



حل عددی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر انتقال حرارت جابجایی آزاد از روی صفحه‌ای عمودی

سیروس آفانجفی^۱ و عظیم سعیدی^{۲*}^۱ دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک^۲ کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۲/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۴/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۵/۱۷

چکیده

در این مقاله به بررسی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر توزیع سرعت و دما درون لایه مرزی پرداخته و در نهایت نرخ انتقال حرارت از صفحات عمودی در اثر جریان جابجایی آزاد مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات مومنتوم و انرژی با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی استخراج شده‌اند. به کمک پارامتر تشابهی مناسب و استفاده از تابع جریان و بازنویسی معادلات مومنتوم و انرژی بر حسب تابع جریان، معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی حاصل به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و در نهایت هم معادلات حاصل با استفاده از روش عددی رانجه-کوتای مرتبه چهارم حل شده‌اند. پروفیل‌های سرعت و دما درون لایه مرزی بر حسب اعداد بی بعد متفاوت، رسم شده‌اند. معلوم شد که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت سیال درون لایه مرزی کاهش می‌یابد و از طرف دیگر، دما درون لایه مرزی افزایش یافته و نرخ انتقال حرارت از دیواره به سیال پیرامون هم کم شده است. همچنین مشاهده گردید که میدان مغناطیسی با جهت در نظر گرفته شده، در حدود ۱۵ درصد موجب کاهش نرخ انتقال حرارت نسبت به حالتیکه میدان مغناطیسی وجود ندارد، می‌شود.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی آزاد؛ میدان مغناطیسی؛ پارامتر تشابهی؛ پروفیل دما؛ پروفیل سرعت.

Numerical solution of a uniform magnetic field effect on the free convection heat transfer from a vertical plate

C. Aghanajafi¹ and A. Saeedi^{2,*}¹ Assoc. Prof., Mech. Eng., K. N. Toosi University, Tehran, Iran² M.Sc, Mech. Eng., K. N. Toosi University, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, the effect of uniform magnetic field on the velocity and temperature profile in the boundary layer are considered and at the end the free convection heat transfer rate from vertical plates are studied. Writing energy and momentum equations with considering magnetic field effects. By help of appropriate similarity parameter and use of stream function and with Rewriting energy and momentum equations in term of stream function, all partial differential equations converted to the ordinary differential equations. At the end with the help of fourth order Range-kutta method, all equations were solved. It is revealed that with increasing magnetic field parameter, the fluid velocity in the boundary layer decreased and in other hand, the temperature in the boundary layer increased and the heat transfer rate from vertical plate decreased. It is proved that the assumed magnetic field caused to decrease about 15% in the heat transfer rate from vertical plate.

Keywords: Free convection heat transfer; Magnetic field; Similarity parameter; Temperature profile; Velocity profile.

۱- مقدمه

در اکثر موارد، نیروهای شناوری را به همراه نیروهای ناشی از القای مغناطیسی، در دسته نیروهای حجمی قرار می‌دهند. نیروهای شناوری زمانی در معادلات ظاهر می‌شوند که انتقال حرارت از نوع جابجایی طبیعی باشد. نیروهای القای مغناطیسی هم در صورت وجود میدان‌های الکترومغناطیس در معادلات ظاهر می‌شوند. شاید این موضوع را بتوان از این حیث مهم دانست که کاربردهای صنعتی فراوانی برای تأثیر میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد سیالات هادی الکتریسیته وجود دارد که از جمله‌ی آنها می‌توان به صنایع موشکی، ساخت راکت، هوافضا، خنک کاری راکتورهای هسته ای و ... اشاره نمود. هنگامیکه با میدان الکترومغناطیسی و سیال هادی مواجه هستیم، در حقیقت با مسائل دینامیک سیالات مغناطیسی^۱ سروکار داریم. تاکنون پژوهش‌های زیادی دربارهٔ جریان MHD به همراه جابجایی آزاد و اجباری انجام شده است. اما در همهٔ آنها، از فرضیاتی استفاده شده است مانند: در نظر گرفتن تخلخل در صفحه، متحرک بودن صفحه، در نظر گرفتن ترم اتلافات ویسکوز، در نظر گرفتن ترم تشعشع و یا متغیر بودن دمای صفحه.

حسین^۲ [۱] اثرات گرمایش ویسکوز و گرمایش ژولی را بر جریان جابجایی آزاد در حضور یک میدان مغناطیسی ثابت مطالعه نمود. البته او در مطالعات خود، دمای صفحه را تابعی خطی از فاصله از لبهٔ صفحه در نظر گرفت. جا^۳ [۲] انتقال حرارت جابجایی آزاد را در جریان کوئت و در حالت ناپایا مورد پژوهش قرار داد. اسپارو^۴ و سس^۵ [۳] انتقال حرارت جابجایی آزاد را برای جریان لایهٔ مرزی آرام عبوری از کنار صفحه‌ای عمودی و داغ و در حضور میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ مورد مطالعه قرار دادند. چامخا^۶ همکاران [۴] اثرات گرمایش و سرمایش محلی، مکش یا تزریق سیال از دیواره، نیروهای شناوری و میدان مغناطیسی را بر ترکیب جابجایی آزاد و اجباری از روی یک صفحهٔ عمودی و داغ بررسی

نمودند. در سال ۱۹۷۲ دانشمندی به نام سوندالگکار^۷ [۵] جریان آزاد غیر دائم عبوری از روی یک صفحهٔ عمودی نامتناهی را درحالی‌که صفحه دارای مکش سیال متغیر بود و در حضور میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار داد و مشاهده نمود که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت سیال درون لایهٔ مرزی کاهش می‌یابد. در سال ۱۹۷۷ دانشمند دیگری به نام الباشبشی^۸ [۶] به مطالعهٔ حرارتی و هیدرودینامیکی جریان سیال عبوری از روی یک صفحهٔ عمودی با در نظر گرفتن دمای دیوارهٔ متغیر و در حضور میدان مغناطیسی پرداخت. نتایج مطالعات او هم نشان داد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، سرعت درون لایهٔ مرزی کاهش پیدا خواهد کرد. در سال ۲۰۰۱ دو محقق به نام‌های چامخا و خالد^۹ [۷] با استفاده از حل تشابه‌ی، جریان جابجایی آزاد را از یک صفحهٔ مایل که می‌توانست حرارت را در خود تولید کرده یا به خود جذب نماید، مورد مطالعه قرار دادند. این تحلیل هم در حضور یک میدان مغناطیسی صورت گرفته بود. در سال ۲۰۰۵ محمود اواف^{۱۰} [۸] به حل دقیق اثر تشعشع حرارتی بر جریان MHD از روی صفحهٔ متخلخل در حال کشش پرداخت و متوجه شد که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، دما درون لایهٔ مرزی افزایش پیدا می‌کند. در سال ۲۰۱۰ هم ابراهیم^{۱۱} و همکارانش [۹] به مطالعه جابجایی آزاد جریان MHD از روی یک صفحهٔ عمودی با دمای متغیر پرداختند. آنها دریافتند که با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، دما درون لایهٔ مرزی افزایش و سرعت هم کاهش پیدا می‌کند. در همین سال، همنت پونیا^{۱۲} و چادهوری^{۱۳} [۱۰] هم به بررسی انتقال حرارت و جرم در جریان جابجایی آزاد برای یک سیال هادی الکتریسیته و در حضور میدان مغناطیسی پرداختند. در تحقیق آن‌ها سیال موردنظر از روی صفحه‌ای عمودی و متخلخل عبور کرده و در محاسبات، ترم اتلافات ویسکوز هم در نظر گرفته شده است. در سال ۲۰۱۳ محمد مکدس علی^{۱۴} و همکارانش [۱۱] به

⁷ Soundalgekar

⁸ Elbashbeshy

⁹ Chamkha and khaled

¹⁰ Mahmoud E.M ouaf

¹¹ Ibrahim

¹² Hemant poonia

¹³ chaudhary

¹⁴ Mohammad Mokaddes Ali

¹ Magneto Hydro Dynamic (MHD)

² Hossain

³ Jha

⁴ Sparrow

⁵ Cess

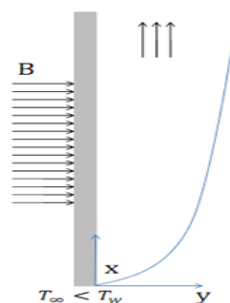
⁶ Chamkha

بررسی اثرات تشعشع در جریان MHD روی یک صفحه عمودی با جابجایی آزاد و در حضور تولید گرما و گرمایش ویسکوز پرداختند.

آنچه که این مقاله را از سایر مقالات موجود در این زمینه جدا می‌کند، استفاده از آنالیز تشابهی برای بررسی اثر میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد از روی صفحه‌ای عمودی است. در حقیقت تأثیر پارامتر میدان مغناطیسی را بر هر دو معادله انرژی و مومنوم بررسی شده و هیچ اثر دیگری مانند اثر تشعشع، اتلاف ویسکوز، تولید گرما، دمای متغیر دیواره، میدان مغناطیسی غیر یکنواخت و ... در نظر گرفته نشده است.

۲- تعریف مسأله

صفحه‌ای عمودی را در نظر بگیرید که در معرض جریان جابجایی آزاد سیالی هادی الکتریسیته است. صفحه مورد نظر در دمای ثابت و یکنواخت T_w قرار دارد که از دمای سیال پیرامونش بالاتر می‌باشد. به این صفحه، میدانی مغناطیسی با قدرت یکنواخت و در جهتی فرضی اعمال می‌شود. شماتیک این مسأله بصورت زیر است.



شکل ۱- شماتیکی از مسأله موردنظر

برای آنکه معادلات حاصل را ساده‌تر بتوانیم تحلیل کنیم، مختصات x, y را معکوس در نظر گرفته‌ایم تا معادلات، مشابه معادلاتی باشند که تاکنون با آنها سروکار داشته‌ایم. برای مسأله‌ای بصورت فوق، معادلات سه گانه حاکم به شرح زیر می‌باشند.

الف- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

ب- معادله مومنوم

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dots \quad (2)$$

$$\dots \rho g \beta (T - T_\infty) - \sigma B^2 u$$

ج- معادله انرژی

$$\rho c_p (u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \sigma B^2 u^2 \quad (3)$$

اما شرایط مرزی لازم برای حل این معادلات بصورت زیر است:

$$at \ y = 0 \rightarrow u = v = 0, \ T = T_w$$

$$at \ y \rightarrow \infty, \ u = 0, \ T = T_\infty$$

همانگونه که مشاهده می‌کنید معادلات مومنوم و انرژی به واسطه وجود جابجایی آزاد به هم کوپل شده‌اند. این امر حل معادلات فوق را دشوارتر می‌کند. در ادامه از پارامتر تشابهی و بدنبال آن از آنالیز تشابهی برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی فوق به معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده خواهد شد. برای جریان جابجایی آزاد، پارامتر تشابهی را با توجه به آنچه که در کتاب انتقال حرارت جابجایی کیز [۱۴] آورده شده است، بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\eta = c \frac{y}{x^{1/4}}, \ c = \left(\frac{g \beta (T_w - T_\infty)}{4g^2} \right)^{1/4} \quad (4)$$

پارامتر تشابهی فوق را می‌توان برحسب عدد گراشف هم نوشت، یعنی خود پارامتر تشابهی تابع عدد گراشف است. اما برای استفاده از آنالیز تشابهی نیاز داریم تابع جریان بصورت زیر تعریف نماییم:

$$\varphi = 2 \sqrt{g \beta (T_w - T_\infty)} x^{3/4} f(\eta) \quad (5)$$

اکنون معادلات مومنوم و انرژی را بر حسب تابع جریان بازنویسی می‌کنیم:

معادله مومنوم:

$$\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \times \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \times \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = \mu \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} + \dots \quad (6)$$

$$\dots \rho g \beta (T - T_\infty) - \sigma B^2 \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

معادله انرژی:

برای حل این معادلات از روش رانجه-کوتای^۱ مرتبه^۱ چهارم استفاده نموده‌ایم. در روند حل از ۱۰۰۰ نقطه و با گام ۰/۰۱ استفاده شده است. دقت محاسبات برای همگرایی هم ۱۰^{-۳} در نظر گرفته شده است. قبل از اعتبارسنجی لازم است که مختصری پیرامون بیشینه پارامتر تشابهی حاصل که بر اساس آن نمودارها رسم شده‌اند، توضیح دهیم. پارامتر تشابهی تابعی γ, x از است، اینکه در چه نقطه‌ای نمودارها همگرا شده‌اند، بسته به محل تشکیل و ضخامت لایه مرزی دارد، پس مقدار بیشینه پارامتر تشابهی اصلاً قابل پیش بینی نیست.

به منظور اعتبار سنجی کد نوشته شده و روش مورد استفاده در حل این معادلات، مقایسه‌ای مابین توزیع دما در جریان جابجایی آزاد و بدون حضور میدان مغناطیسی که در گزارش ۱۱۱ ناکا^۲ [۱۳] در سال ۱۹۵۲ ارائه شده است، با توضیح دمای حاصل از حل این مسأله انجام داده‌ایم. البته انتظار وجود تفاوت‌هایی در پاسخ‌ها کاملاً منطقی است. چرا که فرض این مسأله به هادی بودن سیال و وجود میدان مغناطیسی بوده است. پس هرگز نتوانستیم حتی برای اعتبارسنجی میدان مغناطیسی را از بین ببریم، بلکه مقدار آنرا بسیار کوچک فرض نموده‌ایم.

شکل ۲ نشان می‌دهد که نتایج حاصل همخوانی قابل توجهی با نتایج ارائه شده توسط ناکا دارد. در بدترین نقطه نمودار فوق مقدار اختلاف بین نتایج در حدود ۲۰٪ می‌باشد. با توجه به اینکه در اکثر قسمت‌های نمودار در حدود کمتر از ۵٪ اختلاف وجود دارد، پس می‌توان به درستی کد نوشته شده و معادلات حل شده اطمینان داشته و از درستی سایر نتایج هم مطمئن بود.

علاوه بر شکل ۲، می‌توان از کارهای انجام شده توسط دانشمندان دیگر و مقالات منتشر شده در این زمینه هم استفاده نمود. بعنوان مثال در سال ۲۰۱۰ دو دانشمند به نام های همنت پونیا و چادهوری [۱۰] به بررسی انتقال حرارت و انتقال جرم در جریان جابجایی آزاد برای یک سیال هادی در حضور میداین الکترومغناطیس پرداختند. در تحقیق آنها، سیال مورد نظر از روی صفحه‌ای عمودی و متخلخل عبور

$$\rho c_p \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \times \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \times \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \dots \quad (7)$$

$$\dots \sigma B^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2$$

برای حل چنین مسائلی، می‌بایست پارامترهای بی بعدی را تعریف کنیم تا در نهایت پاسخ هایمان بر اساس این پارامترها بیان شوند. برای معادلات فوق هم پارامترهایی بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (8)$$

$$M = \frac{2\sigma B^2 x^2}{\mu \sqrt{Gr}}, \text{Pr} = \frac{\rho}{\alpha}$$

$$Gr = \frac{g\beta(T - T_\infty)x^3}{\nu^2}, Ec^* = \frac{4\theta^2}{c_p(T_w - T_\infty)x^2}$$

اعداد بی بعد بدست آمده خود تابع x هستند، پس می‌توان گفت پارامترهای بی بعد و معادلات حاصل تابع محلی x هستند. به کمک این اعداد و پارامترهای بی بعد، معادلات مومنوم و انرژی بصورت زیر نوشته خواهند شد:

• معادله مومنوم

$$f''' + 3ff'' - (2f' - M)f' + \theta = 0 \quad (9)$$

• معادله انرژی

$$\frac{1}{\text{Pr}} \theta'' + f\theta' + M.Ec^*.Grf'^2 = 0 \quad (10)$$

که با توجه به تابع جریان، شرایط مرزی بصورت زیر نوشته می‌شوند:

$$f(0) = 0, f'(0) = 0, f'(\infty) = 0 \quad (11)$$

$$\theta(0) = 1, \theta(\infty) = 0$$

حل معادلات حاصل با استفاده از روش‌های تحلیلی و دقیق امکان پذیر نمی‌باشد، لذا ناگزیر هستیم که از روش‌های عددی برای حل معادلات استفاده نماییم. دستگاه معادلاتی که می‌بایست حل کنیم، بصورت زیر است:

$$\begin{cases} f''' + 3ff'' - (2f' - M)f' + \theta = 0 \\ f(0) = f'(0) = 0, f'(\infty) = 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\text{Pr}} \theta'' + f\theta' + M.Ec^*.Grf'^2 = 0 \\ \theta(0) = 1, \theta(\infty) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

¹ Range-Kutta

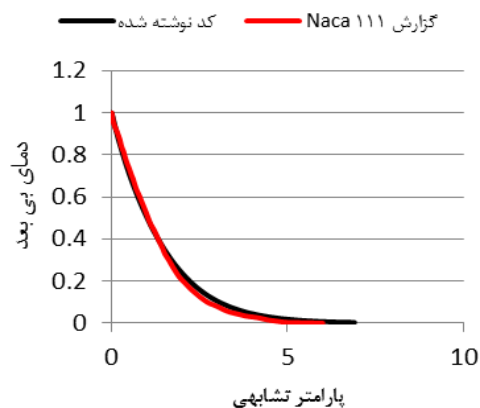
² Naca- Report111

کرده و در محاسبات، ترم اتلافات ویسکوز هم در نظر گرفته شده است. یکی از نمودارهای رسم شده در مقاله آنها، نمودار تغییرات توزیع سرعت درون لایه مرزی با تغییرات پارامتر میدان مغناطیسی است که در شکل ۳ نشان داده شده است.

که بوضوح می‌توان آنرا در پروفیل سرعت رسم شده برای مسأله حاضر هم مشاهده نمود. در شکل ۴، مشاهده می‌شود که با افزایش اثرات میدان مغناطیسی، بعثت زیادتر شدن اثر نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال، سرعت حرکت سیال کاهش یافته است. در همه نمودارهایی که $M=0$ فرض شده است، منظور مقداری کوچک و نزدیک صفر است نه خود صفر، چراکه اگر صفر قرار می‌دادیم، فرضیات مسأله بهم می‌ریخت.

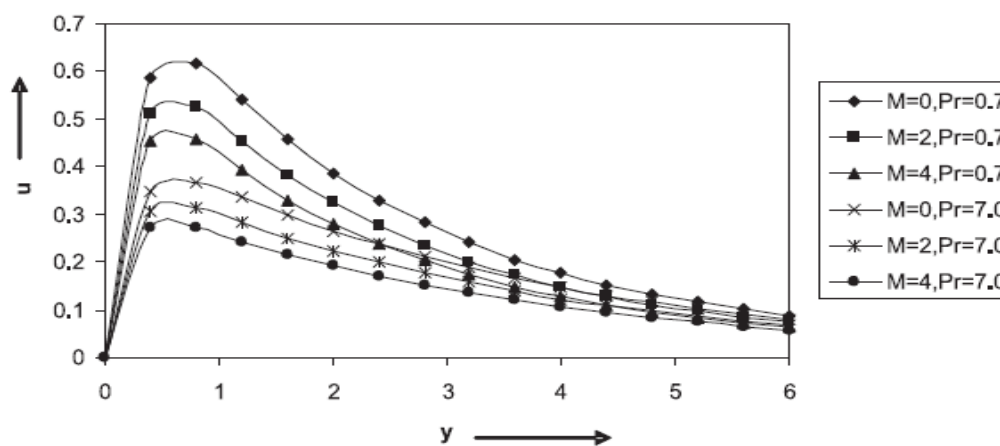
همانگونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی دما درون لایه مرزی افزایش یافته است، این افزایش به معنای کاهش اختلاف دما مابین دیواره و سیال داخل لایه مرزی می‌باشد. که این امر موجب کاهش انتقال گرما از دیواره به محیط اطراف می‌شود.

نمودارهای ۶ و ۷، نحوه تغییرات توزیع سرعت و دما را با تغییر عدد گراشف نمایش می‌دهند. اگر بصورت فرضی مقدار عدد گراشف را بدست آوریم، خواهیم دید که مقدار آن از حد مقدار بحرانی جریان آزاد کمتر است، لذا جریان در اطراف دیواره عمودی را می‌توان آرام در نظر گرفت و مسأله را به ازای آن حل نمود.

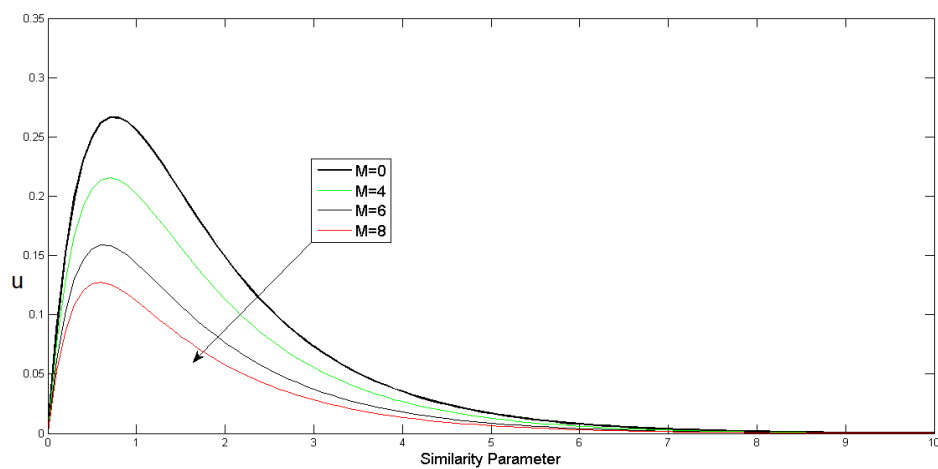


شکل ۲- مقایسه توزیع دما درون لایه مرزی با نتایج ناکا

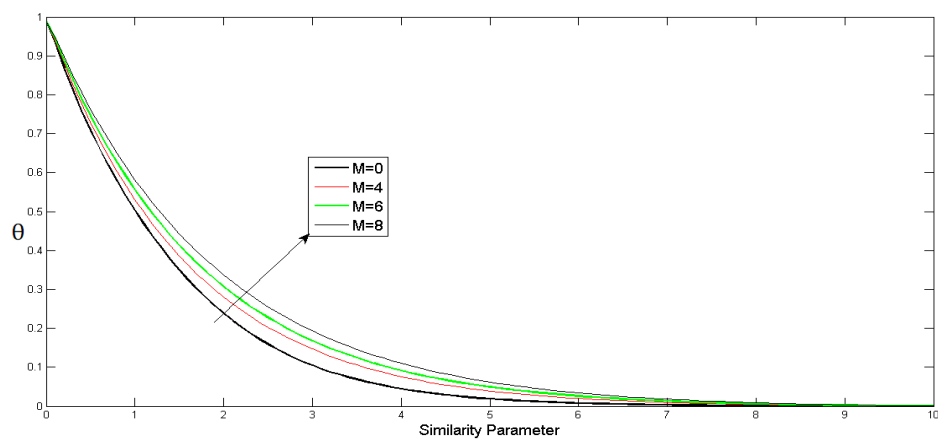
مطابق شکل ۳، با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، سرعت سیال درون لایه مرزی کاهش پیدا کرده است، مطلبی



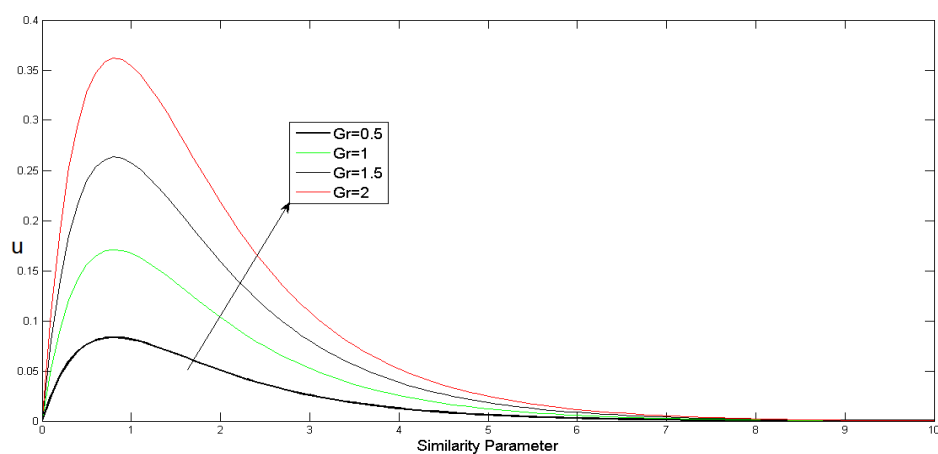
شکل ۳- اثر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت درون لایه مرزی مطابق [۱۰]



شکل ۴- اثرات افزایش پارامتر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت درون لایه مرزی $Pr = 0.72$, $Ec^* = 0.01$, $Gr = 1.5$



شکل ۵- اثرات پارامتر میدان مغناطیسی بر توزیع دما درون لایه مرزی $Pr = 0.72$, $Ec^* = 0.01$, $Gr = 1.5$



شکل ۶- اثر تغییر عدد گراشوف بر توزیع سرعت درون لایه مرزی $Pr = 0.72$, $Ec^* = 0.01$, $M = 0$

زیر نشان دهنده تأثیر تغییرات عدد اکرت بر توزیع سرعت و دما است.

مطابق شکل ۱۰ سرعت درون لایه مرزی زیاد می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش عدد اکرت دما هم درون لایه مرزی افزایش یافته است.

در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی موجب افزایش دما درون لایه مرزی شده است که علت آن هم یونیزه شدن ذرات سیال داخل لایه مرزی در اثر عمل میدان مغناطیسی و گرمتر شدن آنها می‌باشد، که این امر به معنای کاهش نرخ انتقال حرارت از دیواره به سیال پیرامون است.

برای بررسی اثر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت از صفحات عمودی، کافیت با توجه به توزیع دمای بدست آمده و با استفاده از روابط زیر برای انتقال حرارت جابجایی آزاد، عدد ناسلت را بدست آورده و بدین ترتیب به اثر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت از صفحات عمودی پی ببریم. برای جریان جابجایی آزاد با توجه به روابط موجود در کتاب انتقال حرارت جابجایی لطیف [۱۴] داریم:

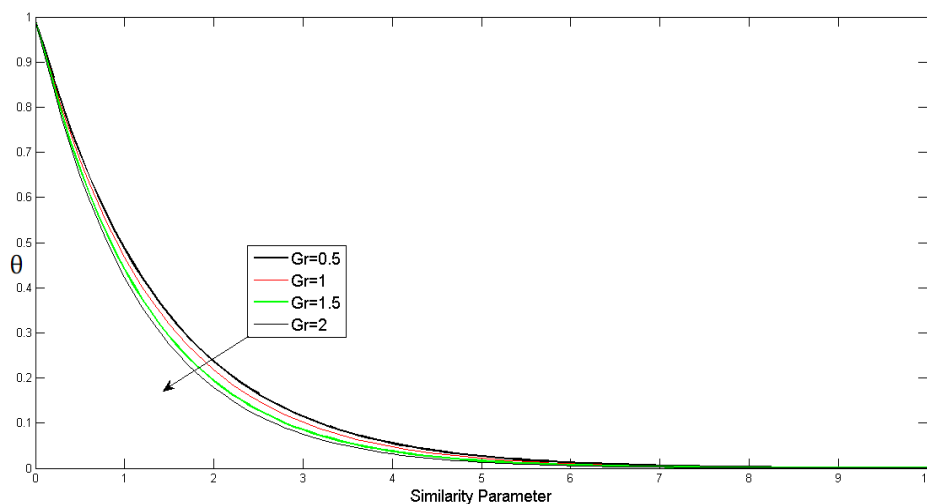
$$h(T_w - T_\infty) = -k \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) \quad (14)$$

همانگونه که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، با افزایش عدد گراشف به دلیل افزایش نیروهای شناوری، سرعت سیال درون لایه مرزی افزایش پیدا کرده است. از شکل ۸ واضح است که با افزایش عدد گراشف، دما درون لایه مرزی کاهش یافته است. این کاهش دما بدین معناست که اختلاف دمای بین سیال داخل لایه مرزی و دیواره افزایش یافته است که این موضوع به نوبه خود می‌تواند دلیلی بر افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره باشد.

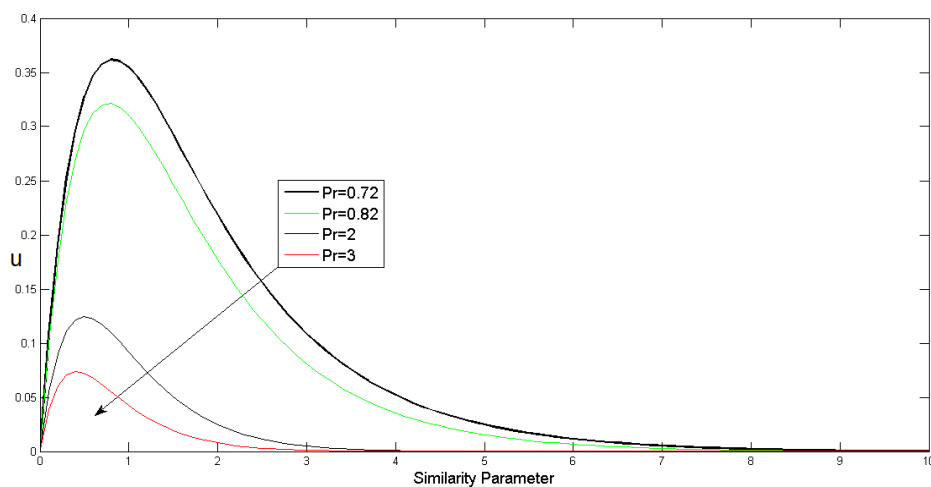
پارامتر دیگری که می‌تواند بر توزیع سرعت و توزیع دما اثر داشته باشد، عدد پرانتل است. نمودارهای ۸ و ۹، تغییرات توزیع سرعت و دما را با تغییر عدد پرانتل نشان می‌دهند.

مشاهده می‌شود که با افزایش عدد پرانتل، سرعت حرکت سیال درون لایه مرزی کاهش یافته است. در هر یک از نمودارهای فوق، عدد پرانتل ثابت در نظر گرفته شده است. در یک عدد پرانتل ثابت، سرعت درون لایه مرزی کاهش یافته است، پس انتظار می‌رود که دما هم درون لایه مرزی کاهش یابد و مطابق انتظار، با افزایش عدد پرانتل، دما هم درون لایه مرزی کاهش یافت.

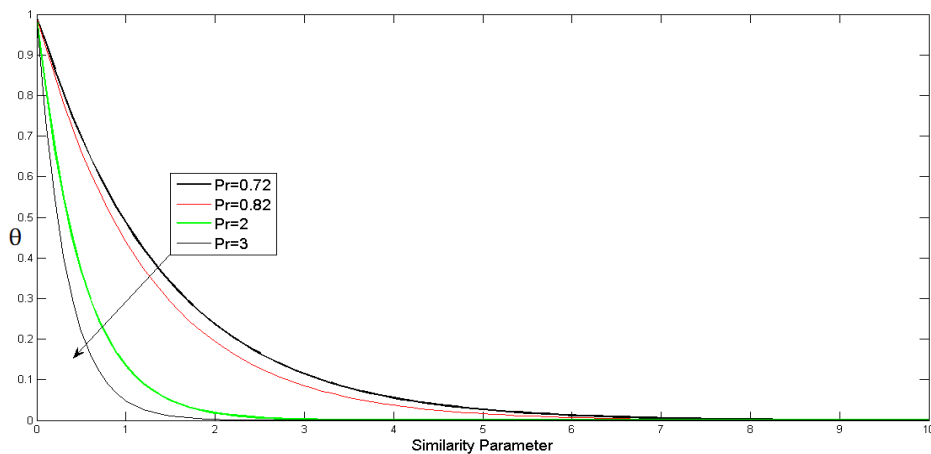
آخرین عدد بی بعدی که در معادلات مومنتوم و انرژی ظاهر شده است و تغییرات آن می‌تواند بر توزیع سرعت و دما درون لایه مرزی اثرگذار باشد، عدد اکرت است. نمودارهای



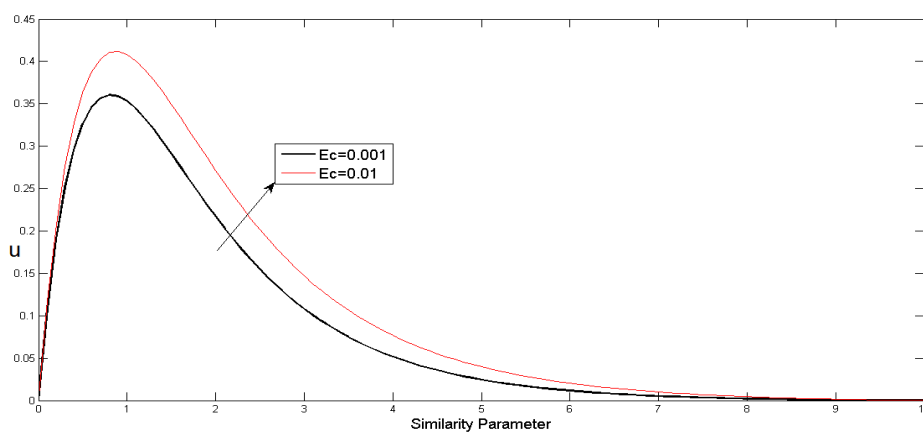
شکل ۷- اثر تغییرات عدد گراشف بر توزیع دما درون لایه مرزی $Pr = 0.72$, $Ec^* = 0.01$, $M = 0$



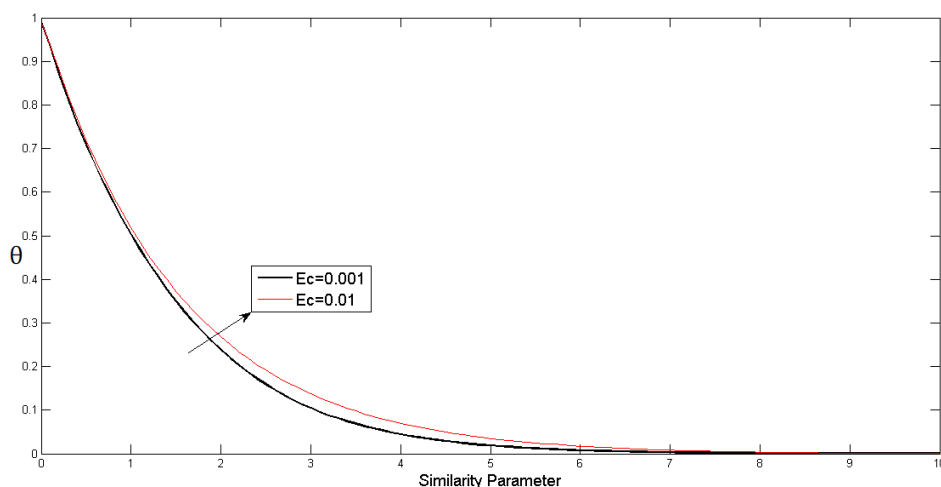
شکل ۸- تأثیر تغییرات عدد پرانتل بر توزیع سرعت درون لایه مرزی $Ec^* = 0.01$, $M = 0$, $Gr = 2$



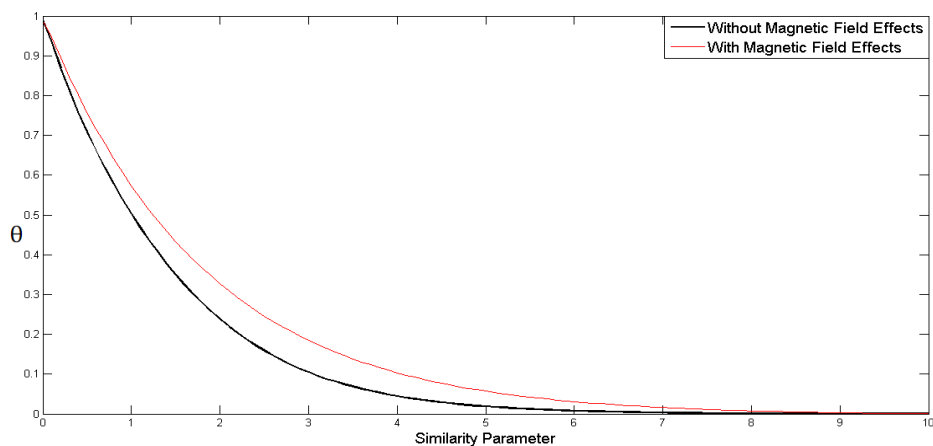
شکل ۹- اثر تغییرات عدد پرانتل بر توزیع دما درون لایه مرزی $Ec^* = 0.01$, $M = 0$, $Gr = 2$



شکل ۱۰- اثر تغییرات عدد اکرت اصلاح شده بر توزیع سرعت درون لایه مرزی $Pr = 0.72$, $M = 0$, $Gr = 2$



شکل ۱۱- اثر عدد اکرت اصلاح شده بر توزیع دما درون لایه مرزی $Pr = 0.72$, $M = 0$, $Gr = 2$



شکل ۱۲- اثر وجود میدان مغناطیسی بر توزیع دما درون لایه مرزی

جدول ۱- نحوه تغییرات نرخ انتقال حرارت از دیواره عمودی با تغییر پارامتر مغناطیسی و عدد پرانتل

| $\frac{Nu}{(\frac{Gr}{4})^{1/4}}$ | M | Pr |
|-----------------------------------|---|------|
| ۰/۵ | ۰ | ۰/۷ |
| ۰/۴۲۳ | ۵ | |
| ۰/۵۲۱ | ۰ | ۰/۸۹ |
| ۰/۴۴۲ | ۵ | |

$$T = T_{\infty} + \theta \times (T_w - T_{\infty})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x,0) = (T_w - T_{\infty}) \times \frac{\partial \theta}{\partial y}(x,0) \quad (15)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = \theta' \times \frac{c}{x^{1/4}}$$

$$h = -k \times \theta'(0) \times \frac{c}{x^{1/4}}$$

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\theta'(0) \times c \times x^{3/4} \quad (16)$$

در جدول ۱ می‌توان تعدادی از نتایج حاصل برای عدد ناسلت را مشاهده نمود. با توجه به جدول فوق، ملاحظه گردید که میدان مغناطیسی موجب می‌شود که در حدود ۱۵ درصد از نرخ انتقال حرارت از صفحه عمودی کاسته شود.

۴- جمع بندی

در بکارگیری میدان مغناطیسی بعنوان عامل افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره، بهتر است به جهت و قدرت میدان اعمالی بسیار توجه شود، چراکه ممکن است در نظر گرفتن میدان مغناطیسی در جهتی غیر دقیق و غیرکارشناسانه موجب کاهش نرخ انتقال گرما از دیواره شود.

علائم و نشانه‌ها

| | |
|----------------|--|
| v | سرعت سیال در جهت افقی، m/s |
| u | سرعت سیال در جهت عمودی، m/s |
| Pr | عدد پرانتل |
| Ec* | عدد اکرت اصلاح شده |
| Gr | عدد گرافش |
| M | پارامتر تأثیر میدان مغناطیسی |
| Nu | عدد ناسلت |
| g | شتاب گرانش، m/s ² |
| C _p | ظرفیت گرمایی ویژه، kJ/kg.c |
| T _w | دمای دیواره، °C |
| T _∞ | دمای سیال، °C |
| k | ضریب هدایت حرارتی سیال، W/m°C |
| h | ضریب انتقال حرارت جابجایی، W/m ² °C |
| α | ضریب پخش حرارتی، m ² /s |
| ϑ | لزجت سینماتیکی، m ² /s |
| μ | لزجت دینامیکی، kg/m.s |
| ρ | چگالی سیال، kg/m ³ |
| β | ضریب انبساط حرارتی، 1/°C |

مراجع

- [1] Hossain MA (1992) Viscous and joule heating effects on MHD-free convection flow with variable plate temperature. *Int J Heat Mass Transf* 35(12): 3485–3487.
- [2] Jha BK (2001) Natural convection in unsteady MHD couette flow. *Heat Mass Transf* 37: 329–331.
- [3] Sparrow EM, Cess RD (1961) the effect of a magnetic field on free convection heat transfer. *International journal of Heat and Mass transfer* 3: 267–274.
- [4] Chamkha AJ, Takhar HS, Nat G (2004) Mixed convection flow over a vertical plate with localized heating (cooling), magnetic field and suction (injection). *Heat Mass Transfer* 40: 835–841.

در این مقاله به بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد از روی صفحه‌ای عمودی پرداختیم. معمولاً از دینامیک سیالات مغناطیسی به منظور افزایش بازده و همچنین در برخی از سیستم‌ها برای افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره‌ها استفاده می‌شود، ولی در این مقاله ثابت شد که با در نظر گرفتن شرایط ذکر شده و جهات در نظر گرفته شده قسمت‌های قبلی، میدان مغناطیسی می‌تواند اثرات سوء بر نرخ انتقال گرما از دیواره‌ها داشته باشد. ابتدا معادلات مومنوم و انرژی در حضور میدان مغناطیسی استخراج شدند و سپس با استفاده از حل تشابهی و تابع جریان، معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و در نهایت هم با استفاده از روش عددی رانجه- کوتای مرتبه چهارم و با استفاده از نرم افزار متلب حل شدند. تأثیر پارامترهای بی بعد موجود در معادلات بر روی توزیع سرعت و دمای درون لایه مرزی در قالب نمودارهایی بیان گردید و در پایان نتایجی به شرح زیر بدست آمد:

- ✓ افزایش پارامتر میدان مغناطیسی موجب افزایش نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال شده و سرعت سیال درون لایه مرزی کاهش یافته است. همچنین دما درون لایه مرزی زیادتر شده است و این امر موجب کاهش اختلاف دمای دیواره و سیال شده و موجبات کاهش نرخ انتقال گرما از دیواره را فراهم می‌آورد.
- ✓ با افزایش عدد گرافش، نیروهای شناوری وارد بر سیال افزایش یافته و موجب افزایش سرعت سیال درون لایه مرزی می‌شود. انتظار داریم این افزایش سرعت موجب افزایش نرخ انتقال گرما از دیواره هم شود. بر این اساس و مطابق نتایج حاصل، دما درون لایه مرزی کاهش یافته است.
- ✓ افزایش عدد پرانتل موجب کاهش سرعت و دما درون لایه مرزی شده است.
- ✓ وجود میدان مغناطیسی موجب افزایش دما درون لایه مرزی شده است و سرعت سیال درون لایه مرزی را هم کاهش داده است. لذا نرخ انتقال حرارت در اثر وجود میدان مغناطیسی کاهش پیدا می‌کند.

- [10] Poonia H, Chaudhary RC (2010) MHD free convection and mass transfer flow over an infinite vertical porous plate with viscous dissipation. *Theoretical and Applied Mechanics Journal* 37(4): 263–287.
- [11] Mohammad Mokaddes A, Mamun AA, Abdul Maleque Md, Nur Hosain Md, Ariful Azim (2013) Radiation effect on MHD free convection flow along vertical flat plate in presence of Joule heating and heat generation. *Procedia Engineering* 56: 503–509.
- [12] Kays WM, Crawford ME (1993) *Convective heat and mass transfer*. 3rd edn. McGraw-Hill, New York.
- [13] Ostrach S (1952) An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force. National Advisory Committee for Aeronautics, Report 111NACA: 63–79.
- [14] Latif M (2009) *Heat Convection*. Second edn. Springer-Verlag, New York.
- [5] Soundalgekar VM (1972) Unsteady MHD free convection flow past infinite vertical flat plate with variable suction. *Indian Journal Pure. Appl Math* 3: 426–436.
- [6] Elbashbeshy EMA (1997) Heat and Mass transfer along a vertical plate with variable surface temperature and concentration in presence of the magnetic field. *Int J Eng Sci* 34: 512–522.
- [7] Chamkha AJ, Khaled ARA (2001) Similarity solutions for hydro magnetic simultaneous heat and mass transfer by natural convection from an inclined plate with internal heat generation or absorption. *Heat Mass Transf* 37: 117–123.
- [8] Mahmoud EM Ouaf (2005) Exact solution of thermal radiation on MHD flow over a stretching porous sheet. *Appl Math Comput* 170: 1117–1125.
- [9] Ibrahim Abbas A, Palani G (2010) Effects of magneto hydrodynamic flow past over a vertical plate with variable surface temperature. *Appl Math Mech* 31(3): 329–338.