



بهینه‌سازی وزنی و کمانشی پوسته‌های تقویت‌شده کامپوزیتی لایه ای

مرتضی باقری^{۱*}، علی اصغر جعفری^۲ و مرتضی صادقی فر^۳

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه هوایی شهید ستاری

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

^۳ مربی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نوشهر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۶/۲۵؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۱/۱۰/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۶/۲۰

چکیده

در این تحقیق، بهینه‌سازی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده کامپوزیتی لایه ای با تقویت‌کننده‌های رینگی با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام شده‌است. توابع هدف شامل رسیدن به حداکثر بار کمانش کلی و حداقل وزن پوسته تقویت‌شده لایه‌ای می‌باشد. بار کمانش با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول لوو و روش حل ریلی ریتز به دست آمد. در این تحقیق از معادلات انرژی کرنشی برای پوسته تقویت‌شده کامپوزیتی استفاده شده‌است و هر تقویت‌کننده به صورت مجزا در نظر گرفته شده‌است به طوری که ابعاد هندسی و خصوصیات موادی هر تقویت‌کننده می‌تواند از بقیه متفاوت باشد. به علاوه، استفاده از این روش توانایی متفاوت در نظر گرفتن خصوصیات موادی تقویت‌کننده‌ها از پوسته اصلی را نیز به طراح می‌دهد.

کلمات کلیدی: پوسته استوانه‌ای؛ تقویت‌کننده لایه‌ای؛ بار کمانش؛ وزن؛ الگوریتم ژنتیک.

Optimization of shells with laminated stiffeners for minimum weight and maximum buckling load

M. Bagheri^{1,*}, A.A. Jafari² and M. Sadeghifar³

¹ Assist. Prof., Dep. of Aerospace Eng., Shahid Sattari Air University, Tehran, Iran

² Assoc. Prof., Dep. of Mechanical Eng., K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

³ Inst., Dep. of Mechanical Eng., Nowshahr Branch, Islamic Azad University, Nowshahr, Iran

Abstract

In this research, the optimization of laminated cylindrical shells with composite ring stiffeners is implemented by the Genetic Algorithm (GA). The objectives seek the maximum general buckling pressure and minimum weight of laminated stiffened shells. The buckling pressure is evaluated using Love's First-order Shear Deformation Theory (FSDT) and solved using the Rayleigh-Ritz energy method. The research introduces a strain energy formulation for laminated ring stiffeners, in which each ring stiffener may be treated individually and the geometrical dimensions and material properties of the stiffeners may be different from one another. Furthermore, the formulation enables the analyst to optimize the material properties of the stiffeners different from those of the parent shell.

Keywords: Cylindrical shell; Laminated stiffener; Buckling pressure; Weight; Genetic algorithm.

۱- مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با رینگ موارد استفاده زیادی در سازه‌ها دارند که از جمله می‌توان به کاربرد آنها در لوله‌های حامل سیال، هواپیما و صنایع هوافضا، تانکرهای حمل جاده‌ای، لوله‌های مته‌های حفاری و مخازن تحت فشار اشاره نمود. در این سازه‌ها، پوسته ممکن است تحت بارگذاری فشاری طولی و عرضی قرار بگیرد. برای راندمان بهتر مقاومت در برابر بارگذاری، لازم است که نسبت سفتی به وزن پوسته در تا حد امکان بالا باشد. چندین روش برای بهبود ظرفیت بار کمانش و وزن پوسته وجود دارد که شامل تقویت پوسته با تقویت‌کننده‌ها، ساخت پوسته و تقویت‌کننده‌ها از آلیاژی با نسبت سفتی به وزن بالا یا استفاده از مواد کامپوزیت در ساخت آنها و در نهایت استفاده از ترکیب موارد گفته شده می‌باشد.

تحقیقات زیادی در زمینه بهینه‌سازی کمانشی پوسته‌ها و تقویت‌کننده‌های همسان‌گرد فلزی انجام شده‌است. دامودار^۱ و ناوین^۲ [۱] طراحی بهینه صفحات و پوسته‌های انحنادار تقویت‌شده کامپوزیتی را برای بهبود بار کمانشی کلی و موضعی انجام دادند. متغیرهای طراحی آنها شامل فواصل عرضی و طولی تقویت‌کننده‌ها، ارتفاع و ضخامت تقویت‌کننده‌ها، لایه چینی پوسته و نوع تقویت‌کننده‌ها بوده‌است. ریکاردس^۳ و آوزینس^۴ [۲] طراحی بهینه پوسته‌های تقویت‌شده کامپوزیتی را برای حداقل وزن با قیود بار کمانش و بار بعد از کمانش با استفاده از روش پاسخ سطح انجام دادند. متغیرهای طراحی آنها نیز شامل ضخامت لایه‌های پوسته و نوع تقویت‌کننده‌ها و پارامترهای هندسی آنها بوده‌است. اکل^۵ و همکارانش [۳] طراحی بهینه پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده فلزی زیر آب را به روش بهینه‌سازی چند معیاری انجام دادند. در آن روش به طور همزمان کاهش ارتعاشات و صوت منتشرشده، انتشار نویز و کاهش وزن و هزینه ساخت پوسته تقویت‌شده انجام شد. نتایج بهینه به انتخاب تعداد زیادی از تقویت‌کننده‌های پهن و تعداد کمی از

تقویت‌کننده‌های نازک منجر شد. ریکاردس و همکارانش [۴] یک روش بهینه‌سازی جدیدی را برای طراحی بهینه پوسته تقویت‌شده کامپوزیتی با قیود رفتار کمانشی و پس از کمانش ارائه دادند. روش بهینه‌سازی بر ساختن مدل‌های جانمایی که از طرح آزمایشگاهی و روش پاسخ سطح بهره می‌برد مبتنی بود. نتایج نشان داد که با بکارگیری این مدل‌های جانشین، دقت رضایت‌بخشی جهت توصیف رفتار پس کمانش قطعات تقویت‌شده و بهینه‌سازی آنها حاصل گردید. جرمای^۶ و همکارانش [۵] طراحی بهینه پوسته استوانه‌ای همسانگرد با تقویت‌کننده‌های عمود بر هم را انجام دادند. متغیرهای طراحی در این تحقیق شامل ضخامت پوسته و تعداد و ابعاد تقویت‌کننده‌ها بوده‌است.

لوسپا^۷ و روکو^۸ [۶] طراحی بهینه صفحات تقویت‌شده کامپوزیتی با تکیه گاه ساده را با الگوریتم ژنتیک انجام داده و مثال‌هایی شامل حداقل کردن وزن تحت بار فشاری و حداکثر کردن بار کمانش را ارائه دادند.

لنه^۹ و همکارانش [۷] یک روش پیشرفته را برای طراحی بهینه کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده تحت بارگذاری های مختلف ارائه دادند. صادقی فر و همکارانش [۸] بهینه‌سازی وزنی و کمانش محوری پوسته‌های استوانه‌ای فلزی با تقویت‌کننده‌های عمود برهم را با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام دادند. آنها وزن و بار کمانش محوری را به عنوان قید نیز در نظر گرفتند و بهینه‌سازی برای چهار نوع شکل تقویت‌کننده فلزی شامل مستطیلی، C شکل، I شکل و ترکیبی انجام شد. باقری و همکارانش [۹ و ۱۰] بهینه‌سازی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده فلزی رینگی با چند تابع هدف را با الگوریتم ژنتیک انجام دادند. توابع هدف آنها در [۹] رسیدن به حداکثر فرکانس طبیعی پایه و کمترین وزن سازه بوده‌است در حالیکه در [۱۰] توابع هدف شامل رسیدن به حداکثر بارهای کمانش محوری و شعاعی بوده‌است.

در کارهای انجام شده به بهینه‌سازی پوسته‌های کامپوزیتی لایه‌ای توجه کمی شده‌است. سان^{۱۰} و مائو^{۱۱} [۱۱]

⁶ Jarmai

⁷ Luspa

⁸ Ruocco

⁹ Lene

¹⁰ Sun

¹¹ Mao

¹ Damodar

² Navin

³ Rikards

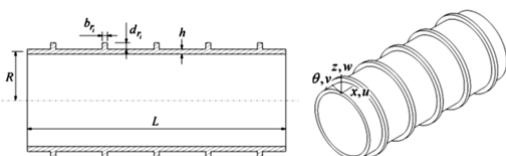
⁴ Auzins

⁵ Akl

عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شدند. برای پوسته با تقویت‌کننده‌های فلزی، مدول الاستیسیته الیاف و زمینه پوسته، نسبت های پواسون، چگالی آنها، نسبت های حجمی الیاف به زمینه پوسته، همچنین ضخامت ها و زاویه الیاف لایه‌های پوسته، تعداد و پهنای رینگ های تقویت‌کننده و چگونگی توزیع فاصله بین آنها به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شدند و مقادیر مدول های الاستیسیته، نسبت های پواسون و چگالی ها به عنوان اطلاعات ورودی اولیه برای مساله بهینه‌سازی تعریف شدند.

۲- روابط تئوری

پوسته استوانه‌ای لایه ای به ضخامت h ، طول L و شعاع متوسط R را در نظر بگیرید که مطابق با شکل ۱ با تعداد N_r رینگ تقویت شده باشد.



شکل ۱- پیکربندی، مشخصات هندسی و دستگاه مختصات یک پوسته استوانه‌ای تقویت شده رینگی

نقطه دلخواه بر روی صفحه میانی در راستای محورهای طولی، محیطی و شعاعی اندازه‌گیری می‌شود، و مبدا مختصات بر روی یکی از دو لبه‌ی پوسته قرار گرفته است. رینگ‌های تقویت‌کننده دارای سطح مقطع مستطیلی شکل می‌باشند. رینگ i ام در موقعیت x_{r_i} قرار گرفته و دارای پهنای b_{r_i} و ارتفاع d_{r_i} می‌باشد. میزان خارج از مرکزی e_{r_i} ، عبارتست از فاصله بین مرکز سطح مقطع رینگ i ام و صفحه میانی پوسته در موقعیت قرارگیری رینگ، که به صورت $e_{r_i} = \pm(h + d_{r_i})/2$ تعریف می‌شود و علامت مثبت و منفی بیانگر نوع تقویت‌کننده داخلی و خارجی می‌باشد. لایه k ام از پوسته و لایه k_{r_i} از رینگ i ام به ترتیب دارای مدول یانگ با مقادیر E_{fk} ، E_{mk} ، $E_{fk_{r_i}}$ ، $E_{mk_{r_i}}$ نسبت پواسون با مقادیر ν_{fk} ، ν_{mk} ، $\nu_{fk_{r_i}}$ ، $\nu_{mk_{r_i}}$ و زاویه الیاف θ_k و $\theta_{k_{r_i}}$ چگالی ρ_{fk} ، ρ_{mk} ، $\rho_{fk_{r_i}}$ ، $\rho_{mk_{r_i}}$ و ضخامت $h_{k_{r_i}}$ و

بهینه‌سازی کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای لایه‌ای با تقویت‌کننده‌های رینگ و استرینگر تحت بارگذاری فشاری محوری و هیدروستاتیک را با استفاده از تئوری کلاسیک پوسته انجام دادند. در حل تحلیلی، اثر تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی به روش متوسط گیری لحاظ شد و از سفتی پیچشی و خمش عرضی تقویت‌کننده‌ها صرف‌نظر شد. فرآیند بهینه‌سازی بر اساس روش پاول در چهار لایه الیاف گرافیت و رزین اپوکسی برای تقویت‌کننده‌ها انجام شد و فقط زاویه لایه چینی پوسته به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شدند.

با نگاهی به تاریخچه کارهای انجام شده می‌توان دریافت که کار قابل توجه و کاملی برای بهینه‌سازی کمانشی و وزنی پوسته‌های لایه ای با تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی انجام نشده‌است. همچنین در می‌یابیم که هیچ تحقیقی برای طراحی بهینه تقویت‌کننده‌های رینگی لایه ای با هدف افزایش بار کمانش کلی و کاهش وزن در پوسته‌های لایه ای انجام نشده‌است. در تحقیق پیش رو، طراحی بهینه پوسته‌های کامپوزیتی لایه ای با تقویت‌کننده‌های رینگی کامپوزیتی لایه ای با هدف افزایش حداکثری بار کمانش و کاهش وزن با استفاده از الگوریتم ژنیک انجام شده‌است. در این کار روش ریلی ریتز به کار برده شد و تقویت‌کننده‌ها به صورت المان‌های مجزا در نظر گرفته شدند. به علاوه، سفتی پیچشی و خمشی تقویت‌کننده‌ها لحاظ شدند. روابط انرژی بر اساس روابط انرژی کرنشی تقویت‌کننده‌های رینگی لایه ای نوشته شدند و به علت مجزا در نظر گرفته شدن تقویت‌کننده‌ها، امکان متفاوت بودن ابعاد و خواص موادی آنها از همدیگر فراهم گردید. همچنین، با استفاده از این روش امکان متفاوت بودن خصوصیات موادی تقویت‌کننده‌ها از پوسته اصلی نیز فراهم شد. رینگ های لایه ای در سه نوع در نظر گرفته شدند که شامل گرافیت / اپوکسی، شیشه / اپوکسی و کولار / ۴۹ / اپوکسی می‌باشند در حالیکه انواع فلزی آن نیز شامل آلومینیوم و فولاد لحاظ شدند. برای پوسته با تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی، مدول الاستیسیته الیاف و زمینه پوسته و تقویت‌کننده‌ها، نسبت های پواسون، چگالی آنها، نسبت های حجمی الیاف به زمینه، همچنین ضخامت ها و زاویه الیاف لایه های پوسته و تقویت‌کننده‌ها، تعداد و پهنای رینگ های تقویت‌کننده و چگونگی توزیع فاصله بین آنها به

$$\varepsilon^{(0)} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \\ \gamma_{x\theta}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial v_0}{\partial \theta} + \frac{w_0}{R} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$\kappa = \begin{Bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{\theta\theta} \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \theta} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial \beta_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \beta_\theta}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

$$\gamma^{(0)} = \begin{Bmatrix} \gamma_{\theta z}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{R} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + \beta_\theta - \frac{v_0}{R} \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \beta_x \end{Bmatrix} \quad (5)$$

که در آن $\varepsilon_{xx}^{(0)}$ ، $\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}$ و $\gamma_{\theta z}^{(0)}$ ، $\gamma_{xz}^{(0)}$ ، β_θ و β_x کرنش‌های عمودی و برشی در صفحه میانی، κ_{xx} و $\kappa_{\theta\theta}$ تغییرات انحناهای صفحه میانی و $\kappa_{x\theta}$ میزان پیچش صفحه میانی می‌باشد.

انرژی کرنشی پوسته به صورت زیر بیان می‌گردد

$$U_{sh} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \varepsilon^T S \varepsilon R d\theta dx \quad (6)$$

که بردار کرنش ε و ماتریس سفتی S به صورت زیر معرفی می‌گردند

$$[S] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{44} & H_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{45} & H_{55} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \left\{ \varepsilon^{(0)} \quad \kappa \quad \gamma^{(0)} \right\}^T \quad (7)$$

که در این روابط A_{fg} ، B_{fg} ، D_{fg} و H_{fg} به ترتیب ماتریس‌های سفتی کششی، کوپلینگ، خمشی و سفتی برشی در ضخامت بوده که به صورت زیر بیان می‌شوند

$$(A_{fg}, B_{fg}, D_{fg}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{fg}(1, z, z^2) dz, \quad (8)$$

$$H_{fg} = K_0 \int_{-h/2}^{h/2} Q_{fg} dz$$

که A_{fg} ، B_{fg} و D_{fg} برای مقادیر $f, g = 1, 2, 6$ و H_{fg} برای مقادیر $f, g = 4, 5$ محاسبه شده، همچنین K_0 نیز

h_k و در نهایت درصد حجمی الیاف و زمینه V_{fk} و V_{mk} ، V_{fk_i} ، V_{mk_i} می‌باشد. اندیس f و m نیز به همین ترتیب به الیاف و زمینه اشاره می‌کنند. شایان ذکر است که الیاف و زمینه هرکدام از مواد ایزوتروپیک ساخته شده‌اند. علاوه بر این خصوصیات کلی لایه‌های پوسته و تقویت‌کننده با استفاده از قانون عمومی مخلوطها محاسبه شده‌اند [۱۲].

۲-۱- انرژی پوسته‌های لایه‌ای

میدان جابجایی در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} u(x, \theta, z) &= u_0(x, \theta) + z\beta_x(x, \theta) \\ v(x, \theta, z) &= v_0(x, \theta) + z\beta_\theta(x, \theta) \\ w(x, \theta, z) &= w_0(x, \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

که (u, v, w) بیانگر مولفه‌های جابجایی نقطه دلخواه (x, θ, z) بر روی پوسته در راستای مختصات (x, θ, z) می‌باشد، همچنین (u_0, v_0, w_0) جابجایی‌های صفحه میانی پوسته در نقطه $(x, \theta, 0)$ بوده و (β_x, β_θ) میزان چرخش بردار نرمال صفحه میانی به ترتیب حول محورهای θ و x می‌باشند.

شرایط مرزی پوسته به صورت تکیه‌گاه‌های ساده کلاسیک $v = w = 0$ در $x = 0$ و $x = L$ می‌باشد که روابط جابجایی زیر در آن صدق می‌کند

$$\begin{aligned} u_0 &= c_1 \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta, \\ v_0 &= c_2 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta, \\ w_0 &= c_3 \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\beta_x = c_4 \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta,$$

$$\beta_\theta = c_5 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta$$

که در روابط فوق C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 دامنه جابجایی‌ها بوده و m, n نیز به ترتیب شماره مد طولی و محیطی می‌باشند.

روابط کرنش-جابجایی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \varepsilon^{(0)} + z\kappa \\ \bar{\gamma} &= \gamma^{(0)} \end{aligned} \quad (3)$$

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^T \quad (11)$$

که در این رابطه $[Q]$ ماتریس سختی کاهش یافته بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \quad (12)$$

و $[T]$ ماتریس تبدیل برای محورهای اصلی مختصات ماده می‌باشد و مختصات پوسته به صورت زیر تعریف می‌شود

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha & 0 & 0 \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -2 \sin \alpha \cos \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

که α زاویه الیاف می‌باشد.

وزن پوسته‌های کامپوزیتی لایه‌ای نیز از رابطه زیر به دست می‌آید

$$W_{sh} = \pi L g \sum_{k=1}^{N_l} (r_k^2 - r_{k+1}^2) (\rho_{fk} V_{fk} + \rho_{mk} V_{mk}) \quad (14)$$

که در این رابطه g شتاب جاذبه زمین، r_k و r_{k+1} شعاع خارجی و داخلی لایه k ام هستند که به صورت $r_{k+1} = R + h_{k+1}$ و $r_k = R + h_k$ نوشته می‌شوند.

۲-۲- انرژي تقویت‌کننده‌های رینگی لایه‌ای

روابط کرنش-جابجایی برای رینگ تقویت‌کننده‌ی i ام در تئوری کلاسیک به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\bar{\varepsilon}_{r_i} = \varepsilon_{r_i}^{(0)} + z_{r_i} \kappa_{r_i}$$

$$\varepsilon_{r_i}^{(0)} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx_{r_i}}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta_{r_i}}^{(0)} \\ \gamma_{x\theta_{r_i}}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_{r_i}}{\partial x} \\ \frac{1}{R_{r_i}} \frac{\partial v_{r_i}}{\partial \theta} + \frac{w_{r_i}}{R_{r_i}} \\ \frac{1}{R_{r_i}} \frac{\partial u_{r_i}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{r_i}}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

ضریب تصحیحی برابر با $\pi^2/12$ می‌باشد. Q_{fg} نیز ضرایب ثابت مهندسی بوده که به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12},$$

$$Q_{44} = G_{23}, Q_{55} = G_{13}$$

که در آن E_{11} و E_{22} مدول الاستیسیته در دستگاه مختصات اصلی مادی، G_{12}, G_{13} و G_{23} مدول برشی، ν_{12} و ν_{21} نسبت پواسون می‌باشند.

برای یک پوسته که از لایه‌های مختلف با مواد ارتوتروپیک ساخته شده‌است، ماتریس‌های A_{fg} ، B_{fg} ، D_{fg} و H_{fg} به صورت زیر نوشته می‌شوند

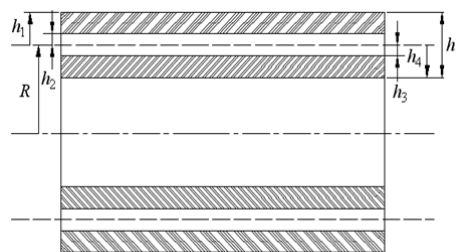
$$A_{fg} = \sum_{k=1}^{N_l} \bar{Q}_{fg}^k (h_k - h_{k+1}),$$

$$B_{fg} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_l} \bar{Q}_{fg}^k (h_k^2 - h_{k+1}^2),$$

$$D_{fg} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N_l} \bar{Q}_{fg}^k (h_k^3 - h_{k+1}^3),$$

$$H_{fg} = K_s \sum_{k=1}^{N_l} \bar{Q}_{fg}^k (h_k - h_{k+1})$$

که در آن h_k و h_{k+1} مطابق با شکل ۲ فاصله بین صفحه میانی پوسته با سطوح خارجی و داخلی لایه k ام می‌باشد.



شکل ۲- سطح مقطع پوسته استوانه‌ای لایه‌ای

N_l تعداد لایه‌ها در پوسته اصلی و \bar{Q}_{fg} ماتریس سختی کاهش یافته تبدیل شده برای لایه k ام می‌باشد که به صورت زیر می‌باشد

$$(A_{fg_{r_i}}, B_{fg_{r_i}}, D_{fg_{r_i}}) = \int_{-d_{r_i}/2}^{d_{r_i}/2} Q_{fg_{r_i}}(1, z_{r_i}, z_{r_i}^2) dz_{r_i} \quad (20)$$

که z_{r_i} از صفحه میانی رینگ i ام اندازه‌گیری می‌شود و $A_{fg_{r_i}}, B_{fg_{r_i}}, D_{fg_{r_i}}$ برای مقادیر $f, g = 1, 2, 6$ تعریف شده‌اند. علاوه بر این ضرایب مهندسی ثابت برای رینگ تقویت‌کننده i ام هستند که به صورت زیر بیان می‌شوند

$$Q_{11r_i} = \frac{E_{11r_i}}{1 - \nu_{12r_i}\nu_{21r_i}}, Q_{12r_i} = \frac{\nu_{12r_i}E_{22r_i}}{1 - \nu_{12r_i}\nu_{21r_i}}, \quad (21)$$

$$Q_{22r_i} = \frac{E_{22r_i}}{1 - \nu_{12r_i}\nu_{21r_i}}, Q_{66r_i} = G_{12r_i}$$

که $E_{11r_i}, E_{22r_i}, G_{12r_i}, \nu_{12r_i}, \nu_{21r_i}$ برای رینگ i ام به صورت یکسان با همتهای خود در پوسته تعریف می‌شوند.

برای رینگ ارتوتروپیک لایه ای i ام $A_{fg_{r_i}}, B_{fg_{r_i}}, D_{fg_{r_i}}$ عبارتند از

$$A_{fg_{r_i}} = \sum_{k_{r_i}=1}^{N_{l_{r_i}}} \bar{Q}_{fg_{r_i}}^{k_{r_i}} (h_{(k_{r_i})} - h_{(k_{r_i}+1)}),$$

$$B_{fg_{r_i}} = \frac{1}{2} \sum_{k_{r_i}=1}^{N_{l_{r_i}}} \bar{Q}_{fg_{r_i}}^{k_{r_i}} (h_{(k_{r_i})}^2 - h_{(k_{r_i}+1)}^2), \quad (22)$$

$$D_{fg_{r_i}} = \frac{1}{3} \sum_{k_{r_i}=1}^{N_{l_{r_i}}} \bar{Q}_{fg_{r_i}}^{k_{r_i}} (h_{(k_{r_i})}^3 - h_{(k_{r_i}+1)}^3)$$

که در رابطه بالا مشابه با پوسته، $h_{(k_{r_i})}$ و $h_{(k_{r_i}+1)}$ فاصله بین صفحه میانی رینگ i ام تا سطوح خارجی و داخلی لایه k_{r_i} را بیان می‌کند و $N_{l_{r_i}}$ تعداد لایه‌های رینگ i ام بوده و

نیز به عنوان ماتریس سختی کاهش یافته تبدیل شده لایه k_{r_i} ام به صورت زیر تعریف می‌شود

$$[\bar{Q}_{r_i}] = [T_{r_i}]^{-1} [Q_{r_i}] [T_{r_i}]^{-T} \quad (23)$$

که در این رابطه $[Q_{r_i}]$ ماتریس سختی کاهش یافته و $[T_{r_i}]$ ماتریس تبدیل برای رینگ i ام است و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$[Q_{r_i}] = \begin{bmatrix} Q_{11r_i} & Q_{12r_i} & 0 \\ Q_{12r_i} & Q_{22r_i} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66r_i} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\kappa_{r_i} = \begin{Bmatrix} \kappa_{xx_{r_i}} \\ \kappa_{\theta\theta_{r_i}} \\ \kappa_{x\theta_{r_i}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_{r_i}}{\partial x^2} \\ \frac{1}{R_{r_i}^2} \frac{\partial^2 w_{r_i}}{\partial \theta^2} \\ \frac{2}{R_{r_i}} \frac{\partial^2 w_{r_i}}{\partial x \partial \theta} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

که در این رابطه $\kappa_{x\theta_{r_i}}, \epsilon_{xx_{r_i}}^0, \epsilon_{\theta\theta_{r_i}}^0, \gamma_{x\theta_{r_i}}^0, \kappa_{xx_{r_i}}, \kappa_{\theta\theta_{r_i}}$ مطابق با همتهای خود در پوسته تعریف شده‌اند و از طرفی $R_{r_i} = R \pm e_{r_i}$ بیانگر شعاع متوسط رینگ i ام است و علامت مثبت و منفی بیانگر حلقه خارجی و داخلی می‌باشد.

جابجایی‌های مرکز سطح مقطع رینگ i ام یعنی $(u_{r_i}, v_{r_i}, w_{r_i})$ به جابجایی صفحه میانی پوسته در محل رینگ i ام به صورت زیر به هم مرتبط می‌شوند

$$\left. \begin{aligned} u_{r_i} &= u_0 + e_{r_i} \beta_x \\ v_{r_i} &= v_0 \left(1 + \frac{e_{r_i}}{R} \right) + e_{r_i} \beta_\theta \\ w_{r_i} &= w_0 \end{aligned} \right\} \text{at } x = x_{r_i} \quad (17)$$

با در نظر گرفتن تقویت‌کننده‌های محیطی به عنوان پوسته‌هایی با طول کم و استفاده از رابطه (۶)، انرژی کرنشی رینگ لایه‌ای i ام از لایه‌های ارتوتروپیک به صورت زیر بیان می‌شود

$$U_{r_i} = \frac{b_{r_i}}{2} \int_0^{2\pi} \epsilon_{r_i}^T S_{r_i} \epsilon_{r_i} R_{r_i} d\theta \quad (18)$$

که بردار کرنش ϵ_{r_i} و ماتریس سختی S_{r_i} به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$[S_{r_i}] = \begin{bmatrix} A_{11r_i} & A_{12r_i} & A_{16r_i} & B_{11r_i} & B_{12r_i} & B_{16r_i} \\ A_{12r_i} & A_{22r_i} & A_{26r_i} & B_{12r_i} & B_{22r_i} & B_{26r_i} \\ A_{16r_i} & A_{26r_i} & A_{66r_i} & B_{16r_i} & B_{26r_i} & B_{66r_i} \\ B_{11r_i} & B_{12r_i} & B_{16r_i} & D_{11r_i} & D_{12r_i} & D_{16r_i} \\ B_{12r_i} & B_{22r_i} & B_{26r_i} & D_{12r_i} & D_{22r_i} & D_{26r_i} \\ B_{16r_i} & B_{26r_i} & B_{66r_i} & D_{16r_i} & D_{26r_i} & D_{66r_i} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_{r_i} = \left\{ \epsilon_{r_i}^{(0)}, \kappa_{r_i} \right\}^T \quad (19)$$

که در این روابط $A_{fg_{r_i}}, B_{fg_{r_i}}, D_{fg_{r_i}}$ به صورت زیر بیان می‌شوند

که K ماتریس سفتی و G ماتریس سفتی هندسی یا تنشی می‌باشد. فشار بحرانی P با مساوی صفر قرار دادن دترمینان ماتریس $[K] - p[G]$ محاسبه می‌گردد. علاوه بر این وزن کلی سیستم W_{tot} متشکل از مجموع W_{sh} و W_{totf} می‌باشد.

۳- نتایج و بحث در مورد آنها

۳-۱- راستی آزمایشی روابط

در جدول ۱، فشار کمانش بحرانی حاصل از این تحلیل با نتایج به دست آمده از مرجع ۱۳ برای پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک تقویت‌شده فلزی و تقویت نشده لایه‌ای با شرایط مرزی انتهایی مفصلی مقایسه شده‌است. در این مرجع، اثر تقویت‌کننده‌ها بر روی پوسته میانگین‌گیری شده‌است و فشار کمانش بحرانی با استفاده از تئوری پوسته لایه‌ای محاسبه شده‌است. خصوصیات مواد و هندسه پوسته و رینگ‌های تقویت‌کننده در جدول ۲ آمده‌است. همانگونه که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، بین نتایج حاصل از این تحقیق و مرجع ۱۳ تطابق خوبی وجود دارد.

جدول ۱- مقایسه فشارهای بحرانی کمانش $[kN/m^2]$ p_{cr} برای پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک تقویت نشده لایه‌ای و تقویت شده با رینگ

اختلاف	تحلیل	مرجع	پوسته
(%) ^۱	حاضر	۱۳	
-۲/۷۷	۱۱۰۵۰۶ (۳,۶)	۱۱۳۶۴۹ (۳,۶)	فشار محوری
-۴/۳۱	۶۷۴ (۱,۵)	۷۰۴ (۱,۵)	فشار جانبی
-۶/۶۰	۲۰۲۰ (۱,۳)	۲۱۶۳ (۱,۳)	تقویت‌شده با رینگ (خارجی)
-۷/۱۱	۲۲۹۰ (۱,۳)	۲۴۶۵ (۱,۳)	تقویت‌شده با رینگ (داخلی)

^۱ اختلاف (%) = $(P_{cr, PresentAnalysis} - P_{cr, Ref. [13]}) \times 100 / P_{cr, Ref. [13]}$
^۲ اعداد داخل پرانتز به مدهای کمانش طولی و محیطی (m, n) اشاره می‌کند.

$$[T_{r_i}] = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_{r_i} & \sin^2 \alpha_{r_i} & 2 \sin \alpha_{r_i} \cos \alpha_{r_i} \\ \sin^2 \alpha_{r_i} & \cos^2 \alpha_{r_i} & -2 \sin \alpha_{r_i} \cos \alpha_{r_i} \\ -\sin \alpha_{r_i} \cos \alpha_{r_i} & \sin \alpha_{r_i} \cos \alpha_{r_i} & \cos^2 \alpha_{r_i} - \sin^2 \alpha_{r_i} \end{bmatrix} \quad (25)$$

که در این رابطه α_{r_i} زاویه الیاف رینگ تقویت‌کننده i ام می‌باشد.

با جایگذاری رابطه (۱۷) در رابطه (۱۶)، رابطه انرژی برای رینگ تقویت‌کننده بر اساس جابجایی صفحه میانی بازنویسی می‌شود.

مشابه با وزن پوسته، وزن کل رینگ‌های لایه‌ای به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$W_{totr} = \sum_{i=1}^{N_r} W_{r_i} = \pi g \sum_{k_{r_i}=1}^{N_{i_{r_i}}} b_{r_i} (r_{k_{r_i}}^2 - r_{k_{r_i+1}}^2) (\rho_{fk_{r_i}} V_{fk_{r_i}} + \rho_{mk_{r_i}} V_{mk_{r_i}}) \quad (26)$$

که در این رابطه $r_{k_{r_i}}$ و $r_{k_{r_i+1}}$ شعاع خارجی و داخلی لایه k_{r_i} ام بوده و به صورت $r_{k_{r_i}} = R_{r_i} + h_{k_{r_i}}$ و $r_{k_{r_i+1}} = R_{r_i} + h_{k_{r_i+1}}$ بیان می‌شوند.

۳-۲- انرژی فشارهای طولی و عرضی

کار انجام شده توسط فشار یکنواخت طولی p_x و فشار عرضی p_r در حین کمانش به صورت زیر تعریف می‌شود

$$V_{p_x} = -\frac{R h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left\{ p_x \left[\left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} d\theta dx \quad (27)$$

$$V_{p_r} = -\frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left\{ p_r \left[\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} + w_0 \right) w_0 \right] \right\} d\theta dx \quad (28)$$

۴-۲- حل

انرژی پتانسیل کل سیستم، U_{tot} به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$U_{tot} = U_{sh} + \sum_{i=1}^{N_r} U_{r_i} + V_{p_x} + V_{p_r} \quad (29)$$

به ازای $p_x = p_r = p$ و با اعمال کردن روش ریلی-ریتز $\frac{\partial U_{tot}}{\partial c_i} = 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$

$$[[K] - p[G]] \{c_i\} = 0 \quad (30)$$

۲-۳- تعریف مسئله بهینه‌سازی

بهینه‌سازی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با رینگ‌های تقویت‌کننده فلزی و کامپوزیتی لایه‌ای برای دست آوردن فشار کم‌انرژی و کمترین وزن کمینه انجام شده است. هدف اصلی انتخاب بهینه پارامترهای طراحی پوسته‌های تقویت‌شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک است. پوسته لایه‌ای به طول L با شرط مرزی مفصلی، شعاع میانگین R و ضخامت اولیه h_0 که از تعداد N_r لایه ساخته شده است، در نظر بگیرید. باید توجه داشت که اندیس '0' به پوسته تقویت نشده اصلی اشاره دارد. فشار بحرانی کم‌انرژی پوسته با نماد P_{cr0} و وزن با نماد W_0 نشان داده می‌شود. هدف از بهینه‌سازی، به بیشینه رساندن فشار بحرانی کم‌انرژی پوسته و به کمینه رساندن وزن پوسته با قید محدودیت‌های وزن و فشار کم‌انرژی بی بعد شده می‌باشد. تابع هدف کلی به صورت ترکیب وزنی توابع هدف منحصر به فرد بی بعد از فشار بحرانی کم‌انرژی و وزن تعریف شده است. اهمیت هر یک از این توابع را می‌توان با به کار بردن ضرایب وزنی مناسب برای هر مورد به دست آورد. δ_w و $\delta_{p_{cr}}$ به ترتیب ضرایب وزنی توابع هدف فشار کم‌انرژی و وزن می‌باشند. توابع قیدی به گونه‌ای تعریف می‌شوند که پوسته تقویت‌شده نسبت به پوسته تقویت نشده اصلی، کاهش در فشار کم‌انرژی و افزایش در وزن نداشته باشند. در طول فرآیند بهینه‌سازی با کاهش ضخامت و افزودن رینگ‌های تقویت‌کننده به پوسته، فشار کم‌انرژی جدید P_{cr} و وزن جدید W به دست می‌آید. تابع هدف کلی (OF) که کمینه می‌شود و توابع هدف منحصر به فرد از فشار بحرانی کم‌انرژی $(OF_{p_{cr}})$ و وزن

(OF_W) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$OF = \delta_{p_{cr}} OF_{p_{cr}} + \delta_W OF_W \quad (31)$$

$$OF_{p_{cr}} = \frac{P_{cr0}}{P_{cr}}, OF_W = \frac{W}{W_0}; \quad (32)$$

$$\delta_W, \delta_{p_{cr}} \geq 0, \delta_W + \delta_{p_{cr}} = 1$$

توابع قید شامل توابع بدون بعد از فشار بحرانی کم‌انرژی

$(CF_{p_{cr}})$ و وزن (CF_W) به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$CF_W = \left(1 - \frac{W}{W_0}\right) \geq 0, CF_{p_{cr}} = \left(1 - \frac{P_{cr0}}{P_{cr}}\right) \geq 0 \quad (33)$$

علاوه بر آن می‌توان رینگ‌ها را در چیدمان‌های مختلف فاصله‌گذاری کرد. در اینجا موقعیت i امین رینگ x_{r_i} به

جدول ۲- خصوصیات هندسی و مواد پوسته و حلقه‌های

به کار رفته در مرجع [۱۳]

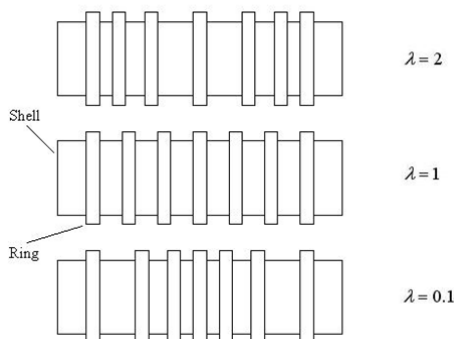
پوسته	خصوصیات هندسی	خصوصیات مواد
تقویت نشده	$h = 3/0.4 \text{ mm}$	$E_1 = 20.7 \text{ GPa}$
	$R = 254 \text{ mm}$	$E_2 = 5/11 \text{ GPa}$
	$L = 879/856 \text{ mm}$	$G_{12} = 2/59 \text{ GPa}$
	ترتیب لایه بندی [0, 90, 0]	$\nu_{12} = 0.25$
تقویت شده با رینگ	$R = 2087/1 \text{ mm}$	
	$h/R = 0/0.1217$	$E = E_r =$
	$L/R = 4/5391$	$23/58 \text{ GPa}$
	$N_r = 373$	$\nu = \nu_r = 0/3$
	$a = L/(N_r + 1)$	
	$A_r = 0/1471 \text{ ah}$	
	$e_r = -1/653 \text{ h}$	

(1) a بیانگر فاصله بین حلقه‌ها است.

صورت تابع توزیع فاصله تقویت‌کننده بدین صورت می‌باشد:

$$x_{r_i} = \frac{L}{2} \left(\frac{2i}{N_r + 1} \right)^\lambda, \quad i = 1, 2, \dots, N_r/2 \quad (34)$$

که در آن λ بیانگر چگونگی توزیع فاصله رینگ‌ها می‌باشد. اگر $\lambda < 1$ باشد، فاصله بین رینگ‌ها در بخش میانی کوچکتر از دو بخش انتهایی است. این موضوع برای $\lambda > 1$ برعکس می‌شود. علاوه بر آن $\lambda = 1$ بیانگر وضعیتی است که تقویت‌کننده‌های با فاصله مساوی از هم قرار گرفته‌اند. این موارد در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. در این مقاله λ از ۰/۱ تا ۲ تغییر می‌کند.



شکل ۳- چگونگی توزیع فاصله بین رینگ‌ها در طول پوسته

۳-۳- نتایج بهینه‌سازی

یک پوسته استوانه ای نازک به طول $L = 2m$ ، شعاع متوسط $R = 1m$ و ضخامت اولیه $h_0 = 0.0024m$ در نظر گرفته شده‌است. پوسته از سه لایه با ضخامت برابر و از ماده گرافیت / اپوکسی ساخته شده‌است که با چیدمان $[90/0/90]$ می‌باشد. نسبت حجمی الیاف پوسته برابر با ۰.۶ می‌باشد. پارامترهای کنترلی موثر مورد استفاده در الگوریتم ژنتیک در جدول ۳ نشان شده‌است.

جدول ۳- پارامترهای مهم به کار رفته در الگوریتم ژنتیک

پارامتر	مقدار
اندازه جمعیت	۴۰
تعداد نخبه	۲
نسبت تقاطع (اولیه)	۰/۸
خطای تابع	1×10^{-6}

حلقه‌های کامپوزیتی و فلزی در جدول ۴ بیان شده‌است. مقادیر بهینه متغیرهای طراحی همچنین مقادیر توابع هدف و قیود برای بهینه‌سازی کمانش و وزن پوسته‌ها با حلقه‌های لایه‌ای، فولاد و آلومینیومی برای ضرایب وزنی مختلف به ترتیب در جداول ۵، ۶ و ۷ ارائه شده‌است. همچنین شکل‌های ۴ تا ۶ بیانگر چگونگی همگرایی توابع ارزندگی (تابع هدف کلی) بر حسب تعداد شمارش اجرای برنامه به ازای توابع وزنی یکسان برای کمانش و وزن می‌باشند.

در جداول ۵ تا ۷ مشاهده می‌شود که برای بهینه‌سازی کمانشی، فشار کمانش بحرانی برای پوسته تقویت شده با تقویت کننده‌های کامپوزیتی نسبت به پوسته تقویت نشده اصلی، درصد افزایش چشمگیری به میزان ۳۹۶۵٪ دارد (تقریباً ۴۰ برابر)، که خیلی بیشتر از میزان افزایش برای پوسته تقویت شده با فولاد و آلومینیوم می‌باشد، که به ترتیب در حدود ۱۴۵۰٪ و ۱۳۱۸٪ می‌باشند. علت این موضوع این است که در پوسته تقویت شده با رینگ های کامپوزیتی در مقایسه با تقویت کننده‌های فلزی، درجه آزادی متغیرهای طراحی بیشتر بوده و مواد تقویت کننده‌ها به نحو بهینه تری توزیع شده‌اند و در نتیجه افزایش در بار کمانش نیز بهتر و چشمگیر تر بوده‌است.

جدول ۴- حدهای بالایی و پایینی متغیرهای طراحی برای پوسته‌ها با تقویت کننده‌های کامپوزیتی و فلزی

متغیر طراحی	E_m, E_{m_r} [GPa]	E_f, E_{f_r} [GPa]	v_m, v_{m_r}	v_f, v_{f_r}
حد بالا	۷	۴۰۰	۰/۴	۰/۴
حد پایین	۰/۷	۷۴	۰/۲۶	۰/۲
متغیر طراحی	ρ_m, ρ_{m_r} [kg/m ³]	ρ_f, ρ_{f_r} [kg/m ³]	h_k [mm]	h_{k_r} [mm]
حد بالا	۱۴۰۰	۳۷۰۰	۰/۸	۶
حد پایین	۹۰۰	۹۶۰	۰/۴	۱
متغیر طراحی	d_f [mm]	α_k, α_{k_r}	V_f, V_{f_r}	N_f
حد بالا	۱۸	۹۰°	۰/۷	۳۰
حد پایین	۳	-۹۰°	۰/۵	۲
متغیر طراحی	b_f	λ		
حد بالا	۱۲	۲		
حد پایین	۳	۰/۱		

باید توجه داشت زمانی که معیار توقف "خطای تابع" ارضاء شود، فرآیند بهینه‌سازی در الگوریتم ژنتیک متوقف می‌شود. بهینه‌سازی برای دو نوع پوسته لایه ای تقویت شده انجام شده‌است که شامل تقویت با رینگ های کامپوزیتی ارتوتروپیک که از سه لایه تشکیل شده‌است ($N_l = 3$) و دیگری با رینگ های فلزی ایزوتروپیک. برای پوسته با رینگ های کامپوزیتی، بیست و یک متغیر طراحی وجود دارد که شامل مدول یانگ الیاف و زمینه مربوط به پوسته و تقویت کننده‌ها $(E_m, E_f, E_{m_r}, E_{f_r})$ ، نسبت‌های پواسون و چگالی‌ها $(\rho_m, \rho_f, \rho_{m_r}, \rho_{f_r})$ و $(v_m, v_f, v_{m_r}, v_{f_r})$ نسبت های حجمی الیاف V_f, V_{f_r} می‌باشد. علاوه بر آن ضخامت‌های پوسته و تقویت کننده‌ها و زاویه جهت گیری الیاف لایه‌ها $(h_k, \alpha_k, h_{k_r}, \alpha_{k_r})$ ، تعداد و عرض رینگ‌ها (N_f, b_f) و وضعیت توزیع فاصله بین حلقه‌ها (λ) نیز جزو متغیرهای طراحی می‌باشند. برای پوسته با رینگ های فلزی، سیزده متغیر طراحی وجود دارد که شامل $d_f, \alpha_k, N_f, b_f, E_m, E_f, v_m, v_f, \rho_m, \rho_f, V_f, h_k$ ، (عمق تقویت کننده) و λ می‌باشد. به منظور یافتن پاسخ‌ها در محدوده‌های واقعی مناسب، هر متغیر طراحی به حدود بالا و پایین محدود می‌شود. حد بالایی متغیرهای پوسته با

جدول ۵- مقادیر بهینه متغیرهای طراحی برای یک پوسته استوانه‌ای سه لایه با تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی لایه‌ای

نوع بهینه‌سازی	بهینه کم‌انرژی $\delta W = 0, \delta p_{cr} = 1$	چندموضوعی $\delta W = \delta p_{cr} = 0/5$	بهینه وزنی $\delta W = 1, \delta p_{cr} = 0$
متغیرهای طراحی	مقدار بهینه		
$E_m [GPa]$	۷	۷	۷
$E_{m_r} [GPa]$	۷	۷	۷
$E_f [GPa]$	۴۰۰	۴۰۰	۴۰۰
$E_{f_r} [GPa]$	۴۰۰	۴۰۰	۴۰۰
v_m	۰/۲۶	۰/۲۶	۰/۲۶
v_{m_r}	۰/۴	۰/۴	۰/۴
v_f	۰/۲	۰/۲	۰/۲
v_{f_r}	۰/۴	۰/۴	۰/۴
$\rho_{m_r} [kg / m^3]$	۹۰۰	۹۰۰	۹۰۰
$\rho_f [kg / m^3]$	۹۰۰	۹۰۰	۹۰۰
$\rho_{f_r} [kg / m^3]$	۹۶۰	۹۶۰	۹۶۰
$h_k [mm]$	[۰/۴, ۰/۴]	[۰/۴, ۰/۴]	[۰/۴, ۰/۴۴۸]
$h_{k_r} [mm]$	[۰/۴]	[۰/۴]	[۰/۴]
α_k	[۵/۳۴۵, ۰/۱]	[۶, ۶, ۶]	[۰/۱۳, ۰/۷۷/۳]
α_{k_r}	[۷۷/۲]	[۷۷/۴, ۰]	[۷۶/۶]
	[۰/۱۲/۸, ۰/۷۷/۰]	[۰/۱۲/۲, ۰/۷۶/۱]	[۰/۱۳/۱, ۰/۷۷/۰]
V_f	[۷۷/۱]	[۷۶/۰, ۰]	[۷۷/۰]
V_{f_r}	۰/۷	۰/۷	۰/۷
N_f	۳	۳	۲۵
$b_r [mm]$	۳	۱۰/۰۹۲۹	۱۲
λ	۰/۴۳	۰/۵	۰/۲۳
تابع هدف			
OF	۰/۳۱۰۳	۰/۲۳۰۷	۰/۰۲۴۶
تابع قید			
$CF_{p_{cr}}$	۰/۱۰۰۰۲	۰/۹۰۹۷	۰/۹۷۵۴
CF_W	۰/۶۸۹۷	۰/۶۲۸۹	۰/۱۰۰۰۱

علاوه بر این، چگالی تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی کم است و الگوریتم ژنتیک می‌تواند تعداد زیادی از آنها را با رعایت قید وزن پوسته به کار گیرد.

در بهینه‌سازی چندموضوعی برای وزن و کم‌انرژی به ازای $\delta W = \delta p_{cr} = 0/5$ ، در پوسته تقویت‌شده با رینگ‌های لایه‌ای، درصد بهبود تابع هدف کلی بعنوان یک شاخص طراحی دارای بیشترین مقدار است. به علاوه، افزایش فشار کم‌انرژی برای پوسته با تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی حدود ۱۰۰۷٪ می‌باشد، که بزرگتر از پوسته‌های با تقویت‌کننده‌های فلزی و آلومینیومی است، که به ترتیب ۵۰۶٪ و ۴۵۷٪ هستند. کاهش در وزن برای پوسته تقویت‌شده توسط رینگ‌های کامپوزیتی حدود ۶۳٪ است، که بالاتر از پوسته تقویت‌شده توسط رینگ‌های فلزی و آلومینیومی است، که به ترتیب حدود ۵۳٪ و ۵۶٪ هستند.

می‌توان دریافت که برای بهینه‌سازی وزن، کاهش در وزن در پوسته با تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی مقدار قابل توجهی ۶۹٪ می‌باشد، درحالی‌که مقدار آن در پوسته‌هایی که توسط رینگ‌های فلزی و آلومینیومی تقویت شده‌اند به ترتیب حدود ۶۳٪ و ۶۶٪ می‌باشند. همانطور که قبلاً گفته شد، کم بودن چگالی مواد کامپوزیتی باعث می‌شود تا استفاده بهتری از توزیع جرم تقویت‌کننده‌ها در فرآیند بهینه‌سازی انجام شود.

به عنوان شاخص طراحی برای همه بهینه‌سازی‌های انجام شده، درصد بهبود تابع هدف کلی در پوسته با تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی دارای بیشترین مقدار می‌باشد. بنابراین نتیجه می‌شود که بازدهی تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی چند لایه بهینه در مقایسه با موارد فلزی بهینه به‌طور قابل توجهی بیشتر است و به این ترتیب بهینه بودن استفاده از تقویت‌کننده‌های چند لایه در تقویت پوسته‌ها تضمین می‌شود.

درصد بهبود تابع هدف کلی در حالت بهینه‌سازی فشار کم‌انرژی خیلی کوچک‌تر از بهبود آن در حالت بهینه‌سازی توأم وزن و فشار کم‌انرژی و همچنین بهینه‌سازی وزن است. علاوه بر این، درصد بهبود در بهینه‌سازی توأم فشار کم‌انرژی و وزن در مقایسه با بهینه‌سازی وزن کمتر است. این نشان می‌دهد که فشار کم‌انرژی پوسته تقویت‌شده شدیدتر از وزن تحت تأثیر متغیرهای طراحی قرار می‌گیرد.

جدول ۶- مقادیر بهینه متغیرهای طراحی برای یک پوسته استوانه‌ای سه لایه با تقویت‌کننده‌های فولادی

$$E_r = 205 \text{ GPa}, \nu_r = 0.3, \rho_r = 7800 \text{ Kg/m}^3$$

نوع بهینه‌سازی	بهینه کمانشی $\delta W = 0$ $\delta p_{cr} = 1$	بهینه چندموضوعی $\delta W = 1$ $\delta p_{cr} = 0$	بهینه وزنی $\delta W = 1$ $\delta p_{cr} = 0$
متغیر طراحی	مقدار بهینه		
$E_m [GPa]$	۷	۷	۷
$E_f [GPa]$	۴۰۰	۴۰۰	۴۰۰
ν_m	۰/۲۶	۰/۲۶	۰/۲۶
ν_f	۰/۲	۰/۲	۰/۲
$\rho_m [kg / m^3]$	۹۰۰	۹۰۰	۹۰۰
$\rho_f [kg / m^3]$	۹۶۰	۹۶۰	۹۶۰
$h_k [mm]$	۰/۴۶۴, ۰/۴	۰/۴, ۰/۴	۰/۴, ۰/۴
α_k	-۲۹/۹, ۷۵/۵	۰/۳۰/۱, ۷۲/۳	۰/۳۰/۹, ۷۱/۰
V_f	۰/۷	۰/۷	۰/۷
N_r	۳	۳	۳
$b_r [mm]$	۱۲	۳	۳
$d_r [mm]$	۱۸	۱۸	۷/۱۸۰۲
λ	۰/۳۷	۰/۴۱	۰/۴۳
تابع موضوع			
OF	۰/۰۶۴۵	۰/۳۱۸۶	۰/۳۶۹۵
تابع قید			
$CF_{p_{cr}}$	۰/۹۳۵۵	۰/۸۳۵۱	۰/۱۰۰۰۵
CF_W	۰/۱۰۰۰۵	۰/۵۲۷۷	۰/۶۳۰۵

علاوه بر این، برای همه بهینه‌سازی‌های انجام شده، مقدار ضخامت پوسته تمایل دارد تا آنجا که ممکن است به حد پایینی خود همگرا شود.

دلیل این امر این است که مرزها به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که تعداد کافی از تقویت‌کننده‌ها با ماده و خواص هندسی مناسب را برای فرآیند بهینه‌سازی فراهم می‌سازند. در حقیقت، الگوریتم ژنتیک ضخامت پوسته را کاهش داده و از تقویت‌کننده‌ها برای بهبود تابع هدف استفاده می‌کند. شایان ذکر است که برخی از متغیرهای طراحی به مرز بالایی حساس هستند و برخی نیز به حد پایینی و برخی دیگر به هر دو حد حساس هستند. به عنوان مثال، مدول یانگ پوسته و

تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی و کسر حجمی پوسته و الیاف تقویت‌کننده‌ها به سمت مرزهای بالایی خود میل می‌کنند و مرزهای پایینی آنها تأثیری روی حل بهینه ندارند. پهنای تقویت‌کننده‌ها برای بهینه‌سازی چندموضوعی در پوسته‌های چند لایه و با تقویت‌کننده‌های آلومینیومی تمایل دارند تا به یک مقدار متوسط مرزهای معین همگرا شوند، و بنابراین، هر دو مرزهای بالایی و پایینی روی مقدار بهینه آن مؤثر هستند. چگالی‌های پوسته و رینگ‌های کامپوزیتی نزدیک مرزهای پایینی خود همگرا می‌شوند، و در نتیجه مرزهای بالاتر اثری بر آنها ندارند. همچنین در همه بهینه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود که مرتبه توزیع فاصله رینگ‌ها به $\lambda \leq 0.5$ همگرا می‌شود. در نتیجه می‌توان دریافت که وقتی فاصله رینگ‌ها در بخش میانی پوسته کوچک‌تر از دو بخش کناری می‌شود فشار کمانشی بالاتری به دست می‌آید.

۴- نتایج

در این مطالعه، بهینه‌سازی فشار کمانش محوری و شعاعی و بهینه‌سازی وزن پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده با کامپوزیت چند لایه و رینگ‌های تقویت‌کننده‌ها فلزی با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام شده است. فشار کمانشی بحرانی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول لوو محاسبه شده‌است و با استفاده از روش ریلی-ریتز حل گردیده‌است. روابط تئوری که در این تحقیق برای انرژی کرنشی رینگ‌های تقویت‌کننده لایه ای به کار گرفته شدند، تاکنون در هیچ پژوهشی استفاده نشده‌اند. این روابط به طراح اجازه می‌دهد تا خواص ماده و هندسه تقویت‌کننده‌های لایه‌ای را مستقل از پوسته اصلی بهینه‌سازی کند. نتایج نشان می‌دهد که استفاده بهینه از تقویت‌کننده‌های کامپوزیتی چند لایه نسبت به تقویت‌کننده‌های فلزی بهبود بیشتری در افزایش بار کمانش و کاهش وزن پوسته‌ها دارد. همچنین بهینه‌سازی کمانشی بازده خیلی بالاتری نسبت به بهینه‌سازی‌های چندموضوعی کمانشی-وزنی (برای ضرایب وزنی یکسان) و وزنی دارد. همچنین می‌توان دریافت که اثر خواص موادی و هندسی پوسته و تقویت‌کننده‌ها (متغیرهای طراحی) روی فشار کمانش پوسته تقویت‌شده از وزن آن بیشتر است. به علاوه، متغیرهای طراحی ماده به مرز بالایی یا پایینی همگرا می‌شوند، در حالی که متغیرهای طراحی هندسی تمایل دارند

نسبت به انباشتگی در دو انتها نتیجه می‌دهد و این نتیجه مستقل از جنس تقویت‌کننده‌ها می‌باشد.

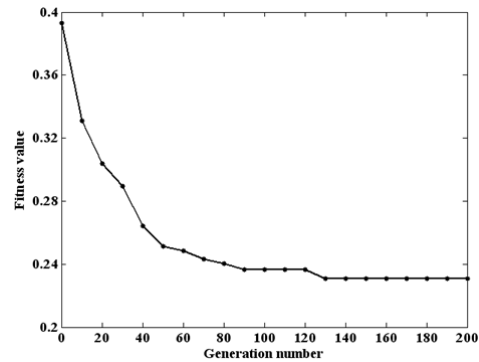
جدول ۷- مقادیر بهینه متغیرهای طراحی برای یک پوسته استوانه‌ای سه لایه با تقویت‌کننده‌های آلومینیومی

$$E_r = 75 \text{ GPa}, \nu_r = 0.3, \rho_r = 2800 \text{ Kg/m}^3$$

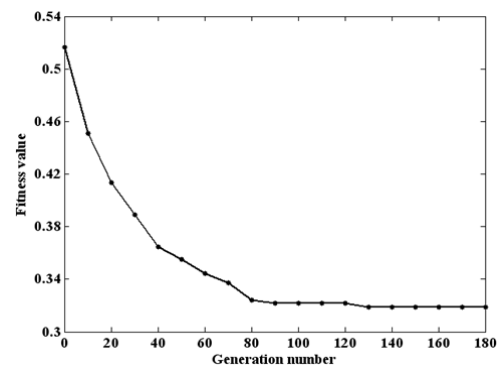
نوع بهینه‌سازی	بهینه‌کمانشی	چندموضوعی	بهینه‌وزنی
$\delta W = 1$	$\delta W = 0$	$\delta W = \delta p_{cr} = 0.5$	$\delta p_{cr} = 0$
			$\delta p_{cr} = 1$
متغیر طراحی	مقدار بهینه	مقدار بهینه	مقدار بهینه
$E_m [GPa]$	7	7	7
$E_f [GPa]$	400	400	400
ν_m	0.26	0.26	0.26
ν_f	0.2	0.2	0.2
$\rho_m [kg/m^3]$	900	900	900
$\rho_f [kg/m^3]$	960	960	960
$h_k [mm]$	0.4	0.4	0.4
α_k	0.4	0.4	0.4
V_f	23.9	23.9	23.9
N_f	3	3	9
$b_r [mm]$	3	6/9972	11/411
$d_r [mm]$	10/1709	18	18
λ	0.46	0.24	0.24
تابع موضوع			
OF	0.3363	0.3122	0.1705
تابع قید			
$CF_{p_{cr}}$	0.002	0.8203	0.9295
CF_W	0.6637	0.5554	0.002

مراجع

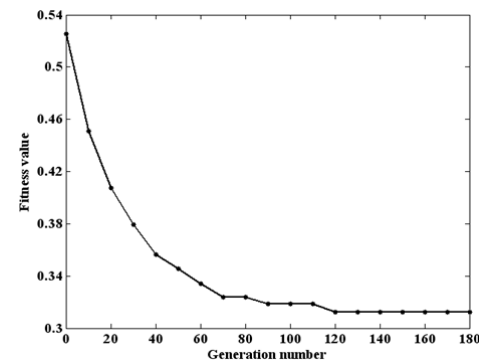
- [1] Damodar RA, Navin J (1993) Optimal design of grid-stiffened panels and shells with variable curvature. *Compos Struct* 23: 53-60.
- [2] Rikards R, Auzins J (2002) Response Surface Method in Optimum Design of Lightweight Composite Structures. In: *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V)*. Vienna, Austria.
- [3] Akl W, Ruzzene M, Baz A (2002) Optimal design of underwater stiffened shells, *Struct Multidiscip Optim* 23: 297-310.



شکل ۴- تغییرات مقدار ارزندگی بر حسب تعداد تکرار برای پوسته با رینگ‌های لایه‌ای، $\delta W = \delta p_{cr} = 0.5$



شکل ۵- تغییرات مقدار ارزندگی بر حسب تعداد تکرار برای پوسته با رینگ‌های فلزی فولادی، $\delta W = \delta p_{cr} = 0.5$



شکل ۶- تغییرات مقدار ارزندگی بر حسب تعداد تکرار برای پوسته با رینگ‌های فلزی آلومینیومی، $\delta W = \delta p_{cr} = 0.5$

تا به مقادیر میانی یک مرز معین نزدیک شوند. نتایج همچنین نشان می‌دهند که انباشتگی تقویت‌کننده‌ها در بخش میانی پوسته با تکیه‌گاه ساده فشار کمانش بیشتری را

- and maximum axial buckling load. *Thin-Walled Struct* 48: 979–988.
- [9] Bagheri M, Jafari AA, Sadeghifar M (2011) Multi-objective optimization of ring stiffened cylindrical shells using a genetic algorithm. *J Sound Vib* 330: 374–384.
- [10] Bagheri M, Jafari AA, Sadeghifar M (2011) A genetic algorithm optimization of ring-stiffened cylindrical shells for axial and radial buckling loads. *Arch Appl Mech* 81: 1639–1649.
- [11] Sun G, Mao R (2001) Optimization of stiffened laminated-composite circular-cylindrical shells for buckling. *Compos Struct* 53: 173–180.
- [12] Altenbach H, Altenbach J, Kissing W (2004) *Mechanics of composite structural elements*. Springer.
- [13] Reddy JN, Starness JH (1993) General buckling of stiffened circular cylindrical shells according to a Layerwise Theory. *ComputStruct* 49: 605–616.
- [4] Rikards R, Abramovich H, Auzins J, Korjakins A, Ozolinsh O, Kalnins K, Green T (2004) Surrogate models for optimum design of stiffened composite shells. *Compos.Struct* 63: 243–251.
- [5] Jarmai K, Snyman JA, Farkas J (2006) Minimum cost design of a welded orthogonally stiffened cylindrical shell. *ComputStruct* 84: 787–797.
- [6] Luspa L, Ruocco E (2008) Optimum topological design of simply supported composite stiffened panels via genetic algorithms. *Comput Struct* 86: 1718–1737.
- [7] Lene F, Duvaut G, Olivier-Mailhe M, Ben Chaabane S, Grihon S (2009) An advanced methodology for optimum design of a composite stiffened cylinder. *Compos Struct* 91: 392–397.
- [8] Sadeghifar M, Bagheri M, Jafari AA (2010) Multiobjective optimization of orthogonally stiffened cylindrical shells for minimum weight