هم بدست می‌آید. این تخمین و میزان قابلیت اطمینان بدست‌آمده برای آن، به عنوان ورودی برای مرحله بعدی استفاده می‌شوند [۹]. دیاگرام نحوه عملکرد این فیلتر در شکل ۶ آمده است.

اما برای حالت غیرخطی هم فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) ارائه شده‌است که با خطی‌سازی مدل غیرخطی حول نقطه کاری از فیلتر کالمن استفاده می‌کند. هرچه میزان غیرخطی بودن مدل سیستم بیشتر باشد، خطای خطی‌سازی بیشتر و در نتیجه دقت تخمین کمتر خواهد بود.

<sup>1</sup> Process Noise

<sup>2</sup> Measurement Noise

[۹, ۱۳]. در حقیقت سیستم جدیدی تشکیل می‌شود که بردار متغیرهای حالت آن شامل، متغیرهای حالت سیستم قبلی به همراه پارامترهای مطلوب است. از طرفی برای اینکه یک پارامتر سیستم بتواند به عنوان یک متغیر حالت در نظر گرفته شود، باید معادله دینامیکی آن هم در سیستم تعریف شود. برای تعریف معادله دینامیکی یک پارامتر ثابت سیستم در هر مرحله، این پارامتر مساوی مقدار آن در مرحله قبلی بعلاوه یک اختلال فرآیند با کوواریانس خطای  $Q(i, i)$  در نظر گرفته می‌شود که  $i$  شماره این پارامتر در بردار متغیرهای حالت است. اضافه کردن این اختلال فرآیند برای این است که مقدار پارامتر بتواند توسط فیلتر کالمن نوسان کرده، به مقدار واقعی نزدیک شود.

#### ۴- تخمین ضریب سختی فنر متصل به سیم حافظه‌دار با استفاده از EKF

در این مرحله هدف تخمین برخی پارامترهای سیستم شامل، آلیاژ حافظه‌دار توسط فیلتر کالمن توسعه یافته و بر پایه مدل برینسون است. اولین پارامتری که تخمین آن مورد توجه قرار می‌گیرد، ضریب سختی فنر است. در اینجا ورودی سیستم، دمای سیم و خروجی آن، کرنش سیم در نظر گرفته شده و معادلات سیستم بر پایه مدل برینسون به صورت رابطه (۳۰) نوشته می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E(\xi)} + \varepsilon_L \xi_s \quad (30)$$

در صورت کسر اول این رابطه جمله اول، تنش سیم است که معمولاً از مرتبه  $10^7$  است؛ در حالی که جمله دوم  $\theta(T - T_0)$  از مرتبه ۱۰ است؛ بنابراین با تقریب خوبی می‌توان از جمله دوم در مقابل تنش صرف نظر کرد. از طرفی با ترکیب رابطه (۱۶) و (۱۷) و با فرض پیش کشش اولیه صفر، تنش سیم از رابطه (۳۱) بدست می‌آید:

$$\sigma = \frac{k_s l (\varepsilon_0 - \varepsilon)}{A_w} \quad (31)$$

با جایگذاری تنش از این رابطه در رابطه (۳۰)، کرنش در هر دو سمت رابطه ظاهر خواهد شد. با حل این رابطه بر حسب کرنش و صرف نظر از جمله دوم رابطه (۳۰)، رابطه (۳۲) بدست می‌آید:

$$\varepsilon = \frac{k_s l \varepsilon_0 + \varepsilon_L \xi_s A_w E(\xi)}{k_s l + A_w E(\xi)} \quad (32)$$

$$y_k = h_k(x_k) + v_k \quad (21)$$

$$w_k \sim (0, Q), v_k \sim (0, R) \quad (22)$$

در این روابط  $x_k, y_k, u_k$  به ترتیب، مقادیر ورودی، اندازه‌گیری و بردار متغیرهای حالت در مرحله  $k$ ام هستند.  $h, f$  به ترتیب، مدل‌های غیرخطی سیستم و اندازه‌گیری و  $w, v$  به ترتیب، اختلال‌های اندازه‌گیری و فرآیند با کوواریانس خطای  $R, Q$  است.

حال با داشتن مدل غیرخطی، در هر مرحله، می‌توان سیستم را حول مقادیر تخمین مرحله قبل خطی‌سازی کرد:

$$F_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) = \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (23)$$

با داشتن ماتریس  $F$  که ماتریس خطی شده سیستم است، در هر مرحله می‌توان تخمین پیشین متغیرهای حالت را با رابطه (۲۴) و کوواریانس خطای آن‌ها را به کمک رابطه (۲۵) بدست آورد. علامت منفی بالانویس در این روابط، نشان دهنده اینست که این مقادیر تخمین پیشین هستند. این مرحله بروزرسانی زمانی<sup>۱</sup> هم نامیده می‌شود:

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (24)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (25)$$

در مرحله بعد، در صورتی که معادله اندازه‌گیری هم غیرخطی باشد، حول نقطه تخمین پیشین خطی‌سازی شده، ماتریس  $H$  به دست می‌آید که ماتریس اندازه‌گیری است:

$$H_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (26)$$

در آخرین مرحله که بروزرسانی اندازه‌گیری<sup>۲</sup> نامیده می‌شود، مقادیر پسین متغیرهای حالت و کوواریانس خطای آن‌ها تخمین زده می‌شوند. برای تخمین این مقادیر، ابتدا باید یک ماتریس  $K$  محاسبه شود که ضریب تاثیر مقادیر اندازه‌گیری‌ها روی تخمین پیشین متغیرها را مشخص می‌کند:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (27)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-)] \quad (28)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (29)$$

اما برای اینکه علاوه بر متغیرهای حالت، برخی از پارامترهای ثابت سیستم هم تخمین زده شوند، می‌توان این پارامترها را هم به صورت متغیر حالت سیستم در نظر گرفت

<sup>۱</sup> Time Update

<sup>۲</sup> Measurement Update



که در این معادلات،  $w_i$ ها اختلال فرایند معادلات اول تا سوم و  $v$  اختلال فرایند معادله اندازه‌گیری است. با خطی‌سازی این معادلات حول نقاط کاری، ماتریس‌های خطی‌شده به فرم روابط (۴۰-۴۱) بدست می‌آیند:

$$F_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1k}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{1k}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{1k}}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_{2k}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{2k}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{2k}}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_{3k}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{3k}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{3k}}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f_{1k}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_{1k}}{\partial x_2} = \frac{A_w l (E_A + x_3 (E_M - E_A)) (\varepsilon_0 - \varepsilon_L x_3)}{(x_2 l + A_w (E_A + x_3 (E_M - E_A)))^2}$$

$$\frac{\partial f_{1k}}{\partial x_3} = \left\{ \left( \varepsilon_L A_w (E_A + 2x_3 (E_M - E_A)) \right) (x_2 l + A_w (E_A + x_3 (E_M - E_A))) - A_w x_3 (E_M - E_A) \right\} / (x_2 l + A_w (E_A + x_3 (E_M - E_A)))^2$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_{2k}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{2k}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{2k}}{\partial x_3} \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad 0]$$

$$\frac{\partial f_{3k}}{\partial x_1} = -\frac{\xi_0}{2} \frac{x_2 A_w}{A_w C_A} \sin \left( a_A \left( u - A_s - \frac{x_2 (\varepsilon_0 - x_1)}{A_w C_A} \right) \right)$$

$$\frac{\partial f_{3k}}{\partial x_2} = \frac{\xi_0}{2} \frac{x_2 (\varepsilon_0 - x_1)}{A_w C_A} \sin \left( a_A \left( u - A_s - \frac{x_2 (\varepsilon_0 - x_1)}{A_w C_A} \right) \right) \quad (40)$$

$$\frac{\partial f_{3k}}{\partial x_3} = 0$$

$$H = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (41)$$

با داشتن این ماتریس‌ها می‌توان با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته، مقدار ضریب سختی فنر را تخمین زد؛ اما مسئله اصلی این است که مقادیر کوواریانس‌های خطا برای اختلال‌های فرآیند و اندازه‌گیری نزدیک به واقعیت باشند.

برای تخمین مقدار ضریب سختی فنر مقادیر نشان داده‌شده در رابطه (۴۲)، به عنوان حدس اولیه و کوواریانس‌های خطا استفاده شده است:

$$x_0^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_0^+ = \begin{bmatrix} 10^{-10} & 0 & 0 \\ 0 & 10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 10^{-11} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-9} \end{bmatrix}$$

$$R = 1 * 10^{-12} \quad (42)$$

اگر شبیه‌سازی را در بازه‌ای انجام دهیم که مارتنزیت به آستنیت تبدیل می‌شود، نسبت حجمی مارتنزیت از رابطه (۶) بدست می‌آید. با جایگذاری مقدار تنش از رابطه (۳۱) در این رابطه و با فرض  $\xi_0 = 1, \xi_{s0} = 1$  برای محاسبه نسبت‌های حجمی مارتنزیت بدست می‌آید.

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \left( \cos \left( a_A \left( T - A_s - \frac{k_s l (\varepsilon_0 - \varepsilon)}{A_w C_A} \right) \right) + 1 \right)$$

$$\xi_s = \xi$$

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad (33)$$

با در نظر گرفتن کرنش سیم به عنوان متغیر حالت، این روابط می‌تواند به فرم فضای حالت نوشته شوند؛ اما برای تخمین ضریب سختی فنر این پارامتر نیز به بردار متغیرهای حالت تعمیم‌یافته اضافه می‌شود [۹؛ ۱۳؛ ۲۱]. با مشاهده رابطه (۳۳) مشخص می‌شود که کرنش در رابطه نسبت حجمی مارتنزیت هم ظاهر می‌شود. اگر بخواهیم این رابطه را در رابطه (۳۲) جایگذاری کرده، بر حسب کرنش حل کنیم، به رابطه بسیار پیچیده‌ای خواهیم رسید؛ اما از آنجا که استفاده از روابط پیچیده باعث کاهش دقت فیلتر کالمن توسعه‌یافته می‌شود [۹]، به جای این کار، نسبت حجمی مارتنزیت را هم به عنوان یک پارامتر مستقل در بردار متغیرهای حالت تعمیم یافته وارد کرده، با داشتن رابطه (۳۳) این پارامتر را هم به همراه کرنش و ضریب سختی فنر توسط EKF تخمین می‌زنیم؛ در نتیجه معادلات حالت سیستم به صورت روابط (۳۴-۳۹) بازنویسی می‌شود:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k_s \\ \xi \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$x_{1k} = f_{1k}(x_{k-1}, u, w) = \frac{(x_{2k-1} l \varepsilon_0 + \varepsilon_L A_w (x_{3k-1} E_A + x_{3k-1}^2 (E_M - E_A)))}{x_{2k-1} l + A_w (E_A + x_{3k-1} (E_M - E_A))} + w_1 \quad (35)$$

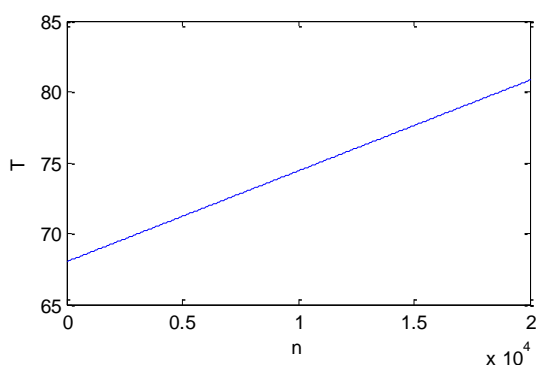
$$x_{2k} = f_{2k}(x_{k-1}, u, w) = x_{2k-1} + w_2 \quad (36)$$

$$x_{3k} = f_{3k}(x_{k-1}, u, w) = \frac{\xi_0}{2} \left( \cos \left( a_A \left( u - A_s - \frac{x_{2k-1} l (\varepsilon_0 - x_{1k-1})}{A_w C_A} \right) \right) + 1 \right) + w_3 \quad (37)$$

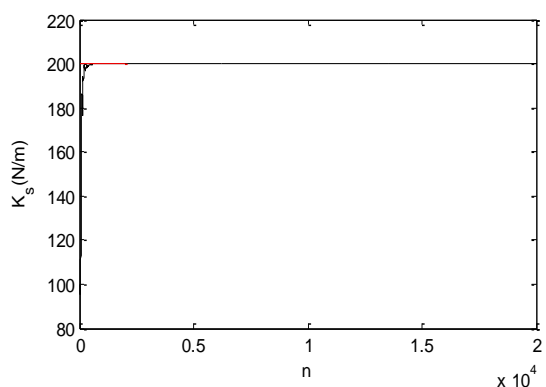
$$y = h(x_k, v) = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + v \quad (38)$$

$$\begin{cases} w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \sim (0, Q) \\ v \sim (0, R) \end{cases} \quad (39)$$

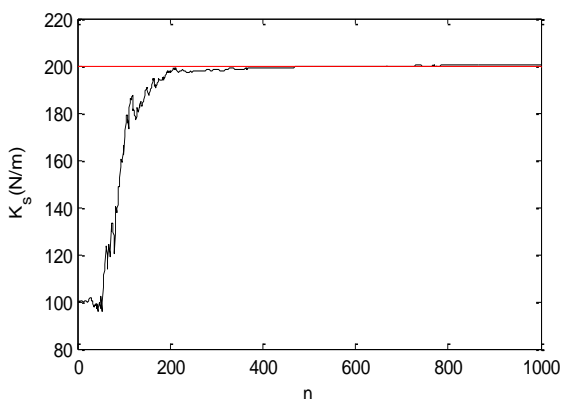
رسد؛ اما در نهایت تخمین درستی به ما خواهد داد. اگر هم کوواریانس تخمین بیشتر از مقدار واقعی در نظر گرفته شود، در ابتدای تخمین، مقداری نوسان می‌کند، اما به سرعت به مقدار واقعی می‌رسد.



شکل ۷- دمای ورودی



شکل ۸- ضریب سختی فنر تخمین زده شده توسط EKF



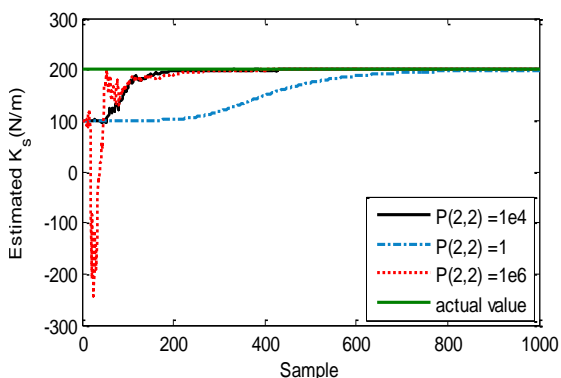
شکل ۹- نمای بزرگنمایی شده ضریب سختی فنر تخمین زده شده

## ۵- تحلیل نتایج

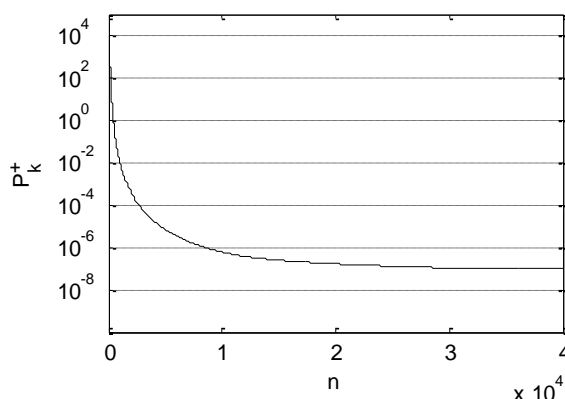
معادلات سیم آلیاژ حافظه‌دار با ورودی دما مطابق شکل ۷ شبیه‌سازی شد. به کمک داده‌های حاصل از این شبیه‌سازی و روابط توصیف شده برای فیلتر کالمن توسعه‌یافته، ضریب سختی فنر مطابق شکل ۸ تخمین زده شده است که در آن  $n$ ، تعداد نمونه‌های داده است. همانگونه که از این شکل مشهود است، این فیلتر قادر است، ضریب سختی فنر را با دقت بسیار خوبی تخمین بزند. البته برای وضوح بیشتر، این نمودار در شکل ۹ بزرگنمایی شده، برای داده اول رسم شده است. همانگونه که از این نمودار مشهود است، تخمین پس از ۴۰۰ نمونه به مقدار صحیح یعنی ۲۰۰ می‌رسد و با توجه به اینکه بازه زمانی نمونه‌برداری در این شبیه‌سازی،  $0.1/0$  ثانیه بوده است، این نمودار نشان می‌دهد با استفاده از داده‌های ۴ ثانیه اول می‌توان به تخمینی با دقت بسیار خوب رسید که این نشان از سرعت بالای این روش دارد؛ همچنین کوواریانس خطای تخمین هم در شکل ۱۰ رسم شده که از مرتبه  $10^{-7}$  است.

اگرچه در این مرحله هدف، تخمین ضریب سختی فنر است، اما دیگر متغیرهای حالت هم در شکل ۱۱ و شکل ۱۲ رسم شده است. همانگونه که از این دو شکل مشهود است، دیگر متغیرهای حالت هم به خوبی تخمین زده شده‌اند.

اما یکی از مسائل اساسی که باید در نظر گرفته شود، این است که در اینجا با دانستن ضریب سختی واقعی فنر، مقدار کوواریانس اولیه خطا به درستی برابر  $10^4$  در نظر گرفته شد؛ اما در واقعیت ما مقدار واقعی پارامتر را نمی‌دانیم؛ بنابراین نمی‌توانیم کوواریانس خطای تخمین اولیه را به درستی تنظیم کنیم. برای بررسی تاثیر این موضوع روی تخمین نهایی، تخمین با دو کوواریانس خطای دیگر، یعنی  $10^1$  و  $10^6$  (یعنی با کوواریانس‌های ۱۰۰ برابر بزرگتر و کوچکتر از مقدار واقعی) هم انجام شد. نتایج تخمین ضریب سختی فنر با این کوواریانس‌ها هم به صورت همزمان در شکل ۱۳ رسم شده است. البته این نمودار برای وضوح بیشتر بزرگنمایی شده، تنها ۱۰۰۰ نمونه اول نشان داده شده است. نتایج این نمودار نشان می‌دهد، بهینه‌ترین حالت تخمین مربوط به زمانی است که کوواریانس خطای اولیه به درستی در نظر گرفته شود؛ اما اگر کوواریانس تخمین کمتر از مقدار واقعی در نظر گرفته شود، تخمین کندتر انجام شده، دیرتر به مقدار نهایی می‌رسد.



شکل ۱۳- نمای بزرگنمایی شده مقایسه تخمین با کوواریانس اولیه مختلف

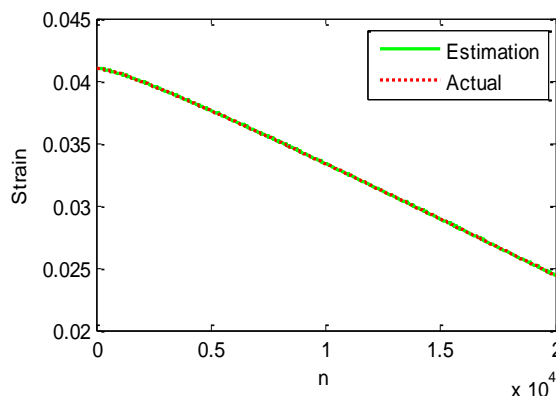


شکل ۱۰- کوواریانس خطای تخمین

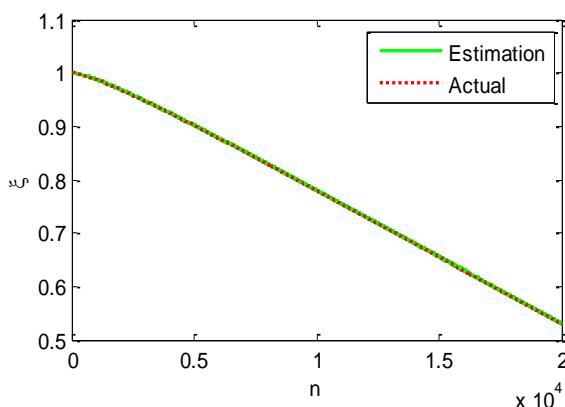
مسئله دیگری که ممکن است جای بحث داشته باشد، اینست که ممکن است یک فنر غیرخطی به آلیاژ حافظه‌دار متصل باشد و ما رابطه ضریب سختی آن را ندانیم و یا اینکه ضریب سختی فنر استفاده شده ثابت نباشد و با عوامل نامعلومی تغییر کند. آیا در چنین شرایطی هم می‌توان از این روش برای تخمین ضریب سختی فنر استفاده کرد؟ برای پاسخ به این پرسش یک بار هم مدل با یک فنر غیرخطی مدل‌سازی شد که ضریب سختی آن از رابطه (۴۳) پیروی می‌کند. با داشتن این رابطه، ضریب سختی فنر بر حسب تغییر طول فنر در شکل ۱۴ رسم شده است.

$$k_s = 20000(\varepsilon_0 - \varepsilon)l + 100 \quad (43)$$

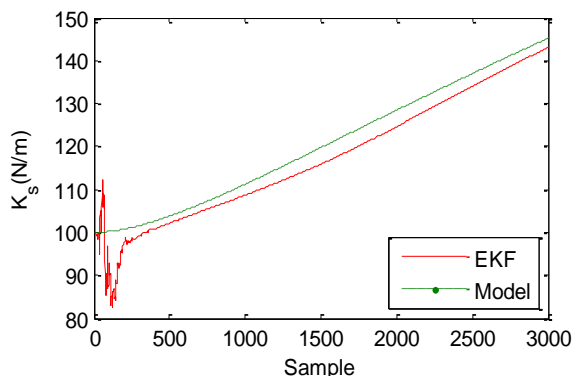
اما در مرحله تخمین، فرض بر این است که این مدل را نمی‌دانیم و با همان مدل فنر خطی، تخمین انجام شده است. در شکل ۱۵، نتایج تخمین ضریب سختی فنر غیرخطی به صورت همزمان با مدل غیرخطی فنر واقعی رسم شده است. البته این نتایج آن قدر بر هم منطبق هستند که به زحمت قابل تشخیص است. از این رو نمای بزرگنمایی شده این نمودار، در شکل ۱۶ و خطای تخمین ضریب سختی این فنر در شکل ۱۷ رسم شده است. همان‌طور که از این نمودارها مشهود است، پس از حدود ۲۰۰ نمونه، خطای تخمین به کمتر از ۴ درصد و پس از ۳۰۰۰ نمونه، خطای تخمین به کمتر از ۲ درصد مقدار واقعی ضریب سختی فنر می‌رسد؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت، حتی در صورت دقیق نبودن مدل نیز تخمین با خطای بسیار کمی انجام شده، خطای تخمین بعد از مدتی به صفر می‌رسد.



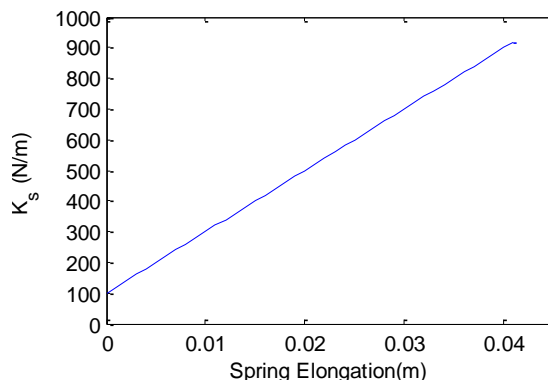
شکل ۱۱- مقایسه کرنش خروجی فیلتر کالمن با مقادیر واقعی



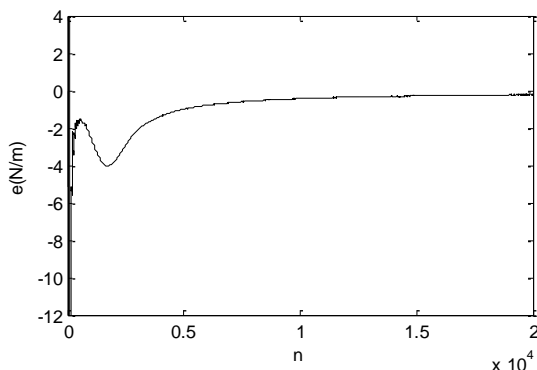
شکل ۱۲- مقایسه نسبت حجمی مارتنزیت خروجی فیلتر کالمن با مقادیر واقعی



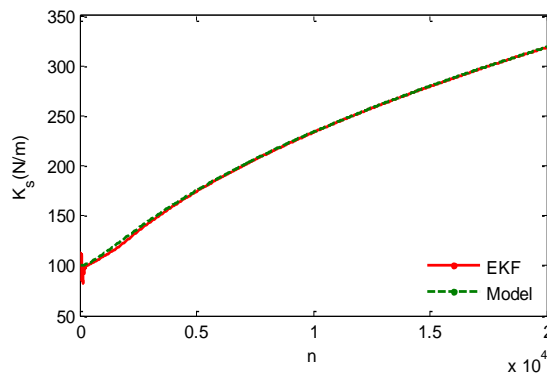
شکل ۱۶- نمای بزرگنمایی شده ضریب سختی فنر غیر خطی تخمین زده شده



شکل ۱۴- ضریب سختی فنر غیر خطی بر حسب تغییر طول



شکل ۱۷- خطای تخمین ضریب سختی فنر غیر خطی



شکل ۱۵- مقایسه ضریب سختی فنر غیر خطی تخمین زده شده با مدل

## ۶- نتیجه‌گیری

توسعه‌یافته به خوبی قادر است با این مدل کار کند و می‌توان از آن برای تخمین ضریب سختی فنر، با سرعت و دقت عالی استفاده کرد.

همچنین نتایج شبیه‌سازی‌ها حاکی از این است که حتی در شرایطی که کوواریانس خطای اولیه سیستم به درستی تعیین نشود، مشکلی در تخمین نهایی ایجاد نمی‌شود. این عدم دقت در تعیین کوواریانس خطای اولیه تنها ممکن است، سرعت تخمین را مقداری کند یا آن را نوسانی کند.

از طرفی ممکن است، در برخی موارد فرض خطی بودن فنر، فرض درستی نباشد؛ اما نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد حتی اگر این فرض هم درست نباشد، می‌توان با این روش، ضریب سختی فنر غیرخطی را هم تخمین زد و این فرض اشتباه مشکلی در نتایج تخمین ایجاد نمی‌کند؛ بنابراین از این روش می‌توان حتی در مواردی که اطلاعات کمی از معادلات ساختاری سازه وجود دارد، برای تخمین پارامترهای

فیلتر کالمن توسعه‌یافته با خطی‌سازی مدل سیستم حول نقطه کاری برای تخمین متغیرهای حالت و پارامترهای سیستم‌های غیرخطی، مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ اما در سیستم‌هایی که شدیداً غیرخطی هستند با توجه به خطای خطی‌سازی، تخمین‌های این فیلتر معمولاً با خطای زیادی همراه است. در این مقاله، برای بررسی توانایی این فیلتر در استفاده از مدل‌های غیرخطی آلیاژهای حافظه‌دار، متغیرهای حالت و ضریب سختی فنر یک عملگر شامل سیم آلیاژ حافظه‌دار توسط این روش تخمین زده شده است. برخلاف مقالات قبلی که برای تخمین از مدل لیانگ-راجرز استفاده کرده بودند، در این مقاله برای تخمین، از مدل برینسون استفاده شده است. این مدل، بسیار دقیق‌تر از مدل‌های قبلی بوده، کاستی‌های آن‌ها را پوشش می‌دهد. مقایسه نتایج حاصل از تخمین با این مدل نشان می‌دهد، فیلتر کالمن

- for a shape memory alloy actuator. *J Vib Acoust* 127(3): 285-291.
- [11] Elahinia MH, Ahmadian M (2006) Application of the extended Kalman filter to control of a shape memory alloy arm. *Smart Mater Struct* 15(5): 1370-1384.
- [12] Elahinia MH, Ahmadian M (2004) Design of a Kalman filter for rotary shape memory alloy actuators. *Smart Mater Struct* 13(4): 691-697.
- [13] Hassanzadeh I, Nikdel N, Motlagh NT, Badamchizadeh MA (2010) Design of augmented EKF for shape memory alloy actuated manipulator. *Int J Eng Sci Technol* 2(7): 3188-3198.
- [14] Parhald H, Chapora I (2001) Comparative evaluation of shape memory alloy constitutive models with experimental data. *J Intel Mat Syst Str* 12: 383-395.
- [15] Sayyaadi H, Zakerzadeh MR (2012) Nonlinear analysis of a flexible beam actuated by a couple of active SMA wire actuators. *Int J Eng* 25(3): 249-264.
- [16] Chung J, Heo J, Lee J (2007) Implementation strategy for the dual transformation region in the Brinson SMA constitutive model. *Smart Mater Struct* 16(1): N1-N5.
- [17] Brinson LC (1996) Simplifications and comparisons of shape memory alloy constitutive models. *J Intel Mat Syst Str* 7(1): 108-114.
- [18] Ansari M, Golzar M, Behraves AH (2013) Experimental studies of training stress effect on NiTi SMA performance in higher and lower stress than training stress. *Scientific Research Monthly Journal of Modares Mechanical Engineering* 13(10): 14-24.
- [19] Zakerzadeh MR (2012) Modeling and position control of a beam by large deflection behavior activated by active shape memory alloy wires. PhD. Thesis, Sharif University of Technology, Tehran.
- [20] Hugo YV (2012) Essays in applied macroeconomic theory: volatility, spreads, and unconventional monetary policy tools. London School of Economics, London.
- [21] Hassanzadeh I, Fallah MA (2008) Design of Augmented Extended and Unsented Kalman Filter for Differential-Drive Mobile Robots. *J Appl Sci* 8(16): 2901-2906.
- مجهول سازه‌های هوشمند با پیچیدگی بیشتر هم استفاده کرد.
- می‌توان نتیجه‌گیری کرد، با استفاده از روشی مشابه برای دیگر پارامترهای مجهول سیستم، فیلتر کالمن توسعه یافته این توانایی را دارد که پارامترهای ثابت و متغیر سیستم‌های متصل به آلیاژهای حافظه‌دار را با سرعت ودقت بالا و به صورت مقاوم تخمین بزند.

#### ۷- مراجع

- [1] Duerig T, Melton K, Stockel D, Wayman C (1990) Engineering aspects of shape memory alloys. Butterworth- Heinemann Publishers, London.
- [2] Tanaka K (1986) A thermomechanical sketch of shape memory effect: one dimensional tensile behavior. *Res Mech* 18: 251-263.
- [3] Liang C, Rogers CA (1990) One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory material. *J Intel Mat Syst Str* 1: 207-234.
- [4] Sayyaadi H, Zakerzadeh MR, Salehi H (2012) A comparative analysis of some one-dimensional shape memory alloy constitutive models based on experimental tests. *Sci Iran* 19(2): 249-257.
- [5] Brinson LC (1993) One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions. *J Intel Mat Syst Str* 4(2): 229-242.
- [6] Honma D, Miwa Y, Lguchi N (1984) Micro robots and micro mechanisms using shape memory alloy. Paper presented at the 3rd Toyota Conf. on Integrated Micro Motion Systems, Micromachining, Control and Applications.
- [7] Gharaybeh MA, Burdea GC (1995) Investigation of a shape memory alloy actuator force-feedback masters. *Adv Robotics* 9: 317-329.
- [8] Hashimoto M, Takeda M, Sagawa H, Chiba I (1985) Application of shape memory alloy to robotic actuators. *J Robotic Syst* 2: 3-25.
- [9] Simon D (2006) Optimal state estimation (Vol. 5). John Wiley & Sons, New Jersey.
- [10] Elahinia MH, Ashrafiuon H, Ahmadian M, Hanghao T (2005) A temperature-based controller