



شبیه‌سازی دو بعدی جریان آرام حول چهار سیلندر استوانه‌ای دو درجه آزادی در چیدمان مستطیلی با استفاده از روش گردابه تصادفی - المان مرزی

محسن دزفولی^۱، امین حقیقی پشتیری^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران
^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران
یادداشت پژوهشی، تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۰۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۰۵

چکیده

ارتعاش القاشده توسط جریان از عوامل مؤثر تخریب مکانیکی سازه‌هایی است که در معرض جریان سیال قرار دارند. در این مطالعه با روش گردابه تصادفی-المان مرزی، جریان آرام (رینولدز ۲۰۰) دوبعدی، حول چهار سیلندر استوانه‌ای یک و دو درجه آزادی در چیدمان مستطیلی، شبیه‌سازی و ضرایب نیروهای هیدرودینامیکی، خطوط جریان و جابجایی سیلندرها رسم شده است. میدان چرخشی به تعدادی گردابه عددی منفصل و تغییرات آن در هر گام زمانی، با تعقیب گردابه‌ها در دیدگاه لاگرانژی، تحت اثر دو مکانیزم جابجایی و نفوذ، همچنین ارضای شرط مرزی سرعت صفر روی جدار هندسه، با خلق گردابه‌ی صفحه‌ای صورت می‌گیرد. سیلندر متحرک با سیستم جرم، فنر و دمپر مدل‌سازی شده است. نتایج نشان داد، تغییرات متوسط ضریب پسی سیلندر یک و دو درجه آزادی نسبت به سیلندر ساکن به ترتیب ۰/۸۴ و ۰/۹۷ برابر است. دامنه‌ی ارتعاش سیلندره‌ای عقبی از سیلندره‌ای جلویی کمتر بود. دامنه‌ی عرضی نوسان، سه برابر دامنه طولی مشاهده شد. بیشینه دامنه‌ی عرضی ارتعاش سیلندره‌ای یک درجه آزادی ۱/۵۱ برابر سیلندره‌ای دو درجه آزادی بدست آمد. مقایسه حل جریان حول تک سیلندر با بکارگیری روش المان مرزی (عدم احتیاج به نگاشت هم‌مدیس یا در نظر گرفتن تصاویر گردابه‌ها) با نرم‌افزار آنسیس-فلونت ۲۵٪ کاهش زمانی و ۲/۳٪ افزایش دقت محاسبات را نشان داد.

کلمات کلیدی: ارتعاش القاشده توسط جریان؛ گردابه تصادفی؛ المان مرزی؛ چهار سیلندر استوانه‌ای؛ جریان آرام.

Two-dimensional simulation of laminar flow around four two-degree-of-freedom cylindrical cylinders in a rectangular arrangement using random vortex-boundary element method

Mohsen Dezfouli¹, Amin Poshtiri Haghighi^{2*}

¹ PhD student, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

² Assoc., Prof., Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

Abstract

Flow-induced vibration is the effective factor in mechanical destruction of structures that are exposed to fluid flow. In this study, random vortex-boundary element methods (RVM-BEM), is used to simulate two-dimensional laminar fluid flow around four one/two-degrees-of-freedom cylindrical cylinders in a rectangular arrangement. Hydrodynamic force coefficients, streamlines and cylinder displacements were plotted. The vorticity distribution is separated into blob-vortexes and its changes are studied by tracking these vortexes in the Lagrangian approach by considering two mechanisms of convection and diffusion in each time step. Satisfying no-slip boundary condition, vortex sheets were created on boundary. The cylinder vibrations were modeled as a system of mass, spring, and damper. The results showed that for 1 and 2DoF compared to the stationary cylinder, the average drag coefficient changes are 0.84 and 0.97, respectively. The rear cylinders vibrations amplitude were less than in the front cylinders. The y-amplitude was three times larger than x-amplitude. The maximum x-amplitude vibration of 1DoF cylinders was 1.51 times larger than 2DoF ones. Solving flow over 2DoF single cylinder by BEM (no need for homodis mapping or considering the vortex images) with a similar solution in Ansys-Fluent software, showed 25% reduction in runtime and 2.3% increase in calculations accuracy.

Keywords: flow-induced vibration; Random vortex; boundary element; four cylindrical cylinders; laminar flow.

* نویسنده مسئول؛ امین حقیقی پشتیری، تلفن: ۰۴۶-۶۰۸۵-۳۳۶۹۱-۱۳-۹۸؛ فکس: ۰۲۷۱-۳۳۶۹۰-۱۳-۹۸

آدرس پست الکترونیک: haghighi_p@guilan.ac.ir

۱- مقدمه

ارتعاش القاشده توسط جریان یکی از عوامل مؤثر در تخریب مکانیکی و کاهش عمر سازه‌های مهندسی مانند سکوها‌ی نفت و گاز ساحلی، دودکش‌های بلند، خطوط انتقال نیرو، ایرفویل‌ها و مبدل‌های حرارتی است که در معرض جریان سیال هستند. ارتعاشات ناشی از جریان که از سال ۱۹۶۰ مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته، مسئله‌ای از نوع برهم-کنش سازه و سیال یا ارتعاش سازه به واسطه عبور جریان سیال از اطراف آن است. در جریان حول جسم‌های غیر باریک ۱ مانند رایزرهای دریایی، در محدوده‌ای از اعداد رینولدز (جریان مادون صوت)، سازه‌ها تولید گردابه می‌کنند. خیابان گردابه‌ها بدون در نظر گرفتن شکل سازه بسیار شبیه به هم هستند. هنگامی-که گردابه‌ها ابتدا از یک طرف سازه و سپس از طرف دیگر آن تولید می‌شوند، به سطح سازه فشار وارد می‌کنند. این فشار نوسانی باعث ارتعاش سازه‌های الاستیکی می‌شود. ریزش نامتقارن گردابه‌ها پشت جسم منجر به اعمال نیروهای هیدرودینامیکی متناوب به رایزر و در نتیجه ارتعاش ناشی از گردابه می‌شود. زمانی که بسامد ریزش گردابه نزدیک بسامد طبیعی سازه باشد، ارتعاش عرضی استوانه شدیدتر شده و منجر به پدیده همگامی ۲ یا قفل شدن ۳ می‌شود. تولید گردابه در اطراف یک سیلندر استوانه‌ای با سطح صاف در یک جریان آزاد مادون صوت بستگی به عدد رینولدز دارد.

ارتعاش ناشی از جریان، روش‌های شبیه‌سازی، تعداد، آرایش، هندسه و فاصله‌ی سیلندرها، رژیم‌های جریان و محدوده اعداد رینولدز، بدست‌آوردن مشخصه‌ها و الگوهای پارامترهای مختلف جریان، میزان و نرخ انتقال حرارت و اعداد بی‌بعد مرتبط همچون عدد استروهل و ناسلت، استحصال انرژی، درجات آزادی سیلندرها، روش‌های افزایش، مهار یا کاهش ارتعاشات، منتج به مطالعات آزمایشگاهی و عددی زیادی در این حوزه شده است. خلاصه‌ای از رژیم‌های جریان بر اساس عدد رینولدز برای تولید گردابه حول سیلندر استوانه‌ای صاف توسط لینهارد [۱] در سال ۱۹۶۶ طبقه‌بندی شده است. چورین [۲] در سال ۱۹۷۸ با انجام تحقیقات مختلف در خصوص روش گردابه‌تصادفی، جریان لایه‌مرزی روی صفحه

تخت را با حل معادلات ناویر-استوکس در حالت گذرا (معادله پواسون و معادله انتقال میدان چرخشی) شبیه‌سازی نمود. در سال ۱۹۸۵ ایشان روش گام تصادفی را برای تحلیل نفوذ و تکمیل روش گردابه‌ای ارائه نمود [۳]. به‌منظور شبیه‌سازی نفوذ، بر اساس لزجت سیال، به ذرات و المان‌های گردابه‌ای، جابجایی تصادفی داده شد. این روش محدودیت‌هایی نظیر هندسه‌های ساده را داشت، در سال ۱۹۸۷ قراخانی و قونیم [۴] روشی را پایه‌گذاری نمودند که بر اساس آن هندسه‌های پیچیده توسط یک نگاشت هم‌دیس به هندسه‌های ساده‌تر در فضای محاسباتی انتقال یافته و پس از حل در هر گام زمانی، جواب‌ها به هندسه اصلی دوباره منتقل می‌گشت. در سال ۱۹۹۹، ژائو و همکاران [۵] جریان یکنواخت حول استوانه‌ی یک درجه آزادی در رینولدز ۲۰۰ پرداخته و از روش گردابه‌ای با در نظر گرفتن گردابه در المان به‌همراه روش تفاضل محدود برای حل معادله نفوذ چرخش بهره بردند. حرکت سیلندر با سیستم جرم، فنر و دمپر مدل شد. ایشان نشان دادند، عامل سیکل محدود نوسان، حتی وقتی که فرکانس طبیعی سیستم نزدیک فرکانس تولید گردابه باشد، دمپینگ سیال است و در شرایط مشخص جریان و سازه، دامنه نوسان سیلندر می‌تواند تا $0.57D$ باشد. تحقیقاتی توسط دلفانی و حیدری‌نژاد [۶] در سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۴ در مورد تحلیل جریان در هندسه‌های پیچیده با تلفیق دو روش گردابه‌تصادفی و المان‌مرزی انجام شد. نقطه عطف کار ایشان، یافتن پروفیل فشار و نیروی پسا و برآ بدون مش‌بندی است. جدیدی و حیدری‌نژاد [۷] در ۲۰۰۷ شبیه‌سازی جریان دوبعدی گذرا حول تک سیلندر استوانه‌ای یک درجه آزادی با قابلیت چرخش حول محور را با روش گردابه‌تصادفی-المان‌مرزی-ترکیب المان‌ها به‌منظور کاهش حجم و زمان محاسبات انجام دادند و دقت و بازدهی روش ترکیبی را در هندسه‌هایی چون حفره و مربع در رینولدزهای متوسط و بالا ارائه نمودند. در سال ۲۰۰۹ شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان حول تک‌استوانه ساکن با روش گردابه‌تصادفی توسط غیاثی و حیدری‌نژاد [۸] صورت گرفت. دزفولی و قدیری [۹] در سال ۲۰۱۱ با روش گردابه‌تصادفی و المان‌مرزی، شبیه‌سازی ارتعاش ناشی از جریان را برای دو

³ Lock-in¹ Blof bodies² Hysteresis

گردابه تصادفی در رینولدز 140000 شبیه‌سازی نموده و برای حذف ناحیه گردابی و کاهش نیروهای وارد بر استوانه از چاه در نقاط مختلف استوانه استفاده نمودند تا جریان اطراف استوانه به صورت خط جریانی شده و در ظاهر به جریان پتانسیل شبیه گردد. در سال 2018 دزفولی و همکاران [۱۵] و [۱۶] ارتفاعات ناشی از جریان را حول یک و دو سیلندر یک درجه آزادی در آرایش عرضی با روش تلفیقی گردابه تصادفی و المان مرزی شبیه‌سازی کردند. نتایج هر دو پژوهش تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی و دیگر نتایج عددی معتبر داشت. در سال 2020 ، فان استاک و قراخانی [۱۷] بر اساس معادلات انتقال ورتیسسته برای شبیه‌سازی جریان تراکم ناپذیر ناپایدار در هندسه‌های پیچیده ارائه دادند که از یک روش تفاضل محدود مرتبه بالا برای پیش‌بینی جریان در ناحیه نزدیک مرز و از روش لاگرانژی ذرات گردابه‌ای (LVPD) برای ناحیه داخلی استفاده می‌نمود و جریان در حفره دوبعدی و اطراف یک سیلندر چرخان در رینولدز 1000 را شبیه‌سازی و ایده‌های جدید برای توسعه یک رابط کاربری سخت‌افزاری گرافیکی کارآمد و سبک (GUI)، و همچنین رویکردهای جدید برای محاسبه بهینه شتاب و سرعت مورد بحث قرار گرفت. در سال 2021 ، جین و همکاران [۱۸] جریان دوبعدی پشت یک جسم دلخواه را با یک روش مرزی جدید که در روش گردابه گسسته گنجانده شده، شبیه‌سازی نمودند تا مشکل نشت گردابه‌ها به بدنه را برطرف کنند. برای جبران توان گردابه‌های از دست رفته، گردابه‌های خارج از بدنه با همان ویژگی‌ها با استفاده از قضیه دایره و انحنا سطح، تولید شد. برای تأیید نتایج، جریان سیال را روی مقاطع مختلف مانند ایرفویل، بیضی و سیلندر شبیه‌سازی کردند که تطابق خوبی با داده‌های تجربی داشت. در سال 2021 ویژگی‌ها و ناپایداری جریان در اعداد رینولدز 65 تا 300 در اطراف چهار استوانه با اشکال مختلف در آرایش مربع با استفاده از روش عددی گردابه در سلول و روش حجم کنترل توسط انگوین و همکاران [۱۹] مورد بررسی قرار گرفت و الگوهای جریان در نه شیوه طبقه‌بندی شدند. الگوهای جریان به شدت به هندسه استوانه مانند مثلث متساوی الاضلاع، مربع، شش‌ضلعی منظم و دایره بستگی دارد. در سیلندر مثلثی، ریزش گردابه‌ها به طور هم‌زمان از سیلندرها اتفاق افتاده و در سیلندره‌های استوانه‌ای و مربع‌هایی که 45

سیلندر استوانه‌ای یک درجه آزادی در آرایش‌های مختلف بکار بردند و ضرایب نیروهای هیدرودینامیکی و مشخصات جریان را با دقت بالا نسبت به داده‌های آزمایشگاهی محاسبه نمودند. در سال 2011 ، ژائو و چنگ [۱۰] ارتفاعات القاشده توسط گردابه را برای استوانه‌ای دو درجه آزادی نزدیک صفحه‌ی مرزی مورد مطالعه قرار دادند. معادلات ناویر استوکس رینولدز متوسط با روش ALE حل می‌شوند و برای مدل‌سازی جریان آشفته از مدل $k-\omega$ استفاده شده است. نسبت جرمی $2/6$ ، نسبت فاصله (فاصله میان سیلندر و صفحه به قطر سیلندر) $0/3$ و $0/2$ ، محدوده‌ی سرعت کاهیده $15-1$ و عدد رینولدز $15000-$ 1000 است. ایشان دریافتند، ارتعاش القاشده توسط گردابه حتی در نسبت فاصله $0/2$ هم اتفاق می‌افتد، اگرچه تحقیقات گزارش شده نشان می‌داد که تولید گردابه پشت سیلندر استوانه‌ای ساکن در نسبت فاصله‌های کوچک ($0/2$ یا $0/3$) خنثی می‌شود. زابلی و ظفرمند [۱۱] در سال 2012 با استفاده از روش گردابه تصادفی جریان روی یک، دو و سه استوانه در رینولدز 140000 مورد بررسی قرار داده و میدان سرعت لحظه‌ای و متوسط را با نمایش خطوط جریان و محاسبه عدد استروهمال ارائه نمودند. ایشان برای ارضای سرعت عمودی صفر روی دیواره از قرار دادن چشمه و چاه روی جسم استفاده نمودند. ژائو و چنگ در سال 2014 [۱۲] ارتفاعات القاشده توسط گردابه را برای سیلندر استوانه‌ای یک درجه آزادی (ارتفاع در جهت عرض جریان) با طول محدود در جریان یکنواخت، بر اثر سر آزاد روی واکنش سیلندر تمرکز و معادلات ناویر استوکس با روش پترو-گالرکین المان محدود 2 حل نمودند. نسبت جرمی را 2 ، عدد رینولدز 300 و نسبت طول به قطر سیلندر، 1 ، $2/5$ ، 10 و 20 در نظر گرفته و دریافتند گردابه‌ی تولیدشده پشت سیلندر ساکن در $2 < \frac{l}{D}$ متوقف می‌شود، در صورتی که اگر سیلندر مرتعش باشد، در 2 و $1 = \frac{l}{D}$ ارتفاعات القاشده توسط گردابه اتفاق می‌افتد. در سال 2014 نوری و ظفرمند [۱۳] جریان آرام و آشفته در یک کانال واگرا را با استفاده از روش گردابه تصادفی شبیه‌سازی نموده و به بررسی تأثیر زاویه‌ی واگرایی و عدد رینولدز بر جریان برگشتی درون کانال پرداختند. نتایج حل ایشان با خروجی نرم‌افزار فلونت تطابق خوبی نشان داد. ظفرمند و همکاران [۱۴] در سال 2016 حل عددی استوانه دارای مکش را با روش

² Petrov-Galerkin finite element¹ Arbitrary Lagrangian-Eulerian

بوده، درحالی‌که حل مشابه در نرم‌افزار تجاری انسیس-فلوئنت با مدل آشفتگی DES، ۲۰ ساعت به طول انجامید.

در سازه‌های دریایی و مبدل‌های حرارتی به‌ویژه مبدل-های پوسته-لوله‌ای تعدادی سیلندر در معرض جریان قرار دارد. شناخت الگوی جریان در چنین حالتی و پیش‌بینی نیروهای هیدرودینامیکی، بیشینه دامنه نوسان سیلندرها بسیار مهم بوده و لازم است، در طراحی لحاظ شود. با توجه به این‌که مرور مراجع اشاره‌شده نشان می‌دهد، ارتعاش القاشده توسط جریان برای چند سیلندر دو درجه آزادی که به ماهیت فیزیک واقعی مسئله نزدیک‌تر است، در آرایش‌های مختلف صورت نگرفته؛ بنابراین نیاز به بررسی و توسعه یک روش عددی جهت تحلیل جریان در رژیم‌های جریان و هندسه‌های پیچیده‌تر (آرایش‌های مرسوم و کاربردی در سازه‌ها و مبدل‌ها) با دقت بالا وجود دارد و روش تلفیقی گردابه‌تصادفی-المان مرزی، توانمندی لازم را در محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی با دقت بالاتر، خطای محاسبات کمتر، زمان حل کوتاه‌تر داشته و علاوه بر شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده، از زمان محاسبات به‌دلیل عدم به‌کارگیری تصاویر گردابه‌ها و عدم احتیاج به نگاهت همدیس کاسته و می‌تواند تمام هندسه‌ها را مورد ارزیابی قرار دهد [۹]. در این راستا، در پژوهش حاضر، اولین مطالعه‌ای است که از روش تلفیقی گردابه‌تصادفی و المان مرزی برای شبیه‌سازی ارتعاشات ناشی از جریان گذرا (برهم‌کنش سازه و سیال به‌صورت کاملاً کوپل) برای چهار سیلندر ساکن، یک و دو درجه آزادی در آرایش مستطیلی استفاده می‌کند که همراه با یک کد عددی به زبان فرترن است که باید توسعه داده شود؛ بنابراین نوآوری-های کار حاضر عبارتند از:

- شبیه‌سازی ارتعاش ناشی از جریان برای چهار سیلندر استوانه‌ای یک و دو درجه آزادی در آرایش مستطیلی با استفاده از روش تلفیقی گردابه‌تصادفی-المان مرزی
- محاسبه و مقایسه ضرایب برآ و پسا برای چهار سیلندر دو درجه آزادی در آرایش مستطیلی

۲- شرح مسئله

مطابق شکل ۱ چهار سیلندر استوانه‌ای دو درجه آزادی در چیدمان مستطیلی با طول چهار و عرض دو برابر قطر سیلندرها در رینولدز ۲۰۰ شبیه‌سازی و در بخش نتایج، ضرایب نیروهای

درجه چرخیده‌اند، نوسانات ضرایب پسا و برآ از بزرگی بیشتری برخوردار است. کمترین فرکانس ریزش گردابه در سیلندرهایی مثلثی و مربعی چرخیده نشده مشاهده شد که در آن‌ها خستگی دسته سیلندرها بسیار قابل توجه است. در سال ۲۰۲۲ گومز و همکاران [۲۰]، ارتعاش ناشی از جریان را برای چهار سیلندر استوانه‌ای یک و دو درجه آزادی در رینولدز ۱۵۰ برای زاویه حمله صفر تا ۴۵ درجه با روش مرز غوطه‌ور متحرک بررسی نموده و دریافتند با تغییر زاویه حمله در حالت دو درجه آزادی، متوسط ضریب پسا ۱۰٪ و بیشینه دامنه‌ی نوسان طولی تا ۳۷٪ افزایش می‌یابد. در سال ۲۰۲۲ گو و همکاران [۲۱] اثر عدد رینولدز بر ارتعاشات ناشی از گردابه در جریان‌های با رینولدز کم و متوسط را با روش حجم‌کنترل بررسی نمودند. قابلیت اطمینان و کارایی رایزرها، خطوط لوله و کابل‌ها برای عملکرد سیستم‌های تولید نصب‌شده در آب‌های عمیق بسیار مهم است. مطالعات روی استوانه دایره‌ای الاستیک در رینولدزهای ۱۰۰-۱۶۵۰، ۱۷۰۰-۲۷۰۰۰ تحت شرایط میرایی و جرم کم اجرا و دامنه، فرکانس، ضریب برآ و پسا و الگوهای ریزش گردابه بررسی شد. اثرات عدد رینولدز در رژیم جریان متوسط نسبت به جریان آرام برجسته‌تر بوده و پاسخ فرکانس و ضرایب هیدرودینامیکی در دو رژیم نسبت به تغییرات رینولدز حساس‌تر بدست آمد. بیشینه دامنه و ناحیه همگام-سازی با افزایش عدد رینولدز در رژیم متوسط افزایش یافت. جمشیدی و همکاران [۲۲] و [۲۳] در سال ۲۰۲۲ و ۲۰۲۳ به‌ترتیب یک سیلندر دو و یک درجه آزادی را با روش تلفیقی گردابه‌تصادفی و المان مرزی در جریان آشفته بدون استفاده از هیچ مدل کمی شبیه‌سازی کردند و مدهای الگوی جریان را در فرکانس‌های نزدیک به حالت تشدید ارائه دادند. ضرایب برآ و پسا و عدد استروهل برای یک استوانه ثابت در رینولدز ۱۰۴ با نسبت جرم ۱۱ و میرایی ۰/۰۱ و سرعت کاهش‌یافته در محدوده ۴-۱۴ با استفاده از مدل آشفتگی DES^۱ در نرم‌افزار تجاری انسیس-فلوئنت، با اعداد مشابه در حل عددی با روش گردابه‌تصادفی و المان مرزی مقایسه شد. درصد خطا نسبت به نتایج تجربی در محاسبه‌ی ضرایب نیرو با روش پیشنهادی نسبت به روش‌های آزمایشگاهی حدود ۹٪ و برای سیلندر یک درجه آزادی ۱/۸۱٪ بوده و زمان مورد نیاز برای حل ۶ ساعت

^۱ Detached Eddy Simulation

دیگر ممکن است، گردابه‌های کروی داخل میدان نیز به سمت خارج میدان بروند یا وارد لایه‌مرزی شوند؛ در این صورت کلیه این‌گونه گردابه‌ها را از میدان حل حذف می‌شوند. حالت پایدار در حل نیز هنگامی به وجود می‌آید که تعداد المان‌های صفحه‌ای که به گردابه‌های کروی تبدیل می‌شوند، با تعداد المان‌های کروی برابر باشد که از میدان حل خارج می‌شوند. در انتها ذکر این نکته ضروری است که حل عددی لایه‌مرزی یک حل ریاضی دقیق از فیزیک لایه‌مرزی نمی‌باشد، بلکه این حل به کمک در نظر گرفتن صفحات گردابه‌ای به جای گردابه‌های کروی، مدلی بهتر از فیزیک لایه‌مرزی را به دست می‌دهد.

$$\text{در روابط زیر: } \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} \text{ و } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

۳-۱- معادله سرعت و چرخش

بر اساس تعریف تابع جریان، معادله پیوستگی همواره برقرار خواهد بود:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1)$$

$\mathbf{u} = (u, v)$ بردار سرعت است. از طرفی در جریان دوبعدی مقدار چرخش به صورت زیر تعریف می‌گردد که نزدیک دیواره در لایه‌مرزی به دلیل $\frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial v}{\partial y}$ ساده خواهد شد:

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \text{near the wall, in Boundary Layer} \rightarrow \omega = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (2)$$

با جایگذاری رابطه (۱) در (۲) معادله پواسون حاصل خواهد شد:

$$\Delta \psi = -\omega \quad (3)$$

با حل این معادله در فضای بدون مرز با استفاده از تابع گرین، تابع جریان قابل دستیابی خواهد بود:

$$\psi(X, t) = \int_D G(X - X') \omega(X') dX', \quad (4)$$

$$G(X) = -\frac{1}{2\pi} \ln(X)$$

در رابطه فوق $\mathbf{X} = (x, y)$ ، و $d\mathbf{X} = dx \cdot dy$ است. بر اساس رابطه (۴) می‌توان معادله زیر را نتیجه گرفت

هیدرودینامیکی حاصل، جابجایی سیلندرها و خطوط جریان رسم شده است.

۳- روش حل عددی و معادلات حاکم

میدان حل در روش گردابه تصادفی-المان مرزی به دو بخش اصلی، داخل میدان حل و مجاورت مرز جامد، تقسیم‌بندی می‌گردد. روش حل در نزدیکی دیواره جامد منطبق بر حل پرانتل و تقریبات لایه‌مرزی است. در شروع حل به کمک این روش در گام اول زمانی هیچ میدان ورتیسیتهی داخل میدان حل وجود ندارد و یک جریان پتانسیل در داخل میدان حاکم است که خودبه‌خود شرط سرعت عمودی صفر روی دیواره برقرار است. این امر یک سرعت مماسی غیر صفر روی دیواره به وجود می‌آورد. برای رفع آن باید یکسری گردابه صفحه‌ای روی مرز خلق کرد، به طوری که قدرت چرخشی آن‌ها متناسب با چرخش ایجادشده روی سطح باشد تا سرعت القاشده از این گردابه‌های صفحه‌ای، شرط مرزی عدم لغزش را ارضا کند. سپس این المان‌های صفحه‌ای تولیدشده به سمت خارج لایه‌مرزی نفوذ می‌کنند و در این لحظه اولین گام زمانی به پایان می‌رسد. حال اگر المان‌های صفحه‌ای به سمت خارج لایه‌مرزی بروند، تبدیل به گردابه‌های حبابی کروی می‌شوند که یک شعاع هسته معینی دارند و قدرت چرخشی آن‌ها در داخل این حجم توزیع می‌گردد، به طوری که سرعت هسته و قدرت چرخشی آن برابر با سرعت و قدرت همان المان صفحه‌ای باشد. در گام‌های زمانی بعدی گردابه‌های داخل میدان حل توسط مکانیزم جابجایی حرکت می‌کنند، سپس توسط مکانیزم نفوذ پخش صورت می‌گیرد. مجدداً سرعت پتانسیلی باید برای ارضای شرط فلاکس عمودی صفر برای تصحیح سرعت چرخشی به آن اضافه می‌گردد. در همین حین صفحات گردابه‌ای نیز داخل لایه‌مرزی توسط معادلات پرانتل جابجا می‌گردند؛ در نتیجه حرکت گردابه‌های کروی و صفحات گردابه‌ای، مجدداً یک سرعت مماسی غیر صفر روی مرز ایجاد می‌گردد که دوباره توسط خلق یکسری گردابه‌های صفحه‌ای، این اثر از بین می‌رود. در نهایت در انتهای هر مرحله تمامی گردابه‌های صفحه‌ای اعم از جدید و قدیم در داخل لایه‌مرزی پخش می‌گردند. هنگام عملیات حل در مراحل مختلف زمانی ممکن است، صفحات گردابه‌ای تحت مکانیزم پخش از میدان حل خارج شوند، آنگاه با تصویر کردن به داخل میدان حل برگردانده می‌شوند. از طرف

در ناحیه مرزی، مؤلفه‌های x و y به ترتیب اشاره به جهات موازی و عمود بر مرز دارند. اندازه سرعت موازی مرز، u ، به-سادگی قابل محاسبه بوده و از معادله پیوستگی میزان سرعت عمود بر مرز، v ، تعیین می‌گردد:

$$u(x, y, t) = u_p(x, t) + \int_y^\infty \omega(x, y', t) dy' \quad (7)$$

$$v(x, y, t) = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x}(x, y', t) dy' \quad (8)$$

۳-۲- معادله انتقال چرخش

با کرل گرفتن از معادله مومنوم در فضای دو بعدی، معادله انتقال چرخش به دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega \quad (9)$$

در دیدگاه لاگرانژی می‌توان معادله (۹) را به صورت زیر بیان نمود:

$$\frac{D\omega}{Dt}(X, t) = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega \quad (10)$$

که هر گام زمانی به دو گام جزئی شکسته شده، مکانیزم جابجایی بر اساس معادله (۱۱) و مکانیزم نفوذ بر اساس روش گام تصادفی طبق معادله (۱۲) حل شده و تغییرات میدان چرخشی در بازه زمانی به دست خواهد آمد.

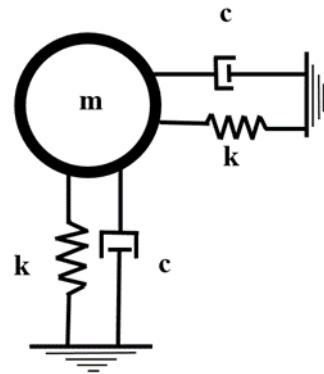
$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega \quad (12)$$

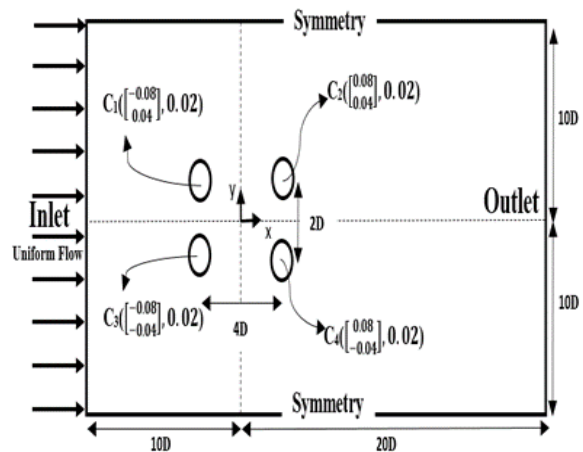
۳-۳- انفصال میدان چرخشی

دور از مرز جامد یعنی ناحیه داخلی، $\omega(X)$ ، به صورت یکسری گردابه‌های حبابی با قدرت مشخص Γ منفصل می‌گردد. میزان چرخش القایی توسط هر گردابه بر اساس قدرت و تابع هسته‌ای آن، $f_\delta(r)$ ، بیان می‌شود که δ شعاع هسته گردابه حبابی است. با توجه به میدان چرخشی و طبق معادله (۶) سرعت چرخشی محاسبه می‌شود. وجود شرط عدم لغزش در مرز جداره موجب

$$u_\omega(X, t) = \int_D H(X - X') \omega(X') dX' \quad (5)$$



الف- سیلندر استوانه‌ای دو درجه آزادی



ب- میدان حل

شکل ۱- شماتیک مسئله

در این رابطه $H(X) = \frac{1}{2\pi} \frac{(y-x)}{r^2}$ انتگرال کرنل معادله پواسون است و $r^2 = x^2 + y^2$ است. در فضای فیزیکی دارای مرز، سرعت به صورت $\mathbf{u} = \mathbf{u}_p + \mathbf{u}_\omega$ محاسبه می‌شود، \mathbf{u}_p مؤلفه غیر چرخشی سرعت است. این سرعت بر اساس تابع پتانسیل محاسبه می‌گردد:

$$\mathbf{u}_p = \nabla \varphi, \quad \Delta \varphi = 0 \quad (6)$$

¹ Potential Velocity

این انتگرال زمانی با روش رانگ کوتا حل می‌گردد. برای نشان دادن تغییرات میدان چرخشی طبق مکانیزم نفوذ بر اساس معادله (۱۲) از روش گام تصادفی استفاده می‌شود که به تعدادی ذره حرکات تصادفی داده می‌شود.

۳-۶- محاسبه ضرایب برآ و پسا

برای به دست آوردن ضرایب برآ و پسا لازم است، مقدار فشار و چرخش روی مرز مشخص باشد. تغییرات فشار روی مرز در جهات منحنی‌الخط را می‌توان به روش زیر محاسبه کرد:

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{\mu}{c_1 c_3 - c_2 c_2} \left(c_2 \frac{\partial \omega}{\partial \xi} - c_3 \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) \quad (15)$$

و ξ به ترتیب معرف جهات مماس و عمود در سیستم منحنی‌الخط و c_1 ، c_2 و c_3 برابر مقادیر زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} c_1 &= \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \\ c_2 &= \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \\ c_3 &= \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

مقدار چرخش روی هر المان مرزی از جمع مقادیر حاصل از مراحل قبل قابل محاسبه است. ضرایب برآ و پسا از دو عامل نشأت می‌گیرد: فشار وارده بر هر نقطه از جسم (نیروی فشاری) و اصطکاک بین سیال و جسم (نیروی لزجی):

$$C_D = C_{DP} + C_{Dv}, \quad C_L = C_{LP} + C_{Lv} \quad (17)$$

در روابط فوق C_D ، C_{DP} و C_{Dv} به ترتیب ضرایب پسا، پسای فشاری و پسای لزجی و C_L ، C_{LP} و C_{Lv} ضرایب برآ، برآی فشاری و برآی لزجی است. میزان نیروهای پسای فشاری و لزجی از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\Delta F_{XP} = \Delta F_{\xi P} \frac{\partial x}{\partial \xi}, \quad \Delta F_{Xv} = \Delta F_{\eta v} \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (18)$$

و F_{XP} و ΔF_{Xv} بیان‌کننده مقدار نیروی پسای فشاری و لزجی روی هر المان روی مرز و همچنین $\Delta F_{\xi P}$ و $\Delta F_{\eta v}$ مؤلفه‌های نیرو فشاری و لزجی وارده بر مرز جسم هستند. مقدار نیروی برآی فشاری (ΔF_{yP}) و لزجی (ΔF_{yv}) به طریق مشابه به دست خواهد آمد.

خلق چرخش روی دیواره می‌شود. چرخش خلق شده روی مرز به تعدادی گردابه صفحه‌ای منتسب می‌گردد. گردابه‌های صفحه‌ای با خروج از ناحیه مرزی به ضخامت Δ_s به گردابه‌های حبابی تبدیل می‌گردند و بالعکس گردابه‌های حبابی نیز با ورود به ناحیه مرزی به شکل گردابه صفحه‌ای منظور می‌شوند.

۳-۴- محاسبه میدان پتانسیل جریان و روش المان مرزی

مقدار سرعت پتانسیلی طبق رابطه زیر به دست می‌آید که با توجه به تعریف سرعت پتانسیلی و عدم چرخشی بودن سرعت مذکور ساده خواهد شد (φ): تابع پتانسیل در فضای فیزیکی):

$$\mathbf{u}_p = \nabla \varphi \quad \stackrel{\omega=0}{\implies} \quad \Delta \varphi = 0 \quad (13)$$

برای یافتن جریان پتانسیل باید معادله (۱۳) به روش المان مرزی حل گردد. روش المان مرزی قادر است، معادله لاپلاس فوق را در هر گام زمانی بر اساس تعریف یکسری المان‌های مرزی گردابه‌ای با توابع توزیع مشخص بر روی مرز حل و میدان سرعت پتانسیلی در هر نقطه از میدان حل و در مرکز المان‌های صفحه‌ای یا حبابی را محاسبه نماید. این معادله به‌گونه‌ای حل می‌گردد که شرط سرعت نرمال صفر روی مرز برقرار باشد. معادله (۱۳) با فرض آنکه q مقدار شار عبوری جریان پتانسیلی عمود بر مرز باشد، با شرط مرزی $q = \mathbf{n} \cdot \nabla \varphi = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_\omega)$ قابل حل است.

۳-۵- مکانیزم جابجایی و نفوذ

در این روش عددی، نحوه محاسبه مکانیزم جابجایی و نفوذ در نواحی داخلی و مرزی مانند هم است و تنها فرق آن دو ناحیه در نوع منفصل کردن چرخش به صورت گردابه‌های صفحه‌ای و حبابی است. با توجه به مشخص شدن میزان سرعت پتانسیلی و سرعت القایی حاصل از جمیع گردابه‌ها، می‌توان مقدار سرعت کلی را روی تک‌تک این ذرات عددی محاسبه نمود. با مشخص شدن سرعت پتانسیل و چرخشی، تغییرات میدان چرخشی طبق مکانیزم جابجایی، محاسبه می‌گردد:

$$X_j^{k+1} \Big|_{conv} = X_j^k + \int_D u_j dt, \quad u_j = u_{\omega,j} + u_{p,j} \quad (14)$$

مورد استفاده بررسی شده و نتایج در عدد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ با کارهای عددی مقدم و همکاران [۲۴ و ۲۵]، ژائو و همکاران [۵]، منگینی و سالتارا [۲۶]، همچنین با متوسط مقادیر اندازه-گیری شده در کارهای تجربی صورت گرفته توسط خالک و ویلیامسون [۲۷]، کانگ [۲۸]، روشکو [۲۹] و تریتون مقایسه شده است که با مقادیر و ابعاد در نظر گرفته شده در تحقیق حاضر منطبق یا تا حد زیادی مشابه است. عدد استروهمال بیانگر تعداد دفعات پخش گردابه است و بیشترین مقدار آن بیانگر فرکانس پخش گردابه است. در کار حاضر عدد استروهمال با استفاده از تبدیل فوریه سریع (FFT) ضریب برآ محاسبه گشته است.

جریان به صورت تراکم‌ناپذیر و مشخصه‌های سیال به صورت $\rho = 1000$ و $\mu = 1/0.02 \times 10^{-3}$ انتخاب شده‌اند. قطر سیلندر برابر ۴ سانتی‌متر یا ۰/۰۴ متر، نسبت میرایی برابر ۰/۰۰۵، نسبت جرم ۲/۶ (نزدیک به مشخصات کار آزمایشگاهی ویلیامسون) و ابعاد کانال تا حد زیاد بزرگ در نظر گرفته شده است. (طول ورودی ۱۰ برابر قطر سیلندر، طول جریان بعد از سیلندر، ۳۰ برابر قطر سیلندر، عرض سیلندر ۲۰ برابر قطر سیلندر، سیلندر در وسط عرض سیلندر و در فاصله‌ای برابر از لبه‌های بالایی و پایینی در نظر گرفته شده است.) مقدار ضریب پسا و عدد استروهمال با دیگر کارهای عددی و آزمایشگاهی در رینولدزهای ۱۰۰ و ۲۰۰ مقایسه شده است (جدول ۱). همان‌طور که در جدول ۱ مشخص است، میزان خطای مقادیر محاسبه شده در کار حاضر در رینولدز ۱۰۰ برای متوسط ضریب پسا ۱/۵٪ و برای عدد استروهمال حدود ۰/۶٪ نسبت به متوسط مقادیر به دست آمده در مقادیر آزمایشگاهی است که در مجموع از کلیه روش‌های عددی در کارهای مشابه کمتر است. همچنین در رینولدز ۲۰۰ برای متوسط ضریب پسا ۱/۰۳٪ و برای عدد استروهمال حدود ۱/۰۱٪ نسبت به متوسط مقادیر به دست آمده آزمایشگاهی است. اگرچه در برخی مقادیر، خطای کمتری در کار عددی سایر محققان به چشم می‌خورد (مانند خطای ۰/۵٪ در محاسبه عدد استروهمال در رینولدز ۲۰۰ توسط سا و چنگ، یا خطای ۰/۰٪ در محاسبه عدد استروهمال در رینولدز ۱۰۰ توسط مقدم و همکاران [۲۴ و ۲۵])؛ اما در مجموع خطاهای به دست آمده در محاسبات تحقیق حاضر نسبت به سایر تحقیقات انجام شده به روش‌های عددی مختلف،

مقادیر $\Delta F_{\xi P}$ و $\Delta F_{\eta V}$ با معلوم بودن فشار و مشخصه چرخش روی تک تک المان‌های روی مرز قابل دستیابی‌اند:

$$\begin{aligned} \Delta F_{\xi P} &= \int P|_{on\ the\ boundary\ elements} d\eta, \\ \Delta F_{\eta V} &= \int \mu\omega|_{on\ the\ boundary\ elements} d\xi \end{aligned} \quad (19)$$

در روابط فوق $d\eta$ طول هر المان مرزی فرض می‌گردد. کلیه این انتگرال‌ها از طریق قاعده دوزنقه محاسبه می‌شود. ۷-۳- برهم‌کنش سازه و سیال
برهم‌کنش سازه و سیال در هر گام زمانی به صورت کاملاً کوپل صورت می‌گیرد. هر سیلندر با یک جرم، فنر و دمپر مدل شده است (شکل ۱- الف).

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_D \quad (20)$$

$$m\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F_L \quad (21)$$

ابتدا شتاب سیلندر در گام زمانی جدید محاسبه شده، سپس سرعت از روش ضمنی ۱ اولر و مکان از روش لکس-وندروف ۲ محاسبه خواهد شد [۲۴]. (محاسبه به طریق مشابه در جهت y).

$$\ddot{x}^{n+1} = \frac{(F_D - Kx^n - C\dot{x}^n)}{m} \quad (22)$$

$$\dot{x}^{n+1} = \dot{x}^n + \ddot{x}^{n+1}\Delta t \quad (23)$$

$$x^{n+1} = x^n + \dot{x}^{n+1}\Delta t + \ddot{x}^{n+1}\frac{\Delta t^2}{2} \quad (24)$$

در هر گام زمانی ابتدا میدان جریان حل شده و نیروهای وارده از طرف سیال به سازه محاسبه و سپس با حل معادلات حرکت سازه، موقعیت و سرعت جدید، جهت اعمال شرط مرزی جسم لحاظ می‌گردد. مراحل فوق برای اجرای برنامه تا ارضای معیار همگرایی تکرار خواهند شد. پایداری حل زمانی حاصل می‌شود که گردابه‌های تولیدشده روی مرز برابر با گردابه‌های خارج شده از دامنه حل باشند.

۴- راستی آزمایشی نتایج

در کار حاضر، با استفاده از شبیه‌سازی جریان حول تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در جریان آرام، اعتبارسنجی برنامه و روش

² Lax wendroff method

¹ Implicit

جدول ۱- ضریب پسای متوسط و عدد استروهاال سیلندر استوانه‌ای ساکن

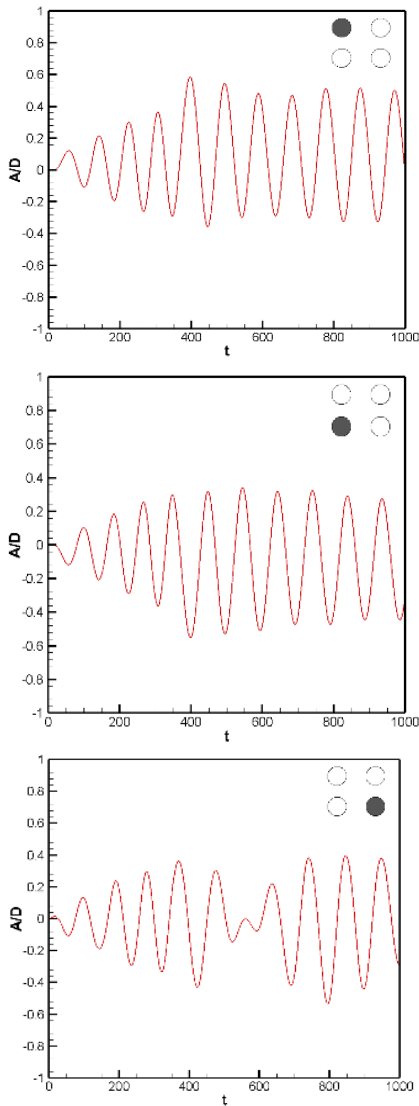
زمان حل (ساعت)	Re=۲۰۰					Re=۱۰۰					تحقیق
	مجموع خطا (%)	خطا (%)	St	خطا (%)	C _{Dm}	مجموع خطا (%)	خطا (%)	St	خطا (%)	C _{Dm}	
-	۷/۴	۶/۵	۰/۱۹۷	۰/۹	۱/۳۶۲	۵/۴	۰/۰	۰/۱۶۵	۵/۴	۱/۳۶	مقدم و همکاران [۲۴ و ۲۵]
-	۲۱/۱	۰/۵	۰/۱۸۶	۱۶/۲	۱/۱۳	۱۰/۶	۶	۰/۱۵۵	۴/۶	۱/۲۳	ژانو و همکاران [۵]
-	۹/۷	۶	۰/۱۹۶	۳/۷	۱/۳۰	۶/۲	۰/۰	۰/۱۶۵	۶/۲	۱/۳۷	منگینی و سالنار [۲۶]
۸	۱۱/۷	۲/۷	۰/۱۸۰	۹	۱/۲۲	۱۶	۶	۰/۱۵۵	۳/۸	۱/۳۴	نرم‌افزار تجاری انسیس-فلوئنت
-	متوسط					متوسط					خالک و ویلیامسون [۲] و [۷]
-	۰/۱۸۵		۰/۲۰۰	۱/۳۵	۱/۳۵	۰/۱۶۵		۰/۱۶۵	۱/۲۹	۱/۳۳	کانگ [۲۸]
-	متوسط					متوسط					روشکو [۲۹]
-			۰/۱۷-۰/۱۹		-			۰/۱۶-۰/۱۷		۱/۲۵	
۶	۲/۰۴	۱/۰۱	۰/۱۸۷	۱/۰۳	۱/۳۳۶	۲/۱	۰/۶	۰/۱۶۶	۱/۵	۱/۳۱	تحقیق حاضر

نمودن تصاویر گردابه‌ها در حل و عدم نیاز به نگاشت همدیس کاهش یافته و دقت محاسبات نیز افزایش یافته است.

۵- تحلیل نتایج

در این بخش از تحقیق، نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان حول چهار سیلندر استوانه‌ای یک و دو درجه آزادی در آرایش مستطیلی در عدد رینولدز ۲۰۰ ارائه می‌شود. نتایج استخراج شده، بر اساس خروجی‌ها، نوسان سیلندرها و ماهیت جریان تشریح می‌گردد. به منظور بررسی اثر جریان بر ارتعاش سیلندرها، دامنه نوسانات عرضی چهار سیلندر یک درجه آزادی و سپس تغییرات مرکز استوانه‌های دو درجه آزادی در شکل-های ۲ و ۳ ارائه شده و بیشینه مقادیر و نسبت‌های آن‌ها تحلیل شده است. با توجه به اهمیت تحلیل نیروهای وارد بر سیلندرها، تغییرات ضرایب نیروهای برآ و پسا نسبت به زمان بی‌بعد برای چهار سیلندر دو درجه آزادی در شکل ۴ ارائه شده و روند نوسانات این ضرایب برای سیلندرها مجاور و مقابل یکدیگر تحلیل شده است. تأثیر قرارگیری سیلندرها در مسیر جریان و

همچنین در مقایسه با مقادیر محاسبه شده در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت در جدول ۱ نشان می‌دهد که روش مورد استفاده در پژوهش حاضر در محدوده دقت قابل قبولی قرار دارد و می‌تواند در طیف گسترده تری از عدد رینولدز مشخصه‌های جریان را با خطای کمتری محاسبه نماید. خطای ناشی از محاسبات را می‌توان با کوچک شدن گام زمانی و بیشترین قدرت گردابه-های صفحه‌ای، یا افزایش تعداد تقسیمات مرز کاهش داد. میزان دقت این روش به عواملی چون مقدار گام زمانی، تعداد تقسیمات مرز و بیشترین قدرت گردابه‌های صفحه‌ای بستگی تام دارد؛ یعنی هرچه Δt_{\max} مقادیر کمتری داشته و از مرتبه $O(10^{-1})$ باشد، میزان خطای محاسباتی به سمت صفر میل می‌نماید. در روش‌های قدیمی تر گردابه تصادفی به دلیل ارضای شرط سرعت نرمال صفر روی مرز، در نظر گرفتن تصویر گردابه‌ها و استفاده از نگاشت همدیس، لازم و ضروری بود که این مطلب موجب افزایش حجم محاسبات و حتی غیرممکن شدن حل می‌شد. در روش تلفیقی ارائه شده به دلیل استفاده از روش المان مرزی، تعداد محاسبات به جهت عدم نیاز به وارد



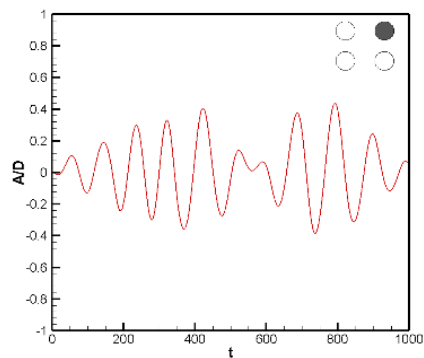
شکل ۲- جابجایی عرضی سیلندرها در یک درجه آزادی

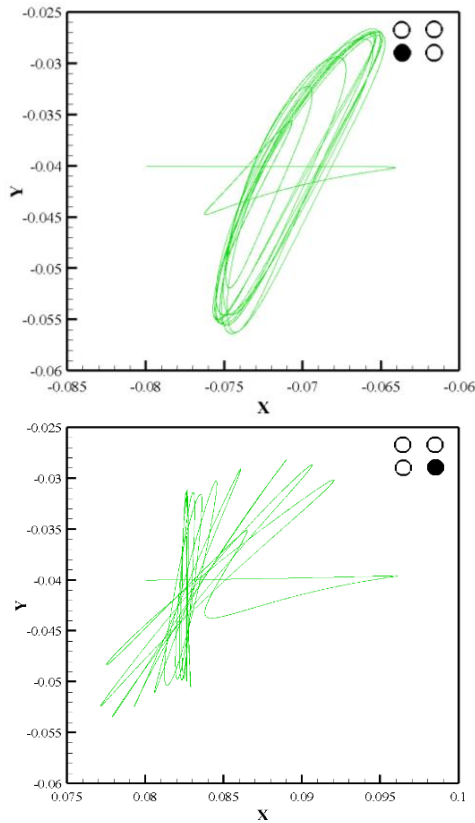
با توجه به شکل ۴، سیلندرها در دو درجه آزادی در ابتدا جابجایی نسبتاً بزرگی (حدود ۰/۴۰ برابر قطر سیلندر) در جهت جریان داشته و پس از آن با توجه به میزان انعطاف‌پذیری تعریف‌شده برای سیلندر، نیروی کشسانی و نیروی وارد شده از طرف جریان بر سیلندر، سیلندرها در فاصله تقریبی ۰/۲۳ برابر و سیلندرها عقبی ۰/۸ برابر قطر سیلندر نسبت به محل اولیه خود، به تعادل رسیده و در آن نقاط (به‌عنوان مرکز نوسان) ارتعاش می‌کنند. برای سیلندرها در جلویی، بیشینه دامنه ارتعاش در جهت عمود بر جریان (نسبت دامنه

درجه آزادی آن‌ها، در به هم خوردن یکنواختی جریان سیال، با بررسی خطوط جریان حول چهار سیلندر یک و دو درجه آزادی، در شکل‌های ۵ و ۶ ارائه شده و رفتار جریان سیال حول استوانه‌ها همچنین طول محاسبه‌شده برای برقراری مجدد یکنواختی جریان پایین دست بعد از عبور از استوانه‌ها بررسی و مقایسه شده است.

۵-۱- دامنه نوسان

جابجایی سیلندرها در طراحی‌ها و کاربردهای صنعتی بسیار مهم است. در مبدل‌های حرارتی برخورد سیلندرها به یکدیگر یا آسیب‌دیدگی یک سیلندر به دلیل رد شدن از آستانه الاستیک آن ممکن است رخ دهد. به همین منظور در شکل ۳ جابجایی (عرضی) سیلندرها در یک درجه آزادی نسبت به زمان و در شکل ۴ جابجایی مرکز سیلندرها در دو درجه آزادی رسم و دامنه‌های جابجایی طولی و عرضی بررسی شده است. با توجه به شکل ۳ دامنه ارتعاشی سیلندرها در جلویی در جهت عمود بر جریان نسبت به سیلندرها عقبی بیشتر است. در واقع سیلندرها در جلویی در معرض ضربه سیال قرار می‌گیرند و این حالت فشاری برای سیلندرها عقبی کمتر می‌شود، چرا که سیلندرها در جلویی مانند یک مانع، نیروی سیال را تا حدی کاهش می‌دهند. فرکانس ارتعاشی تمام سیلندرها با هم برابر است. برای هر چهار سیلندر، ارتعاش غیر هم‌فاز در جهت عمود بر جریان برای دو سیلندر بالایی و دو سیلندر پایینی به خوبی مشاهده می‌شود که نشان‌دهنده نیروی دافعه بین دو سیلندر مقابل هم است. برای سیلندرها در جلویی، بیشینه دامنه ارتعاش در جهت عمود بر جریان نسبت به قطر سیلندر حدود ۰/۵۶ و برای سیلندرها عقبی ۰/۲۵ کمتر و برابر ۰/۴۲ مشاهده می‌شود.





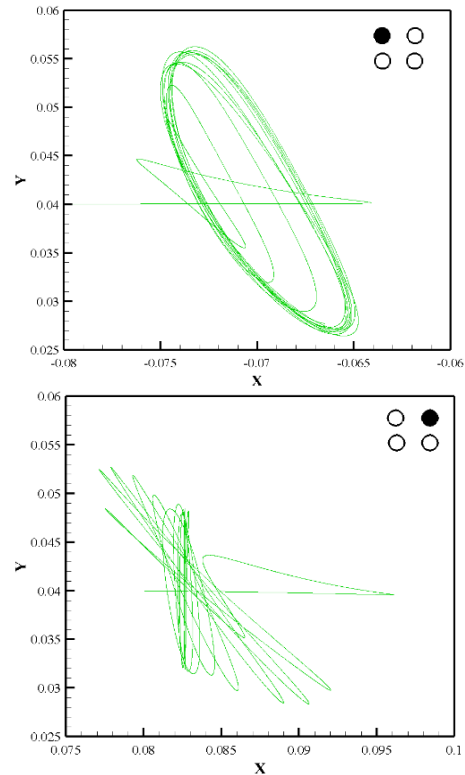
شکل ۳- جایجایی مرکز سیلندرهای دو درجه آزادی

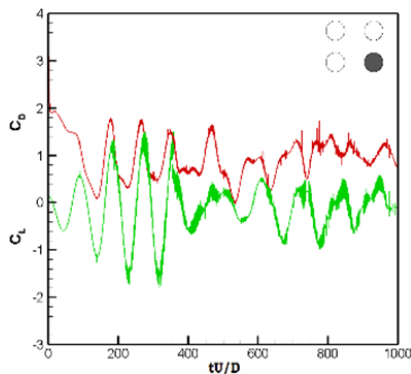
۵-۲- ضرایب برآ و پسا

تحلیل روند نیروهای وارد بر سیلندرها با بررسی ضرایب نیرویی امکان پذیر خواهد بود. تاثیر این نیروها بر سیلندرهای یک و دو درجه آزادی در دامنه و فرکانس نوسان خودنمایی می کند. جهت مقایسه‌ی الگوی تغییرات ضرایب برآ و پسا با زمان، نمودار آن‌ها برحسب تابعی از زمان بدون بعد برای رینولدز ۲۰۰ در شکل ۴ نشان داده شده است.

باتوجه به شکل ۴ ضرایب برآ و پسا برای دو سیلندر جلویی بزرگتر از دو سیلندر عقبی بوده و سیلندرهای عقبی به دلیل قرار گرفتن در ناحیه ریزش گردابه‌های سیلندرهای جلویی، نوسانات نامنظم‌تر و با دامنه کوچکتری را تجربه می کنند. اختلاف فشار ناشی از تشکیل گردابه ناشی از سیلندرهای جلویی با جریان سیال ترکیب شده و نوسانات را نامنظم می کند (نسبت به سیلندرهای جلویی که فقط با جریان و برخورد سیال نوسان می کنند). برای رینولدز ۲۰۰ ضریب پسا در ابتدا بسیار بزرگ بوده و سپس به سرعت کاهش می یابد. علت این امر اجرای برنامه بصورت غیرپایا (جهت اطمینان از پایداری

عرضی به قطر سیلندر حدود ۰/۳۷)، تقریباً سه برابر بیشینه دامنه ارتعاش در جهت جریان (نسبت دامنه طولی به قطر سیلندر حدود ۰/۱۲) است. این نسبت برای سیلندرهای عقبی هم تقریباً برابر همین مقدار بوده، ولی دامنه نوسان هم در راستای طولی و هم در راستای عرضی کمتر از مقادیر مشابه برای سیلندرهای جلویی است. این مطلب با بزرگتر بودن ضرایب نیرویی سیلندرهای جلویی در شکل ۴ نیز تطابق دارد. مسیر حرکت سیلندرهای جلویی به صورت بیضی و سیلندرهای پایین دست نامنظم تر و به صورت ۸ است (مسیر حرکت تک سیلندر استوانه‌ای دو درجه آزادی نیز در رینولدز ۲۰۰ به صورت ۸ است). بیشینه دامنه عرضی ارتعاش سیلندرهای یک درجه آزادی ۱/۵۱ برابر سیلندرهای دو درجه آزادی است.



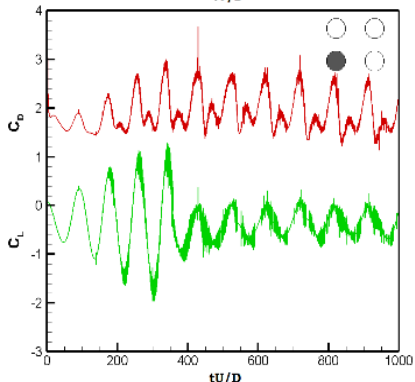
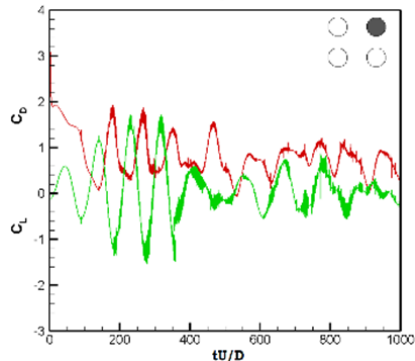
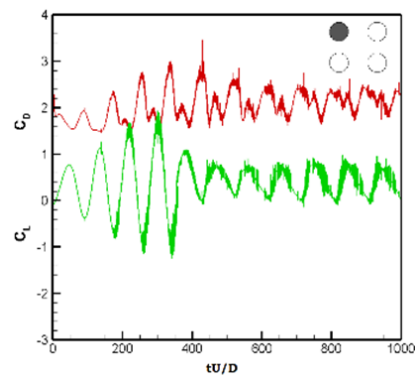


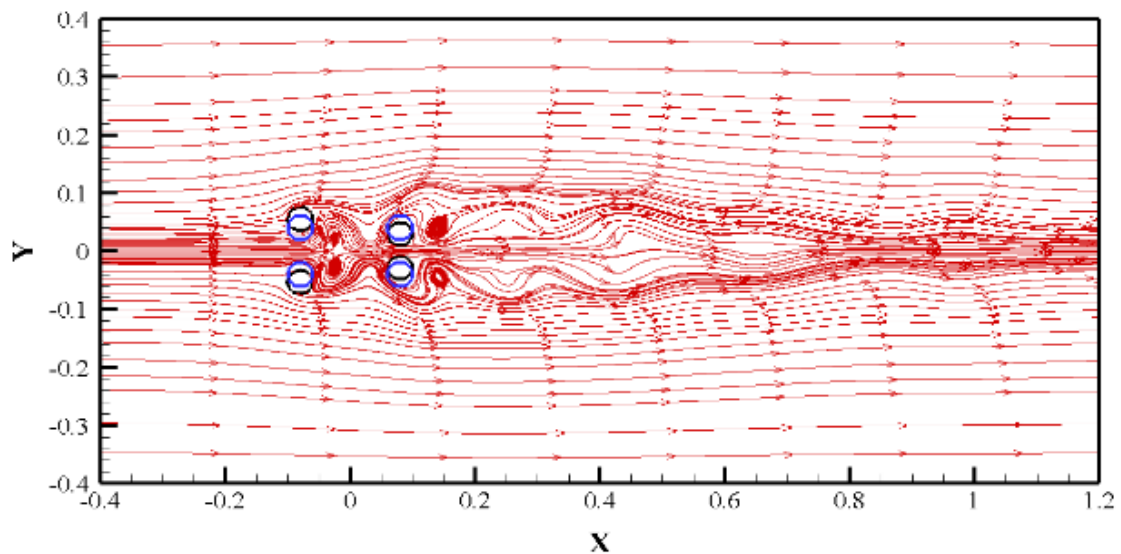
شکل ۴- ضرایب برآ و پسا نسبت به زمان بی بعد برای چهار سیلندر دو درجه آزادی

۵-۳- خطوط جریان

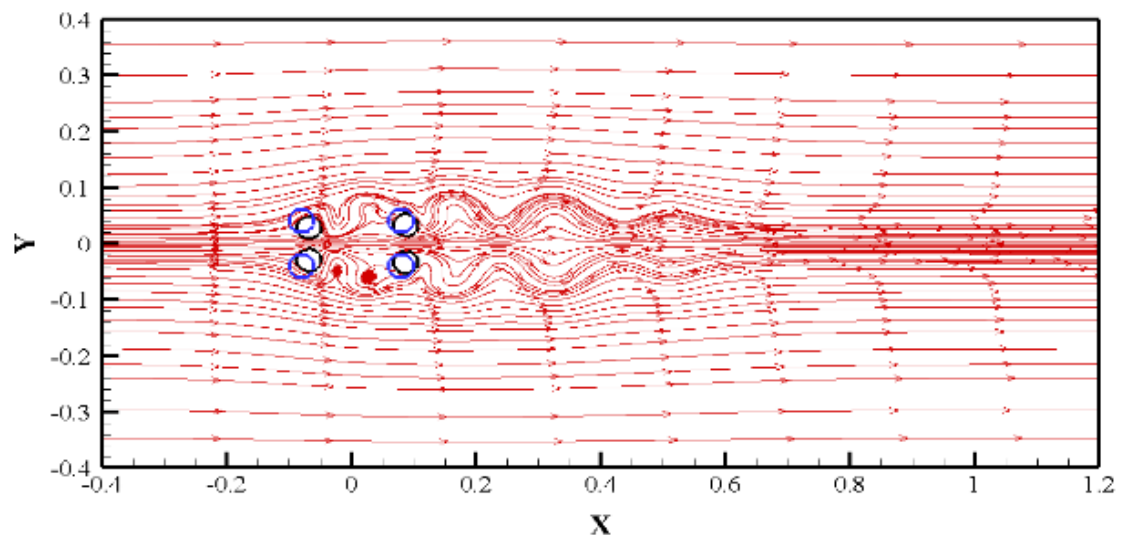
برای درک بهتر نحوه رفتار جریان حول استوانه‌ها، همچنین تاثیر وجود و آرایش آنها در مسیر جریان، خطوط جریان در شکل ۳ و ۴ به ترتیب حول استوانه‌های یک و دو درجه آزادی رسم شده است. محل اولیه‌ی استوانه‌ها نیز در شکل مشخص شده است. تشکیل و ریزش گردابه‌ها پشت استوانه‌ها در هر دو شکل به خوبی نمایان است. در رینولدز ۲۰۰ با حرکت در مسیر جریان، اثرات گردابه‌ها کمتر شده و در انتهای دامنه‌ی حل، شرط مرزی جریان یکنواخت برقرار خواهد شد. البته با توجه به شکل، جریان حول سیلندره‌ای دو درجه آزادی در فاصله‌ی کمتر از مرکز مستطیلی که سیلندرها در رئوس آن واقع شده‌اند، به این یکنواختی رسیده است. برای سیلندره‌ای یک درجه آزادی ۲۷ برابر قطر سیلندر در طول تقریبی ۱/۱ متر و برای سیلندره‌ای دو درجه آزادی ۱۷/۵ برابر قطر سیلندر و در طول تقریبی ۰/۷۲ متر از مرکز مستطیل مشاهده می‌شود. این مطلب با اختلاف دامنه‌ی عرضی در حالت یک درجه آزادی با بیشینه ۰/۳۷ برابر قطر سیلندر و دو درجه آزادی با بیشینه ۰/۳۷ برابر قطر سیلندر در شکل‌های ۵ و ۶ نیز همخوانی دارد.

حل) است در حالی که ماهیت جریان در این رینولدزها پایا است. با تشکیل گردابه از یک طرف و سپس از طرف دیگر پشت سیلندر، جریان پشت سیلندرها متقارن نبوده و نیروی برآ وجود دارد و بدلیل تشکیل تناوبی خیابان گردابه و ریزش گردابه در پشت سیلندرها، ضریب برآ نوسان می‌کند. با توجه به شکل و مقایسه تقریبی مقدار متوسط ضریب پسا سیلندرها با مقادیر ارائه شده در جدول شماره ۱، سیلندره‌ای دارای درجه آزادی نسبت به سیلندر ثابت، ضرایب پسا بالاتری دارند.





شکل ۵- خطوط جریان حول چهار سیلندر یک درجه آزادی در $t = 28 \text{ s}$



شکل ۶- خطوط جریان حول چهار سیلندر دو درجه آزادی در $t = 28 \text{ s}$

۶- نتیجه گیری

در حل مسائل ارتعاش ناشی از جریان با روش‌های عددی رایج که با ایجاد شبکه در میدان حل، محاسبات مربوطه را انجام می‌دهند، به دلیل حرکت و جابجایی مرز سیلندر در طول زمان در حوزه محاسباتی، شبکه محاسباتی باید در هر گام زمانی ایجاد شود که منجر به افزایش هزینه و زمان محاسبات می‌شود. روش گردابه تصادفی-المان مرزی به دلیل عدم نیاز به شبکه بندی میدان حل می‌تواند بازه بسیار وسیعی از هندسه‌های مختلف را شبیه سازی نماید. در صورتی که در بسیاری از

روش‌های عددی بدلیل پیچیدگی‌های ناشی از شبکه بندی میدان حل و اجتناب ناپذیر بودن حل معادلات بقاء جرم و ممنتوم در سیستم مختصات منحنی الخط غیرمتعامد، همواره مشکلات فراوانی در برابر محققان قرار دارد؛ همچنین در این روش هیچگونه نیازی به استفاده از مدل‌های کمکی توربولانس در اعداد رینولدز بالا وجود ندارد. حال آنکه استفاده از این مدل‌ها در تحلیل‌های عددی دیگر لازم و ضروری بوده که بر پیچیدگی و سنگینی کار می‌افزاید. در یک محاسبه‌ی مشابه با نرم افزار تجاری انسیس فلونت، علاوه بر کاهش زمان محاسبات

دینامیکی تخریب تیوب مبدل‌ها و بهینه‌سازی طراحی را فراهم خواهد آورد؛ همچنین با حل همزمان معادله انرژی، انتقال حرارت بهینه هر سیلندر (تیوب) قابل دستیابی خواهد بود.

فهرست علائم

$\frac{F_D}{0.5\rho U^2 D}$	ضریب پسا، C_D
ضریب پسا، فشاری	C_{DP}
ضریب پسا، لزجی	C_{DV}
$\frac{F_L}{0.5\rho U^2 D}$	ضریب برآ، C_L
ضریب برآ، فشاری	C_{LP}
ضریب برآ، لزجی	C_{LV}
قطر سیلندر، m	D
فرکانس تولید گردابه، $\frac{1}{s}$	f
فرکانس طبیعی سیلندر، $\frac{1}{2\pi}\sqrt{k/m}$	f_n
تابع هسته	$f_\delta(r)$
نیرو، N	F
تابع گرین	$G(X)$
انتگرال کرنل معادله پواسون	$H(X)$
سختی فنر، N/m	K
جرم کاهش یافته، $\frac{m}{\rho D^2}$	m^*
تعداد گردابه‌ها	N
تعداد گردابه‌های حبابی	NV
فشار، N/m^2	P
مقدار شار عبوری جریان پتانسیلی عمود بر مرز	q
عدد رینولدز، $\frac{\rho U D}{\mu}$	Re
عدد استروهمال، $\frac{fD}{U}$	St

از ۸ ساعت به ۶ ساعت، کاهش یافته، ضمن آن که مقدار متوسط ضرایب نیرو با روش گردابه تصادفی-المان مرزی نسبت-به داده‌های آزمایشگاهی نزدیکتر می‌باشند و $\% ۲/۳$ اختلاف کمتری نسبت به نرم‌افزار انسیس فلونت دارند. بدیهی است این اختلاف در محاسبه فشار نیز اختلاف بیشتری با مقادیر آزمایشگاهی ایجاد می‌کند. علاوه بر این، در خروجی نرم‌افزار انسیس فلونت، ارتعاشات کوچک در هر لحظه را نمایش نداده و خروجی‌های ضرایب نیرو و جابجایی سیلندرها را در نمودارهای نسبتا هموارتری نمایش می‌دهد که تا حدودی با واقعیت متفاوت است. متوسط ضریب پسا یک سیلندر یک و دو درجه آزادی کمتر از سیلندر ساکن بود. در آرایش مستطیلی دامنه ارتعاشات القاشده‌ی سیلندرها عقبی با وجود قرارگیری در دنباله سیلندرها جلویی و ریزش گردابه‌ها، کاهش یافت. در حالت یک درجه آزادی، بیشینه دامنه ارتعاش در جهت عمود بر جریان برای سیلندرها جلویی نسبت به سیلندرها عقبی $\% ۲۵$ کمتر مشاهده شد. در حالت دو درجه آزادی، سیلندرها جلویی با بیشینه دامنه تقریبا سه برابری در جهت عمود بر جریان، نسبت به جهت جریان، ارتعاش نمودند. این نسبت برای سیلندرها عقبی هم تقریبا برابر همین مقدار بوده ولی دامنه نوسان هم در راستای طولی و هم در راستای عرضی کمتر از مقادیر مشابه برای سیلندرها جلویی بود. مسیر حرکت سیلندرها جلویی به صورت بیضی و سیلندرها پایین دست به صورت 8 است. بیشینه دامنه عرضی ارتعاش سیلندرها یک درجه آزادی $۱/۵۱$ برابر سیلندرها دو درجه آزادی محاسبه شد. بزرگترین نوسان مربوط به سیلندرها جلویی است؛ لذا در صورت استفاده از این آرایش در کاربردهای صنعتی و سازه‌های مانند مبدل حرارتی، رایزرهای دریایی و پایه-ی پل‌ها، مبنای طراحی باید قرار گیرند یا چنانچه لازم باشد از جنس با استحکام یا وزن بالاتر و انعطاف کمتر استفاده نمایند. با توجه به امکان رصد اثر گردابه‌های تشکیل شده حول هر سیلندر بر ارتعاش و ضرایب هیدرودینامیکی سیلندرها پایین دست در حالت دو درجه آزادی و تطابق نتایج پژوهش حاضر با طبیعت فیزیکی شناخته شده از این نوع جریان، می-توان از روش یادشده جهت شبیه‌سازی جریان در مبدل‌های حرارتی، رایزرهای دریایی و سازه‌های مشابه از نظر ارتعاش استفاده نمود. مقایسه‌ی شبیه‌سازی‌های حاصل از روش و تجربیات آزمایشگاهی امکان ساخت بهتر از مکانیزم‌های

- [3] Ghoniem A F, Sherman F S (1985) Grid-free simulation of diffusion using random walk methods. *Computational Physics* 61(1): 1-37.
- [4] Gharakhani A, Ghoniem A (1997) Simulation of Three-Dimensional Internal Flows by the Random Vortex and Boundary Element Methods. *ESAIM: Proc.* 1
- [5] Zhou C Y, So R M C, Lam K (1999) VORTEX-INDUCED VIBRATIONS OF AN ELASTIC CIRCULAR CYLINDER. *Fluids and Structures* 13(2): 165-189.
- [۶] دلفانی ش (۱۳۸۴) شبیه‌سازی عددی جریان در هندسه‌های پیچیده با روش گردابه تصادفی-المان مرزی. وزارت علوم، تحقیقات و فناوری - دانشگاه تربیت مدرس.
- [۷] جدیدی ا م، حیدری‌نژاد ق، دلفانی ش (۱۳۸۸). شبیه‌سازی عددی جریان حول استوانه با استفاده از روش جدید تلفیقی گردابه تصادفی - ترکیب گردابه‌ها - المان مرزی. هفدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک. دانشگاه تهران. تهران.
- [۸] طبری ن غ (۱۳۸۹) شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان با روش تلفیقی المان‌گردابه‌ای-المان‌مرزی. وزارت علوم، تحقیقات و فناوری - دانشگاه تربیت مدرس.
- [۹] دزفولی م (۱۳۹۰) شبیه‌سازی عددی ارتعاش ناشی از جریان بر روی دو سیلندر استوانه‌ای نوسانی با روش گردابه تصادفی-المان مرزی. وزارت علوم، تحقیقات و فناوری - دانشگاه تربیت مدرس.
- [10] Zhao M, & Cheng L (2011) Numerical simulation of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of a circular cylinder close to a plane boundary. *Fluids and Structures* 27(7): 1097-1110.
- [۱۱] زابلی م، ظفرمند ب (۱۳۹۱) تحلیل جریان درهم سیال روی یک، دو و سه استوانه‌ای متوالی با استفاده از روش ورتکس‌های ۱۴۵-: تصادفی. علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، (۱) ۲۴: ۱۳۳.
- [12] Zhao M, Cheng L (2014) Vortex-induced vibration of a circular cylinder of finite length. *Physics of Fluids* 26(1): 105-111.
- [۱۳] ظفرمند، ب، نوری، ی. (۱۳۹۳). شبیه‌سازی جریان آرام و درهم داخل کانال‌های واگرا با استفاده از روش ورتکس‌های (و بررسی تاثیر زاویه واگرایی و عدد رینولدز RVM تصادفی) بر جریان برگشتی درون کانال. علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک (۱) ۲۶: ۳۴-۱۷.
- [۱۴] ظفرمند ب، امیری ح، نوری ی (۱۳۹۵) حل عددی جریان اطراف استوانه دارای مکش با روش عددی گردابه‌های تصادفی
- زمان، s
- زمان بی‌بعد، tU/D
- دوره تناوب، s
- مولفه مماسی سرعت بی‌بعد
- مولفه‌ی فشاری سرعت
- مولفه چرخشی سرعت
- بردار سرعت بی‌بعد
- سرعت ورودی، m/s
- مولفه عمودی سرعت بی‌بعد
- علائم یونانی**
- طول گردابه صفحه‌ای، m
- قدرت گردابه حبایی
- شعاع هسته گردابه حبایی، m
- ضخامت ناحیه مرزی، m
- طول هر المان مرزی، m
- لزجت، kg/s.m
- ضریب(فاکتور) میرایی، $C/2\sqrt{km}$
- چگالی، kg/m³
- تابع پتانسیل، m²/s
- تابع جریان، m²/s
- ورتیسیته
- مراجع**
- [1] Lienhard J H (1966) Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders. Technical Extension Service, Washington State University.
- [2] Chorin A J (1978) Vortex sheet approximation of boundary layers. *Computational Physics* 27(3): 428-442.

- [22] Jamshidi S, Haghghi Poshtiri A, Maali M E (2022) Numerical simulation of flow-induced vibration of the two-degree-of-freedom circular cylinder by random vortex-boundary element method. *Ocean Engineering* 262: 112276.
- [23] Jamshidi S, Haghghi Poshtiri A, Maali M E (2023) Numerical simulation of flow-induced vibration of the one-degree-of-freedom circular cylinder using random vortex-boundary element method at turbulent flow. *The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*: 45(2): 125.
- [24] Dehkordi B G, Moghaddam H S, Jafari H (2011) Numerical Simulation of Flow Over Two Circular Cylinders in Tandem Arrangement. *Hydrodynamics* 23(1): 114-126.
- [25] Moghaddam H S, Nooredin N, Dehkordi B G (2011) Numerical simulation of flow over two side-by-side circular cylinders. *Hydrodynamics, Ser. B* 23(6): 792-805.
- [26] Meneghini J R, Saltara F, Siqueira C R (2000) Numerical Simulation of Vortex Shedding from an Oscillating Circular Cylinder using a Discrete Vortex Method. *WORLD SCIENTIFIC In Vortex Methods* 63-73.
- [27] Khalak A, Williamson C H K (1997) Fluid forces and dynamics of a hydroelastic structure with very low mass and damping. *Fluids Struct* 11(8): 973.
- [28] Kang S (2003) Characteristics of flow over two circular cylinders in a side-by-side arrangement at low Reynolds numbers. *Phys. Fluid* 15:2486.
- [29] W. H C, Roshko A (1988) Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Fluids Struct.* 2: 355.
- در رینولدز ۱۴۰۰۰۰ سومین همایش ملی جریان سیال انتقال حرارت و جرم. موسسه آموزش عالی جامی، اصفهان.
- [۱۵] دزفولی م، حقیقی ا پ، معالی م ا (۱۳۹۷) حل عددی ارتعاش ناشی از جریان روی سیلندر استوانه‌ای با روش گردابه تصادفی - المان مرزی بیست و ششمین کنفرانس سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک. دانشگاه سمنان، سمنان.
- [۱۶] دزفولی م، حقیقی ا پ، معالی م ا (۱۳۹۷) حل عددی ارتعاش ناشی از جریان روی دو سیلندر استوانه‌ای نوسانی با روش گردابه تصادفی مرزی. بیست و ششمین کنفرانس سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک. دانشگاه سمنان، سمنان.
- [17] Stock M, Gharakhani A (2020) Open-Source Accelerated Vortex Particle Methods for Unsteady Flow Simulation.
- [18] Deng H, Skaugen G, Næss E, Zhang M, Øiseth O A (2021) A novel methodology for design optimization of heat recovery steam generators with flow-induced vibration analysis. *Energy* 226: 120325.
- [19] Nguyen, V L, Nguyen-Thoi T, Duong V D (2021) Characteristics of the flow around four cylinders of various shapes. *Ocean Engineering* 238: 109690 .
- [20] Gómez H A, Narváez G F, Schettini E B (2022) Vortex induced vibration of four cylinders configurations at critical spacing in 0° and 45° flow incidence angle. *Ocean Engineering* 252: 111134 .
- [21] Gu J, Fernandes A C, Han X, Kuang X, Chen W (2022) Numerical investigation of Reynolds number effects on vortex-induced vibrations at low and moderate Re regimes. *Ocean Engineering* 245: 110535 .