



## ارزیابی معادلات جوانه‌زایی و روش‌های میانگین‌گیری شعاع قطرات و بررسی اثر ترکیب آن‌ها بر پارامترهای جریان چگالشی بخار

ماکان طالبی صومعه سرائی<sup>۱</sup>، احسان امیری راد<sup>۲\*</sup> و محمدرضا مه پیکر<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

<sup>۲</sup> استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

<sup>۳</sup> استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

تاریخ دریافت: ۹۳/۷/۲۸؛ تاریخ بازنگری: ۹۳/۱۲/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۹۴/۲/۳۰

### چکیده

انبساط بخار خشک در طبقات کم‌فشار توربین‌های بخار به علت مافوق سرد شدن بخار موجب بروز پدیده جوانه‌زایی و متعاقباً دوفازی شدن جریان می‌شود. محاسبه دقیق توزیع فشار، نرخ رطوبت و شعاع قطرات تولیدی در طول نازل نقش مؤثری در پیش‌بینی خصوصیات جریان دارد. یکی از معادلات مهم حاکم بر جریان بخار تر معادله جوانه‌زایی است، که تعیین‌کننده تعداد قطرات تولیدی می‌باشد. با توجه به مکانیزم‌های انتقال جرم و انرژی بین دو فاز روش‌های مختلفی برای میانگین‌گیری شعاع قطرات استفاده شده‌است. در تحقیق حاضر برای اولین بار مدل‌های مختلف جوانه‌زایی با روش‌های مختلف میانگین‌گیری شعاع قطرات در یک مدل لاگرانژی-اویلری ترکیب گردیده، و نتایج توزیع فشار و شعاع قطرات محاسباتی در چندین حالت با نتایج تجربی مقایسه شده‌است. بر این اساس، استفاده از روش میانگین ساوتر در ترکیب با اصلاح گیرشیک-چیو بر معادله جوانه‌زایی هیل بهترین کارکرد را در پیش‌بینی خواص جریان بخار تر خواهد داشت. ضمن آنکه دو مدل ترکیبی معادله جوانه‌زایی کلاسیک با اصلاح گیرشیک-چیو و بدون اصلاح به همراه متوسط‌گیری ساوتر با اختلاف اندکی در رتبه‌های بعدی قرار می‌گیرند و به ویژه دقت محاسبه فشار آن‌ها نیز قابل قبول می‌باشد.

**کلمات کلیدی:** نازل همگرا-واگرای فراصوت؛ جوانه‌زایی؛ میانگین‌گیری شعاع قطرات؛ شوک چگالش؛ بخار مافوق سرد.

## Evaluation of different nucleation models and droplet radius averaging methods and their combination on condensing steam flow

M. Talebi Somesarae<sup>1</sup>, E. Amiri Rad<sup>2,\*</sup> and M. R. Mahpeykar<sup>3</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. Student., Mech. Eng., Hakim Sabzevari Univ., Sabzevar, Iran

<sup>2</sup> Assist. Prof., Mech. Eng., Hakim Sabzevari Univ., Sabzevar, Iran

<sup>3</sup> Prof., Mech. Eng., Ferdowsi Univ. of Mashhad, Mashhad, Iran

### Abstract

During the course of expansion of steam in LP steam turbines, the vapor becomes supersaturated, and subsequently nucleates. Then condensation occurs, that causes some damages. Exact prediction of wetness terms, and formed droplets radius has extensive effects on accurate estimation of the flow properties, and damages due to vapor condensation. Nucleation rate is one of the governing equations of liquid phase which finally determines number of generated droplets. Considering exchange of mass and energy between two phases, different models of radius averaging at each cross-section of nozzle have been used. In the present investigation, various nucleation models have been combined with different droplet radius averaging methods in a semi-analytical Eulerian-Lagrangian model. The pressure distribution and droplets radius, in several cases, have been compared with experimental data. According to the results, using Girshik-Chiu's refinement on Hale's nucleation model with simultaneous application of Sauter averaging approach, provides the best prediction of the flow properties. In addition, classical nucleation equation with Girshik-Chiu's refinement and without any refinement in combination with Sauter averaging approach; are standing on the second and third ranks and specially focusing on the pressure distributions.

**Keywords:** Compressible Convergent Divergent Nozzle; Nucleation; Droplets Radius Averaging; Condensation Shock; Supercooled Vapor.

## ۱- مقدمه

فیزیک جریان تراکم‌پذیر فراصوت بخار تر در نازل‌های همگرا-واگرا شامل انتقال حرارت بازگشت‌ناپذیر ناشی از تغییر فاز و فرآیندهای پیچیده تشکیل قطرات و رشد آن‌ها می‌باشد. انبساط بخار خشک در قسمت واگرای نازل با افت فشار و کاهش سریع دما همراه است و در این شرایط جریان از حالت تعادل خارج می‌شود. به دلیل آنکه دمای سیال از دمای اشباع متناظر با فشار آن کمتر می‌شود به این حالت در اصطلاح فوق اشباع<sup>۱</sup> گویند. به جهت بازیابی تعادل، جوانه‌زایی و متعاقباً چگالش خودبخودی آغاز می‌گردد. انتقال حرارت داخلی بازگشت‌ناپذیر ناشی از چگالش منجر به تولید انتروبی و افت ترمودینامیکی در بازده شده و آزاد شدن گرمای نهان و انتقال آن به جریان موجب افزایش فشار می‌شود. این افزایش فشار به شوک چگالش<sup>۲</sup> معروف است که موجب بروز افت‌های آیرودینامیکی هم می‌گردد. علاوه بر برآورد درست توزیع فشار و تری، محاسبه دقیق شعاع قطرات نیز بسیار حائز اهمیت است. زیرا در شرایط یکسان از نظر توزیع فشار و میزان رطوبت، ممکن است توزیع شعاع‌های متفاوت وجود داشته باشد. محاسبه دقیق شعاع خروجی قطرات منجر به برآورد درست آسیب‌های مکانیکی اجزای مختلف توربین بخار، پیش‌بینی درست میزان نشست قطرها روی تیغه‌های توربین و به دنبال آن تخمین صحیح میزان خوردگی آن‌ها می‌گردد.

معادله جوانه‌زایی یکی از معادلات حاکم بر فاز مایع است. این معادله در هر گام محاسباتی تعداد قطرات تازه شکل‌گرفته با شعاع بحرانی را محاسبه می‌کند و در نتیجه تعیین‌کننده تعداد قطرات تولیدی می‌باشد. دانشمندان زیادی از قبیل ولمر<sup>۳</sup> و وبر<sup>۴</sup>، فارکاس<sup>۵</sup>، بکر<sup>۶</sup> و دورینگ<sup>۷</sup>، فرنکل<sup>۸</sup> و زلدویچ<sup>۹</sup> برای تحلیل پدیده جوانه‌زایی همگن تلاش نموده‌اند و نتیجه کار ایشان تحت عنوان معادله جوانه‌زایی کلاسیک

بیان شده‌است [۱]. پس از آن مطالعه بر روی موضوع جوانه‌زایی منجر به اعمال اصلاحات متنوع بر معادله کلاسیک شده‌است. همچنین هیل<sup>۱۰</sup> با استفاده از استدلال‌ات مقیاسی<sup>۱۱</sup> یک معادله جوانه‌زایی مستقل از معادله کلاسیک به دست آورد [۳ و ۲].

جوانه‌زایی مرحله اول تشکیل ریزقطرات یا جوانه‌ها است و در محل برخورد نمودارهای توزیع دما و یا توزیع فشار با خط اشباع شروع می‌شود. پس از برخورد نمودار توزیع دما با خط اشباع دمای سیال از دمای اشباع آن کمتر و فشار سیال از فشار اشباع آن بیشتر شده و جریان فوق اشباع می‌گردد. در این شرایط با ادامه انبساط جریان جوانه‌زایی بیشتر می‌شود. هنگامی که میزان درجه فوق سردی به حد قابل توجهی برسد قطرات با شعاع بحرانی تشکیل می‌شود و چگالش رخ می‌دهد. چگالش روی سطح قطرات موجود سبب رشد آن‌ها شده و همزمان قطرات جدید نیز شکل می‌گیرند، تا سیستم به تعادل ترمودینامیکی بازگردد. پس از آن دیگر قطرات جدید تولید نمی‌شوند و فقط قطرات قبلی رشد می‌نمایند. در جریان چگالشی بخار، قطرات با یکدیگر برخورد داشته و برخورد قطرات ممکن است به ادغام<sup>۱۲</sup> یا شکست<sup>۱۳</sup> آن‌ها بیانجامد. این موضوع موجب پیچیده‌تر شدن مدلسازی این نوع جریان‌ها می‌شود. البته لغزش بین فازی<sup>۱۴</sup>، حجم اشغال شده توسط مایع و کنش‌وواکنش بین قطرات که شامل مکانیزم‌های ادغام و شکست قطرات می‌باشد در بیشتر کارها نادیده گرفته می‌شود و تاکنون تأثیر همزمان آن‌ها در محاسبات اعمال نشده‌است.

مدل‌های عددی متنوعی برای حل جریان بخار تر به کار برده شده‌است. مدل لاگرانژی-اویلری<sup>۱۵</sup> یک‌بعدی توسط محققانی نظیر یانگ<sup>۱۶</sup> و باختر<sup>۱۷</sup> [۴] و در قالب طرح‌های عددی تایم مارچینگ توسط اسکیلینگز<sup>۱۸</sup> و جکسون<sup>۱۹</sup> [۵] گسترش یافته‌است. روش لاگرانژی-اویلری تایم مارچینگ

<sup>10</sup> Hale

<sup>11</sup> scaling arguments

<sup>12</sup> coalescence

<sup>13</sup> breakage

<sup>14</sup> interphase slip

<sup>15</sup> Eulerian-Lagrangian

<sup>16</sup> Young

<sup>17</sup> Bakhtar

<sup>18</sup> Skillings

<sup>19</sup> Jackson

<sup>1</sup> supersaturation

<sup>2</sup> condensation shock

<sup>3</sup> Volmer

<sup>4</sup> Weber

<sup>5</sup> Farkas

<sup>6</sup> Becker

<sup>7</sup> Döring

<sup>8</sup> Frenkel

<sup>9</sup> Zeldovich

همچنان مورد اقبال پژوهشگران می‌باشد. علاوه بر تحقیقات قبلی نویسندگان حاضر این مدل در سال‌های اخیر نیز مورد استفاده قرار گرفته [۱۷ و ۱۸]، و می‌تواند با تمهیداتی برای مقایسه با روش‌های عددی دوبعدی و سه‌بعدی در کانال‌ها و پره‌های توربین‌های بخار مورد استفاده قرار گیرد. لازم به ذکر است برای حالت‌هایی که نتایج آزمایشگاهی وجود ندارد، روش حل دقیق مذکور بسیار مورد استقبال می‌باشد.

با وجود تحقیقات گسترده در موضوع جریان چگالشی بخار در نازل‌های همگرا-واگرا، تاکنون مطالعه جامعی در مورد بررسی همزمان معادلات گوناگون جوانه‌زایی و روش‌های میانگین‌گیری شعاع قطرات انجام نشده‌است. با توجه به موارد مذکور، برای اولین بار بررسی ترکیب معادلات گوناگون جوانه‌زایی و روش‌های میانگین‌گیری شعاع قطرات در این تحقیق انجام شده، و نتایج محاسباتی با نتایج تجربی مراجع [۱۹ و ۲۰] مقایسه شده‌است.

## ۲- مدل نیمه تحلیلی لاگرانژی-اویلری

در مدل لاگرانژی-اویلری معادلات دینامیک گاز در دستگاه مختصات اویلری و معادلات جوانه‌زایی و رشد قطره در مختصات لاگرانژی حل می‌شود. به منظور ترکیب محاسبات لاگرانژی و اویلری، محدوده جریان به گام‌های بسیار کوچک تقسیم شده و در هر گام، محاسبات ترکیبی دوبار انجام می‌گردد. در ابتدا با استفاده از دما و فشار خروجی گام قبل معادلات رشد قطره انتگرال‌گیری می‌شود تا تخمین اولیه‌ای از پارامترهای تری به دست آید. با استفاده از این تخمین معادلات دینامیک گاز حل شده و متغیرهای جریان از قبیل دما، فشار، سرعت، چگالی و عدد ماخ محاسبه می‌شود. سپس روند ترکیبی محاسبات تکرار می‌شود تا مقادیر ثانویه پارامترهای تری و متغیرهای جریان حاصل گردد. در نهایت برای بیان پارامترهای تری خروجی گام محاسباتی از مقادیر اولیه و ثانویه پارامترهای تری میانگین گرفته می‌شود. همچنین مقادیر ثانویه متغیرهای جریان به عنوان ورودی گام بعد استفاده می‌گردد.

### ۲-۱- معادله بقای جرم

معادله بقای جرم در محور یک حجم کنترل یک‌بعدی به طول  $dx$  مانند شکل ۱ با رابطه (۱) بیان می‌شود:

$$M = M_L + M_G = \text{Constant} \quad (1)$$

دوبعدی توسط باختر و توچائی<sup>۱</sup> [۶]، یانگ [۷] و وایت<sup>۲</sup> و یانگ [۸] استفاده شده، همچنین مدل لاگرانژی-اویلری سه-بعدی توسط کرمانی<sup>۳</sup> و گربر<sup>۴</sup> [۹] بر جریان بخار تر اعمال گشته‌است.

مدل اویلری-اویلری<sup>۵</sup> به شکل یک‌بعدی توسط وایت [۱۰]، در قالب طرح دوبعدی توسط ینگ<sup>۶</sup> و شن<sup>۷</sup> [۱۱] و به شکل سه‌بعدی توسط گربر و کرمانی [۱۲] استفاده شده‌است. روش مومنت<sup>۸</sup> که در آن معادلات بقا با بهره‌گیری از مومنت‌های مرتبه پایین توزیع اندازه قطره (مومنت‌های توزیع اندازه قطره با رابطه (۴۳) محاسبه می‌شوند و در بخش میانگین‌گیری شعاع قطرات به آن‌ها اشاره شده) در جریان چگالشی بخار توسط وایت و هانسلو<sup>۹</sup> [۱۳] اعمال شده‌است. این روش در پژوهش‌های دیگر توسط هالاما<sup>۱۰</sup> و همکاران [۱۴] و چندلر<sup>۱۱</sup> و همکاران [۱۵] به کار برده شده و به منظور بهبود روند محاسبات، روش مربع‌سازی مومنت‌ها<sup>۱۲</sup> توسط گربر و موسوی<sup>۱۳</sup> [۱۶] استفاده شده‌است.

استفاده از مدل لاگرانژی-اویلری به شبکه‌بندی بسیار ریز برای حل معادلات اصلی جریان در ناحیه جوانه‌زایی احتیاج ندارد. همچنین این روش به دلیل طبیعت لاگرانژی آن از تکنیک گام‌به‌گام دقیقی برای حل معادلات حاکم بر قطرات بهره برده و در ناحیه حساس نزدیک نقطه ویلسون (محل اوج جوانه‌زایی) دقیق‌تر از روش‌های اویلری-اویلری است [۷]. به علاوه روش لاگرانژی-اویلری (برخلاف روش اویلری-اویلری) نسبت به خطاهای قطع مربوط به شارهای جابجایی حساس نمی‌باشد [۱۰]. علیرغم توسعه روش‌های دو و سه‌بعدی در تحلیل جریان‌های بخار تر، حل نیمه‌تحلیلی جریان در نازل‌های یک‌بعدی به علت دقت مناسب آن و عدم ورود خطاهای عددی ناشی از محاسبات بعدهای دوم و سوم

<sup>1</sup> Tochai

<sup>2</sup> White

<sup>3</sup> Kermani

<sup>4</sup> Gerber

<sup>5</sup> Eulerian-Eulerian

<sup>6</sup> Yang

<sup>7</sup> Shen

<sup>8</sup> the moment method

<sup>9</sup> Hounslow

<sup>10</sup> Halama

<sup>11</sup> Chandler

<sup>12</sup> the quadrature method of moments (QMOM)

<sup>13</sup> Mousavi

$$\frac{U_G^2}{C_p T_G} \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dh_G}{C_p T_G} - \frac{d(LM_L)}{C_p T_G (M_G + M_L)} = 0 \quad (۶)$$

که  $L = h_G - h_L$  گرمای نهان چگالش است.

#### ۲-۴- معادله حالت فاز بخار

به منظور بهبود حل از معادله حالت ویریا استفاده می‌شود:

$$\frac{P}{\rho_G R T_G} = 1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 + B_4 \rho_G^4 + B_5 \rho_G^5 \quad (۷)$$

که  $R$  ثابت جهانی گازها است و  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  ضرایب چگالش ویریا بوده و وابسته به دما می‌باشند [۲۱]. در

نهایت معادله ویریا به شکل محاسباتی زیر در می‌آید:

$$\frac{dP}{P} - X \frac{d\rho_G}{\rho_G} - Y \frac{dT_G}{T_G} = 0 \quad (۸)$$

که

$$X = \frac{\rho_G}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial \rho_G} \right)_{T_G} = (1 + 2B_1 \rho_G^2 + 3B_2 \rho_G^3 + 4B_3 \rho_G^4 + 5B_4 \rho_G^5 + 6B_5 \rho_G^6) / (1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 + B_4 \rho_G^4 + B_5 \rho_G^5) \quad (۹)$$

$$Y = \frac{T_G}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T_G} \right)_{\rho_G} = 1 + [(\rho_G T_G) / (1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 + B_4 \rho_G^4 + B_5 \rho_G^5)] \times \left[ \frac{dB_1}{dT_G} + \rho_G \frac{dB_2}{dT_G} + \rho_G^2 \frac{dB_3}{dT_G} + \rho_G^3 \frac{dB_4}{dT_G} + \rho_G^4 \frac{dB_5}{dT_G} \right] \quad (۱۰)$$

#### ۲-۵- عدد ماخ

با توجه به فراصوت بودن جریان محاسبه عدد ماخ اهمیت به-سزایی در تحلیل صحیح جریان دارد.

$$Z = Ma^2 = \left( \frac{U_G}{C} \right)^2 \quad (۱۱)$$

$$C = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho_G} \right)^{0.5} \quad (۱۲)$$

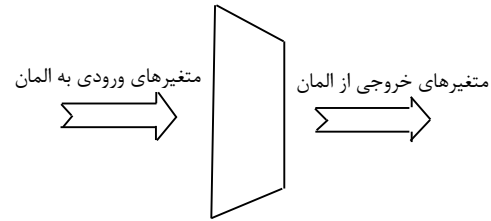
که  $C$  سرعت صوت است و با دیفرانسیل گیری از رابطه (۱۱)

معادله (۱۳) حاصل می‌شود:

$$\frac{dZ}{Z} = 2 \frac{dU_G}{U_G} + \frac{d\rho_G}{\rho_G} - \frac{dP}{P} \quad (۱۳)$$

با حل پنج معادله (۲)، (۴)، (۶)، (۸) و (۱۳) در دستگاه

اولبری و به روش رانج-کوتای مرتبه چهارم، متغیرهای جریان در هر گام محاسبه می‌گردد. از آنجایی که پیچیدگی این نوع جریان‌ها به دلیل تغییر فاز می‌باشد، باید پارامترهای تری نیز



شکل ۱- المان حجم کنترل سیال

که  $M$  نرخ جریان جرمی بوده و زیرنویس‌های  $L$  و  $G$  به ترتیب مربوط به فازهای مایع و بخار می‌باشد.

با دیفرانسیل گیری از رابطه (۱) و انجام عملیات مختصر ریاضی شکل محاسباتی قانون بقای جرم در جریان چگالشی یک‌بعدی به دست می‌آید:

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} + \frac{dA}{A} + \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dM_L}{M_G} = 0 \quad (۲)$$

که  $\rho$  چگالی،  $A$  مساحت سطح مقطع جریان و  $U$  سرعت جریان است.

#### ۲-۲- معادله بقای مومنتوم

با اعمال قانون بقای مومنتوم بر حجم کنترل یک‌بعدی و انجام عملیات ریاضی رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$AdP + \frac{f \rho_G U_G^2}{2D_e} Adx + M_G U_G \frac{dU_G}{U_G} + M_L U_L \frac{dU_L}{U_L} = 0 \quad (۳)$$

که  $D_e$  قطر هیدرولیکی،  $f$  ضریب اصطکاک و  $P$  فشار جریان است. با تقسیم طرفین معادله (۳) بر  $AP$  و در نظر نگرفتن اختلاف سرعت بین فازی شکل محاسباتی معادله بقای مومنتوم حاصل می‌گردد:

$$\frac{dP}{P} + \frac{f \rho_G U_G^2}{2PD_e} dx + \frac{(M_G + M_L) U_G}{AP} \frac{dU_G}{U_G} = 0 \quad (۴)$$

#### ۲-۳- معادله بقای انرژی

معادله بقای انرژی برای حجم کنترل گفته شده به شکل رابطه (۵) نوشته می‌شود:

$$d[(M - M_L)(h_G + U_G^2) + M_L(h_L + U_L^2)] = 0 \quad (۵)$$

که  $C_p, T_G$  و  $h_G$  به ترتیب ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت، دما و انتالپی فاز بخار است. با تقسیم طرفین معادله (۵) بر  $C_p T_G$  و صرف نظر نمودن از اختلاف سرعت بین فازی،

شکل محاسباتی قانون بقای انرژی حاصل می‌شود:

که  $q_c$  ضریب چگالش بوده و مطابق مراجع [۲۴ و ۱۵، ۴] برابر با یک فرض شده است.

تاکنون اصلاحات زیادی بر معادله کلاسیک اعمال شده است. به طور کلی می‌توان این اصلاحات را به دو دسته عمده اصلاح فشار و اصلاح دما تقسیم نمود. کورتنی معتقد بود در نظریه کلاسیک جوانه‌زایی فشار جزئی خوشه‌ها برای  $g > 1$  در نظر گرفته نشده و معادله (۱۵) باید اصلاح گردد:

$$\frac{\Delta G_g}{kT_G} = \frac{A\sigma_r}{kT_G} g^{\frac{2}{3}} - (g-1) \ln S \quad (19)$$

شعاع بحرانی و انرژی آزاد بحرانی حاصل از رابطه (۱۹) با  $r^*$  و  $\Delta G^*$  نظریه کلاسیک برابر است، اما نسبت فوق اشباع بر  $J$  تأثیر می‌گذارد و نرخ جوانه‌زایی اصلاح کورتنی از رابطه (۲۰) به دست می‌آید [۲۵]:

$$J_{Co} = \frac{\rho_s(T_G)}{\rho_G} J_{Classic} \quad (20)$$

این اصلاح توسط محققین متعددی تأیید گردیده و در مراجع [۲۶ و ۲۱، ۱۷] در محاسبات لحاظ شده است.

بررسی اصلاح کورتنی مشخص می‌سازد که معادله (۱۹) انرژی لازم برای شکل‌گیری خوشه اول را  $A\sigma_r$  محاسبه می‌کند، در حالی که باید برابر با صفر باشد. معادله (۱۹) می‌تواند از راه‌های گوناگونی اصلاح شود تا برای  $g=1$  سازگاری حاصل گردد. یکی از این راه‌ها اصلاح سازگاری داخلی معادله جوانه‌زایی است که توسط گیرشیک و چپو ارائه شده است:

$$\frac{\Delta G_g}{kT_G} = \frac{A\sigma_r}{kT_G} (g^{\frac{2}{3}} - 1) - (g-1) \ln S \quad (21)$$

بدین ترتیب تلاش گیرشیک و چپو برای در نظر گرفتن فشار جزئی خوشه‌ها و اعمال اصلاح سازگاری برای شرایط  $g=1$  منجر به ظاهر شدن ضریب  $e^{\theta/S}$  در نرخ جوانه‌زایی شد [۲۷ و ۲۸]:

$$J_{Co} = \frac{e^{\theta}}{S} J_{Classic} \quad (22)$$

که در آن  $\theta$  برابر است با:

$$\theta = (36\pi)^{1/3} v_m^{2/3} \frac{\sigma_r}{kT_G} \quad (23)$$

کانترویوتز بالاتر بودن دمای قطره نسبت به دمای بخار را در محاسبات لحاظ کرد [۲۹]:

$$J_{Ka} = \frac{1}{1 + \varphi} J_{Classic} \quad (24)$$

که

$$\varphi = \frac{q_c \rho_G}{\alpha_r} \left( \frac{RT_G}{2\pi} \right)^{0.5} \left( \frac{L^2}{RT_G^2} - \frac{L}{2T_G} \right) \quad (25)$$

به دست آید که محاسبات آن به صورت لاگرانژی انجام می‌شود.

## ۲-۶- معادله جوانه‌زایی

چنانچه جریان بخار در حال انبساط با سطح جامد تماسی نداشته و عاری از ذرات خارجی و یون باشد، هنگام برخورد با خط اشباع سریعاً چگالیده نمی‌شود، بلکه دچار حالت شبه پایدار و فوق اشباع می‌گردد. با گذر زمان از طریق شکل‌گیری و رشد تعداد زیاد قطرات بسیار ریز، جریان دوفازی شده به حالت تعادل باز می‌گردد. فرآیند شکل‌گیری قطرات در این شرایط جوانه‌زایی همگن نامیده می‌شود.

برای آنکه جوانه‌زایی رخ دهد باید خوشه‌های مولکولی بر سد انرژی آزاد بحرانی غلبه کنند تا قطره با شعاع بحرانی شکل گیرد [۲۲]. انرژی آزاد گیبس مورد نیاز برای تشکیل یک قطره کروی از رابطه (۱۴) به دست می‌آید:

$$\Delta G = \Delta G_V + \Delta G_S = -mRT_G \ln \left( \frac{P}{P_s(T_G)} \right) + 4\pi r^2 \sigma_r \quad (14)$$

که  $\Delta G_V$  انرژی آزاد مورد نیاز برای شکل‌گیری توده یا حجم قطره و متناسب با توان سوم شعاع است و  $\Delta G_S$  انرژی لازم شکل‌گیری سطح قطره و متناسب با توان دوم شعاع می‌باشد. همچنین  $\sigma_r$  کشش سطحی قطره است. جرم کل خوشه  $g$  ام که تشکیل شده از  $g$  مولکول با جرم  $m$  و سطح  $A$  می‌باشد برابر است با  $4/3 \pi r^3 \rho_L = gm$  و سطح کل آن برابر است با  $4 \pi r^2 = Ag^{2/3}$ . بر اساس تئوری کلاسیک جوانه‌زایی رابطه (۱۵) برای انرژی تشکیل خوشه  $g$  ام برقرار می‌باشد [۱]:

$$\frac{\Delta G_g}{kT_G} = \frac{A\sigma_r}{kT_G} g^{\frac{2}{3}} - g \ln S \quad (15)$$

که  $S = P/P_s(T_G)$  نسبت فوق اشباع است. با مشتق‌گیری جزئی از رابطه (۱۴) نسبت به شعاع، شعاع بحرانی و از آنجا انرژی آزاد بحرانی قطره پایدار به دست می‌آید [۲۳]:

$$r^* = \frac{2\sigma_r}{\rho_L RT_G \ln S} \quad (16)$$

$$\Delta G^* = \frac{16\pi\sigma_r^3}{3(\rho_L RT_G \ln S)^2} \quad (17)$$

نتیجه تلاش‌های فراوان برای محاسبه نرخ جوانه‌زایی همگن بر حسب تعداد در واحد حجم و زمان با عنوان معادله جوانه‌زایی کلاسیک به شکل معادله (۱۸) ارائه شده است [۱]:

$$J_{Classic} = q_c \frac{\rho_G^2}{\rho_L} \sqrt{\frac{2\sigma_r}{\pi m^3}} \exp\left[-\frac{4\pi r^{*2} \sigma_r}{3kT_G}\right] \quad (18)$$

به دلیل آنکه معادله هیل نرخ جوانه‌زایی همگن را مستقلاً محاسبه می‌کند با اصلاحات گفته شده تفاوت داشته، و از اینرو می‌تواند به عنوان جایگزین معادله کلاسیک نیز استفاده شود. همچنین این امکان وجود دارد که اصلاحات معادله جوانه‌زایی بر معادله هیل نیز اعمال شود که در این مطالعه برای اولین بار معادله هیل بهبود یافته‌است.

در این تحقیق برای محاسبه نرخ جوانه‌زایی همگن، دو معادله پایه کلاسیک و هیل به همراه اصلاحات کورتی، کانترویتز، ولک و گیرشیک-چیو به کار گرفته شده‌است. علاوه بر چهار اصلاح مذکور، ترکیب‌های دوتایی، سه‌تایی و چهارتایی آن‌ها نیز جهت مشخص شدن تأثیر اصلاحات استفاده شده که در نهایت ۳۲ معادله جوانه‌زایی به دست می‌آید.

به منظور بررسی دقیق میزان فاصله توزیع فشار محاسباتی از داده‌های تجربی از انحراف معیار  $\sigma$ ، مطابق رابطه (۳۱) استفاده شده‌است:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\text{Pratio}_i - \text{Pratio}_{\text{exp}})^2}{n}} \quad (31)$$

که  $n$  تعداد نقاط تجربی بوده و  $\text{Pratio}_{\text{exp}}$  و  $\text{Pratio}$  به ترتیب نسبت فشار تجربی و نسبت فشار محاسباتی در هر یک از نقاط تجربی می‌باشند.

#### ۷-۲- معادلات رشد قطره

فرآیند رشد قطره از طریق انتقال جرم و انرژی به ترتیب به سمت فازهای مایع و بخار کنترل شده و تبادل همزمان جرم و انرژی به عدد ندسن وابسته است [۳۴]. در مراجع مختلف بر اساس عدد ندسن تقسیم‌بندی‌های متفاوتی برای رژیم‌های جریان صورت گرفته‌است که در نتیجه آن‌ها برخی ناحیه‌ها مورد اختلاف می‌باشد [۳۵ و ۳۶]. در این تحقیق برای محاسبه انتقال جرم از معادله باختر و زیدی [۲۳] استفاده شده، که به همراه معادله‌ای جهت محاسبه عدد ندسن رابطه (۳۲) را برای انتقال جرم در همه رژیم‌های جریان معرفی کرده‌است:

$$\frac{dm_r}{dt} = \frac{q_c K n \sqrt{8\pi R}}{K n + 0.375 q_c S c} [\rho_G \sqrt{T_G} - \rho_s(T_L, r) \sqrt{T_L}] \quad (32)$$

به این ترتیب حتی در ناحیه‌های مورد اختلاف نیز مستقل از تقسیم‌بندی رژیم‌های جریان مورد استفاده، نرخ رشد قطره یکسان به دست می‌آید.

که  $\alpha_r$  ضریب انتقال حرارت است. این اصلاح بسیار مورد توجه بوده و در مراجع [۱۱، ۱۷، ۲۱ و ۲۶] مورد استفاده قرار گرفته‌است.

ولک و همکاران معتقد بودند که معادله کلاسیک بیش از حد به دما وابسته است و در دماهای بالا و پایین نرخ جوانه‌زایی را به ترتیب بالاتر و پایین‌تر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها به منظور تطبیق عددی بهتر با نتایج آزمایشگاهی یک تابع اصلاح تجربی در معادله کلاسیک ضرب کرده، و رابطه (۲۶) را برای محاسبه نرخ جوانه‌زایی ارائه نمودند [۳۰]:

$$J_{\text{H}_2\text{O}} = J_{\text{Classic}} \exp\left(-27.56 + \frac{6.5 \times 10^3}{T}\right) \quad (26)$$

اصلاح جوانه‌زایی ولک توسط سینها [۳۱] مورد بررسی قرار گرفته و در مرجع [۲۳] در محاسبات اعمال شده‌است.

هیل یک مدل جوانه‌زایی براساس استدلالات مقیاسی و مستقل از مدل کلاسیک ارائه نمود، که در آن کشش سطحی به صورت تابعی خطی از دما مدلسازی شده‌است:

$$\sigma_r = \sigma'_0 (T_c - T) \quad (27)$$

که  $\sigma'_0 = \Omega k \rho^{-2/3}$  و  $T_c$  دمای بحرانی بخار-مایع است. مقدار  $\Omega$  می‌تواند از داده‌های نرخ جوانه‌زایی آزمایشگاهی یا خواص فیزیکی ماده مورد نظر تعیین شود. این مقدار برای آب معمولی  $1/47$  تخمین زده شده‌است [۳۲]. با جایگذاری رابطه (۲۷) در معادله (۱۷)، رابطه (۲۸) به دست می‌آید:

$$\frac{W}{kT_G} = \frac{16\pi\Omega^3 \left(\frac{T_c}{T} - 1\right)^3}{3(\ln S)^2} \quad (28)$$

که  $W$  انرژی لازم برای تشکیل خوشه بحرانی است. مدل هیل وابستگی معادله جوانه‌زایی به دما را بهبود بخشید و بر اساس آن نرخ جوانه‌زایی از رابطه (۲۹) به دست می‌آید [۳۲]:

$$J_{\text{Hale}} = J_0 \exp\left(-\frac{W}{kT_G}\right) \quad (29)$$

که

$$J_0 = 10^{26} \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1} \quad (30)$$

این مدل نیز توسط پژوهشگرانی مانند سینها و استری [۳۱ و ۳۳] مورد بررسی قرار گرفته و در مرجع [۳۲] پس از مقایسه با اصلاح ولک و دیگر معادلات جوانه‌زایی به عنوان بهترین مدل انتخاب و در محاسبات جریان چگالشی بخار اعمال شده‌است.

قطرات کروی به عنوان فاز پراکنده<sup>۵</sup> مدل می‌شود. روند تشکیل گروه‌های قطرات بدین صورت است که در گام اول ناحیه چگالشی اولین گروه قطرات جوانه زده می‌شود. در گام دوم گروه دوم ایجاد می‌گردد و گروه اول رشد می‌کند. در گام سوم گروه سوم تولید می‌شود و دو گروه قبلی رشد می‌نمایند، و این روند تا پایان محدوده جوانه‌زایی ادامه می‌یابد. محاسبات روش چندشعاعی با این فرض انجام می‌شود که گروه‌های قطرات از ابتدای شکل‌گیری تا انتهای محدوده جوانه‌زایی و حتی تا خروجی نازل به طور جداگانه رشد نموده و هیچ کنش‌وواکنشی با یکدیگر ندارند، که از نظر فیزیکی چندان منطقی نیست. همچنین شعاع همه گروه‌ها در حافظه برنامه کامپیوتری ذخیره می‌گردد، که موجب افزایش حجم و زمان محاسبات می‌شود. حجم بالای محاسبات در روش دو یا سه‌بعدی معضل مهمی است و خطای عددی زیادی ایجاد می‌کند.

به دلیل آنکه در واقعیت فیزیکی ناحیه جوانه‌زایی محدوده ثابتی دارد، تعداد گروه‌های قطرات کاملاً وابسته به گام محاسباتی است. این وابستگی در هر دو روش تک‌شعاعی و چندشعاعی وجود دارد. البته استفاده از روش چندشعاعی به لحاظ تئوری دقیق‌تر از روش تک‌شعاعی است. اما با توجه به در نظر نگرفتن مکانیزم‌های واقعی ادغام و شکست قطرات، دلیلی برای واقعی‌تر بودن آن وجود ندارد، و این روش لزوماً نمی‌تواند تخمین کاملاً درستی از توزیع اندازه قطرات ارائه دهد.

از طرف دیگر در اغلب کارهای آزمایشگاهی نازل‌های یک‌بعدی، شعاع به شکل میانگین در هر مقطع از کانال بیان شده‌است [۱۹]. در نتیجه در پژوهش‌های همراه با محاسبات چندشعاعی نیز به منظور مقایسه با نتایج تجربی نیاز به محاسبه شعاع میانگین وجود دارد. به عبارت دیگر در همه روش‌های محاسباتی به نوعی از تکنیک میانگین‌گیری استفاده می‌گردد.

در این پژوهش از روش تک‌شعاعی استفاده شده که در آن در هر گام محاسباتی درون ناحیه چگالش سریع، تمام قطرات قبلی در یک گروه ادغام شده، و قطرات تازه تولید شده در یک گروه جدید قرار می‌گیرند. به این ترتیب برای به

با اعمال قانون اول ترمودینامیک بر یک قطره مایع معادله (۳۳) حاصل می‌شود [۲۴]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_L L \right) = 4 \pi r^2 \alpha_r (T_L - T_G) \quad (33)$$

که  $\alpha_r$  با رابطه (۳۴) محاسبه می‌گردد:

$$\alpha_r = \frac{\lambda}{r[1/(1 + 2\beta Kn) + 3.78Kn/Pr]} \quad (34)$$

که

$$\beta = 0.75, Pr = \frac{C_p \mu_G}{\lambda} \quad (35)$$

با حل عددی همزمان دو معادله (۳۲) و (۳۳) شعاع و دمای قطرات در حال رشد به دست می‌آید.

### ۳- میانگین‌گیری شعاع قطرات

شواهد عددی و آزمایشگاهی در مورد توربین‌های بخار وجود توزیع چندگانه شعاع را اثبات نموده و اندازه‌گیری‌های نوری<sup>۱</sup> آشکار ساخته که توزیع شعاع بسیار گسترده است [۱۰]. در برخی پژوهش‌های عددی گروه‌های مختلف قطرات در حافظه برنامه کامپیوتری حفظ شده و توزیع اندازه چندگانه<sup>۲</sup> یا توزیع چندشعاعی استفاده شده [۸، ۷، ۱۴]. اما در اغلب پژوهش‌های دیگر گروه‌های مختلف قطرات حفظ نشده و توزیع اندازه یگانه<sup>۳</sup> یا توزیع تک‌شعاعی به کار رفته‌است. به کار بردن توزیع چندشعاعی چه در روش لاگرانژی و چه در روش‌های اوپلری، اغلب شامل تکنیک‌هایی برای ساده‌تر نمودن مدل‌سازی توزیع قطرات است، که در کنار فرضیات دیگر مانند عدم شکست و ادغام قطرات موجب فاصله گرفتن از حالت واقعی توزیع چندشعاعی می‌شود. این تکنیک‌ها شامل کم کردن تعداد گروه‌های قطرات به منظور کاهش حجم محاسبات [۸] و یا صرف نظر نمودن از کسرهای تری کوچک می‌باشد. حضور گروه‌های قطرات با شعاع بسیار کوچک موجب بروز مشکل در محاسبات می‌شود، که هالاما و همکاران [۱۴] برای حل این مشکل شعاع گروه‌هایی با کسر تری کمتر از  $10^{-6}$  را صفر در نظر گرفتند.

در مدل لاگرانژی-اوپلری، جریان بخار تر به شکل ترکیبی از فاز بخار به عنوان فاز پیوسته<sup>۴</sup> و تعداد بسیار زیادی

<sup>۱</sup> optical measurements

<sup>۲</sup> polydispersed size distribution

<sup>۳</sup> monodispersed size distribution

<sup>۴</sup> continuum phase

<sup>۵</sup> dispersed phase

روی سطح قطره کنترل می‌شود [۲۴]. به علاوه میزان کل سطح در اختیار از عوامل مؤثر در کنترل نرخ جوانه‌زایی می‌باشد. بنابراین یکی از خصوصیات مهم و تأثیرگذار قطره متوسط سطح خارجی آن است که باید بیان درستی از سطح کل قطرات داشته باشد. با در نظر گرفتن  $S_L$  برابر با  $4\pi N\bar{R}_{Su}$  شعاع میانگین سطحی  $\bar{R}_{Su}$ ، از رابطه (۴۱) به دست می‌آید:

$$\bar{R}_{Su} = \sqrt{\frac{S}{4\pi N}} = \sqrt{\frac{N_1 R_{1N}^2 + N_2 R_2^2}{N_1 + N_2}} \quad (41)$$

شعاع متوسط سطحی می‌تواند با استفاده از مومنت‌های توزیع اندازه قطره نیز محاسبه گردد که با  $R_{20}$  نمایش داده می‌شود [۱۵]:

$$R_{20} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_0}} \quad (42)$$

$\mu_0$  و  $\mu_2$  به ترتیب مومنت‌های صفرام و دوم توزیع اندازه قطره هستند.  $\mu_0$  برابر با تعداد کل قطرات بر واحد حجم و  $4\pi\mu_2$  برابر با سطح خارجی کل قطرات بر واحد حجم مخلوط می‌باشد. مومنت  $\mu_2$  از توزیع اندازه قطره با رابطه (۴۳) محاسبه می‌شود:

$$\mu_j = \int_0^\infty r^j f dr \quad (43)$$

که در آن  $f$  تابع توزیع اندازه قطره و بر حسب تعداد بر واحد طول بر واحد حجم است. مومنت‌های مرتبه پایین در محاسبات جریان بخار تر حائز اهمیت می‌باشند [۱۳ و ۱۶].

روش میانگین سطحی در مراجع [۲۲ و ۲۶] و با بهره‌گیری از مومنت‌های توزیع اندازه در مرجع [۱۴] استفاده شده‌است. سطح قطره متوسط حاصل از میانگین‌گیری سطحی در هر گام محاسباتی، دقیقاً برابر با میانگین سطح همه قطرات موجود است. در این شرایط لزوماً میزان جرم کل قطرات طی فرآیند متوسط‌گیری ثابت نمی‌ماند که به معنای از دست رفتن اطلاعات دقیق جرم قطرات می‌باشد. با توجه به این موضوع روش میانگین‌گیری که طی آن شعاع متوسط تابعی از جرم کل قطرات باشد به جای روش میانگین سطحی پیشنهاد شده‌است. از آنجایی که چگالی قطرات در طول المان یکسان است، میانگین‌گیری جرمی و حجمی به یک معنی بوده و شعاع متوسط جرمی معادل با شعاع متوسط حجمی می‌باشد. با در نظر گرفتن  $V_L$  برابر با  $4/3\pi N\bar{R}_v$  شعاع متوسط حجمی  $\bar{R}_v$ ، به دست می‌آید:

دست آوردن شعاع متوسط از دو گروه قطرات قبلی و جدید میانگین گرفته می‌شود.

تعداد کل قطرات بر واحد حجم مخلوط در هر گام برابر با حاصل جمع تعداد قطرات قبلی بر واحد حجم  $N_1$ ، به علاوه قطره‌های تازه شکل‌گرفته بر واحد حجم  $N_2$  است. تعداد قطرات جدید بر واحد حجم مخلوط برابر با حاصلضرب نرخ جوانه‌زایی  $J$  در زمان  $\Delta t$  می‌باشد [۳۷ و ۳۶]:

$$N = N_1 + N_2 \quad (36)$$

$$N_2 = J\Delta t \quad (37)$$

مجموع سطح خارجی قطرات بر واحد حجم برابر است با:

$$S_L = 4\pi N_1 R_{10}^2 + 4\pi N_1 (R_{1N}^2 - R_{10}^2) + 4\pi N_2 R_2^2 \quad (38)$$

که در آن  $R_{1N}$  و  $R_{10}$  به ترتیب شعاع متوسط قطرات قبلی در ورودی و خروجی گام محاسباتی حاضر و  $R_2$  شعاع قطرات جدید است. مطابق رابطه (۳۸) مجموع سطح خارجی قطرات شامل سه جمله است، که از سمت چپ جملات اول و سوم به ترتیب مربوط به قطرات قبلی و جدید، و جمله دوم بیانگر رشد قطرات قبلی می‌باشد. رابطه (۳۸) به شکل رابطه (۳۹) ساده می‌گردد:

$$S_L = 4\pi N_1 R_{1N}^2 + 4\pi N_2 R_2^2 \quad (39)$$

همچنین مجموع حجم قطرات بر واحد حجم مخلوط برابر است با:

$$V_L = \frac{4}{3}\pi N_1 R_{10}^3 + \frac{4}{3}\pi N_1 (R_{1N}^3 - R_{10}^3) + \frac{4}{3}\pi N_2 R_2^3 = \frac{4}{3}\pi N_1 R_{1N}^3 + \frac{4}{3}\pi N_2 R_2^3 \quad (40)$$

مشابه رابطه (۳۸)، مجموع حجم قطرات بر واحد حجم مخلوط نیز سه جمله دارد که مربوط به قطرات قبلی، رشد قطرات قبلی و قطرات جدید بوده و در رابطه (۴۰) ساده می‌گردد.

برای میانگین‌گیری شعاع از سه روش میانگین سطحی<sup>۱</sup>، میانگین حجمی<sup>۲</sup> و متوسط ساوتر<sup>۳</sup> به طور گسترده استفاده شده‌است. استفاده از میانگین‌گیری سطحی از این اصل سرچشمه می‌گیرد که رشد قطره به وسیله شار گرما و جرم

<sup>1</sup> surface-averaged

<sup>2</sup> volume-averaged

<sup>3</sup> Sauter mean

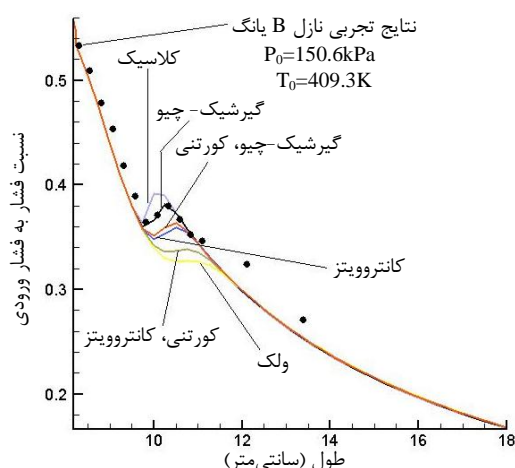


شرط مرزی متفاوت در دو هندسه نازل یانگ [۲۰]، و همچنین بر دو هندسه نازل مور [۱۹] اعمال گشته و با نتایج تجربی یانگ و مور مقایسه شده‌است.

در هر ۱۸ مورد نتایج تجربی استفاده شده، اختلاف نمودار توزیع فشار ترکیب‌های مدل‌های جوانه‌زایی و روش‌های میانگین‌گیری متفاوت تنها مربوط به پیش‌بینی شوک چگالش و اندکی بعد از ناحیه شوک می‌باشد. از اینرو انحراف معیار محاسبه شده (با رابطه (۳۱)) برای ترکیب‌های مدل‌های جوانه‌زایی و روش‌های میانگین‌گیری در هندسه و شرط مرزی یکسان در اغلب موارد اختلاف کمی دارند. به دلیل آنکه انحراف معیار در حدود ۰/۰۱ می‌باشد، این مقادیر در ۱۰۰ ضرب و در جداول آورده شده‌است.

با توجه به حجم بالای نتایج استخراج شده نرخ جوانه‌زایی، توزیع فشار و نرخ رطوبت در طول نازل برای یکی از حالت‌های مورد بررسی در شکل‌های ۲-۴ نشان داده شده‌است. مطابق این شکل‌ها هر مدل جوانه‌زایی که شیب شوک چگالش را بیشتر محاسبه نموده، منجر به کسر تری بیشتر شده، همچنین قله جوانه‌زایی و یا سطح زیر نمودار جوانه‌زایی آن نیز بیشتر است. به عبارت دیگر جوانه‌زایی بیشتر سبب بیشتر شدن کسر تری جریان می‌شود و شوک چگالش قوی‌تری پدید می‌آورد.

بررسی نتایج مشخص می‌کند که دو اصلاح کورتنی و



شکل ۲- توزیع فشار حاصل از معادله کلاسیک و اعمال اصلاحات معادله جوانه‌زایی بر آن، در ترکیب با روش میانگین ساوتر در شرط مرزی و هندسه نازل B26 یانگ [۲۰]

$$\bar{R}_V = \left(\frac{3V_L}{4\pi N}\right)^{1/3} = \left(\frac{N_1 R_{1N}^3 + N_2 R_{2N}^3}{N_1 + N_2}\right)^{1/3} \quad (44)$$

این روش میانگین‌گیری شعاع در مراجع [۳۸ و ۱۲] استفاده شده‌است. با استفاده از میانگین‌گیری حجمی در هر گام محاسباتی حجم قطره متوسط دقیقاً برابر با میانگین حجم کل قطرات است، اما سطح کل قطرات تغییر می‌کند که می‌تواند موجب بروز خطا شود.

کاملاً واضح است که استفاده از هر یک از روش‌های میانگین سطحی یا حجمی می‌تواند به نوعی موجب بروز خطا در محاسبات گردد. در مدلسازی مسائلی که تنها شامل انتقال حرارت است به دلیل اهمیت و تأثیر سطح خارجی در انتقال حرارت استفاده از میانگین سطحی منطقی است. همچنین در مسائلی که پدیده انتقال به طور عمده محدود به انتقال جرم باشد به کارگیری میانگین حجمی توصیه می‌یابد. اما در مسائلی که شامل انتقال قابل توجه و همزمان جرم و حرارت است هیچ یک از دو روش نامبرده نمی‌تواند بیان صحیحی از میانگین قطرات داشته باشد. به همین دلیل در مدلسازی چنین مسائلی شعاع میانگین ساوتر پیشنهاد شده‌است که در واقع معدلی از تأثیر سطح و حجم کل را در بر می‌گیرد. این شعاع برابر با حاصل تقسیم توان سوم شعاع میانگین حجمی  $\bar{R}_V^3$  بر توان دوم شعاع میانگین سطحی  $\bar{R}_{Su}^2$  یا به عبارت دیگر متناسب با نسبت حجم کل بر سطح کل قطرات می‌باشد:

$$\bar{R}_{Sa} = \frac{\bar{R}_V^3}{\bar{R}_{Su}^2} = \frac{N_1 R_{1N}^3 + N_2 R_{2N}^3}{N_1 R_{1N}^2 + N_2 R_{2N}^2} \quad (45)$$

شعاع متوسط ساوتر می‌تواند با استفاده از مومنت‌های توزیع اندازه قطره نیز محاسبه گردد [۱۵]:

$$R_{32} = \frac{\mu_3}{\mu_2} \quad (46)$$

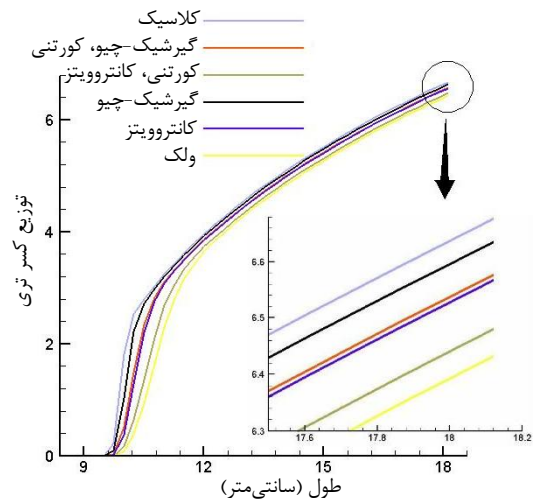
که در آن  $\mu_3$  مومنت سوم توزیع اندازه قطره است و  $4/3 \pi \mu_3$  برابر با حجم کل قطرات بر واحد حجم یا همان کسر تری می‌باشد. روش میانگین ساوتر در مراجع متعددی از جمله در مراجع [۱۸ و ۷، ۵، ۱۰] و با بهره‌گیری از مومنت‌های توزیع اندازه در مراجع [۱۶ و ۱۳] استفاده شده‌است.

#### ۴- بحث و بررسی نتایج

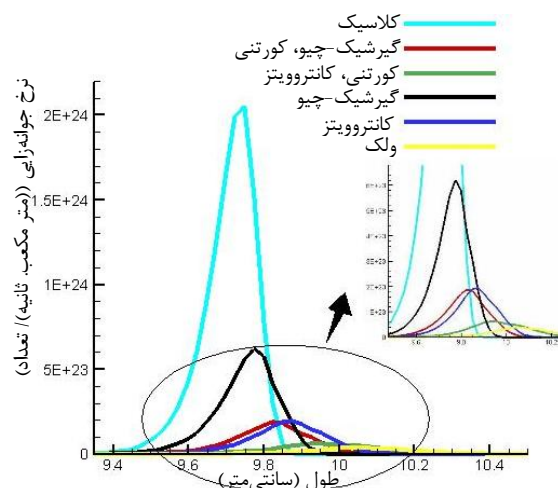
به منظور بررسی اثر ترکیب معادلات جوانه‌زایی و روش‌های میانگین‌گیری شعاع قطره‌ها بر نتایج محاسباتی، ترکیب ۳۲ معادله جوانه‌زایی و سه روش میانگین‌گیری شعاع بر ۱۶

از میان ترکیب‌های دوتایی، سه‌تایی و چهارتایی اصلاحات نامبرده نیز دو ترکیب کورتنی با کانتروییتز و کورتنی با گیرشیک-چیو جواب‌های قابل قبولی دارند. در نهایت ۱۲ مدل جوانه‌زایی که نتایج بهتری ارائه نمودند مورد بررسی دقیق‌تر قرار گرفته‌اند. در جداول ۱، ۲ و ۳ توزیع فشار محاسباتی برای ۱۶ شرط مرزی متفاوت دو نازل یانگ از طریق ارائه انحراف معیار با نتایج تجربی موجود [۲۰] مقایسه شده‌است. بررسی این نتایج نشان می‌دهد که با هر سه روش میانگین‌گیری شعاع قطره، دو معادله پایه کلاسیک و هیل هر یک به تنهایی و همچنین به همراه اصلاح گیرشیک-چیو در اکثر موارد توزیع فشار را بهتر از بقیه معادلات جوانه‌زایی پیش‌بینی می‌کنند و متعاقباً متوسط انحراف معیار آنها نیز کمتر است. بنابراین در ادامه از میان ۳۲ معادله جوانه‌زایی مورد استفاده توجه به این چهار مدل جوانه‌زایی معطوف می‌گردد. به منظور مقایسه همزمان توزیع فشار و شعاع محاسباتی با نتایج تجربی، مدل توسعه یافته ترکیب معادله جوانه‌زایی و روش میانگین‌گیری با نتایج تجربی مور [۱۹] نیز مقایسه شده‌است. بر اساس نتایج به دست آمده شعاع حاصل از متوسط ساوتر بیشتر از متوسط حجمی و شعاع متوسط حجمی نیز بیشتر از متوسط سطحی است. به علاوه مشاهده می‌شود که به طور کلی در نازل‌های مور متوسط ساوتر پیش‌بینی بهتری از اندازه قطرات دارد. لازم به ذکر است که در رابطه با نتایج تجربی فقط توزیع فشار موجود می‌باشد.

در جدول‌های ۴ و ۵ انحراف معیار ضریب ۱۰۰ برای توزیع فشار و درصد خطای شعاع محاسباتی نازل‌های مور نشان داده شده‌است. با توجه به این جدول‌ها مشخص می‌شود که ترکیب معادله پایه هیل با اصلاح گیرشیک-چیو به همراه میانگین‌گیری به روش ساوتر، با خطای متوسط ۳/۸ درصد شعاع را با دقت بسیار بالایی پیش‌بینی می‌کند. متوسط خطای شعاع محاسباتی برای روش‌های مختلف در جدول ۶ خلاصه شده‌است. در شکل‌های ۵-۸ مقایسه شعاع متوسط محاسباتی با شعاع تجربی و تعداد قطرات بر واحد زمان محاسبه شده با اصلاح گیرشیک-چیو بر معادله هیل در ترکیب با روش‌های مختلف میانگین‌گیری نشان داده شده‌است. بر این اساس در هر دو نازل مور روش میانگین‌گیری که شعاع متوسط کوچکتری پیش‌بینی می‌کند، تعداد قطرات



شکل ۳- توزیع کسر تری حاصل از معادله کلاسیک و اعمال اصلاحات معادله جوانه‌زایی بر آن، در ترکیب با روش میانگین ساوتر در شرط مرزی و هندسه نازل B26 یانگ، [۲۰]  $P_0=150.6\text{kPa}$ ,  $T_0=409.3\text{K}$



شکل ۴- نرخ جوانه‌زایی حاصل از معادله کلاسیک و اعمال اصلاحات معادله جوانه‌زایی بر آن، در ترکیب با روش میانگین ساوتر در شرط مرزی و هندسه نازل B26 یانگ، [۲۰]  $P_0=150.6\text{kPa}$ ,  $T_0=409.3\text{K}$

گیرشیک-چیو نتایج مشابهی به دست می‌دهند. با توجه به اینکه در اصلاح گیرشیک-چیو علاوه بر فشار جزئی خوشه‌ها سازگاری برای تشکیل خوشه مولکولی اول نیز لحاظ شده، از بین این دو مدل تنها نتایج اصلاح گیرشیک-چیو در جداول نشان داده شده‌است.

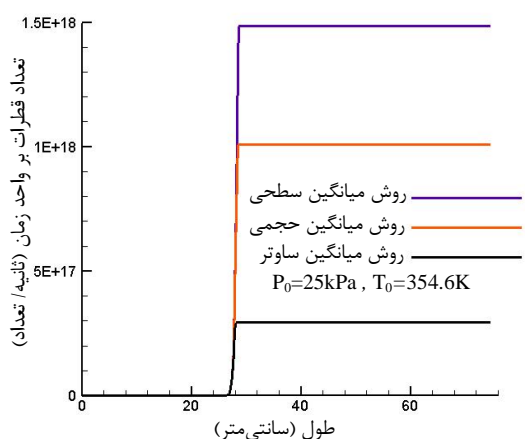
جدول ۱- انحراف معیار \*۱۰۰ محاسبه شده برای توزیع فشار معادلات مختلف جوانه‌زایی در ترکیب با روش میانگین سطحی، در

نازل‌های یانگ [۲۰]

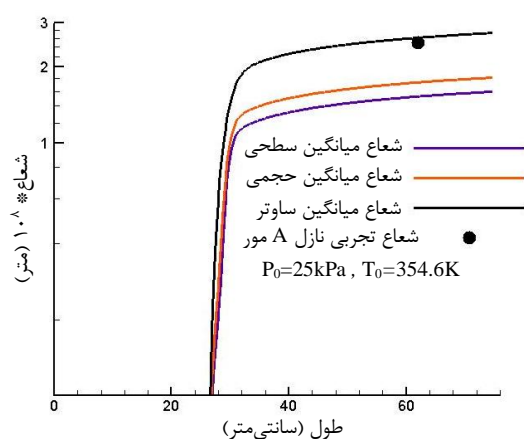
معادله جوانه‌زایی	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح) - چپو	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز
A1	۲/۱	۲/۲	۲/۴	۲/۵	۲/۸	۲/۵	۲/۵	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A2	۱/۸	۱/۹	۲/۰	۲/۱	۲/۳	۲/۰	۲/۰	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A3	۱/۸	۲/۰	۲/۱	۲/۲	۲/۳	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A4	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳
A5	۲/۰	۲/۰	۲/۶	۲/۱	۲/۵	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A6	۱/۸	۱/۹	۲/۵	۲/۱	۲/۵	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A8	۱/۹	۲/۰	۲/۲	۲/۱	۳/۴	۳/۵	۳/۵	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A9	۱/۴	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵
A11	۱/۸	۱/۸	۲/۲	۱/۸	۱/۸	۱/۸	۱/۸	۱/۹	۲/۱	۱/۸	۱/۸	۱/۸	۱/۸
A17	۱/۶	۱/۶	۱/۷	۱/۶	۱/۷	۱/۵	۱/۷	۱/۹	۲/۰	۱/۸	۱/۶	۱/۶	۱/۶
B22	۱/۷	۱/۶	۲/۰	۱/۷	۲/۴	۱/۸	۲/۴	۲/۰	۱/۸	۱/۶	۱/۶	۱/۷	۱/۷
B23	۲/۶	۳/۰	۳/۳	۳/۲	۳/۶	۲/۵	۳/۳	۳/۶	۳/۳	۳/۲	۳/۰	۲/۶	۲/۶
B24	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
B25	۱/۴	۱/۴	۲/۵	۱/۶	۲/۳	۱/۵	۱/۶	۲/۳	---	۱/۸	۱/۴	۱/۴	۱/۴
B26	۱/۶	۱/۵	۲/۳	۱/۶	۲/۰	۱/۶	۱/۶	۲/۰	۲/۱	---	۱/۵	۱/۶	۱/۶
B27	۲/۷	۲/۹	۳/۱	۲/۸	۳/۱	۲/۶	۳/۰	۳/۱	۳/۱	۳/۰	۲/۹	۲/۷	۲/۷
میانگین	۱/۹	۱/۹	۲/۳	۲/۰	۲/۴	۱/۸	۲/۱	۲/۴	۲/۳	۲/۱	۱/۹	۱/۹	۱/۹

ساخته، که منجر به نرخ جوانه‌زایی بالاتر و نتیجتاً شکل‌گیری تعداد قطرات بیشتری می‌شود.

بر واحد زمان بیشتری محاسبه کرده‌است. زیرا سطح مورد نیاز کمتری برای چگالش ریزقطرات شبه پایدار فراهم



شکل ۶- مقایسه تعداد قطرات بر واحد زمان ناشی از روش‌های مختلف میانگین‌گیری در ترکیب با اصلاح گیرشیک-چپو بر مدل جوانه‌زایی هیل در نازل A مور [۱۹]



شکل ۵- مقایسه شعاع تجربی با شعاع محاسباتی ناشی از روش‌های مختلف میانگین‌گیری در ترکیب با اصلاح گیرشیک-چپو بر مدل جوانه‌زایی هیل در نازل A مور [۱۹]

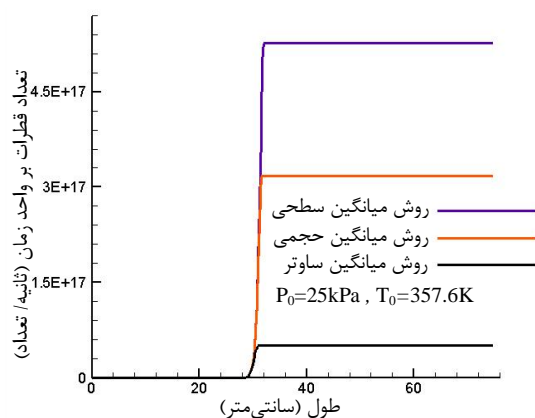
جدول ۲- انحراف معیار  $100\%$  محاسبه شده برای توزیع فشار معادلات مختلف جوانه‌زایی در ترکیب با روش میانگین حجمی، در

نازل‌های یانگ [۲۰]

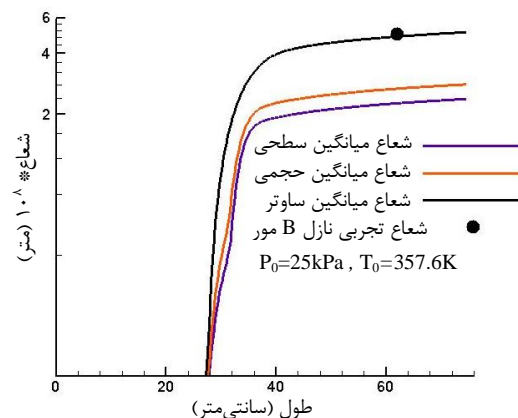
معادله جوانه-زایی	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح) - چپو	کلاسیک - ویتز	کلاسیک - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - چپو	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز	کلاسیک (بدون اصلاح) - ویتز
A1	۲/۰	۲/۲	۲/۴	۲/۵	۲/۷	۲/۴	۲/۰	۲/۱	۲/۸	۲/۱	۲/۵	۲/۷	۲/۴
A2	۱/۸	۱/۸	۲/۳	۲/۱	۲/۰	۲/۰	۱/۸	۱/۸	۲/۳	۲/۱	۲/۰	۲/۳	۲/۰
A3	۱/۸	۲/۰	۲/۳	۲/۱	۲/۲	۲/۲	۱/۷	۱/۹	۲/۳	۲/۱	۲/۲	۲/۳	۲/۱
A4	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳
A5	۲/۰	۲/۰	۲/۵	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۱/۹	۱/۸	۲/۵	۲/۱	۲/۵	۲/۷	۲/۰
A6	۱/۸	۱/۹	۲/۷	۲/۱	۱/۸	۱/۸	۲/۱	۱/۸	۲/۵	۲/۱	۲/۷	۲/۱	۲/۰
A8	۱/۹	۲/۰	۲/۳	۲/۱	۲/۲	۲/۲	۱/۹	۱/۸	۲/۳	۲/۱	۲/۳	۲/۱	۲/۰
A9	۱/۴	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۴	۱/۴	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵
A11	۱/۸	۱/۸	۲/۲	۱/۸	۱/۸	۱/۹	۱/۸	۱/۹	۲/۲	۱/۸	۲/۲	۱/۸	۱/۸
A17	۱/۵	۱/۶	۲/۱	۱/۸	۱/۷	۱/۷	۱/۵	۱/۵	۲/۱	۱/۸	۲/۱	۱/۹	۱/۶
B22	۱/۸	۱/۵	۲/۲	۱/۷	۱/۶	۱/۶	۱/۹	۱/۹	۲/۳	۲/۲	۱/۷	۲/۳	۱/۷
B23	۲/۶	۲/۹	۳/۲	۳/۴	۳/۲	۳/۲	۲/۸	۲/۵	۳/۳	۳/۵	۳/۴	۳/۵	۳/۲
B24	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
B25	۱/۵	---	۱/۶	۲/۸	۱/۵	۱/۵	۱/۶	۱/۵	۲/۲	۲/۱	۲/۲	۲/۱	۲/۱
B26	۱/۶	۱/۵	۱/۷	۲/۳	۱/۶	۱/۶	۱/۶	۱/۶	۲/۰	۲/۳	۱/۷	۲/۳	۱/۶
B27	۲/۷	۲/۸	۳/۰	۳/۱	۲/۶	۲/۶	۲/۸	۲/۶	۳/۰	۳/۱	۳/۱	۳/۱	۳/۱
میانگین	۱/۸	۱/۹	۲/۳	۲/۰	۱/۹	۱/۸	۲/۰	۲/۰	۲/۳	۲/۳	۲/۰	۲/۳	۲/۰

بر این اساس روش میانگین‌گیری ساوتر در ترکیب با معادله پایه کلاسیک، و همچنین در ترکیب با اعمال اصلاح

در جدول ۷ متوسط انحراف معیار محاسباتی برای توزیع فشار تمامی ۱۸ حالت تجربی مورد بررسی محاسبه شده‌است.



شکل ۸- مقایسه تعداد قطرات بر واحد زمان ناشی از روش‌های مختلف میانگین‌گیری در ترکیب با اصلاح گیرشیک-چپو بر مدل جوانه‌زایی هیل در نازل B مور [۱۹]



شکل ۷- مقایسه شعاع تجربی با شعاع محاسباتی ناشی از روش‌های مختلف میانگین‌گیری در ترکیب با اصلاح گیرشیک-چپو بر مدل جوانه‌زایی هیل در نازل B مور [۱۹]

جدول ۳- انحراف معیار \* ۱۰۰ محاسبه شده برای توزیع فشار معادلات مختلف جوانه‌زایی در ترکیب با روش میانگین ساوتر، در

نازل‌های یانگ [۲۰]

معادله جوانه-زایی	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)	کلاسیک (بدون اصلاح)
A1	۲/۰	۲/۱	۲/۴	۲/۶	۲/۸	۲/۴	۱/۹	۲/۱	۲/۳	۲/۶	۲/۷	۲/۴	۲/۴
A2	۱/۷	۱/۸	۲/۴	۲/۲	۲/۴	۲/۱	۱/۷	---	۲/۰	۲/۳	۲/۲	۲/۰	۲/۰
A3	۱/۸	۱/۹	۲/۳	۲/۱	۲/۳	۲/۱	۱/۷	۱/۹	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
A4	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱/۳
A5	۲/۰	۱/۹	۲/۵	۲/۹	۲/۵	۲/۱	۱/۹	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۵	۲/۱	۲/۱
A6	۱/۷	۱/۹	۲/۶	۲/۸	۲/۶	۲/۸	۱/۷	۱/۸	۲/۱	۲/۲	۲/۵	۲/۱	۲/۱
A8	۱/۹	۲/۰	۲/۳	۲/۱	۲/۳	۲/۱	۱/۹	۲/۰	۲/۳	۲/۳	۲/۲	۲/۳	۲/۱
A9	۱/۳	۱/۴	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۳	۱/۴	۱/۴	۱/۴	۱/۵	۱/۴	۱/۴
A11	۱/۸	۱/۸	۲/۳	۱/۸	۲/۳	۱/۸	۱/۹	۱/۸	۲/۰	۲/۳	۱/۹	۲/۴	۱/۸
A17	۱/۵	۱/۶	۲/۳	۱/۹	۲/۳	۱/۸	۱/۵	۱/۶	۲/۰	۲/۳	۲/۳	۱/۹	۱/۸
B22	۱/۹	۱/۵	۲/۳	۱/۷	۲/۳	۱/۷	۱/۹	۱/۵	۲/۳	۲/۳	۲/۲	۲/۲	۱/۷
B23	۲/۶	۲/۹	۳/۴	۳/۲	۳/۵	۳/۲	۲/۵	۳/۱	۳/۲	۳/۴	۳/۵	۳/۲	۳/۲
B24	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۰	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
B25	۱/۵	۱/۳	۳/۰	۱/۸	۲/۴	۱/۷	۱/۶	۱/۵	۱/۷	۲/۴	۲/۱	۲/۱	۲/۱
B26	۱/۶	۱/۵	۲/۳	۱/۷	۲/۳	۱/۷	---	۱/۵	۱/۶	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱
B27	۲/۷	۲/۸	۳/۰	۳/۲	۳/۱	۳/۱	۲/۶	۲/۸	۳/۱	۳/۲	۳/۱	۳/۱	۳/۱
میانگین	۱/۸	۱/۹	۲/۴	۲/۱	۲/۳	۲/۱	۱/۸	۱/۹	۲/۱	۲/۳	۲/۳	۲/۳	۲/۰

مدل ترکیبی میانگین ساوتر به همراه معادله جوانه‌زایی کلاسیک با متوسط حدود ۱۲/۵ درصد خطا در پیش‌بینی شعاع قطرات برآورد خوبی از اندازه قطره‌ها داشته‌است. با اعمال اصلاح گیرشیک-چیو خطای محاسبه شعاع به حدود ۱۱ درصد و با استفاده از مدل هیل به جای مدل کلاسیک

گیرشیک-چیو بر هر دو معادله پایه کلاسیک و هیل به طور متوسط بهترین پیش‌بینی فشار را نشان می‌دهد. این بدان معناست که اگرچه این ترکیب‌ها در صددرصد موارد بهترین نتیجه را نداده‌اند، اما در مجموع برای پیش‌بینی فشار قابل اعتمادتر از بقیه مدل‌های ترکیبی می‌باشند.

جدول ۴- انحراف معیار توزیع فشار \* ۱۰۰، و درصد خطای نسبی شعاع محاسباتی در نازل A مور [۱۹]

انحراف معیار	انحراف معیار	انحراف معیار	انحراف معیار	انحراف معیار	انحراف معیار	درصد اختلاف نسبی شعاع محاسباتی و انحراف معیار توزیع فشار * ۱۰۰
انحراف معیار برای ۱۰۰ * توزیع فشار با روش میانگین ساوتر	درصد اختلاف نسبی شعاع محاسباتی ساوتر	انحراف معیار برای ۱۰۰ * توزیع فشار با روش میانگین حجمی	درصد اختلاف نسبی شعاع محاسباتی حجمی	انحراف معیار برای ۱۰۰ * توزیع فشار با روش میانگین سطحی	درصد اختلاف نسبی شعاع محاسباتی سطحی	معادله جوانه‌زایی
۱/۷	-۱۱/۴	۱/۹	-۴۰/۹	۲/۰	-۴۸/۴	کلاسیک (بدون اصلاح)
۱/۶	۱۷/۱	۱/۶	-۲۴/۴	۱/۶	-۳۴/۱	کلاسیک، گیرشیک-چیو
۱/۹	-۲۰/۳	۲/۰	-۴۶/۲	۲/۱	-۵۲/۴	هیل (بدون اصلاح)
۱/۶	۴/۴	۱/۷	-۳۰/۵	۱/۷	-۳۸/۹	هیل، گیرشیک-چیو

جدول ۵- انحراف معیار توزیع فشار \*۱۰۰، و درصد خطای نسبی شعاع محاسباتی در نازل B مور [۱۹]

انحراف معیار		انحراف معیار		انحراف معیار		درصد اختلاف نسبی شعاع محاسباتی و انحراف معیار توزیع فشار *۱۰۰
درصد اختلاف	نسبی شعاع محاسباتی	درصد اختلاف	نسبی شعاع محاسباتی	درصد اختلاف	نسبی شعاع محاسباتی	
برای ۱۰۰* توزیع فشار با روش میانگین ساوتر	انحراف معیار	برای ۱۰۰* توزیع فشار با روش میانگین حجمی	انحراف معیار	برای ۱۰۰* توزیع فشار با روش میانگین سطحی	انحراف معیار	معادله جوانه‌زایی
۱۳/۵-	۲/۵	۵۲/۶-	۲/۶	۵۹/۸-	۲/۶	کلاسیک (بدون اصلاح)
۴/۷	۱/۷	۴۳/۵-	۱/۸	۴۴/۹-	۱/۸	کلاسیک، گیرشیک-چیو
۲۱/۳-	۲/۸	۵۵/۸-	۲/۹	۶۲/۶-	۲/۹	هیل (بدون اصلاح)
۳/۲-	۲/۱	۴۶/۶-	۲/۲	۵۴/۸-	۲/۲	هیل، گیرشیک-چیو

در مجموع ترکیب اصلاح گیرشیک-چیو بر معادله جوانه‌زایی هیل و متوسط‌گیری ساوتر بهترین نتایج را در پیش‌بینی همزمان فشار سیال و شعاع قطرات خواهد داشت و مدل ترکیبی بهینه می‌باشد. با توجه به موارد اشاره شده در بخش‌های معادله جوانه‌زایی و میانگین‌گیری شعاع قطرات این نتیجه قابل پیش‌بینی بوده‌است. تاکنون اصلاحات گوناگونی بر معادله جوانه‌زایی کلاسیک اعمال شده که هر کدام از آن‌ها اثر فشار یا دما بر نرخ جوانه‌زایی را اصلاح نموده‌اند. مطابق مباحث مطرح شده، اختلاف اصلاح گیرشیک-چیو با اصلاح کورتنی تنها مربوط به انرژی تشکیل خوشه اول است و از آنجایی که تأثیر خوشه‌های بزرگتر بر نرخ جوانه‌زایی چشمگیرتر است این اختلاف منجر به تفاوت قابل توجهی در نرخ جوانه‌زایی نمی‌شود. در نتیجه خصوصیات جریان محاسبه شده با این دو اصلاح مشابه می‌باشند. اما همانطور که قبلاً ذکر شد اصلاح گیرشیک-چیو به لحاظ تئوری و بر اساس نتایج به دست آمده، مجموعاً کامل-ترین اصلاح اثر فشار بر معادله جوانه‌زایی است.

با توجه به مراجع متعدد مورد استفاده در مقاله، اصلاح غیرهمدما و یا اصلاح وابستگی بیش از حد نرخ جوانه‌زایی کلاسیک به دما در محاسبات جریان چگالشی بخار همواره مورد توجه بوده‌است. مطابق نتایج ارائه شده از میان اصلاحات معادله کلاسیک که مربوط به دما می‌باشند، مدل جوانه‌زایی هیل بسیار دقیق‌تر از اصلاح ولک و یا کانتروویتز بر معادله کلاسیک نتیجه می‌دهد. این در حالی است که در مراجع [۳۴ و ۴۱] اصلاحات کانتروویتز و کورتنی اعمال شده، یعنی همزمان اثر دما و فشار بر معادله کلاسیک اصلاح شده‌است. با توجه به قابلیت مدل هیل در بهبود یافتن به وسیله اصلاحات

جدول ۶- میانگین قدر مطلق درصد خطای نسبی شعاع محاسباتی روش‌های گوناگون میانگین‌گیری در ترکیب با معادلات جوانه‌زایی تأیید شده، در نازل‌های مور [۱۹]

روش میانگین‌گیری شعاع	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین
کلاسیک (بدون اصلاح)	۵۴/۱	۴۶/۸	۱۲/۴	
کلاسیک، گیرشیک-چیو	۳۹/۵	۳۴/۰	۱۰/۹	
هیل (بدون اصلاح)	۵۷/۵	۵۱/۰	۲۰/۸	
هیل، گیرشیک-چیو	۴۶/۸	۳۸/۵	۳/۸	

جدول ۷- متوسط انحراف معیار \*۱۰۰ برای توزیع فشار روش‌های گوناگون میانگین‌گیری در ترکیب با معادلات جوانه‌زایی تأیید شده، برای ۱۸ مورد تجربی [۲۰ و ۱۹]

روش میانگین‌گیری شعاع	میانگین	میانگین	میانگین	میانگین
کلاسیک (بدون اصلاح)	۱/۹	۱/۹	۱/۸	
کلاسیک، گیرشیک-چیو	۱/۹	۱/۹	۱/۸	
هیل (بدون اصلاح)	۱/۹	۱/۹	۱/۹	
هیل، گیرشیک-چیو	۱/۹	۱/۹	۱/۸	

(به همراه اصلاح گیرشیک-چیو) خطای متوسط محاسبه شعاع به حدود ۴ درصد کاهش می‌یابد. به علاوه مشاهده می‌شود که در نازل‌های A و B مور شعاع محاسبه شده با مدل کلاسیک در ترکیب با هر سه روش میانگین‌گیری کمتر از مقدار واقعی است.

و نتایج به دست آمده با ۱۸ نتیجه تجربی در هندسه‌ها و شرایط مرزی مختلف مقایسه گردیده‌است. مطابق نمودارها و جدول‌های ارائه شده از جمله جداول ۶ و ۷ به شرح زیر، بهترین جواب‌ها در محاسبه فشار سیال مربوط به میانگین شعاعی ساوتر در ترکیب با سه معادله جوانه‌زایی هیل با اصلاح گیرشیک-چیو، کلاسیک با اصلاح گیرشیک-چیو و کلاسیک بدون اصلاح می‌باشد. با توجه به آنکه معادله‌های جوانه‌زایی کلاسیک با اصلاح گیرشیک-چیو و کلاسیک بدون اصلاح در ترکیب با متوسط‌گیری ساوتر با اختلاف اندکی در رتبه‌های دوم و سوم محاسبه شعاع قرار گرفته‌اند، این دو مدل ترکیبی در محاسبات جریان چگالشی بخار قابل اعتماد می‌باشند، به ویژه در مواردی که دقت بالاتر پیش‌بینی توزیع فشار، مدلسازی شوک چگالش، محاسبه دقیق‌تر کسر تری و به دنبال آن برآورد درست اتلافات آیرودینامیکی و ترمودینامیکی مورد نظر باشد. مطابق نتایج به دست آمده مدل هیل دقیق‌ترین اصلاح دمای معادله کلاسیک است و نرخ جوانه‌زایی را مستقلاً محاسبه می‌نماید. این مدل در ترکیب با اصلاح گیرشیک-چیو که دقیق‌ترین اصلاح اثر فشار بر نرخ جوانه‌زایی است، کامل‌ترین و بهترین معادله جوانه‌زایی را ارائه می‌دهد. همچنین روش میانگین‌گیری ساوتر به دلیل لحاظ کردن همزمان اثرات سطح و حجم کل قطره‌ها در محاسبه شعاع متوسط در هر گام محاسباتی، علمی‌ترین و دقیق‌ترین روش میانگین‌گیری است. بنابراین و مطابق نتایج ارائه شده ترکیب معادله جوانه‌زایی هیل با اصلاح گیرشیک-چیو و روش میانگین ساوتر به عنوان دقیق‌ترین و بهترین ترکیب معادله جوانه‌زایی و روش میانگین‌گیری پیشنهاد می‌شود. اگرچه این مدل ترکیبی در همه موارد بهترین مدل نمی‌باشد، از بیشترین قابلیت اعتماد در تحلیل جریان چگالشی بخار برخوردار است، به ویژه هنگامی که محاسبه دقیق‌تر شعاع خروجی قطرات، پیش‌بینی درست اتلافات مکانیکی اجزای توربین بخار، میزان نشست قطره‌ها روی تیغه‌ها و خوردگی آن‌ها مدنظر قرار گرفته باشد.

در مجموع اعمال اصلاحات در معادله جوانه‌زایی کلاسیک و اعمال اصلاحات مشابه در معادله جوانه‌زایی هیل در ترکیب با روش‌های میانگین‌گیری شعاع قطرات برای اولین بار مورد بررسی قرار گرفته‌است. علاوه بر تحقیقات نظری اصلاحات معادله کلاسیک جهت بهبود در محاسبه نرخ

معادله جوانه‌زایی که تاکنون هرگز مورد استفاده قرار نگرفته، مطابق نتایج ارائه شده اعمال اصلاح گیرشیک-چیو بر معادله هیل که به طور همزمان ضعف‌های وابستگی بیش از حد معادله کلاسیک به دما و در نظر نگرفتن فشار جزئی خوشه‌ها در محاسبات جریان بخار تر را برطرف می‌کند، کارآمدترین مدل جوانه‌زایی است.

همچنین روش میانگین‌گیری ساوتر به دلیل آنکه در هر گام محاسباتی همزمان اثر سطح و حجم کل قطره‌ها را در محاسبه شعاع متوسط وارد می‌نماید علمی‌ترین روش متوسط‌گیری قطرات است و مطابق شکل‌های ۵ و ۷ و جدول ۶ در محاسبه شعاع متوسط با فاصله قابل توجهی دقیق‌تر از دیگر روش‌های میانگین‌گیری عمل می‌کند.

با توجه به آنکه دقت محاسبه فشار معادله جوانه‌زایی کلاسیک با اصلاح گیرشیک-چیو و بدون اصلاح در ترکیب با متوسط‌گیری ساوتر برابر با دقت مدل ترکیبی بهینه بوده و اختلاف دقت آن‌ها در محاسبه شعاع اندک است، این دو مدل ترکیبی نیز در مواردی مانند نازل‌های تجربی یانگ که فاقد شعاع تجربی هستند، یا مواردی که تأکید بر محاسبه توزیع فشار است قابل اعتماد می‌باشند. یافتن مدل ترکیبی بهینه معادله جوانه‌زایی و روش میانگین‌گیری شعاع، و همچنین معرفی مدل بدیلی که با اختلاف اندک نسبت به مدل بهینه در مدلسازی جریان قابل اعتماد باشد از نوآوری‌های این تحقیق گسترده می‌باشد که برای اولین بار انجام شده‌است.

در خصوص انواع اثرات نامطلوب ناشی از دوفازی شدن جریان و وابستگی آن‌ها به فاز مایع می‌توان گفت که تخریب مکانیکی ناشی از برخورد قطرات با دیواره پره‌ها، به مومنتوم جریان و در نتیجه جرم و شعاع میانگین قطرات وابسته است. همچنین نشست قطره‌ها روی پره‌های توربین بخار و در نتیجه خوردگی آن‌ها به شدت به اندازه قطرات وابسته است. در حالی که افت‌های ترمودینامیکی ناشی از افزایش انترپوی و افت‌های آیرودینامیکی بیشتر به کسر جرم مایع و یا نرخ تری بستگی دارد [۹، ۱۰].

##### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله پس از ارزیابی تئوری معادلات مختلف جوانه‌زایی و روش‌های گوناگون میانگین‌گیری شعاع قطرات، تأثیر ترکیب آن‌ها بر پارامترهای جریان چگالشی بخار به کمک یک مدل لاگرانژی-اویلری نیمه‌تحلیلی یک‌بعدی بررسی شده

- [10] White AJ (2003) A comparison of modelling methods for polydispersed wet-steam flow. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 57, 819–834.
- [11] Yang Y, Shen S (2009) Numerical simulation on non-equilibrium spontaneous condensation in supersonic steam flow. *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 36, 902-907.
- [12] Gerber AG, Kermani MJ (2004) A Pressure Based Eulerian-Eulerian Multiphase Model for Condensation in Transonic Steam Flows. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 2217-2231.
- [13] White AJ, Hounslow MJ (2000) Modelling droplet size distribution in polydispersed wet-steam flows. *Int. J. Heat and mass transfer*, Vol. 43, pp. 1873-1884.
- [14] Halama J, Benkhaldoun F, Fořt J (2010) Numerical modeling of two-phase transonic flow. *Mathematics and Computers in Simulation*, 80, 1624–1635.
- [15] Chandler KD, White AJ, Young JB (2011) Unsteady Wetness Effects in LP Steam Turbines, *Proc. ASME Turbo Expo 2011, GT2011-45320*.
- [16] Gerber AG, Mousavi A (2007) Representing Polydispersed Droplet Behaviour in Nucleating Steam Flow. *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 129, pp. 1404–1414.
- [17] Mohsin R, Majid ZA (2008) Water Condensation In Low Pressure Steam Turbine: A Nucleation Theory Part2. *Journal of Chemical and Natural Resources Engineering, Special Edition*: 50-56.
- [18] WenMing J, ZhongLiang L, HengWei L, HuiZhang P, LingLing B (2009) Influences of friction drag on spontaneous condensation in water vapor supersonic flows, *Sci China Ser E-Tech Sci*, 52(9): 2653-2659.
- [19] Moore MJ, Walters PT, Crane RI, Davidson BJ (1973) Predicting the fog drop size in wet steam turbines. Institute of Mechanical Engineers (UK), *Wet Steam 4 Conf.*, University of Warwick, paper C37/73.
- [20] Young JB (1973) Nucleation in High Pressure Steam and Flow in Turbine. Submitted for the degree of Ph.D., Birmingham University, England.
- [21] Mahpeykar MR, Lakzian E, Amirirad E (2009) Reduction of thermodynamic losses in a supersonic nucleating steam nozzle by spraying water droplets, *Scientia Iranica*, Vol. 16, No. 3, pp. 253–262.
- [22] Mahpeykar MR, Amiri Rad E (2010) The suppression of condensation shock in wet steam flow by injecting water droplets in different regions of a Laval nozzle, *Scientia Iranica, Transaction B*, 17(5), pp. 337–347.
- [23] Mahpeykar MR, Teymourtash AR, Amirirad E (2011) Reducing entropy generation by volumetric جوانه‌زایی و ارزیابی کیفی روش‌های مختلف متوسط‌گیری شعاع قطرات که دانستن آنها مهم می‌باشد، پس از بررسی کمی تأثیر ترکیب مدل‌های جوانه‌زایی و روش‌های میانگین-گیری گوناگون بر پارامترهای جریان چگالشی بخار، مدل ترکیبی بهینه در محاسبه توزیع فشار سیال و شعاع خروجی قطره‌ها در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مشخص شده‌است. همچنین دو مدل ترکیبی دیگر نیز در مواردی که تأکید بر محاسبه توزیع فشار می‌باشد در این تحقیق پیشنهاد شده-است.
- ۶- مراجع**
- [1] Bakhtar F, Young JB, White AJ, Simpson DA (2005) Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations. *Proc. Instn. Mech. Engrs. Part C: J. Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No. C12, pp.1315–1333.
- [2] Hale B (1992) The Scaling of Nucleation Rates. *Metall. Trans. A*, 23A:1863–1868.
- [3] Hale BN, DiMattio DJ (2004) Scaling of the nucleation rate and a Monte Carlo discrete sum approach to water cluster free energies of formation. *Journal of Physical Chemistry B*, 108, pp. 19780–19785.
- [4] Young JB, Bakhtart F (1976) A Comparison Between Theoretical Calculations and Experimental Measurements of Droplet Sizes in Nucleating Steam Flows. *Trans. Inst. Fluid Flow Machinery*, pp. 259-276.
- [5] Skillings SA, Jackson R (1987) A robust time-marching solver for one-dimensional nucleating steam flows. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 8, 139–144.
- [6] Bakhtar F, Mohammadi Tochai MT (1980) An investigation of two-dimensional flows of nucleating and wet steam by the time-marching method. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2(1):5–18.
- [7] Young JB (1992) Two-dimensional, non-equilibrium, wet-steam calculations for nozzles and turbine cascades. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers Journal of Turbomachinery*; 114: 569–579.
- [8] White AJ, Young JB (1993) A time-marching method for the prediction of two-dimensional unsteady flows of condensing steam. *Am. Inst. Aeronaut. Astronaut., J. Propulsion and Power*, 9, 579–587.
- [9] Kermani MJ, Gerber AG (2003) A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow. *Int. J. Heat Mass Transfer* 46, 3265–3278.



- [۳۷] علیرضا تیمورتاش، محمدرضا مه‌پیکر (۲۰۰۶) "تحلیل جریان گذر صوتی و غیر لزج بخار ضمن چگالش در پاساژ تیغه‌های توربین به روش تایم مارچینگ جیمسون روی شبکه منطبق بر مرز"، دانشکده مهندسی- دانشگاه فردوسی مشهد، شماره (۱۸)، صفحه ۱-۲۰.
- [38] Gerber AG (2006) Inhomogeneous Multiphase Model for Non-Equilibrium Phase Transition and Droplet Dynamics, Proceeding of ASME FEDSM, Miami.
- heat transfer in a supersonic two-phase steam flow in a Laval nozzle, *Int. J. Exergy*, Vol. 9, No. 1.
- [24] Senoo S, White AJ (2006) Numerical simulation of unsteady wet steam flows with non-equilibrium condensation in the nozzle and the steam turbine, ASME Joint US-European Fluid Engineering Summer Meeting.
- [25] Courtney WG (1961) Remarks on homogeneous nucleation, *Journal of Chem. Phys.*, Vol. 35, pp. 2249–2250.
- [26] Mahpeykar MR, Teymourash AR, Amiri Rad E (2013) Theoretical investigation of effects of local cooling of a nozzle divergent section for controlling condensation shock in a supersonic Two-Phase flow of steam, *Journal of Meccanica*, 48:815–827.
- [27] Girshick SL, Chiu CP (1990) Kinetic nucleation theory: A new expression for the rate of homogeneous nucleation from an ideal supersaturated vapor. *J. Chem. Phys.*, 93, pp. 1273–1278.
- [28] Girshick SL (1991) Self consistency correction to homogeneous nucleation theory, *J. Chem. Phys.*, 94, pp. 826–828.
- [29] Kantrowitz A (1951) Nucleation in very rapid vapor expansion, *F. Chem. Phys.*, Vol. 19, No.19, pp. 1097–1100.
- [30] Wolk J, Strey R, Heath HC, Wialouzil BE (2002) Empirical function for homogeneous water nucleation rates, *Journal of Chemical Physics*, 117(10), pp. 4954–4960.
- [31] Sinha S, Wyslouzil BE, Wilemski G (2009) Modeling of H<sub>2</sub>O/D<sub>2</sub>O condensation in supersonic nozzles, *Aerosol Science and Technology*, 43, pp. 9–24.
- [32] Amirirad E, Mahpeykar MR, Teymourash AR (2013) Evaluation of simultaneous effects of inlet stagnation pressure and heat transfer on condensing water-vapor flow in a supersonic Laval nozzle, *Journal of Scientia Iranica*.
- [33] Strey R, Wagner PE, Viisanen Y (1994) The Problem of Measuring Homogeneous Nucleation Rates and the Molecular Contents of Nuclei: Progress in the Form of Nucleation Pulse Measurements, *J. Phys. Chem.*, 98, 7748–7758.
- [34] Mahpeykar MR, Mohamadi AR (2013) Effect of Important Thermophysical Properties on Condensation Shock in a Steam Flow, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 27, No. 2, 286–297, April–June.
- [35] Schaff SA, Chambre PI (1958) *Flow of Rarefied Gases*, Vol. 3, Oxford Press, UK.
- [36] Fang Y (2003) Numerical Simulations of High Knudsen Number Gas Flows and Microchannel Electrokinetic Liquid Flows, PhD Thesis, Drexel University.