



بررسی تنش گذرای ناشی از شکسته شدن الیاف در اتصال چسبی تک‌لبه

محمد شیشه‌ساز^{۱*}، شاپور مرادی^۲ و سعید یعقوبی^۳

^۱ استاد، گروه مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

^۲ دانشیار، گروه مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

^۳ دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینای همدان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۶/۲۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۳/۰۳/۰۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۱/۱۲

چکیده

در این تحقیق، توزیع تنش گذرای ایجاد شده در اثر شکسته شدن الیاف در اتصال چسبی بررسی شده است. تنش گذرا، پاسخ دینامیکی سیستم در اثر ایجاد ناپیوستگی در الیاف، از لحظه گسسته شدن تا لحظه رسیدن به حالت تعادل می‌باشد. به منظور بررسی این رفتار، معادلات حاکم بر حرکت الیاف در اتصال چسبی با ابعاد محدود در حضور گسستگی استخراج شده و تاثیر تعداد الیاف شکسته شده و جابه‌جایی محل گسستگی در راستای الیاف و عمود بر آن، بر توزیع تنش گذرای سازه مرکب بررسی شده است. برای استخراج معادلات جابه‌جایی الیاف، از مدل شیرلگ و برای حل معادلات، از روش تفاضل محدود صریح استفاده شده است. در ادامه، تاثیر تغییر جنس الیاف و ضخامت لایه چسبی بر توزیع تنش نیز بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش تعداد الیاف گسسته شده و جابه‌جایی محل گسستگی به سمت لبه‌ها، ضریب تمرکز تنش در سازه مرکب افزایش می‌یابد. مضافاً، میزان تنش برشی ایجاد شده در ماتریس و چسب با افزایش مدول الاستیسیته الیاف کاهش می‌یابد، به‌گونه‌ای که ماکزیمم تنش برشی در اتصال با الیاف از جنس شیشه () و گرافیت ()، به ترتیب برای ماتریس ۰/۸۶۱ و ۰/۴۶۳ و برای چسب ۳/۱۹۲ و ۲/۴۰۹ مگا پاسکال می‌باشد.

کلمات کلیدی: مواد مرکب؛ الیاف؛ ماتریس؛ تنش گذرا؛ ضریب تمرکز تنش.

Transient stress analysis in adhesive single lap joints of a composite material due to fiber breakage

M. Shishehsaz^{1*}, Sh. Moradi² and S. Yaghoubi³

¹ Prof., Mech. Eng., Shahid Chamran Univ., Ahwaz, Iran

² Assoc. Prof., Mech. Eng., Shahid Chamran Univ., Ahwaz, Iran

³ Ph.D Student, Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamadan, Iran

Abstract

In this research, the transient stress distribution in an adhesive joint due to fiber breakage has been investigated. Transient stress is a dynamic response of the joint to the fiber discontinuities till their static equilibrium state. To study this behavior, equations governing the motion of fibers in the matrix, due to their breakage, are derived and the effect of number of broken fibers and their location is studied on transient response of the structure. Shear lag model is used to extract fiber displacement. The equilibrium equations are solved using the explicit finite difference method. The effect of fiber material and adhesive thickness is also studied on stress distribution. Results show that for an increase in the number of broken fibers, and for locations of fiber breakage closer to the edges of the joint, the stress concentration in the composite structure increases. Moreover, the shear stress created in the matrix and the adhesive layer is reduced with an increase in fiber elastic modulus, such that for glass and graphite fibers ($E=74$ and 130 GPa respectively), the maximum shear stresses in the adhesive are 0.861 and 0.461 MPa, while in the adherends, they are equal to 3.192 and 2.409 MPa respectively.

Keywords: Composites; Fibers; Matrix; Transient stress; Stress concentration.

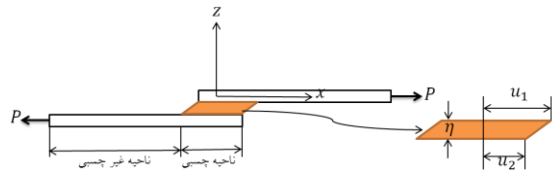
۱- مقدمه

ماده مرکب^۱، بیان‌گر ترکیب حداقل دو ماده متفاوت در مقیاس میکروسکوپی جهت به‌دست آمدن ماده جدید می‌باشد. این مواد، از قرار گرفتن یک یا تعداد بیشتری فاز ناپیوسته (فیبر) درون یک فاز پیوسته (ماتریس) به‌دست می‌آیند. الیاف (فیبرها) می‌بایست استحکام کششی بسیار بالایی را دارا باشد و به‌عبارت دیگر، قسمت اعظم نیرو توسط الیاف تحمل شود [۱]. با توجه به کاربرد وسیع اتصال‌های چسبی^۲ مواد مرکب در صنایع مختلف، مطالعه رفتار این مواد، به‌خصوص در مواجهه با نقایصی مانند سوراخ و ترک از اهمیت بالایی برخوردار است.

در یک سازه از جنس مواد مرکب، هنگامی که ترک یا هرگونه ناپیوستگی در فیبر ایجاد می‌شود، بارهایی که باید توسط این فیبر تحمل گردد، از طریق ماتریس به فیبر سالم مجاور انتقال پیدا می‌کند که این امر تمرکز تنش^۳ در اطراف ناپیوستگی را به‌همراه خواهد داشت. ندل^۴ و همکاران [۲]، ضریب تمرکز تنش در نزدیکی یک فیبر شکسته شده در یک ماده مرکب تک‌جهت کربن-اپوکسی^۵ را بررسی کردند. آنالیزهای متقارن محور آن‌ها نشان داد که ضریب تمرکز تنش برای تمام حالت‌ها در فیبر مجاور، کمتر از عدد ۱/۱۰۴ پیش‌بینی شده توسط هاچپس^۶ می‌باشد. رجبی و همکاران [۳]، اثرات تمرکز تنش در اتصال‌های چسبی تک‌لبه مواد مرکب را با استفاده از نرم‌افزار آباکوس^۷ بررسی نمودند. نتایج حاصل از این مدل‌سازی نشان داد که تغییرات مهم تنش‌ها در ضخامت لایه چسب و نزدیک به انتهای طول اتصال به‌وجود می‌آید. وانگ^۸ و همکاران [۴]، با استفاده از نتایج آزمایشگاهی و روش تفاضل محدود، توزیع تنش-کرنش در اطراف لبه‌های انتهایی روی هم افتاده شده در یک اتصال تک‌لبه از جنس مواد مرکب را مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق نشان داد، هم‌پوشانی قابل قبولی بین نتایج المان

محدود و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. بی‌لرگیل^۹ و همکاران [۵]، آنالیز عددی و آزمایشگاهی بر روی اتصال‌های مرکب تک‌لبه را انجام دادند که تحقیقات آن‌ها در مورد دو نوع اتصال صورت گرفت. نوع اول همان حالت عادی و سنتی اتصال تک‌لبه بدون چسبندگی میانی بوده است و در نوع دوم، میله‌های الیافی نیز در نظر گرفته شد. نتایج حاصل از آزمایش‌ها نشان داد که الیاف، استحکام نهایی و دقت زمانی آسیب دیدن اتصال‌ها را بهبود بخشیده است و این نتایج آزمایشگاهی با نتایج عددی هم‌پوشانی قابل قبولی دارند. موسوی‌تبار [۶]، اتصال تک‌لبه مرکبی را که در لبه تحت کشش قرار گرفته است، بررسی نمود. در این کار، علاوه بر تنش برشی ایجاد شده در لایه چسبی، توزیع بار محوری در تک‌لایه‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل انجام شده در این تحقیق بر اساس تئوری شیرلگ و شیرلگ اصلاح شده می‌باشد و در نهایت، مقادیر استخراج شده از حل با مقادیر به‌دست آمده از نرم‌افزار عددی انسیس مقایسه گردیده است. نتایج این تحقیق نشان داد که در مواد مرکبی که مدول الاستیسیته ماتریس پایین‌تر است، مقادیر به‌دست آمده با حل عددی هم‌پوشانی مناسبی دارد ولی در حالتی که مدول ماتریس بالا باشد، تئوری شیرلگ اصلاح شده جواب‌های دقیق‌تری نسبت به تئوری شیرلگ می‌دهد. دانیالی [۷]، مقادیر ضریب تمرکز تنش برای اتصال‌های چسبی یک‌طرفه دو تک‌لایه و دو چندلایه در حضور ترک را محاسبه نمود. نتایج نشان داد که وجود ترک، بیشترین تمرکز تنش برشی در لایه چسبی را در همسایگی میانه لبه‌های ترک و بیشترین تمرکز تنش کششی در فیبر را در نوک ترک به‌وجود می‌آورد. اگر در یک اتصال از جنس مواد مرکب، یک یا تعدادی از الیاف شکسته شود، پس از زمان خاصی اتصال به‌حالت تعادل می‌رسد. از لحظه گسسته شدن الیاف تا قبل از لحظه ایجاد تعادل در آن، توزیع تنش گذرایی در سازه مورد نظر ایجاد می‌شود. هاچپس [۸]، برای به‌دست آوردن ضریب تمرکز تنش استاتیکی و دینامیکی در یک تک‌لایه با ابعاد نامحدود از جنس ماده مرکب، روابطی را بر اساس تئوری شیرلگ استخراج نمود. در ادامه از حلی مشابه حل استاتیکی برای حالت دینامیکی استفاده نمود، ولی به‌علت پیچیدگی حل

¹ Composite² Adhesive Joints³ Stress concentration⁴ Nedele⁵ Carbon-Epoxy⁶ Hedgepeth⁷ ABAQUS⁸ Wang⁹ Beylgeril



شکل ۲- تصویر اتصال چسبی در صفحه $x-z$ و مدل تغییر شکل یافته چسب

با استفاده از تعریف تنش برشی، رابطه (۱) برای تنش برشی اعمال شده بر الیاف از طرف لایه چسبی استخراج می‌گردد.

$$\tau_{zx} = G \cdot (\gamma_{zx}) = G \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = G \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = G \cdot \frac{(u_1 - u_2)}{\eta} \quad (1)$$

در جایی که G مدول برشی لایه چسبی، η ضخامت لایه چسبی، u_1 تغییر مکان محوری در تک‌لایه شماره یک و u_2 تغییر مکان محوری در تک‌لایه شماره دو می‌باشد.

با توجه به این‌که مقادیر جابه‌جایی در راستای y و z در مقابل مقادیر جابه‌جایی در راستای x ناچیز می‌باشند، لذا در این رابطه از تغییرات جابه‌جایی نقاط در راستای z ، نسبت به x صرف‌نظر شده و تغییر مکان در جهت ضخامت لایه چسبی به‌صورت خطی در نظر گرفته شده است.

۲-۱- استخراج معادلات حاکم بر ناحیه چسبی

هدف از این بخش، استخراج معادلات دیفرانسیل جابه‌جایی الیاف موجود در تک‌لایه شماره یک و دو می‌باشد [۷]. در شکل ۳، نمودار جسم آزاد المان فیبر شماره n و ماتریس بین فیبر شماره n و $n-1$ در ناحیه چسبی تک‌لایه شماره یک و دو آورده شده است. لازم به‌ذکر است که در شکل ۳، d_f ، d_m ، t_f و t_{zx} به‌ترتیب عرض فیبر، عرض ماتریس، ضخامت فیبر و تنش برشی وارد شده به الیاف و ماتریس از طرف لایه چسبی می‌باشند.

تنش برشی اعمال شده از طرف چسب، باعث اعمال یک نیروی برشی بر ماتریس می‌شود. به‌دلیل این‌که با خطی فرض نمودن تغییر مکان در ماتریس، تنش برشی τ_{yx} در آن ثابت می‌شود، لذا این نیرو به‌صورت مساوی بین دو فیبر متصل به ماتریس تقسیم شده است.

نتوانست معادلات را برای بیشتر از سه فیبر شکسته شده حل نماید. میرشکاری [۹]، توزیع تنش گذرا در انواعی از مواد مرکب تحت تاثیر ترک را به‌دست آورد. نتایج نشان داد که با افزایش تعداد فیبر شکسته شده، ضریب تمرکز تنش در ماده مرکب نیز افزایش می‌یابد.

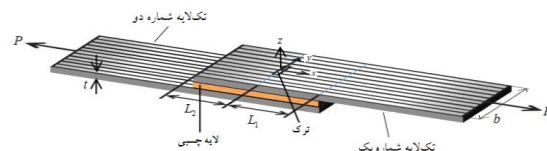
پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه تنش گذرا، تنها مربوط به تک‌لایه و چندلایه ماده مرکب می‌باشد. هدف از این تحقیق، بررسی توزیع تنش گذرای ایجاد شده بر اثر شکستگی الیاف در تک‌لایه شماره یک موجود در اتصال چسبی یک‌طرفه می‌باشد. برای این کار، تاثیر شکستگی تعداد متفاوت الیاف، جابه‌جایی محل شکستگی در راستای طولی و عمود بر الیاف، تغییر جنس الیاف، تغییر ضخامت لایه چسبی و تغییر محل محاسبه تنش برشی ایجاد شده در چسب بر رفتار اتصال چسبی بررسی شده است.

۲- مبانی نظری توزیع تنش گذرا در اتصال چسبی

در اتصال چسبی تک‌لبه تحت کشش، دو تک‌لایه به‌وسيله یک لایه چسبی به‌هم اتصال پیدا می‌کند و بار کششی اعمال شده بر لبه‌ها از نوع استاتیکی می‌باشد. از آن‌جا که این بار اعمال شده از دو طرف در یک راستا قرار ندارد، تنش خمشی ناشی از این ناهم‌راستایی ایجاد می‌شود که در این تحقیق، از این خمش صرف‌نظر گردیده است. در شکل ۱، یک اتصال تک‌لبه از جنس مواد مرکب مشاهده می‌شود که در آن، دو تک‌لایه توسط لایه چسبی به‌هم متصل شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است، گسستگی در ناحیه چسبی یکی از تک‌لایه‌ها و در تک‌لایه شماره یک ایجاد شده است.

در شکل ۲، نمای تغییر شکل یافته دو بعدی اتصال چسبی نشان داده شده است.



شکل ۱- اتصال مواد مرکب تک‌لبه در حضور لایه چسبی

موضوع که در اطراف هر ماتریس دو فیبر وجود دارد، لذا به هر یک از الیاف نیمی از نیروی برشی که از سوی چسب به ماتریس اعمال شده است، وارد می‌شود. در رابطه (۲)، نحوه انتقال این نیروی برشی بیان گردیده است. در این رابطه، $(F_1)_n$ ، معرف نیروی انتقال یافته از ماتریس به فیبر است و شماره n در تک‌لایه شماره یک و دو می‌باشد.

$$(F_1)_n = \left[\frac{1}{2}(\tau'_{zx})_n + \frac{1}{2}(\tau'_{zx})_{n-1} \right] \cdot d_m \cdot dx =$$

$$\frac{G}{\eta} \cdot \left[\frac{(u'_{n-1} + u'_n)}{2} - \frac{(v'_n + v'_{n-1})}{2} \right] \cdot d_m \cdot dx =$$

$$\frac{G}{\eta} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{(u_n + u_{n-1})}{2} + \frac{(u_n + u_{n+1})}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{(v_n + v_{n-1})}{2} + \frac{(v_n + v_{n+1})}{2} \right) \right] \cdot d_m \cdot dx =$$

$$\frac{1}{2} \left[(\tau_{zx})_n + \frac{1}{2}(\tau_{zx})_{n-1} + \frac{1}{2}(\tau_{zx})_{n+1} \right] \cdot d_m \cdot dx$$

در روابط به‌دست آمده، تغییرات جابه‌جایی ماتریس در راستای x ، نسبت به راستای y خطی فرض شده است. با توجه به این‌که تنش برشی ناشی از لایه چسبی در اتصال با فیبر نیرویی برابر $(\tau_{zx})_n \cdot d_f \cdot dx$ به آن وارد می‌کند، لذا نیروی معادل وارد شده از سوی چسب بر فیبر n ام را می‌توان از مجموع این نیرو و نیروهای انتقال یافته به‌صورت رابطه (۳) به‌دست آورد.

$$F_n = (\tau_{zx})_n \cdot d_f \cdot dx + (F_1)_n =$$

$$(\tau_{zx})_n \cdot (d_f + \frac{1}{2}d_m) \cdot dx +$$

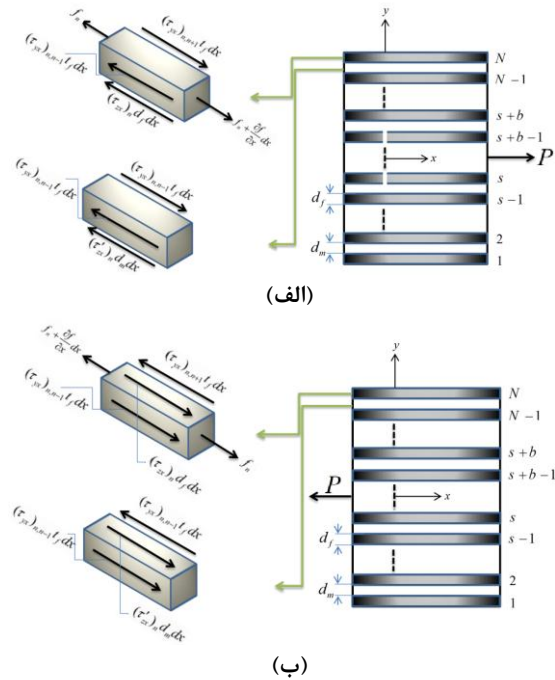
$$\frac{1}{4}(\tau_{zx})_{n-1} \cdot d_m \cdot dx + \frac{1}{4}(\tau_{zx})_{n+1} \cdot d_m \cdot dx$$

با اعمال تغییرات مورد نظر در نیروی اعمال شده به فیبر و ماتریس، نیروی برشی اعمال شده از طرف چسب از روی ماتریس‌ها برداشته می‌شود و در نهایت حالت دوبعدی دیاگرام جسم آزاد فیبر و ماتریس به‌صورت شکل ۵ به‌دست می‌آید. با توجه به شکل ۵، معادلات حرکت در راستای x برای الیاف ناحیه چسبی تک‌لایه شماره یک را می‌توان به‌صورت رابطه (۴) بیان نمود.

$$\sum f_x = m \cdot dx \cdot \ddot{u} \Rightarrow f_n + \frac{\partial f_n}{\partial x} \cdot dx +$$

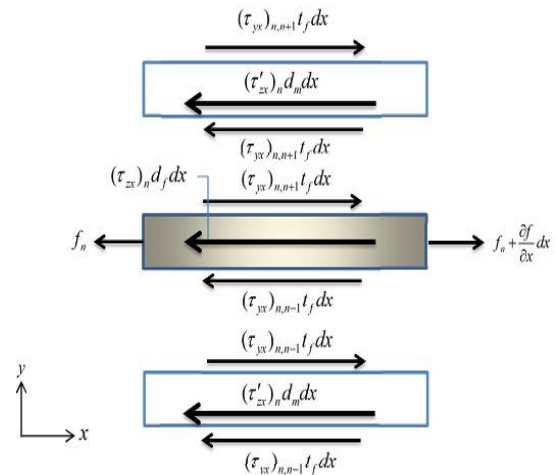
$$(\tau_{yx})_{n+1,n} \cdot t_f \cdot dx - f_n - F_n -$$

$$(\tau_{yx})_{n,n-1} \cdot t_f \cdot dx = m \cdot dx \cdot \ddot{u}_n$$



شکل ۳- نمودار جسم آزاد تک‌لایه در ناحیه چسبی الف- تک‌لایه شماره یک، ب- تک‌لایه شماره دو

شکل ۴، نمودار جسم آزاد دو بعدی فیبر شماره n و دو ماتریس مجاور آن می‌باشد.



شکل ۴- نمودار جسم آزاد تک‌لایه در ناحیه چسبی

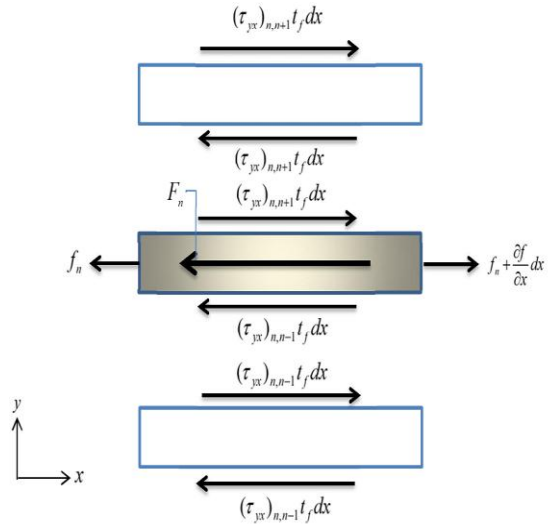
در این شکل، $(\tau'_{zx})_n$ نشان‌دهنده تنش برشی اعمال شده از طرف چسب بر ماتریس n ام است. با توجه به این

$$\begin{aligned}
 & E_n \cdot A_n \cdot \left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \right) + \frac{G_m \cdot t_f}{d_m} \cdot (u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) + \\
 & \frac{G \cdot (d_f + 0.5d_m)}{\eta} \cdot (v_n - u_n) + \frac{1}{4} \frac{G \cdot (d_m)}{\eta} \cdot (v_{n-1} - \\
 & u_{n-1}) + \frac{1}{4} \frac{G \cdot (d_m)}{\eta} \cdot (v_{n+1} - u_{n+1}) \\
 & = m \cdot \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} \quad 2 \leq n \leq N - 1 \\
 & E_1 \cdot A_1 \cdot \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \right) + \frac{G_m \cdot t_f}{d_m} \cdot (u_2 - u_1) + \frac{G \cdot d_f}{\eta} \cdot (v_1 - \\
 & u_1) + \frac{1}{2} \frac{G}{\eta} \cdot \left(\frac{v_2 + v_1}{2} - \frac{u_2 + u_1}{2} \right) \cdot d_m = m \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (۸) \\
 & E_N \cdot A_N \cdot \left(\frac{\partial^2 u_N}{\partial x^2} \right) + \frac{G_m \cdot t_f}{d_m} \cdot (u_{N-1} - u_N) + \\
 & \frac{G \cdot d_f}{\eta} \cdot (v_N - u_N) + \frac{1}{2} \frac{G}{\eta} \cdot \left(\frac{v_N + v_{N-1}}{2} - \right. \\
 & \left. \frac{u_N + u_{N-1}}{2} \right) \cdot d_m = m \cdot \frac{\partial^2 u_N}{\partial t^2}
 \end{aligned}$$

از آن جایی که دو فیبر لبه آزاد در مجاورت یک ماتریس قرار دارند، لذا معادله دیفرانسیل حاکم بر آن دو، با بقیه فیبرهای موجود در تک‌لایه متفاوت می‌باشد. در رابطه (۸)، u نشان‌دهنده جابه‌جایی در راستای x برای الیاف موجود در تک‌لایه شماره یک و v نشان‌دهنده جابه‌جایی در راستای x برای الیاف موجود در تک‌لایه شماره دو می‌باشد. با روندی مشابه قسمت قبل، معادلات حرکت برای تک‌لایه شماره دو به صورت رابطه (۹) استخراج می‌گردد.

$$\begin{aligned}
 & E_n \cdot A_n \cdot \left(\frac{\partial^2 v_n}{\partial x^2} \right) + \frac{G_m \cdot t_f}{d_m} \cdot (v_{n+1} - 2v_n + v_{n-1}) - \\
 & \frac{G \cdot (0.5d_m + d_f)}{\eta} \cdot (v_n - u_n) - \frac{1}{4} \frac{G \cdot d_m}{\eta} \cdot (v_{n-1} - \\
 & u_{n-1}) - \frac{1}{4} \frac{G \cdot d_m}{\eta} \cdot (v_{n+1} - u_{n+1}) \\
 & = m \cdot \frac{\partial^2 v_n}{\partial t^2} \quad 2 \leq n \leq N - 1 \\
 & E_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{G_m \cdot t_f}{d_m} \cdot (v_2 - v_1) - \frac{G \cdot d_f}{\eta} \cdot (v_1 - \\
 & u_1) + \frac{1}{2} \frac{G}{\eta} \cdot \left(\frac{u_2 + u_1}{2} - \frac{v_2 + v_1}{2} \right) \cdot d_m = m \cdot \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} \\
 & E_N \cdot A_N \cdot \left(\frac{\partial^2 v_N}{\partial x^2} \right) + \frac{G_m \cdot t_f}{d_m} \cdot (v_{N-1} - v_N) - \\
 & \frac{G \cdot d_f}{\eta} \cdot (u_N - v_N) + \frac{1}{2} \frac{G}{\eta} \cdot \left(\frac{u_N + u_{N-1}}{2} - \right. \\
 & \left. \frac{v_N + v_{N-1}}{2} \right) \cdot d_m = m \cdot \frac{\partial^2 v_N}{\partial t^2} \quad (۹)
 \end{aligned}$$

در رابطه (۴)، m جرم بر واحد طول الیاف می‌باشد و $(\tau_{yx})_{n+1,n}$ تنش برشی اعمال شده از طرف ماتریسی است که بین فیبر شماره $n+1$ و n قرار دارد.



شکل ۵- نمودار جسم آزاد فیبر و ماتریس در ناحیه چسبی تک‌لایه شماره یک پس از انتقال نیرو از ماتریس به فیبر

تنش برشی اعمال شده بر الیاف از سوی ماتریس، با در نظر گرفتن تغییر مکان خطی در آن و نیروی کششی موجود در الیاف با جابه‌جایی محوری آن، به ترتیب از رابطه‌های (۵) و (۶) به دست می‌آید.

$$\tau_{yx} = G_m \cdot (\gamma_{yx}) = G_m \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = G_m \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (۵)$$

$$f_n = \sigma_n \cdot A_n = E_n \cdot \varepsilon_n \cdot A_n = E_n \cdot A_n \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (۶)$$

با توجه به این که تغییر مکان در ماتریس خطی فرض شده است، تنش برشی اعمال شده از سوی ماتریسی که بین فیبر شماره n و $n+1$ وجود دارد، از رابطه (۷) استخراج می‌گردد.

$$(\tau_{yx})_{n+1,n} = \frac{G_m}{d_m} \cdot (u_{n+1} - u_n) \quad (۷)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱)، (۳)، (۴)، (۶) و (۷)، رابطه (۴) (که بیان‌گر معادلات حرکت الیاف در نواحی چسبی تک‌لایه شماره یک می‌باشد) برحسب جابه‌جایی‌های الیاف به صورت رابطه (۸) بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{W} = \{\ddot{U}_1, \ddot{U}_2, \dots, \ddot{U}_N, \ddot{V}_1, \ddot{V}_2, \dots, \ddot{V}_N\}_{2N \times 1} \quad (22)$$

ماتریس‌های M و E موجود در رابطه (۱۹) ماتریس‌های واحد به ابعاد $2N \times 2N$ می‌باشند. با توجه به الگوریتم متفاوت الیاف گوشه با بقیه الیاف، با نوشتن سه جمله اول برای هر تک‌لایه، ماتریس L به صورت رابطه (۲۳) استخراج می‌گردد.

$$L = \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \end{Bmatrix} \quad (23-الف)$$

$$L_1 = L_4 = \begin{bmatrix} \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 & -\phi_1 + \phi_3 & 0 & \dots & 0 \\ -\phi_1 + \phi_3 & 2\phi_1 + \phi_4 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 2\phi_1 + \phi_4 & -\phi_1 + \phi_3 \\ 0 & \dots & 0 & -\phi_1 + \phi_3 & \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (23-ب)$$

$$L_2 = L_3 = \begin{bmatrix} -\phi_2 - \phi_3 & -\phi_3 & 0 & \dots & 0 \\ -\phi_3 & -\phi_4 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & -\phi_4 & -\phi_3 \\ 0 & \dots & 0 & -\phi_3 & -\phi_2 - \phi_3 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (23-پ)$$

در جایی که L_1 تا L_4 هر کدام ماتریس $N \times N$ می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

۲-۳- استخراج معادلات حاکم بر نواحی غیرچسبی

در نواحی غیر چسبی، تنش برشی ناشی از چسب وجود ندارد و از آنجایی که این تنش برشی جابه‌جایی الیاف تک‌لایه شماره یک و دو را به هم مرتبط می‌سازد، لذا در این ناحیه، حل معادلات دیفرانسیل جابه‌جایی دو تک‌لایه از هم مستقل می‌باشد. با روندی مشابه ناحیه چسبی، فرم بسته و بی‌بعد شده معادلات حرکت تک‌لایه شماره یک و دو، به صورت به ترتیب رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) آورده شده است.

$$E' \cdot U'' - L' \cdot U = M' \cdot \ddot{U} \quad (24)$$

$$E' \cdot V'' - L' \cdot V = M' \cdot \ddot{V} \quad (25)$$

در جایی که ماتریس‌های E' و M' ، ماتریس‌های واحد به ابعاد $N \times N$ می‌باشند. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معرفی شده، ماتریس L' از رابطه (۲۶) به دست می‌آید.

در نواحی چسبی، به علت حضور تنش برشی ناشی از چسب، معادلات حرکت الیاف در دو تک‌لایه شماره یک و دو به هم وابسته می‌باشد و باید به صورت هم‌زمان حل شوند. تعداد معادلات به دست آمده برای ناحیه چسبی برابر $2N$ می‌باشد.

۲-۲- بی‌بعد سازی معادلات حاکم بر نواحی چسبی

در بی‌بعد سازی معادلات دیفرانسیل جابه‌جایی مربوط به ناحیه چسبی، از یک سری پارامترهای بدون بعد استفاده شده که در رابطه‌های (۱۰) تا (۱۸) معرفی گردیده است [۷ و ۹].

$$\xi = \frac{x}{\lambda} \quad (10)$$

$$\tau = \frac{t}{T} \quad (11)$$

$$T = \sqrt{\frac{m}{E_f \cdot A_f}} \cdot \lambda \quad (12)$$

$$F_n = \frac{f}{p} \quad (13)$$

$$\phi_1 = \frac{\lambda^2 \cdot G_m \cdot t_f}{E_f \cdot A_f \cdot d_m} \quad (14)$$

$$\phi_2 = \frac{\lambda^2 \cdot G \cdot d_f}{E_f \cdot A_f \cdot \eta} \quad (15)$$

$$\phi_3 = \frac{\lambda^2 \cdot G \cdot d_m}{4E_f \cdot A_f \cdot \eta} \quad (16)$$

$$\phi_4 = \frac{\lambda^2 \cdot G}{E_f \cdot A_f \cdot \eta} (d_f + 0.5d_m) \quad (17)$$

$$S_{xy} = \frac{E_f \cdot A_f \cdot d_m}{G \cdot p \cdot \lambda} \cdot \tau_{xy} \quad (18)$$

در روابط فوق، ξ ، τ و F_n به ترتیب بیان‌گر مختصه بدون بعد مکانی در جهت الیاف، مختصه بدون بعد زمانی و نیروی معادل وارد شده از طرف لایه چسبی به فیبر شماره n می‌باشد. فرم بسته بی‌بعد شده معادلات حاکم بر ناحیه چسبی به صورت رابطه (۱۹) می‌باشد.

$$E \cdot W'' - L \cdot W = M \cdot \ddot{W} \quad (19)$$

در جایی که بردار W ، W'' و \ddot{W} به ترتیب به صورت رابطه (۲۰) تا (۲۲) تعریف می‌شوند.

$$W = \{U_1, U_2, \dots, U_N, V_1, V_2, \dots, V_N\}_{2N \times 1} \quad (20)$$

$$W'' = \{U_1'', U_2'', \dots, U_N'', V_1'', V_2'', \dots, V_N''\}_{2N \times 1} \quad (21)$$

۲-۵- حل معادلات دیفرانسیل حاکم

همان‌طور که از رابطه‌های (۱۹)، (۲۴) و (۲۵) مشخص است، معادله دیفرانسیل جابه‌جایی الیاف از مرتبه دوم با دو متغیر می‌باشد. برای حل معادله دیفرانسیل به‌دست آمده، از روش تفاضل محدود صریح استفاده می‌شود [۱۰]. با توجه به آن که مقادیر جابه‌جایی علاوه بر مکان، به زمان نیز وابسته می‌باشد، در حالت کلی بردار جابه‌جایی الیاف به‌صورت $u_n^{i,j}$ بیان شده است که در این عبارت، زیرنویس n بیان‌گر شماره فیبر و بالانویس‌های i و j به‌ترتیب بیان‌گر شماره قسمت‌های گام مکانی و گام زمانی می‌باشد [۱۱].

در ناحیه چسبی، از آن‌جا که جابه‌جایی دو تک‌لایه به‌هم وابسته می‌باشد، لذا معادلات دیفرانسیل باید به‌صورت هم‌زمان حل گردد. برای حل معادلات دیفرانسیل، ناحیه چسبی به دو قسمت مجزای سمت راست و سمت چپ ناپیوستگی تقسیم شده است که در نهایت با اعمال شرایط مرزی موجود در محل گسسته شدن الیاف، جابه‌جایی ناحیه چسبی دو تک‌لایه در قالب بردار W به‌دست می‌آید. با در نظر گرفتن فرم تفاضل مرکزی برای مشتق دوم مکانی و زمانی، رابطه (۱۹) به‌صورت رابطه (۳۰) برای محاسبه مقدار جابه‌جایی در مقطع زمانی جدید بیان می‌گردد.

$$W_n^{i,j+1} = -\frac{(\Delta\tau)^2}{M_{n,n}} \sum_{k=1}^{2N} L_{n,k} \cdot W_k^{i,j} + 2(1 - \frac{(\Delta\tau)^2}{\Delta\xi^2} \cdot \frac{E_{n,n}}{M_{n,n}}) \cdot W_n^{i,j} + \frac{(\Delta\tau)^2}{\Delta\xi^2} \cdot \frac{E_{n,n}}{M_{n,n}} \quad (30)$$

برای محاسبه $W_n^{i,j}$ و $W_n^{i,j-1}$ ، از شرایط اولیه و برای محاسبه $W_n^{i-1,j}$ ، از شرایط مرزی استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن این شرایط، بردار جابه‌جایی در گام مکانی اول و دوم به‌ترتیب به‌صورت رابطه‌های (۳۱) و (۳۲) به‌دست می‌آید.

$$W_n^{2,1} = W_n^{1,1} + \Delta\xi, \dots, W_n^{2N,1} = W_n^{2N-1,1} + \Delta\xi \quad 1 \leq n \leq 2N \quad (31)$$

$$W_n^{i,2} = W_n^{i,1} \quad 1 \leq n \leq 2N \quad (32)$$

با استفاده از شرایط اولیه و شرایط مرزی، مقدار جابه‌جایی الیاف در گام مکانی اول از روابط (۳۳) و (۳۴) استخراج می‌گردد.

$$L' = \begin{bmatrix} \phi_1 & -\phi_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\phi_1 & 2\phi_1 & -\phi_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\phi_1 & 2\phi_1 & -\phi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\phi_1 & 2\phi_1 & -\phi_1 & 0 \\ \vdots & 0 & \dots & 0 & -\phi_1 & 2\phi_1 & -\phi_1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\phi_1 & \phi_1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (26)$$

۲-۴- شرایط اولیه و شرایط مرزی

شرایط اولیه موجود در اتصال چسبی، شامل دو مرحله قبل از گسستگی و لحظه گسستگی الیاف می‌باشد. شرایط اولیه در مرحله قبل از گسستگی به‌گونه‌ای است که بار در تمام فیبرها برابر p (بار کششی اعمال شده بر هر فیبر دور از گسستگی است) بوده و فرم بی‌بعد شده این شرط اولیه به‌صورت رابطه (۲۷) بیان می‌شود.

$$P_n(\xi, 0) = 1 \quad (27)$$

شرط اولیه بعدی، لحظه گسسته شدن الیاف است که در این لحظه، هر فیبر در حالت سکون قرار دارد و سرعت لحظه‌ای آن به‌صورت رابطه (۲۸) برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{\partial U_n}{\partial \tau}(\xi, 0) = 0 \quad (28)$$

شرایط مرزی، مربوط به لحظه پس از گسسته شدن الیاف است که برای الیاف سالم و شکسته شده دو شرط کاملاً مجزا برقرار می‌باشد. در الیاف گسسته شده، شرایط مرزی به‌گونه‌ای است که نیروی اعمال شده بر آن‌ها در محل گسستگی برابر صفر می‌باشد و به‌صورت رابطه (۲۹) بیان می‌شود.

$$P_n(0, \tau) = 0 \quad (s \leq n \leq s + b - 1) \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)، گسستگی از فیبر شماره s شروع شده و تعداد الیاف گسسته شده برابر b می‌باشد. در الیاف سالم، شرایط متفاوت است. با توجه به آن‌که بار بی‌بعد شده در لبه سمت راست برابر یک و در لبه سمت چپ برابر صفر می‌باشد، با استفاده از فرم تفاضل پسر در لبه اعمال بار و فرم تفاضل پیشرو در لبه آزاد، جابه‌جایی اولیه الیاف سالم در نقطه‌ای هم‌طول با محل گسستگی، به‌دست می‌آید.

$(P_{f_n+b_r}^{(1,j)})$ به بار در همان فیبر و در فاصله‌ای دور از محل ناپیوستگی (در حالت بی‌بعد شده برابر یک می‌باشد) تعریف می‌شود و فرم بی‌بعد شده آن به صورت رابطه (۳۵) بیان می‌گردد.

$$K_r = P_{f_n+b_r}^{(1,j)} = \frac{\partial U_{f_n+b_r}^{(1,j)}}{\partial \xi} = \frac{U_{f_n+b_r}^{(2,j)} - U_{f_n+b_r}^{(1,j)}}{\Delta \xi} \quad (35)$$

در رابطه (۳۵)، اندیس $f_n + b_r$ بیان‌گر شماره فیبر مورد نظر می‌باشد.

فرم بی‌بعد شده تنش برشی در ماتریسی که الیاف بالا و پایین آن سالم است و قبل از الیاف گسسته شده قرار دارد، از رابطه (۳۶) محاسبه می‌شود.

$$S_{xy} = U_{f_n-1}^{(2,j)} - U_{f_n-2}^{(2,j)} \quad (36)$$

برای محاسبه تنش برشی ایجاد شده در چسب، از نقاط هم‌طول دو فیبر نظیر در تک‌لایه شماره یک و دو به صورت رابطه (۳۷) استفاده می‌شود.

$$S'_{xy} = U_{f_n}^{(2,j)} - V_{f_n}^{(2,j)} \quad (37)$$

نسبت حداکثر ضریب تمرکز تنش به ضریب تمرکز تنش در حالت استاتیکی را فراجش دینامیکی گویند که با η_r نشان داده می‌شود. این پارامتر از رابطه (۳۸) محاسبه می‌گردد.

$$\eta_r = \frac{\max(K_r)}{(K_r)_s} \quad (38)$$

در جایی که $(K_r)_s$ ، ضریب تمرکز تنش در حالت استاتیکی می‌باشد.

۳- نتایج

محاسبه ضریب تمرکز تنش، بار محوری و تنش برشی در اتصال چسبی، نیازمند مقادیر خواص ماده مرکب و چسب است که در این تحقیق، ماده مرکب مورد نظر دارای فیبری از جنس شیشه و ماتریسی از جنس اپوکسی می‌باشد و از مقادیر موجود در جدول ۱ برای استخراج نمودارها استفاده شده است. در مدل‌سازی تک‌لایه و اتصال، هندسه‌ای در نظر گرفته شده که مشخصات آن در جدول ۲ آورده شده است. از آن‌جا که در مرجع [۸]، مقادیر ضریب تمرکز تنش استاتیکی، برای حالتی که گسستگی در وسط یک تک‌لایه مرکب ایجاد شده وجود دارد، لذا برای صحت روش حل، در ابتدا نتایج

$$W_n^{1,j+1} = -\frac{(\Delta \tau)^2}{M_{n,n}} \sum_{k=1}^{2N} L_{n,k} \cdot W_k^{1,j} + 2\left(1 - \left(\frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}\right)^2 \cdot \left(\frac{E_{n,n}}{M_{n,n}}\right)\right) \cdot W_n^{1,j} + \left(\frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}\right)^2 \cdot \left(\frac{E_{n,n}}{M_{n,n}}\right) \cdot (W_n^{2,j} + W_n^{0,j}) - W_n^{1,j-1} \quad (33)$$

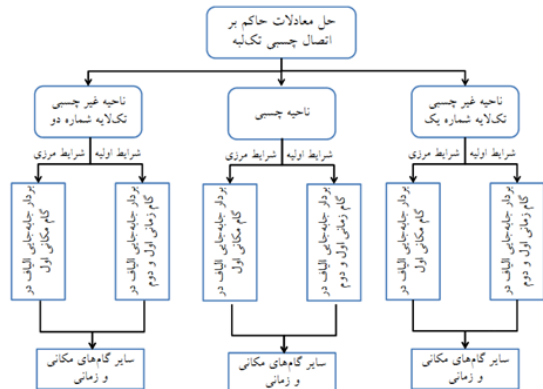
$$(1 \leq j \leq S_f) \quad (n < s \text{ یا } n > s + b - 1)$$

$$W_n^{1,j+1} = -\frac{(\Delta \tau)^2}{M_{n,n}} \sum_{k=1}^{2N} L_{n,k} \cdot W_k^{1,j} + 2\left(1 - \left(\frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}\right)^2 \cdot \left(\frac{E_{n,n}}{M_{n,n}}\right)\right) \cdot W_n^{1,j} + 2\left(\frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}\right)^2 \cdot \left(\frac{E_{n,n}}{M_{n,n}}\right) \cdot (W_n^{2,j} - W_n^{1,j-1}) \quad (34)$$

$$(1 \leq j \leq S_f) \quad (s \leq n \leq s + b - 1)$$

در جایی که S_f ، تعداد گام‌های زمانی می‌باشد.

با استفاده از رابطه‌های (۳۱) و (۳۲)، مقادیر جابه‌جایی در دو مرحله زمانی اول به دست می‌آید. برای محاسبه مقادیر جابه‌جایی از مرحله زمانی سوم به بعد، در صورتی که $i = 1$ باشد، از رابطه‌های (۳۳) و (۳۴) و در غیر این صورت، مقادیر جابه‌جایی الیاف از رابطه (۳۰) حاصل می‌شود. بردارهای جابه‌جایی ناحیه غیر چسبی تک‌لایه شماره یک و دو نیز مشابه روند ناحیه چسبی استخراج می‌گردد. در شکل ۶، فلوجارت حل مسئله اتصال چسبی تک‌لایه ترسیم شده است.



شکل ۶- فلوجارت حل مسئله اتصال چسبی تک‌لایه

۲-۶- محاسبه ضریب تمرکز تنش و تنش برشی

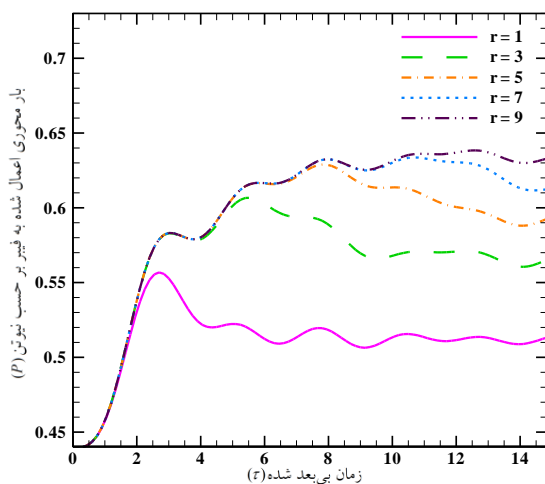
تمرکز تنش در مواد مرکب، به صورت نسبت بار در اولین فیبر سالم بعد از فیبرهای گسسته شده در محل ایجاد ناپیوستگی

جدول ۳- نتایج مربوط به تک‌لایه با گسستگی در وسط ورق

تعداد فیبر شکسته شده	ضریب تمرکز تنش دینامیکی	مقدار همگرا شده	ضریب تمرکز تنش استاتیکی [۱۱]	میزان اختلاف روش
۱	۱/۵۵	۱/۳۴	۱/۳۳	٪۰/۱۷۵
۳	۲/۰۶	۱/۸۲	۱/۸۳	٪۰/۵۴
۵	۲/۴۰	۲/۲۱	۲/۲۲	٪۰/۴۵
۷	۲/۷۷	۲/۵۳	۲/۵۵	٪۰/۱۷۸
۹	۳/۰۸	۲/۸۲	۲/۸۴	٪۰/۱۷۱

همان‌طور که از جدول ۳ مشخص است، مقادیر ضریب تمرکز تنش همگرا شده به‌میزان قابل توجهی با مقادیر ضریب تمرکز تنش استاتیکی استخراج شده از مرجع [۸] هم‌پوشانی دارد که این نتیجه تاییدی بر صحت روش عددی استفاده شده در این تحقیق می‌باشد. در شکل ۷، برای نشان دادن دقت حل، زمان بی‌بعد شده سی واحد در نظر گرفته شده است. از آن‌جا که در بعضی از شکل‌های رسم شده در بخش‌های بعد، اختلاف بین نمودارها ناچیز می‌باشد، لذا برای وضوح بیشتر در بقیه نمودارها، زمان بی‌بعد شده برابر پانزده واحد در نظر گرفته شده است.

در شکل ۸، نمودار بار محوری اعمال شده به الیاف نوک ترک (محل گسستگی) به‌ازای تعداد متفاوت الیاف گسسته شده برای حالتی که ناپیوستگی در وسط ناحیه چسبی ایجاد گردیده، نشان داده شده است.



شکل ۸- نمودار بار محوری اعمال شده به الیاف در اتصال برای حالت گسستگی در وسط ناحیه چسبی

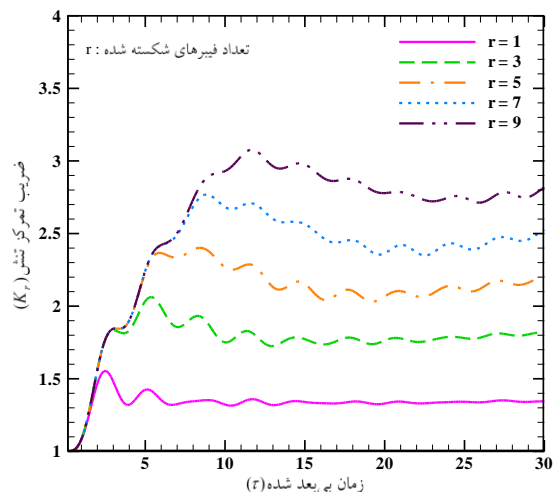
مربوط به این حالت بررسی شده است. در شکل ۷، نمودار ضریب تمرکز تنش بر حسب زمان برای حالتی که گسستگی الیاف از وسط تک‌لایه مرکب شروع شده، ترسیم گردیده است.

جدول ۱- خواص مکانیکی ماده مرکب و چسب استفاده شده [۴]

نوع ماده	ماده	مدول الاستیسیته (GPa)
فیبر	شیشه	۷۴
ماتریس	اپوکسی	۱/۲۸
چسب	فنولیک اپوکسی	۱/۱۱

جدول ۲- مشخصات هندسی ماده مرکب مورد نظر

مشخصات	اندازه
طول هر ورق	۲۵۰ میلی‌متر
طول ناحیه هم‌پوشانی	۵۰ میلی‌متر
ضخامت لایه	۰/۱ میلی‌متر
ضخامت چسب	۰/۱ میلی‌متر
عرض فیبر و ماتریس	۰/۱ میلی‌متر
تعداد الیاف موجود در هر تک‌لایه	۲۵ عدد
بار اعمال شده به هر چسب شونده	۱۰۰ نیوتن

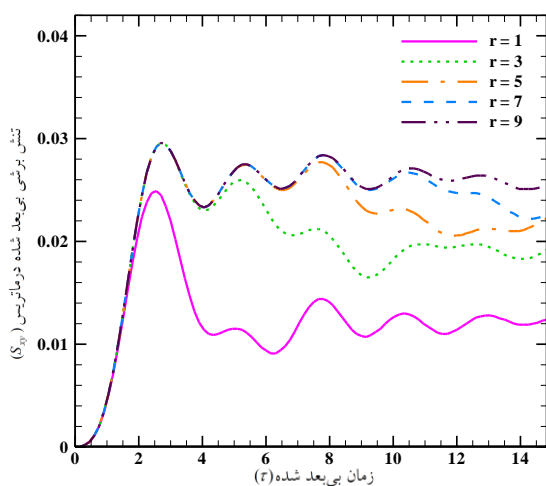


شکل ۷- نمودار ضریب تمرکز تنش بر حسب زمان در تک‌لایه، برای حالت گسستگی در وسط ورق

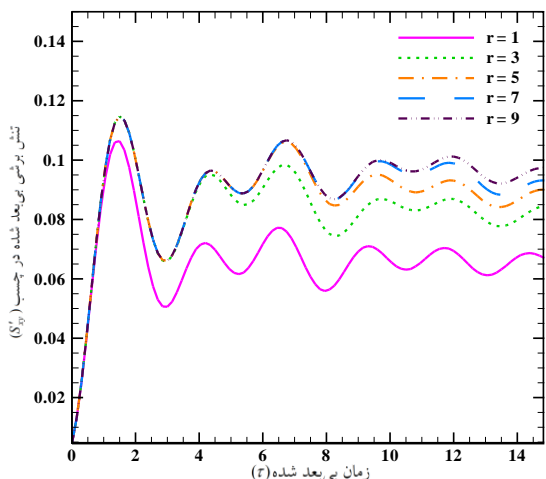
در جدول ۳، ضریب تمرکز تنش استاتیکی و دینامیکی (بیشینه مقدار ضریب تمرکز تنش) به‌دست آمده از شکل ۷ آورده شده است.

سازه وارد شود. با کاهش فاصله عددی بین مقادیر ضریب تمرکز تنش دینامیکی و استاتیکی، فراجشش دینامیکی برای اتصال چسبی نسبت به تک‌لایه مرکب نیز کاهش می‌یابد که نتایج جدول ۵ گویای این مسئله می‌باشد.

در شکل‌های ۹ و ۱۰، به ترتیب مقادیر تنش برشی بی‌بعد ایجاد شده در ماتریس و چسب به‌ازای تعداد متفاوت الیاف گسسته شده در مرکز ناحیه چسبی آورده شده است. با توجه به این دو شکل می‌توان دریافت که میزان تنش برشی در ماتریس و چسب، با افزایش تعداد الیاف گسسته شده افزایش می‌یابد.



شکل ۹- نمودار تنش برشی ایجاد شده در ماتریس موجود بین الیاف شماره یازده و دوازده



شکل ۱۰- نمودار تنش برشی ایجاد شده در چسب به‌ازای شکستن تعداد متفاوت الیاف

از نمودارهای به‌دست آمده مشخص است که با افزایش تعداد الیاف گسسته شده، بار محوری اعمال شده به الیاف و در نتیجه ضریب تمرکز تنش در اتصال چسبی نیز افزایش می‌یابد. در جدول ۴، مقادیر ماکزیمم بار اعمال شده به فیبر سالم موجود در نوک محل گسستگی برای تک‌لایه مرکب و اتصال چسبی آورده شده است.

جدول ۴- مقادیر ماکزیمم بار اعمال شده به الیاف موجود در نوک محل گسستگی تک‌لایه مرکب و اتصال چسبی

تعداد فیبر شکسته شده	فیبر نوک ترک در اتصال چسبی (N)	فیبر نوک ترک در مرکب (N)
۱	۰/۱۵۵۷	۶/۲۴۳
۳	۰/۶۰۷	۸/۲۴۹
۵	۰/۶۲۹	۹/۶۴۵
۷	۰/۶۳۷	۱۱/۰۸۲
۹	۰/۶۳۹	۱۲/۳۲۱

از نمودارهای موجود در شکل ۸ و مقادیر ماکزیمم بار محوری اعمال شده به الیاف موجود در تک‌لایه و اتصال چسبی که در جدول ۴ آورده شده است، می‌توان به این نتیجه رسید که در اتصال چسبی، درصد قابل توجهی از نیروی اعمال شده به فیبر توسط چسب جذب می‌شود که در نتیجه آن، مقدار بار محوری و مقدار ضریب تمرکز تنش در اتصال چسبی خیلی کمتر از ماده مرکب می‌باشد.

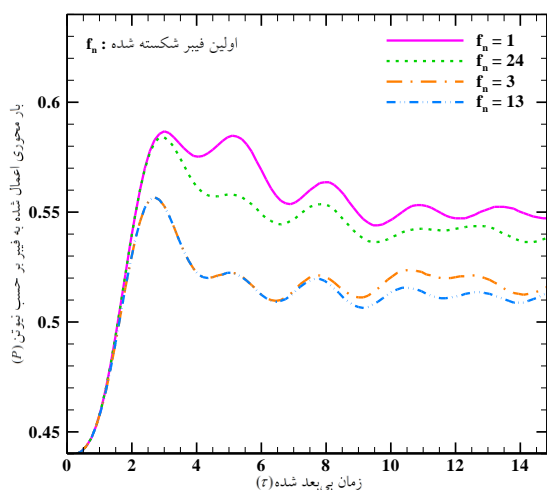
در جدول ۵، مقادیر فراجشش دینامیکی با استفاده از رابطه (۳۸) برای سه مورد شکستگی فیبر در تک‌لایه و اتصال چسبی آورده شده و مقادیر آن‌ها با هم مقایسه گردیده است.

جدول ۵- مقادیر فراجشش دینامیکی در تک‌لایه و اتصال

تعداد فیبر شکسته شده	مقدار فراجشش دینامیکی در تک‌لایه	مقدار فراجشش دینامیکی در اتصال چسبی
۱	۱/۱۵۶	۱/۰۸۹
۳	۱/۱۳۳	۱/۰۷۷
۵	۱/۰۸۹	۱/۰۷۱

از مقادیر به‌دست آمده از جدول ۵ مشخص است که میزان فراجشش دینامیکی در تک‌لایه نسبت به اتصال چسبی بیشتر می‌باشد. با توجه به این‌که در اتصال یک لایه چسبی وجود دارد، انتظار می‌رود که با شکستگی الیاف شوک کمتری به

میزان بار اعمالی به الیاف در مرکز ورق جایی که نقطه شروع شکستگی فیبر شماره سیزده است، می‌باشد. نکته دیگری که از مقادیر جدول ۶ به دست آمده، این است که توزیع بار و ضریب تمرکز تنش برای حالتی که شروع شکستگی در الیاف دور از لبه و نزدیک به وسط ورق است، تغییرات کمی دارد و دارای مقادیر تقریباً برابری می‌باشد. بیشترین مقدار شوک ایجاد شده در اثر گسستگی، در فیبر کناری الیاف شکسته شده می‌باشد که در این جا به علت شکستگی فیبر وسط تک لایه شماره یک، ماکزیمم مقدار بار محوری و شوک به فیبر چهاردهم وارد می‌شود.



شکل ۱۲- نمودار نحوه توزیع بار بر حسب زمان در اتصال چسبی، برای حالت شروع محل گسستگی در الیاف متفاوت

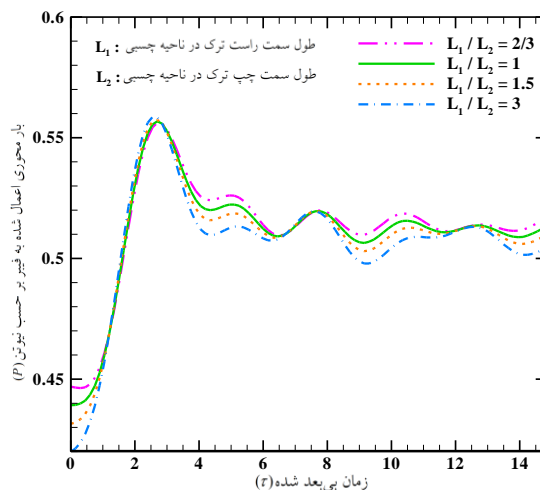
جدول ۶- مقادیر ماکزیمم بار محوری اعمال شده به

الیاف در اثر جابه‌جایی محل شروع گسستگی

اولین فیبر شکسته شده	ماکزیمم بار اعمال شده (N)
۱	۰/۵۸۷
۲۴	۰/۵۸۴
۳	۰/۵۵۷
۱۳	۰/۵۵۷

در شکل ۱۳، فیبر شماره سیزده در وسط ناحیه چسبی شکسته فرض شده است و هدف، بررسی بار اعمال شده به چند مورد فیبر در همان مختصات طولی می‌باشد. هنگامی که یک فیبر شکسته می‌شود، بیشترین بار اعمال شده به فیبر کناری فیبر شکسته شده (نوک محل گسستگی) وارد می‌شود

در شکل ۱۱، نمودار بار محوری اعمال شده به الیاف نوک ترک بر حسب زمان، به‌ازای جابه‌جایی محل گسستگی در راستای طولی بررسی شده است. لازم به‌ذکر است که در این حالت، یک عدد فیبر شکسته شده فرض گردیده و محل آن در وسط اتصال می‌باشد.



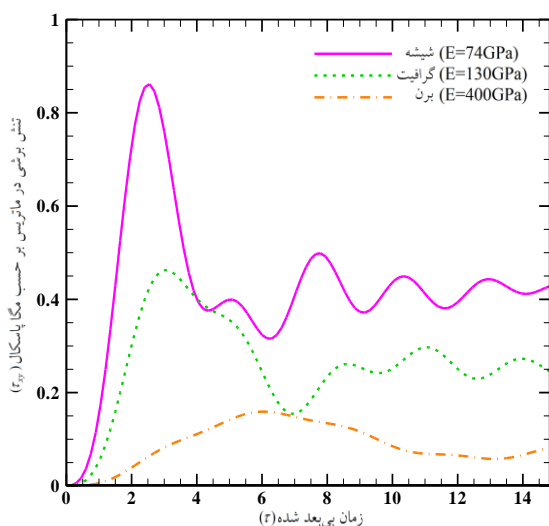
شکل ۱۱- نمودار بار محوری اعمال شده به الیاف بر حسب زمان به‌ازای جابه‌جایی طولی محل گسستگی

همان‌طور که مشخص است، هر اندازه محل گسستگی الیاف به سمت لبه نزدیک‌تر شود، با توجه به دورتر شدن آن از لبه اعمال بار، ناحیه چسبی بیشتری الیاف را احاطه می‌کند. به همین دلیل، قسمت اعظم بار اعمال شده توسط چسب جذب شده و در نتیجه میزان بار محوری و همچنین ضریب تمرکز تنش کمتر خواهد شد.

هدف از این بخش، بررسی تأثیر جابه‌جایی محل شروع گسستگی در راستای عمود بر الیاف می‌باشد. در شکل ۱۲، نمودار توزیع بار محوری در الیاف برای چهار نقطه شروع گسستگی متفاوت آورده شده است. در جدول ۶، مقادیر ماکزیمم بار محوری اعمال شده به الیاف نوک ترک برای چهار نقطه شروع متفاوت آورده شده است. لازم به‌ذکر است که تعداد الیاف شکسته شده یک عدد و محل شکستگی (از لحاظ طولی) در وسط ناحیه چسبی در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشخص است، هر چه محل شروع گسستگی به سمت لبه بالا و پایین جابه‌جا شود، میزان بار اعمال شده و در نتیجه ضریب تمرکز تنش نیز افزایش می‌یابد. کمترین

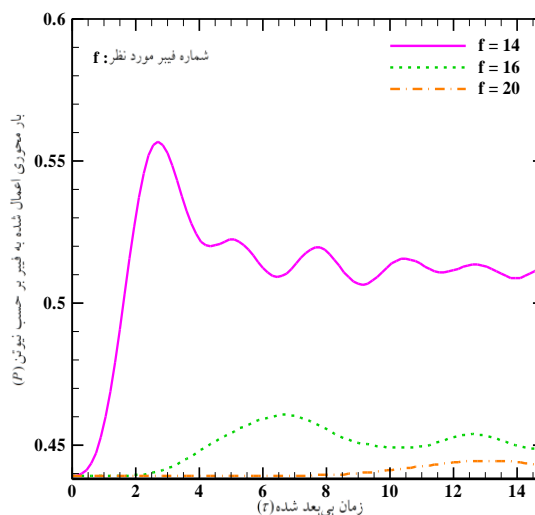
تأثیر تغییر جنس الیاف بر تنش برشی موجود در ماتریس و چسب، به ترتیب در شکل ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. در این شکل‌ها، تنش برشی بر حسب زمان برای سه نوع فیبر از جنس شیشه، گرافیت و برن ترسیم گردیده است. در همه حالت‌ها، تعداد الیاف شکسته شده یک عدد و محل گسستگی در مرکز ناحیه چسبی و در فیبر شماره سیزده می‌باشد. همان‌طور که مشخص است، با افزایش مدول الیاف مدول الاستیسیته کلی سازه افزایش پیدا می‌کند و تنش برشی در چسب و ماتریس نیز کاهش می‌یابد.

هدف از این بخش، بررسی تأثیر تغییر مقدار ضخامت لایه چسبی در تنش برشی ایجاد شده در چسب می‌باشد. در شکل ۱۶، نمودار تنش برشی در چسب بر حسب زمان برای سه ضخامت متفاوت لایه چسبی با مقادیر ۰/۰۸، ۰/۱ و ۰/۱۲ میلی‌متر نشان داده شده است. با توجه به رابطه (۱) مشخص است که بین میزان تنش برشی در چسب و ضخامت لایه چسبی رابطه عکس برقرار می‌باشد. انتظار می‌رود که با افزایش ضخامت این لایه، میزان تنش برشی ایجاد شده در چسب کاهش یابد که شکل ۱۶ این تغییرات را به خوبی نشان می‌دهد.



شکل ۱۴- نمودار تأثیر تغییر جنس الیاف در تنش برشی بر حسب زمان در ماتریس

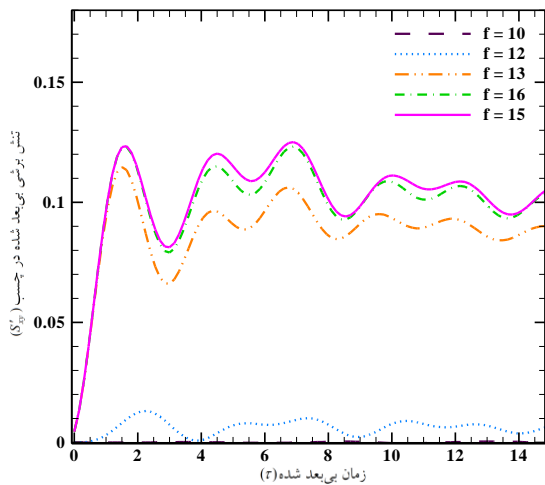
و به همین ترتیب، هر چه فیبر از محل گسستگی دورتر باشد، بار کمتری به آن وارد می‌گردد. همان‌طور که انتظار می‌رود، بیشترین بار اعمال شده به نزدیک‌ترین فیبر به محل گسستگی یعنی فیبر چهاردهم می‌باشد و هر چه از فیبر شماره سیزده فاصله گرفته شود، تأثیرات کمتری در بار اعمال شده به آن دیده می‌شود. در جدول ۷، مقادیر ماکزیمم بار محوری اعمال شده به الیاف مورد نظر و فراجشش دینامیکی مربوط به آن‌ها، به‌ازای شکستگی فیبر شماره سیزده (فیبر وسط ناحیه چسبی) آورده شده است. از مقادیر موجود در جدول مشخص است که هر قدر از فیبر شکسته شده فاصله گرفته شود، میزان شوک اولیه (ماکزیمم مقدار بار اعمال شده) وارد به فیبر مورد نظر و در نتیجه فراجشش دینامیکی در آن نیز کاهش می‌یابد.



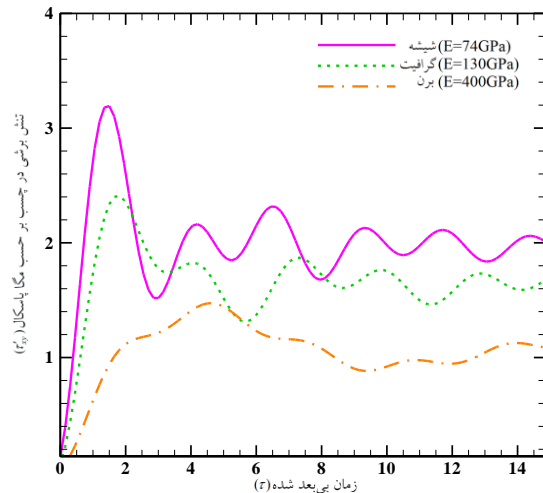
شکل ۱۳- نمودار نحوه توزیع بار بر حسب زمان در سه مورد فیبر، برای شکستگی فیبر شماره سیزده در وسط ورق

جدول ۷- مقادیر ماکزیمم بار محوری اعمال شده به الیاف مورد نظر

شماره فیبر مورد نظر	ماکزیمم بار اعمال شده (N)	فراجشش دینامیکی
۱۴	۰/۵۵۷	۱/۰۸۵
۱۶	۰/۴۶۱	۱/۰۲۶
۲۰	۰/۴۴۵	۱/۰۰۴



شکل ۱۷- نمودار تغییرات تنش برشی ایجاد شده در چسب در اثر جابه‌جایی محل محاسبه آن



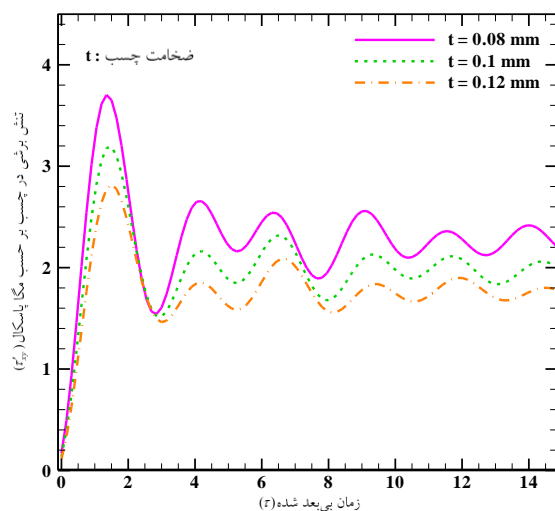
شکل ۱۵- نمودار تاثیر تغییر جنس الیاف در تنش برشی بر حسب زمان در چسب

شروع گسستگی از فیبر شماره سیزده می‌باشد و f ، بیان‌گر شماره فیبری از تک‌لایه شماره یک بوده که تنش برشی در زیر آن محاسبه گردیده است. از نمودارهای به‌دست آمده از شکل ۱۷ می‌توان دریافت که در ناحیه زیر الیاف سالم دور از ترک (گسستگی الیاف)، مقادیر تنش برشی ایجاد شده در لایه چسبی، نسبت به ناحیه زیر الیاف گسسته شده ناچیز می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، توزیع تنش گذرای ناشی از شکسته شدن الیاف در اتصال چسبی تک‌لایه بررسی شده است. نتایج حاصل از این تحقیق به‌صورت زیر به‌دست آمد:

- از نمودارهای به‌دست آمده از بخش نتایج می‌توان دریافت که اثر دینامیکی شکست الیاف بر تمرکز تنش و توزیع بار ایجاد شده در ماده مرکب قابل ملاحظه می‌باشد.
- با افزایش تعداد الیاف گسسته شده، بار محوری اعمال شده به الیاف و در نتیجه ضریب تمرکز تنش نیز افزایش می‌یابد.
- در یک اتصال چسبی، درصد قابل توجهی از نیروی اعمال شده به فیبر توسط چسب جذب می‌شود که در نتیجه آن، مقدار بار محوری و مقدار ضریب تمرکز تنش در اتصال چسبی خیلی کمتر از ماده مرکب می‌باشد.



شکل ۱۶- نمودار تاثیر تغییر ضخامت لایه چسبی بر تنش برشی ایجاد شده در چسب

در بخش‌های گذشته، برای محاسبه تنش برشی ایجاد شده در چسب، از رابطه (۳۷) استفاده شده است. حال هدف از این بخش، بررسی مقادیر تنش برشی ایجاد شده در چسب به‌ازای جابه‌جایی محل محاسبه آن در زیر ترک (محل ناپیوستگی الیاف) و ناحیه دور از ترک می‌باشد. در شکل ۱۷، یک اتصال از جنس مواد مرکب با گسستگی ایجاد شده در مرکز ناحیه چسبی برای پنج فیبر شکسته نشان داده شده است.

- [2] Nedele MR, Wisnom MR (1994) Stress concentration factors around a broken fiber in a unidirectional carbon fiber-reinforced epoxy. *Institute of Structures and Design* 25(2): 549–557.
- [۳] رجبی ا، رحیمی ف، بخشنده ک (۱۳۸۵) اثرات تمرکز تنش در اتصالات چسبی یک‌لبه کامپوزیتی. چهاردهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان.
- [4] Wang ZY, Wang L, Deng H, Tong JW, Aymerich F (2009) An investigation on strain/stress distribution around the overlap end of laminated composite single-lap joints. *Composite Structures* 89(3): 589–595.
- [5] Beylergil B, Cunedioğlu Y, Aktas A (2011) Experimental and numerical analysis of single lap composite joints with inter-adherend fibers. *Composite Part B* 42: 1885–1896.
- [۶] موسوی تبار ه (۱۳۸۸) تحلیل تنش اتصالات چسبی کامپوزیتی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- [۷] دانیالی م (۱۳۹۰) بررسی تمرکز تنش ناشی از وجود ترک در اتصالات مواد مرکب. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- [8] Hedgepeth JM (1961) Stress concentration in a filamentary structures. TND-882.
- [۹] میرشکاری ع (۱۳۸۸) پاسخ گذرای توزیع تنش در چند لایه مرکب سه‌بعدی تحت ترک. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- [10] Chapra SC, Canale RP (2010) Numerical method of engineering. 6th ed. McGraw-Hill, New York.
- [11] Logan DL (2007) A first course in the finite element method. 4th ed. Thomson, University of Wisconsin-platteville.
- هر اندازه محل گسستگی الیاف به سمت لبه نزدیک‌تر شود، با توجه به دورتر شدن آن از لبه اعمال بار، ناحیه چسبی بیشتری الیاف را احاطه می‌کند. به همین دلیل، قسمت اعظم بار اعمال شده توسط چسب جذب شده و در نتیجه میزان بار محوری و همچنین ضریب تمرکز تنش کمتر خواهد شد.
 - هر چه محل شروع گسستگی به سمت لبه بالا و لبه پایین جابه‌جا شود، میزان بار اعمال شده و در نتیجه ضریب تمرکز تنش نیز افزایش می‌یابد. کمترین میزان بار اعمالی به الیاف در مرکز ورق جایی‌که نقطه شروع شکستگی فیبر شماره سیزده است، می‌باشد.
 - هنگامی‌که یک فیبر شکسته می‌شود، بیشترین بار اعمال شده، به فیبر کناری فیبر شکسته شده (نوک محل گسستگی) وارد می‌شود و به همین ترتیب، هر چه فیبر از محل گسستگی دورتر باشد، بار کمتری به آن وارد می‌گردد.
 - میزان تنش برشی ایجاد شده در ماتریس و چسب با افزایش مدول الاستیسیته الیاف کاهش می‌یابد، به گونه‌ای‌که ماکزیمم تنش برشی با الیاف از جنس شیشه ($E = 74 \text{ GPa}$) و گرافیت ($E = 130 \text{ GPa}$)، به ترتیب برای ماتریس ۰/۸۶۱ و ۰/۴۶۳ و برای چسب ۳/۱۹۲ و ۲/۴۰۹ مگا پاسکال می‌باشد.
 - بیشترین میزان تنش برشی در چسب، زیر فیبر وسط الیاف شکسته شده (در این مثال فیبر شماره پانزده) ایجاد می‌شود و هر قدر از این فیبر فاصله گرفته شود، میزان تنش برشی زیر آن نیز کاهش می‌یابد.

مراجع

- [۱] محسنی شکیب س م (۱۳۸۹) مکانیک سازه‌های مرکب. تهران، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، موسسه چاپ و انتشارات.