مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۴۰۱/ دوره ۱۲/ شماره ۴/ صفحه ۱۳۳-۱۴۴

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

DOI: 10.22044/jsfm.2022.11807.3578

توسعه الگوریتم حل عددی مناسب برای رویکرد دوفازی اویلر لاگرانژ به‌صورت پیوند چهار راهه در شبیه‌سازی اسپری

شاهد عابدی[۱]، حسن خالقی[۲،*]، رضا مداحیان[۲]

[۱] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس،تهران،ایران

[۲] دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس،تهران،ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۳۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۴

چکیده

مرسوم‌ترین روش شبیه‌سازی اسپری مایع در بستر گاز، رویکرد اویلر لاگرانژ است که در آن فاز گاز با روش اویلری و فاز مایع با روش لاگرانژی ره‌گیری می‌شود. در رژیم جریان متراکم، تأثیر فاز مایع روی فاز گاز و همچنین تأثیر قطرات بر روی یکدیگر دارای اهمیت است و منجر به وابستگی شدید معادلات فاز گاز و مایع می‌شود. از نظر عددی حل وابستگی این معادلات از چالش‌های اصلی این روش است. در پژوهش حاضر دو رویکرد مختلف در ساختار الگوریتم سیمپل برای حل معادلات ارائه‌شده است؛ بنابراین یک برنامه کامپیوتری با زبان فرترن برای حل معادلات با رویکرد اویلر لاگرانژ توسعه داده شد. برای اعتبارسنجی و ارزیابی رویکردهای ارائه‌شده، مسئله اسپری سوخت دیزل حل گردید و با مقایسه نتایج تجربی و در نظر گرفتن زمان همگرایی، الگوریتم مناسب انتخاب شد. نتایج نشان داد، استفاده از یک مرحله حل تقریبی معادلات فاز لاگرانژ در آغاز حلقه تکرار الگوریتم سیمپل و سپس دو مرحله تصحیح در موقعیت مناسب در داخل الگوریتم سیمپل، الگوی مناسبی برای حل پیوند چهار راهه معادلات در رویکرد اویلر لاگرانژ است.

کلمات کلیدی: جریان دوفازی؛ اویلر لاگرانژ؛ شبیه‌سازی عددی؛ اسپری دیزل؛ الگوریتم حل عددی

Development of a suitable numerical solution algorithm for the two-phase Euler-Lagrange approach with four way coupling in spray simulation

Sh. Abedi[1], H. Khaleghi[2,*], R.Maddahian[2]

[1] Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

[2] Assoc. Prof., Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

Abstract

The most common method of simulating liquid spray in a gaseous environment is the Eulerian Lagrangian approach where the gas phase is solved by the Euler method and the liquid phase by the Lagrange method. In the dense regime, the effect of the liquid phase on the gas phase and also the effect of the droplets on each other are of great importance. Due to the strong coupling between the gas phase and liquid phase, numerical solution of these equations is one of the main challenges of this approach. In this study, two SIMPLE based algorithms for solving these equations are presented. To do this task, a Lagrangian-Eulerian computer code was developed for the two-phase flow equations. To evaluate the proposed approaches, the diesel fuel spray was solved and by comparing results, the appropriate algorithm was selected. The results showed solving the liquid phase equations at the beginning of the SIMPLE iteration loop and then making two corrections in the appropriate position inside the algorithm, provides a suitable method for solving governing equations of the spray with the assumption of four-way coupling in the Eulerian-Lagrangian approach.

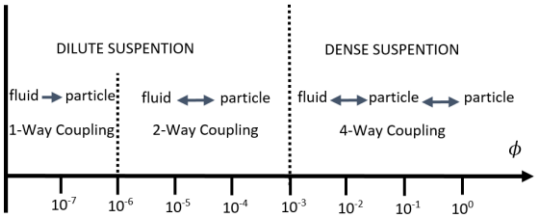
Keywords: Two Phase Flow; Euler-Lagrange; Numerical Simulation; Diesel Spray; Numerical Algorithm

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۱۸۲۸۸۳۳۸۹

آدرس پست الکترونیک: khaleghi@modares.ac.ir

۱- مقدمه

اسپری و یا تزریق مایع به بستر گازی از جریان‌های چند فازی است که کاربردهای متنوعی از قبیل پاشش سوخت در موتور احتراق داخلی دیزلی [۱]، خشک‌کن‌های صنعتی [۲]، دارورسانی [۳]، ایجاد پوشش [۴] و ... دارد. روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی جریان‌های چند فازی توسعه‌یافته‌اند که با توجه به نحوه شبیه‌سازی و تعامل دو فاز به دو دسته اویلر-اویلر و اویلر-لاگرانژ طبقه‌بندی می‌شوند. در روش‌های اویلر-اویلر، مانند مدل مرسوم دو سیال، هم ذرات و هم سیال حامل در قاب اویلری به‌عنوان فازهای پیوسته توصیف می‌شوند. با توجه به هزینه محاسباتی بسیار زیاد روش‌های اویلری، توصیف جریان‌های رقیق[۵]، جریان‌های پراکنده [۶] و ذرات با اعداد استوکس بزرگ [۷] با این روش‌ها مناسب نیست. در مقابل، روش‌های اویلر-لاگرانژ با هزینه محاسباتی بسیار کمتر، طیف گسترده‌ای از پدیده‌ها را در برمی‌گیرد که در آن فاز پراکنده با روش لاگرانژی ره‌گیری می‌شود. در روند توسعه‌ی این روش‌ها، ویلیامز معادله پاشش بنیادی را بر اساس توصیف لاگرانژی قطرات با استفاده از تابع توزیع قطرات ایجاد کرد [۸]؛ همچنین بر این اساس رویکردهای تحلیلی متنوعی [۱۰،۹] توسعه یافته‌اند. نقطه عطف در تکامل روش اویلر لاگرانژ، پژوهش اُرورک و همکاران بود که با پیوند صریح معادله تابع توزیع قطرات ویلیامز به توصیف اویلری از معادلات میانگین فاز گاز و ایجاد تبادل بین فازی، روش اویلر لاگرانژ را برای کاربرد اسپری در موتورهای احتراق داخلی پیاده‌سازی کرد و نتایج پژوهش آن‌ها به‌طور گسترده با عنوان خانواده کدهای KIVA استفاده می‌شود [۱۲،۱۱]. برنامه KIVA برای شبیه‌سازی اسپری مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفت و به‌عنوان یک کد مبنا در این زمینه توسعه‌های زیادی یافت [۱۷-۱۳]. این پژوهش‌ها شالوده رویکرد مدرن اویلر لاگرانژ را پایه‌ریزی کردند و مدل-های فرعی اولیه برای توصیف فیزیک شتاب قطرات، تبخیر، برخورد، ادغام و شکست توسعه یافت. در این رویکرد بر این فرض تکیه می‌کنند که اندازه ذرات در مقایسه با مقیاس طول مشخصه سیال حامل کوچک است و ذرات به‌عنوان منبع نقطه-ای با تبادل جرم، مومنتوم و انرژی در حلگر اویلری عمل می-کنند. بنابراین امکان شبیه‌سازی تعداد بسیار زیادی از ذرات با حفظ دقت مناسب فراهم می‌شود. نحوه تعامل فاز اویلر و لاگرانژ از چالش‌های مهم این رویکرد است. شکل۱ نحوه تأثیر قطرات روی جریان چند فازی در سطوح مختلف کسر حجمی (نسبت حجم قطره به حجم گاز) را نشان می‌دهد [۱۸].



شکل۱- تأثیر کسر حجمی به برهم‌کنش میان ذرات و سیال[۱۳]

مطابق شکل ۱، در حالت $0 < \Phi < 10^{-6}$ تأثیر قطرات روی سیال بستر قابل‌چشم‌پوشی استز جریان کلی فقط از طریق سیال گاز مشخص می‌شود و چنین جریان‌هایی مشابه جریان تک فاز خواهند بود. این شبیه‌سازی‌ها به‌طورکلی چالش‌برانگیز نیستند، اما درون‌یابی دقیق سیال حامل و گام زمانی مناسب برای به دست آوردن نتایج خوب موردنیاز است. در محدوده $10^{-6} < \Phi < 10^{-3}$ پیوند دوراهه بین قطره و گاز رخ می‌دهد. معمولاً در جریان‌های نسبتاً رقیق با غلظت‌های جرمی بالا، از برهمکنش بین فاز پراکنده و فاز حامل دوراهه استفاده می‌شود. پیوند دوراهه ذره به سیال ازنظر عددی می‌تواند مشکلاتی را ایجاد کند و برای حفظ دقت و جلوگیری از ناپایداری‌های عددی، تأثیر ذرات باید به‌طور مناسب به فاز حامل اعمال شود [۲۰،۱۹]. در محدوده $\Phi > 10^{-3}$ پیوند چهار راهه بین قطره و فاز گاز رخ می‌دهد. در این حالت برخورد قطرات به هم قابل‌چشم‌پوشی نیست و برخورد قطرات منجر به تبادل مومنتوم و انرژی بین قطرات و درنتیجه تأثیر متقابل به فاز گاز می‌گردد. در پیوند چهار راهه در جریان‌های متراکم، ذرات از طریق برخورد، چسبندگی، واندروالسی، لغزش، الکترواستاتیک و نیروهای دیگر با یکدیگر برهم‌کنش دارند[۲۱]. این شبیه‌سازی‌ها معمولاً از یک الگوریتم تشخیص برخورد استفاده می‌کنند که در آن هر ذره از ذرات مجاور آگاهی دارد. شبیه‌سازی تزریق سوخت مایع به محفظه گاز پرفشار از مهم‌ترین فرایندهای دوفازی است که در آن با توجه به تراکم بالا و اندازه ذرات مایع پیوند دو فاز مایع و گاز به‌صورت دو و چهار راهه شکل می‌گیرد. در کد مبنای KIVA [۲۲] برای اعمال پیوند عددی دوراهه فاز مایع و فاز گاز، ابتدا در هر گام زمانی حل اولیه معادلات فاز مایع انجام می‌گیرد و زیر مدل‌های

شکست و برخورد قطرات فراخوانی می‌شود سپس معادلات فاز گاز در حلقه تکرار تا رسیدن به همگرایی حل می‌شوند و نهایتاً پس از همگرایی معادلات فاز گاز، معادلات مومنتوم فاز مایع بروز می‌شود و این روند برای هر گام زمانی تکرار می‌شود. کد EPISO با الگوریتم غیرتکراری پیزو برای شبیه‌سازی دوفازی موتور احتراق داخلی توسط واتکینز و همکاران [۲۴،۲۳] در دانشگاه منچستر توسعه یافت. استفاده از الگوریتم غیرتکراری در این کد منجر به کاهش زمان محاسبات در گام زمانی یکسان نسبت به روش‌های تکراری است، اما برای رسیدن به جواب قابل‌قبول نیاز به گام زمانی کوچک‌تری دارد. مزیت کاهش زمان محاسبات در این کد منجر به استفاده از این کد در پژوهش‌های متعددی گردید [۲۷-۲۵]. در الگوریتم عددی کد EPISO برای حل معادلات فاز گاز از یک مرحله حل اولیه و دو مرحله تصحیح استفاده می‌شود. ایسا و همکاران [۲۸] نشان دادند، استفاده از سه مرحله تصحیح در این روش ازنظر کاهش خطای عددی محاسبات کمک چندانی نمی‌کند و منجر به افزایش حجم محاسبات می‌گردد. در الگوریتم کد EPISO برای ایجاد پیوند دو فاز مایع و گاز منطبق بر روش غیرتکراری پیزو برای فاز گاز از یک مرحله حل اولیه و دو مرحله تصحیح برای معادلات فاز مایع استفاده شده است. در این کد موقعیت انجام حل اولیه و تصحیح معادلات فاز مایع منطبق بر مراحل حل اولیه و تصحیح فاز گاز بکار گرفته شده است تا پیوند دوراهه معادلات به‌خوبی برقرار شود. استفاده از الگوریتم غیرتکراری در کد EPISO منجر به کاهش زمان محاسبات نسبت به کد KIVA گردید، اما در همه مسائل برای رسیدن به همگرایی معادلات و دقت قابل‌قبول نمی‌توان از روش غیرتکراری استفاده کرد. از جمله این موارد روش‌های ترکیبی اویلر-اویلر و اویلر-لاگرانژ هستند [۳۱-۲۹] که در این روش‌ها برای بخشی از فاز مایع از روش‌های تسخیرکننده سطح مانند، روش حجم مایع استفاده می‌شود و برای همگرایی معادلات نیاز به الگوریتم حل تکراری است.

در پژوهش حاضر با ترکیب ویژگی‌های دو کد مرسوم EPISO و KIVA برای شبیه‌سازی پیوند دو و چهار راهه معادلات اسپری دوفازی مایع در بستر گاز، الگوریتم عددی جدید و بهینه برای روند و ترتیب حل معادلات اویلری و لاگرانژی ارائه شده است. از این رو یک کد سه‌بعدی در مختصات کارتزین با رویکرد اویلر لاگرانژ با پیوند چهار راهه توسعه یافت. بدین منظور در کد توسعه داده‌شده برای حل پیوند فشار و سرعت فاز اویلر، با اقتباس از کد KIVA از روش تکراری سیمپل استفاده شده است و برای اعمال صحیح پیوند دو و چهار راهه معادلات دوفازی و نیز کمک به تسریع همگرایی معادلات، با اقتباس از کد EPISO حل اولیه و حل تصحیح معادلات فاز مایع در بین روند حل اولیه و تصحیح معادلات فاز گاز استفاده شده است. برای انجام این کار در پژوهش حاضر چند رویکرد مختلف برای اعمال این ویژگی‌ها بررسی‌شده است. در رویکردهای ارائه‌شده تعداد تصحیح و همچنین موقعیت اعمال تصحیح معادلات لاگرانژی بررسی و نهایتاً الگوریتم مناسب با مقایسه نتایج تجربی موجود انتخاب شده است. در الگوریتم جدید ارائه شده، بدلیل فراخوانی حلگرهای تصحیح معادلات فاز مایع در موقعیت مناسب در روند حل معادلات فاز گاز، زمان همگرایی معادلات با وجود اعمال پیوند چهارراهه بین دو فاز کاهش می‌یابد و از طرفی با توجه به استفاده از الگوریتم تکراری سیمپل، امکان استفاده از الگوریتم کد برای مسائل متنوع دوفازی فراهم می‌گردد.

۲- معادلات فاز مایع(رویکرد لاگرانژی)

در رویکرد لاگرانژی اسپری مایع با تعداد زیادی بسته[1] قطرات محاسباتی شبیه‌سازی می‌شود که هرکدام از بسته‌ها نمایانگر تعداد زیادی قطره با مشخصات (سرعت، موقعیت، دما و جرم) یکسان‌اند. این بسته‌ها در طول زمان و مکان وقتی‌که وارد فاز گاز می‌شوند، با حل معادلات پایه‌ای حاکم بر آن‌ها ره‌گیری می‌شوند. معادله مسیر قطرات به‌صورت زیر است.

$$\frac{d\boldsymbol{x}_{d,i}}{dt} = \boldsymbol{u}_{d,i} \qquad (۱)$$

در رابطه فوق $\boldsymbol{x}_{d,i}$ و $\boldsymbol{u}_{d,i}$ به ترتیب موقعیت و سرعت قطره در سه جهت است. با استفاده از قانون دوم نیوتن و در نظر گرفتن نیروی درگ به‌عنوان مؤثرترین نیرو، معادله مومنتوم برای هر قطره به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\boldsymbol{u}_{d,i}}{dt} = k_d\left(\overline{\boldsymbol{u}}_i + \acute{\boldsymbol{u}}_i - \boldsymbol{u}_{d,i}\right) \qquad (۲)$$

در معادله فوق $\overline{\boldsymbol{u}}_i$ سرعت فاز گاز در موقعیت قطره و عبارات $\acute{\boldsymbol{u}}_i$ اثر سرعت‌های نوسانی حاصل از آشفتگی فاز گاز بر روی

[1] Parcel

قطره است و از طریق حل معادلات آشفتگی مدل‌سازی می‌گردند. ضریب k_d در معادلات فوق از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$k_d = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_g}{\rho_d} \frac{V_{rel}}{D_d} \quad (۳)$$

در رابطه‌ی فوق V_{rel} اندازه سرعت نسبی بین دو فاز است و مقدار C_D از طریق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$C_D = \begin{cases} 0.44 & Re_d > 1000 \\ (24 + 3.6 Re_d^{0.687})/Re_d & Re_d < 1000 \end{cases} \quad (۴)$$

نرخ تبخیر برحسب جرم به‌صورت عبارت زیر برای یک قطره مجزا بیان می‌شود:

$$\frac{dm_d}{dt} = -\pi D_d D P_t ln\left(\frac{P_t - P_{v\infty}}{P_t - P_{vs}}\right) \frac{Sh}{RT_m} \quad (۵)$$

در رابطه‌ی فوق D ضریب نفوذ، P_{vs} فشار تبخیر در سطح قطره، $P_{v\infty}$ فشار تبخیر دور از قطره، P_t متوسط فشار کل گاز و T_m متوسط دمای گاز و قطره است. قطره مایع انرژی خود را از فاز گاز می‌گیرد و این انرژی صرف افزایش دما و تبخیر قطرات مایع می‌شود. معادله انرژی برای قطرات مطابق روش بورمن و جانسون به‌صورت رابطه‌ی زیر است:

$$\frac{d}{dt}(m_d C_p T_d) = \pi D_d K (T_g - T_d) \frac{z}{e^z - 1} Nu + Q \frac{dm_d}{dt} \quad (۶)$$

در معادله‌ی فوق Q گرمای نهان تبخیر و z مطابق رابطه زیر، تصحیح کننده ضریب انتقال حرارت در زمان انتقال جرم است.

$$z = -C_{pv} \frac{dm_d}{dt} / \pi D_d K Nu \quad (۷)$$

در رابطه (۷) C_{pv} گرمای ویژه بخار مایع است. اعداد بی‌بعد استفاده‌شده در روابط فوق در جدول زیر تعریف‌شده‌اند.

جدول۱- گروه اعداد بی‌بعد معادلات حاکم

$Re_d = \rho_g V_{rel} D_d / \mu_g$	$We = \rho D U^2 / \sigma$
$Re = \rho D U / \mu$	$Nu = 2.0 + 0.6 Re^{1/2} Pr^{1/3}$
$Oh = We^{1/2}/Re$	$Sh = 2.0 + 0.6 Re^{1/2} Sc^{1/3}$
$K = We\ Oh^{-2/5}$	$Pr = \mu C_p / k$
$H = h_0 / D$	$Sc = \mu / \rho D_d$

۳- زیر مدل‌های شکست و برخورد قطرات

مدل شکست قطره، فرآیند اتمیزاسیون را در اسپری کنترل می‌کند. در پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه مدل‌های مختلفی برای شکست قطرات ارائه‌شده است [۳۴-۳۲]. در پژوهش حاضر از مدل مرسوم ریتز- دیواکر پیوسته استفاده‌شده است [۳۵]. بر اساس این مدل، شکست قطرات اسپری در اثر عمل نیروهای آئرودینامیک در دو حالت کیفی و ریزشی[1] رخ می‌دهد. شکست کیفی در اثر گرادیان فشار در اطراف قطره و شکست ریزشی به دلیل وجود برش در سطح قطره رخ می‌دهد.

در مدل‌سازی برخورد قطرات دو رویکرد قطعی و رویکرد تصادفی وجود دارد. در رویکرد قطعی پارامترهای برخورد قطرات با هزینه محاسباتی بالا محاسبه می‌شوند. در رویکرد مرسوم تصادفی از متغیرهای تصادفی کمک گرفته می‌شود. این روش دارای هزینه محاسباتی و دقت کمتر است که در تعداد برخوردهای بالا خطا قابل‌قبول می‌گردد. در پژوهش حاضر از مدل مونانور و ریتز [۳۶] که عملکرد مستقل از شبکه محاسباتی دارد، استفاده‌شده است. در این مدل دو قطره هنگامی با یکدیگر احتمال برخورد خواهند داشت که در داخل شعاع برخورد مؤثر قرار داشته باشند. با محاسبه فرکانس و راندمان برخورد و با استفاده از اعداد تصادفی، نحوه برخورد مشخص می‌شود و نهایتاً معادلات بقاء برای قطرات تحت تأثیر برخورد بازنویسی می‌شوند.

۴- معادلات فاز گاز (رویکرد اویلری)

تحلیل فاز گازی در رویکرد اویلری شامل حل معادلات بقای جرم، مومنتوم، انرژی، معادله حالت به همراه معادله کسر جرمی بخار مایع است. برای مدل‌سازی آشفتگی جریان از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد [۳۷] با حل معادلات انرژی جنبشی و اتلاف آشفتگی استفاده‌شده است. به‌منظور حفظ بقای جرم، مومنتوم و انرژی کلی و اعمال تأثیر متقابل دو فاز گاز و مایع، باید عبارت منبع مربوط به فاز مایع به معادلات بقای فاز گاز نیز اضافه شود. به علت حضور قطرات فاز مایع در سلول‌های محاسباتی، باید فضای واقعی اشغال‌شده توسط فاز گاز در هر سلول شبکه محاسبه شود. برای این منظور از پارامتر کسر تهی[2] که به‌صورت نسبت حجم گاز اشغال‌شده در سلول به حجم کل

[1] Stripping

[2] Void fraction

سلول تعریف می‌شود(θ) ، در معادلات حاکم بر فاز گاز استفاده شده است. معادلات حاکم برای فاز گاز را می‌توان در قالب معادله‌ی کلی انتقال به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\theta\varphi)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\theta u_i\varphi)=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\theta\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)+\theta S_\varphi+S_{\varphi d} \quad (۸)$$

در معادله فوق برای مقادیر ۱، u، v، w، E، f، k، e برای φ به ترتیب معادلات بقای جرم، مومنتوم در سه جهت، انرژی داخلی($E=C_vT$)، کسر جرمی بخار فاز مایع و معادلات انرژی جنبشی و اتلاف اغتشاش ایجاد می‌گردد. عبارت $S_{\varphi d}$ در معادله (۸) مربوط به تبادل جرم، مومنتوم و انرژی بین دو فاز مایع و گاز است که در مقادیر این عبارت در جدول۲ مشخص‌شده است؛ همچنین در جدول۳ عبارات منبع(S_φ) با لحاظ تراکم‌پذیری $\left(\lambda=-\frac{2}{3}\Gamma\right)$ و ضریب پخش (Γ) برای معادله(۸) ارائه‌شده است.

جدول۲- عبارت منبع برای فاز لاگرانژی

$S_{\varphi d}$	φ
$S_d=S_{fd}=-\frac{\pi}{6}\frac{\rho_d}{\delta t}\sum_k N_{d\prime k}[(D_{d\prime k}^{n+1})^3-(D_{d\prime k}^{n})^3]$	$1.f$
$S_{\varphi d}=-\frac{\pi}{6}\frac{\rho_d}{\delta t}\sum_k N_{d.k}[(D_{d.k}^{n+1})^3\varphi_{d.k}^{n+1}-(D_{d.k}^{n})^3\varphi_{d.k}^{n}]$	$u.v.w$
$S_{Ed}=-\frac{\pi}{6}\frac{\rho_d}{\delta t}\sum_k N_{d.k}[(D_{d.k}^{n+1})^3(C_vT_{d.k})^{n+1}-(D_{d.k}^{n})^3(C_vT_{d.k})^{n}]$	E

جدول۳- عبارات منبع و ضریب پخش برای معادلات فاز گاز

S_φ	Γ_φ	φ
0	0	1
$-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\varphi\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right)$	$\mu+\mu_t$	$u.v.w$
$-p\frac{\partial u_j}{\partial x_j}+\Gamma_E\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+\lambda\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right)^2$	$\frac{\mu+\mu_t}{Pr}$	E
0	$\frac{\mu+\mu_t}{\sigma_f}$	f
$\mu_t\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\rho\varepsilon$	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	k
$C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}\mu_t\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}$	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	e

در جدول۳ ضرایب معادله کسر جرمی بخار و مدل $k-\varepsilon$ استاندارد به‌صورت $C_\mu=0.09$ ، $C_{1\varepsilon}=1.44$ ، $C_{2\varepsilon}=1.92$ ، $\sigma_f=Pr$ ، $\sigma_\varepsilon=1.3$ ، $\sigma_k=1.0$ و همچنین $\mu_t=\rho C_\mu k^2/\varepsilon$ استفاده شده است.

۵- مشخصات برنامه حلگر و روش‌های حل عددی

برای حل معادلات، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی فرترن برنامه کامپیوتری توسعه داده شد. برای حل معادلات فاز گاز به‌صورت سه‌بعدی از شبکه جابه‌جاشده با اندازه سلول‌های یکنواخت استفاده شد. برای تقریب شار در مرز سلول از روش قانون توانی و برای تقریب عبارت غیر دائم از اویلر مرتبه اول استفاده شد. برای حل هر یک از معادلات از روش ADI[1] و برای حل پیوند فشار و سرعت از الگوریتم سیمپل استفاده‌شده است. معادلات فاز مایع با روش اویلر مرتبه اول گسسته شده‌اند و برای تزریق قطرات از فرض اتمیزاسیون کامل قطرات در خروجی نازل استفاده‌شده است. برای صرفه‌جویی در هزینه محاسبات، قطرات با مشخصات یکسان از محل تزریق، در قالب بسته‌های قطرات قرار می‌گیرند و معادلات برای بسته قطرات حل می شود. اندازه قطرات به‌صورت تصادفی و تعداد قطرات هر بسته با توجه به مقدار مشخص D_{32} و تابع توزیع روزین راملر مشخص می‌شود.

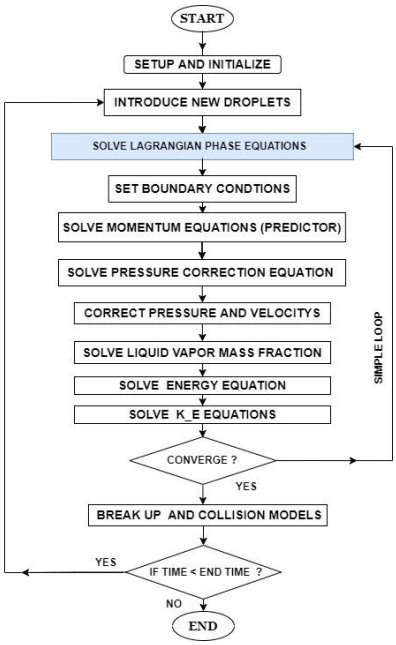
۶- رویکرد عددی پیوند دوراهه و چهار راهه

در کد توسعه داده‌شده برای حل پیوند سرعت و فشار فاز گاز، از الگوریتم سیمپل مطابق مرجع [۳۸] استفاده‌شده است. در حلقه تکرار الگوریتم سیمپل با مقدار حدسی میدان فشار، مقدار تقریبی سرعت‌ها به دست می‌آید و از طریق سرعت‌های تقریبی، معادله تصحیح فشار حل می شود و با میدان فشار تصحیح‌شده، سرعت‌ها و میدان فشار حدسی تکرار بعدی تصحیح می‌شود و این روند تا رسیدن به معیار همگرایی تکرار می‌شود. بنابراین در الگوریتم سیمپل برای حل وابستگی بین سرعت و فشار، یک‌مرتبه معادلات به‌صورت تقریبی(پیش‌بینی) حل می‌شوند و در مرتبه دوم به کمک معادله بقا جرم تصحیح می‌شوند. از طرفی در پژوهش حاضر تعامل فاز گاز با فاز مایع به صورت دوراهه است و محاسبات سرعت، جرم و انرژی فاز

[1] Alternative direction implicit method

مایع و گاز به هم وابسته است؛ بنابراین برای حل وابستگی بین معادلات نیاز به یک الگوریتم عددی مناسب است. تأثیر فاز گاز روی فاز مایع به‌وضوح در روابط ۱ تا ۷ مشخص است و تأثیر فاز مایع روی فاز گاز مطابق جدول۲ به‌صورت عبارات چشمه در معادلات این فاز ظاهر می‌شود. برای شروع حل معادلات فاز گاز نیاز به تخمین اولیه از عبارات چشمه جدول۲ است، بنابراین در ابتدا معادلات فاز مایع به‌صورت تقریبی حل می شوند و عبارات جدول۲ محاسبه می شوند، سپس مطابق الگوریتم سیمپل معادلات مومنتوم فاز گاز به‌صورت تقریبی حل و سپس تصحیح می‌شوند. در این مرحله با توجه به تصحیح صورت گرفته نیاز به تصحیح و حل مجدد معادلات فاز مایع است. با توجه به تعداد و موقعیت تصحیح‌های مورد نیاز حل معادلات فاز مایع، الگوریتم های عددی متنوعی می‌توان در نظر گرفت. در این پژوهش بر مبنای الگوریتم عددی سیمپل برای فاز گاز، رویکردهای مختلفی در نظر گرفته‌شد که با توجه به نتایج حاصل و برای اختصار دو رویکرد مناسب در ادامه معرفی می‌شوند.

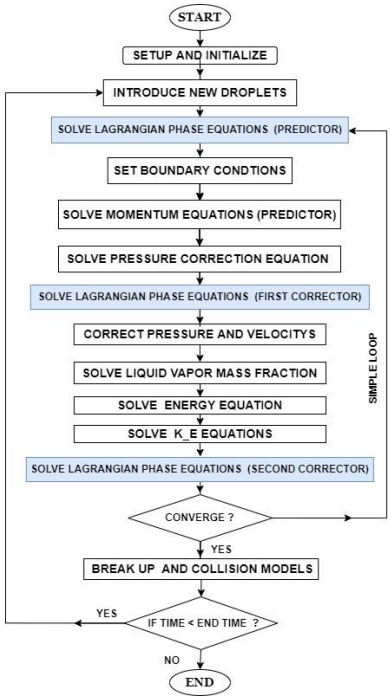
در رویکرد اول مطابق فلوچارت شکل۲، فقط یکبار حلگر معادلات فاز مایع فراخوانی می‌شود و این فراخوانی در داخل و ابتدای حلقه تکرار الگوریتم سیمپل صورت می‌گیرد. مطابق شکل فوق در این رویکرد تصحیح معادلات فاز مایع با تکرار حلقه سیمپل صورت می‌گیرد و در هرگام زمانی پارامترهای مورد نیاز از فاز گاز برای حل معادلات فاز مایع و همچنین محاسبه عبارات چشمه جدول۲ از تکرار قبلی حلقه سیمپل استفاده می شود. با توجه به اینکه در این رویکرد در هر تکرار حلقه سیمپل، حل معادلات فاز مایع فقط یک‌بار و با مقادیر تکرار قبلی عبارات فاز گاز صورت می‌گیرد و عبارات چشمه فاز گاز از تکرار قبلی محاسبه شده‌اند، انتظار می‌روند تا رسیدن به همگرایی کامل پیوند دو راهه معادلات در هرگام زمانی، تعداد تکرار بیشتری در حلقه سیمپل مورد نیاز باشد. طبق الگوریتم این رویکرد تعداد تکرار حلقه سیمپل، تعداد تصحیح معادلات فاز مایع را مشخص می‌کند. پس از همگرایی معادلات در حلقه سیمپل، برای اعمال تأثیرات قطرات روی هم، مدل‌های شکست و برخورد قطرات فراخوانی می شود تا پیوند چهار راهه معادلات فازهای مایع و گاز تکمیل شود. شایان‌ذکر است درصورتی‌که حلگر معادلات فاز مایع در خارج از حلقه سیمپل قرار گیرد و فقط یک‌بار فراخوانی شود و همچنین از محاسبات عبارات جدول۲ صرف نظر شود و از مدل برخورد بین قطرات استفاده نشود، پیوند فاز مایع و گاز ازنظر عددی یک راهه خواهد بود. در بخش نتایج به‌منظور مقایسه رویکردها، رویکرد یک راهه نیز مورد مقایسه قرارگرفته است.



شکل۲- فلوچارت رویکرد اول

در رویکرد دوم مطابق فلوچارت شکل۳ از یک مرحله حل تقریبی معادلات فاز مایع در ابتدای و دو مرحله تصحیح در داخل حلقه تکرار الگوریتم سیمپل استفاده شده است. مطابق این رویکرد حل اولیه معادلات فاز مایع در داخل و در ابتدای حلقه الگوریتم سیمپل و پیش از شروع حل معادلات مومنتوم فاز گاز است. دلیل استفاده از این موقعیت، بروز رسانی عبارات چشمه معادلات مومنتوم فاز گاز (مطابق جدول۲) پیش از شروع حل آن‌ها در هر تکرار حلقه سیمپل است. در این رویکرد پس از حل معادلات مومنتوم فاز گاز، با مقادیر تقریبی به‌دست‌آمده برای سرعت فاز گاز، حلگر معادلات فاز مایع فراخوانی می‌شود تا تصحیح اول این معادلات انجام شود و عبارت چشمه برای معادله انرژی به‌روزرسانی شود. نهایتاً پس از حل معادلات کسر جرمی بخار مایع، معادله انرژی و معادلات $k-\varepsilon$، در همان گام زمانی و پیش از خروج از حلقه الگوریتم سیمپل، تصحیح دوم معادلات فاز مایع با مقادیر

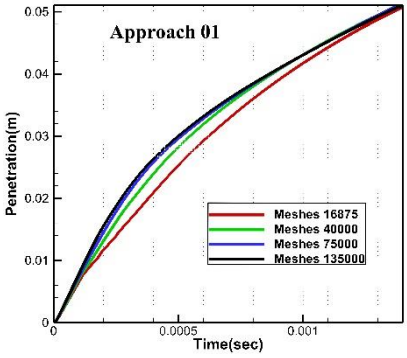
تصحیح‌شده سرعت‌های فاز گاز انجام می‌گیرد. پس از همگرایی معادلات در الگوریتم سیمپل در هر گام زمانی، مدل‌های شکست و برخورد قطرات فراخوانی می‌شود تا پیوند چهار راهه معادلات تکمیل شود.



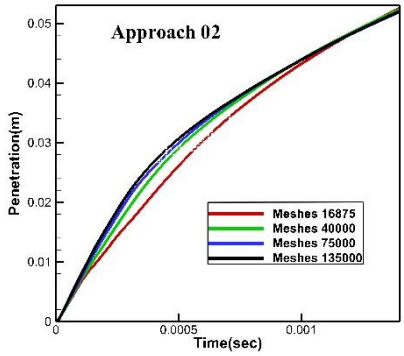
شکل۳- فلوچارت رویکرد دوم

۷- اعتبارسنجی و نتایج

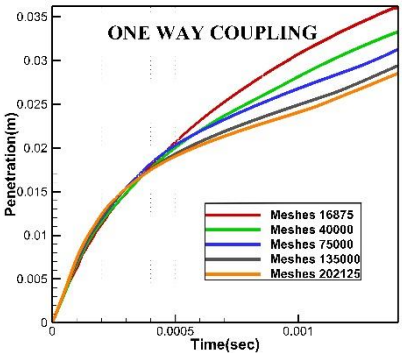
به‌منظور بررسی و اعتبارسنجی رویکردهای ارائه‌شده، نتایج حاصل از حل عددی هر یک از رویکردها در این قسمت با نتایج تجربی مقایسه می شوند. به‌منظور بررسی تأثیر اعمال پیوند چهار راهه فاز گاز و مایع، حل عددی برای رویکرد یک راهه نیز انجام می‌شود و نتایج با رویکردهای ارائه‌شده مقایسه می‌شود. برای انجام حل عددی، برای هر یک از رویکردها به صورت جداگانه استقلال از شبکه و استقلال از گام زمانی بررسی گردید. این بررسی شامل نتایج سرعت فاز گاز در مقاطع مختلف و همچنین طول نفوذ قطرات اسپری است که برای اختصار نتایج حاصل از طول نفوذ برای هر یک از رویکردها در شکل‌های۴ تا ۶ ارائه شده است. مطابق این شکل‌ها استفاده از شبکه با ۷۵۰۰۰ سلول برای رویکرد اول و دوم و شبکه با ۱۳۵۰۰۰ سلول برای رویکرد یک‌راهه نتایج مستقل از شبکه ارائه می‌دهد؛ همچنین با بررسی گام زمانی در رویکردهای مختلف مشخص شد استفاده از گام زمانی ۲/۳۸ میکروثانیه منجر به نتایج مستقل از گام زمانی می‌گردد.



شکل۴- بررسی استقلال از شبکه رویکرد اول

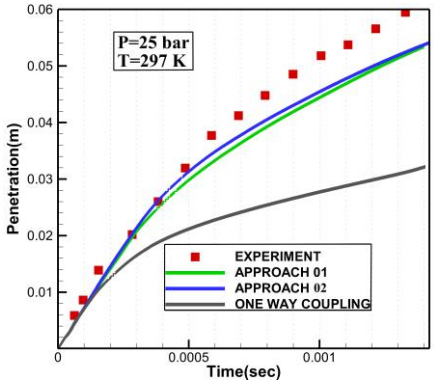


شکل۵- بررسی استقلال از شبکه رویکرد دوم



شکل۶- بررسی استقلال از شبکه رویکرد یک‌راهه

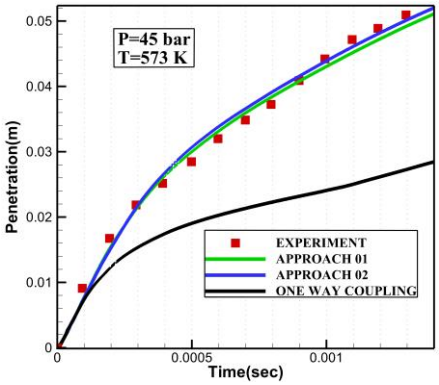
در نمونه اول برای مقایسه از نتایج تجربی تزریق اسپری در محیط گازی با دمای۲۹۷ درجه کلوین و فشار ۲۵ بار مطابق مرجع [۳۹] استفاده شده است. با توجه به اینکه طول نفوذ اسپری تحت تأثیر هر دو فاز مایع و گاز است، معیار مناسبی برای مقایسه رویکردهای ارائه‌شده با نتایج تجربی است. برای انجام شبیه‌سازی از توزیع قطرات بین ۲۰ تا ۲۲۰ میکرون با D_{32} برابر ۱۰۰ میکرون استفاده شد. در شکل۷ نتایج حاصل از مقایسه طول نفوذ اسپری در نمونه اول ارائه‌شده است.



شکل۷- مقایسه نتایج عددی و تجربی طول نفوذ اسپری (نمونه اول)

مطابق این شکل دو رویکرد ارائه‌شده برای لحاظ پیوند فازهای مایع و گاز با نتایج تجربی در حدود ۱۰ درصد اختلاف نشان می‌دهد. مطابق فیزیک اسپری، در فشار پایین محفظه به دلیل کمتر بودن چگالی نیروی آئرودینامیکی وارد بر حجم مایع کمتر است؛ بنابراین در شرایط آزمایشگاهی هسته مایع خارج شده از نازل، شکست اولیه و نهایتاً شکست ثانویه کمتری را تجربه می‌کند که منجر به طول نفوذ بیشتر اسپری می‌گردد. در روش لاگرانژی مرسوم استفاده شده برای شبیه‌سازی اسپری از فرض اتمیزاسیون کامل در خروجی نازل استفاده می شود که این فرض منجر به شکست بیشتر قطرات و کاهش طول نفوذ اسپری می‌گردد و در جریان‌های با چگالی پایین منجر به اختلاف با نتایج تجربی بخصوص در نزدیکی نازل می‌شود. می‌توان برای کاهش اثر اتمیزاسیون کامل و بهبود نتایج شبیه‌سازی، از قطرات با D_{32} و توزیع اندازه بزرگتر استفاده نمود که خارج از هدف پژوهش حاضر است.

با توجه به اینکه در نمونه اول تزریق مایع در بستر گاز با دمای محیط صورت گرفته، در این آزمایش نمی‌توان تأثیر معادله انرژی را به‌خوبی بررسی کرد. بنابراین برای بررسی بهتر رویکردهای ارائه شده در نمونه دوم برای مقایسه از نتایج تجربی تزریق اسپری در محیط گازی با دمای۵۷۳ درجه کلوین و فشار ۴۵ بار مطابق مرجع [۳۹] استفاده شده است. در این بررسی دما و فشار محفظه نسبتاً بالاگرفته شده است تا پارامتر هایی نظیر تبخیر و شکست قطرات به‌خوبی قابل‌مقایسه باشند. با توجه به غلیظ بودن جریان گاز در این حالت و دمای بالا، اسپری شکست و تبخیر بیشتری را تجربه می‌کند و این حالت با فرض اتمیزاسیون اسپری در خروجی نازل مطابقت بیشتری دارد. در شکل۸ نتایج حاصل از طول نفوذ اسپری برای رویکردهای مختلف برای نمونه دوم نشان داده شده است. مطابق این شکل دو رویکرد ارائه شده نتایج نزدیکی به نتایج تجربی دارند و در رویکرد یک‌راهه در هر دو نمونه اختلاف زیادی دیده می‌شود.



شکل۸- مقایسه نتایج عددی و تجربی طول نفوذ اسپری (نمونه دوم)

در دو مسئله نمونه حل شده، کسر حجمی اسپری بیشتر از ۰/۰۰۱ است و در این محدوده مطابق شکل۱ فاز مایع و گاز متأثر از هم هستند و پیوند معادلات حاکم ازنظر عددی باید چهار راهه باشد. بنابراین ملاحظه می‌شود حل معادلات با رویکرد یک‌راهه در این محدوده منجر به اختلافی در حدود ۴۰ درصد با نتایج تجربی شده است.

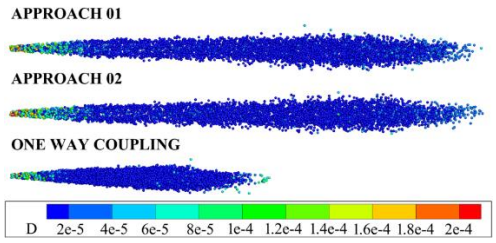
در جدول ۴ میانگین درصد اختلاف نتایج عددی و نتایج تجربی به همراه زمان حل عددی دو رویکرد چهار راهه باهم مقایسه شده است. مطابق جدول ۴ و با مقایسه نتایج و

همچنین در نظر گرفتن زمـان همگرایی الگوریتم عـددی، ملاحظه می‌شود که رویکرد دوم نتایج بهتری داشته است.

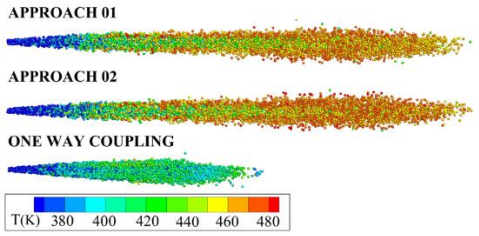
جدول۴- میانگین اختلاف نتایج عددی با نتایج تجربی و زمان اجرای هر یک از رویکردها

رویکردها	درصد خطای نسبی		زمان اجرا (دقیقه)	
	نمونه اول	نمونه دوم	نمونه اول	نمونه دوم
اول	11/36	5/03	126/4	130/05
دوم	8/86	5/34	99/2	116/08

در شـــکل۹ توزیع اندازه قطرات مایع در نمونه دوم ارائه‌شده است. مطابق شکل، تفاوت زیادی در ساختار اسپری در رویکرد یک‌راهه دیده می‌شـــود. در شـــکل۱۰ توزیع دمای قطرات در لحظه پایانی اســـپری ارائه‌شـــده اســـت. مطابق این شـــکل ملاحظه می‌شـــود، قطرات در رویکرد یک‌راهه ســـطح دمای کمتری دارند و این می‌تواند ناشـــی از عدم اعمال پیوند دوراهه بین فاز گاز و مایع در رویکرد یک‌راهه باشد.

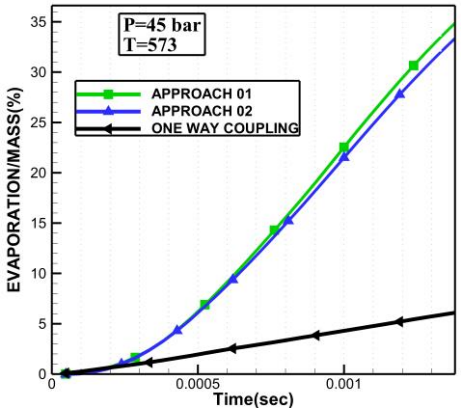


شکل۹- توزیع قطر قطرات در نمونه دوم

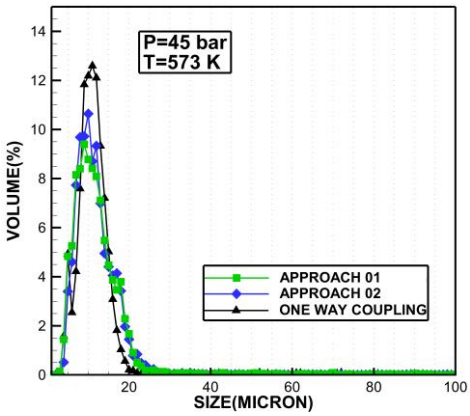


شکل۱۰- توزیع دمای قطرات در نمونه دوم

به‌منظور بررســی بیشــتر قطرات در فاز مایع، نمودار در صد نسبت تبخیر به جرم تزریقی در طول زمان تزریق در شکل۱۱ ارائه‌شده است. ملاحظه می‌شود رویکرد یک‌راهه درصد تبخیر کمتری را نســبت به دو رویکرد دیگر نشـــان داده اســـت. در شکل۱۲ توزیع اندازه قطرات در انتهای تزریق ارائه‌شده است. برای شـــبیه‌ســـازی تزریق قطرات، اندازه قطرات به‌صـــورت تصـــادفی از ۲۰ تا ۲۲۰ میکرون با D_{32} برابر ۱۰۰ میکرون انتخاب شده‌اند و در طول اسپری با توجه به برخورد و شکست و همچنین تبخیر، اندازه قطرات کوچک‌تر می شود. برای همه رویکردها بیشترین درصد حجمی مربوط به ذرات با اندازه ۱۰ میکرون اســـت. قطر میانگین و همچنین D_{32} قطرات برای همه رویکردها تقریباً یکســـان و به ترتیب برابر ۷ و ۲ میکرون به دست آمد.



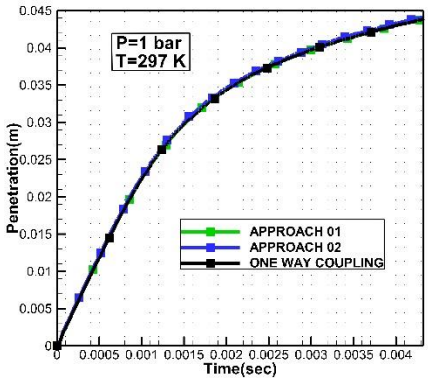
شکل۱۱- درصد تبخیر جرم مایع تزریق‌شده در طول زمان



شکل۱۲-توزیع اندازه قطرات در لحظه انتهایی تزریق

به منظور بررسی بیشتر رویکردهای ارائه شده، در انتها یک مســـئله در محدوده رژیم یک‌راهه حل می‌شـــود. برای این

منظور دبی و چگالی مایع تزریقی را کاهش داده تا کسر حجمی مایع به حدود 10^{-7} و مطابق شکل ۱ در محدوده رژیم یک‌راهه قرار بگیرد. انتظار می‌رود با توجه به کسر حجمی کم جریان، با وجود اعمال پیوند چهار راهه در رویکردها، تأثیر قطرات به فاز گاز ناچیز باشد و نتایج مشابه رویکرد یک‌راهه گردد که مطابق شکل نتایج سه رویکرد کاملاً بر هم منطبق شد که تائید کننده صحت عملکرد الگوریتم‌ها است.



شکل ۱۳- مقایسه نتایج رویکردهای ارائه شده در رژیم جریان یک‌راهه

۸- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

هدف اصلی پژوهش حاضر ارائه‌ی الگوریتم عددی مناسب جهت پیوند چهار راهه بین معادلات دوفازی اویلر لاگرانژ در شبیه‌سازی اسپری بود. برای این منظور یک برنامه کامپیوتری در زبان فرترن برای حل معادلات با رویکرد اویلر لاگرانژ توسعه داده شد. برای حل معادلات فاز گاز از رویکرد اویلر و برای فاز مایع از رویکرد لاگرانژ با ردگیری قطرات استفاده گردید. به منظور توسعه الگوریتم عددی برای حل پیوند چهار راهه معادلات فاز مایع و فاز گاز با تلفیق الگوریتم حل تکراری کد KIVA و الگوریتم حل غیر تکراری کد EPISO و استفاده از مزایای هر دو کد، دو الگوریتم عددی بر مبنای الگوریتم تکراری سیمپل ارائه شد. تفاوت اصلی رویکردهای ارائه شده در موقعیت محاسبات تقریبی و تصحیح محاسبات معادلات فاز مایع در داخل الگوریتم سیمپل است. با حل دو مسئله نمونه با دما و فشار محفظه مختلف، دو رویکرد ارائه‌شده با نتایج تجربی و همچنین با رویکرد پیوند یک راهه معادلات دو فازی مقایسه گردید. با مقایسه نتایج مشاهده شد با توجه به کسر حجمی نسبتاً بالای فاز مایع، دو مسئله حل شده از نظر فیزیکی در محدوده پیوند چهار راهه قرار دارند و اختلاف قابل ملاحظه‌ای در نتایج رویکرد یک راهه دیده می‌شد و نتایج حاصل از دو رویکرد ارائه‌شده قابل قبول بود. در ادامه با توجه به زمان همگرایی و همچنین نسبت خطای نتایج عددی با نتایج تجربی رویکرد بهینه انتخاب گردید. در رویکرد انتخاب‌شده، از یک مرحله حل تقریبی معادلات فاز مایع در آغاز حلقه تکرار الگوریتم سیمپل و دو مرحله تصحیح معادلات فاز مایع استفاده گردید و ملاحظه شد که تصحیح دو مرحله‌ای معادلات فاز مایع در موقعیت‌های مناسب، ضمن ایجاد پیوند مناسب معادلات، منجر به همگرایی سریع‌تر الگوریتم حل عددی می‌گردد.

۹- مراجع

[1] Zhou, Q., Lucchini, T., D'Errico, G., Novella, R., García-Oliver, J. M., & Lu, X. (2021). CFD analysis of combustion and emission characteristics of primary reference fuels: from transient Diesel spray to heavy-duty engine. Fuel, 301, 120994.

[2] Benavides-Morán, A., Cubillos, A., & Gómez, A. (2021). Spray drying experiments and CFD simulation of guava juice formulation. Dry. Technol, 39(4), 450-465..

[3] Ali, A. M., Dena, A. S. A., Yacoub, M. H., & El-Sherbiny, I. M. (2022). Drag-minimizing spore/pollen-mimicking microparticles for enhanced pulmonary drug delivery: CFD and experimental studies. J. Drug. Deliv. Sci. Technol, 67, 102960.

[4] Farivar, F., Zhang, H., Tian, Z. F., & Gupte, A. (2020). CFD-DEM-DDM model for spray coating process in a Wurster coater. J. Pharm. Sci., 109(12), 3678-3689.

[5] Desjardins, O., Fox, R. O., & Villedieu, P. (2008). A quadrature-based moment method for dilute fluid-particle flows. J. Comput. Phys, 227(4), 2514-2539.

[6] Ejtehadi, O., Rahimi, A., Karchani, A., & Myong, R. S. (2018). Complex wave patterns in dilute gas–particle flows based on a novel discontinuous Galerkin scheme. Int. J. Multiph. Flow, 104, 125-151.

[7] Ferry, J., & Balachandar, S. (2001). A fast Eulerian method for disperse two-phase flow. Int. J. Multiph. Flow, 27(7), 1199-1226.

[8] Williams, F. A. (1958). Spray combustion and atomization. Phys. Fluids, 1(6), 541-545.

[9] Koch, D. L. (1990). Kinetic theory for a monodisperse gas–solid suspension. Phys. Fluids, 2(10), 1711-1723.

[10] Zhang, D. Z., & Prosperetti, A. (1994). Ensemble phase-averaged equations for bubbly flows. Phys. Fluids, 6(9), 2956-2970.

[11] O 'Rourke , P. J. (1985). The KIVA computer program for multidimensional chemically reactive fluid flows with fuel sprays. In Numerical Simulation of Combustion Phenomena (pp. 74-89). Springer, Berlin, Heidelberg.

[12] Amsden, A. A. (1989). A computer program for chemically reactive flows with sprays. Report of Los Alamos National Laboratory.

[13] Torres, D. J., & Trujillo, M. F. (2006). KIVA-4: An unstructured ALE code for compressible gas flow with sprays. J. Comput. Phys, 219(2), 943-975.

[14] Duan, X., Xu, Z., Sun, X., Deng, B., & Liu, J. (2021). Effects of injection timing and EGR on combustion and emissions characteristics of the diesel engine fuelled with acetone–butanol–ethanol/diesel blend fuels. Energy, 231, 121069.

[15] Ghayoumi, M. (2022). An Investigation of Applied Techniques to Improve Grid Generation in ICEs Simulations by KIVA. Fluid. Mech. Aerodyn. J, 10(2).

[16] Liu, J., Guo, Q., Guo, J., & Wang, F. (2021). Optimization of a diesel/natural gas dual fuel engine under different diesel substitution ratios. Fuel, 305, 121522.

[17] Lungu, J., Siwale, L., & Luwaya, E. (2018). Numerical Accuracy of the Kiva4 Code under Different Ignition Timing on the Combustion Characteristics of Gasoline in a Spark Ignition Engine. J. Power. Energy, 6(11), 87.

[18] Elghobashi, S. (1994). On predicting particle-laden turbulent flows. Appl. Sci. Res, 52(4), 309-329.

[19] Capecelatro, J., & Desjardins, O. (2013). An Euler–Lagrange strategy for simulating particle-laden flows. J. Comput. Phys, 238, 1-31.

[20] Jacobs, G. B., & Don, W. S. (2009). A high-order WENO-Z finite difference based particle-source-in-cell method for computation of particle-laden flows with shocks. J. Comput. Phys, 228(5), 1365-1379.

[21] Zhu, H. P., Zhou, Z. Y., Yang, R. Y., & Yu, A. B. (2007). Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments. Chem. Eng. Sci, 62(13), 3378-3396.

[22] Amsden, A. A., Butler, T. D., O'rourke, P. J., & Ramshaw, J. D. (1985). KIVA—a comprehensive model for 2-D and 3-D engine simulations. SAE trans, 1-15.

[23] Watkins, A. P. (1989). Three-dimensional modelling of gas flow and sprays in diesel engines. Computer simulation of fluid flow, heat and mass transfer and combustion in reciprocating engines, (ed. N. C. Markatos). Washington, DC: Hemisphere Publishing Corporation. 193-237.

[24] Watkins, A. P., Khaleghi, H., & Wang, D. M. (1991). Modelling spray phenomena in direct-injection diesel engines. Internal Combustion Engine Research in Universities, Polytechnics and Colleges, 131-142.

[25] Khaleghi, H., Farani Sani, H., Ahmadi, M., & Mohammadzadeh, F. (2021). Effects of turbulence on the secondary breakup of droplets in diesel fuel sprays. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: J. Automot. Eng, 235(2-3), 387-399.

[26] Khaleghi, H., Ahmadi, M., & Farani Sani, H. (2019). Effects of two-way turbulence interaction on the evaporating fuel sprays. J. Appl. Fluid Mech., 12(5), 1407-1415.

[27] Khaleghi, H., Yazdanparast, S., Keshtkar, M., & Firouznia, Z. (2018). DEVELOPMENT OF A SPREAD SUBMODEL FOR SPRAY/WALL IMPACTION. At. Sprays , 28(10).

[28] Issa, R. I., Gosman, A. D., & Watkins, A. P. (1986). The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme. J. Comput. Phys, 62(1), 66-82.

[29] Ling, Y., Zaleski, S., & Scardovelli, R. (2015). Multiscale simulation of atomization with small droplets represented by a Lagrangian point-particle model. Int. J. Multiph. Flow, 76, 122-143.

[30] Zhou, L., Xia, J., Shinjo, J., Cairns, A., Cruff, L., & Blaxill, H. (2015). Towards high-fidelity multi-scale simulation of spray atomization. Energy. Procedia, 66, 309-312.

[31] Ström, H., Sasic, S., Holm-Christensen, O., & Shah, L. J. (2016). Atomizing industrial gas-liquid flows–development of an efficient hybrid vof-lpt numerical framework. Int. J. Heat. Fluid. Flow, 62, 104-113

[32] Hsiang, L. P., & Faeth, G. M. (1992). Near-limit drop deformation and secondary breakup. Int. J. Multiph. Flow, 18(5), 635-652.

[33] Pilch, M., & Erdman, C. A. (1987). Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop. Int. J. Multiph. Flow, 13(6), 741-757.

[34] Omidvar, A., & Khaleghi, H. (2012). An analytical approach for calculation of critical weber number of droplet breakup in turbulent gaseous flows. Arab. J. Sci. Eng, 37(8), 2311-2321.

[35] Reitz, R. D., & Diwakar, R. (1986). Effect of drop breakup on fuel sprays. SAE trans, 218-227.

[36] Munnannur, A., & Reitz, R. D. (2007). Droplet collision modeling in multi-dimensional spray computations. In SAE World Congress.

[37] Launder, B.E., Spalding, D.B., (1974). Numerical computation of turbulent flows. Comput. Methods. Appl. Mech. Eng. 3 (2), 269–289

[38] Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (1995). Computational fluid dynamics. The finite volume method, Harlow, England: Longman Scientific & Technical

[39] Yule, A. J., Mo, S. L., Tham, S. Y., & Aval, S. M. (1985). Diesel spray structure. Proc. ICLASS-85, 1-1.