



## مطالعه تجربی پدیده گیر قطعه کار در قید و بندها به کمک مکانیزم جاساز و سوراخ

هادی پروز<sup>۱\*</sup>، مارال مهدوی<sup>۲</sup> و ناصرالدین سپهری<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

<sup>۲</sup> دانش‌آموخته کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۷/۱۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۲۶

### چکیده

وقوع گیر قطعه کار در قید و بند می‌تواند منجر به عدم موقعیت‌دهی صحیح قطعه کار، آسیب به قطعه کار و حتی اجزای قید و بند شود. در پژوهش حاضر، آنالیز تحلیلی و تجربی پدیده گیر قطعه کار در قید و بندها با استفاده از مطالعه جاسازی یک قطعه کار دارای سوراخ در یک پین انجام شده است. مدل‌سازی تحلیلی بر اساس اصل کمینه اندازه نیروهای عکس‌العمل پایه‌ریزی شده است که با پیاده‌سازی آن در قالب یک مسأله بهینه‌سازی، وقوع گیر پیش‌بینی شده است. برای اطمینان از صحت مقادیر پیش‌بینی شده توسط تئوری، از تحلیل‌های ارائه شده در پژوهش‌های پیشین نیز استفاده شده است؛ همچنین، آزمایش‌های تجربی برای صحت‌گذاری اجرا شده و نتایج با پیش‌بینی تئوری مقایسه شده است. برای این منظور، مجموعه آزمایشگاهی مختص مکانیزم جاساز و سوراخ با انطباق لقی‌دار طراحی و ساخته شده است. پس از اجرای آزمایش‌های مرتبط با تعیین ضریب اصطکاک، آزمایش‌های مربوط به تعیین زاویه ورود به گیر و خروج از گیر جاساز در سوراخ با استفاده از انکودر زاویه‌ای اجرا گردید. با مقایسه بین نتایج آزمایش‌های تجربی و پیش‌بینی تئوری پیشنهادی در پژوهش حاضر، بیشینه خطا در اندازه‌گیری زاویه ورود به گیر و خروج از گیر جاساز در سوراخ به ترتیب برابر با  $8/2\%$  و  $14/4\%$  بدست آمد.

**کلمات کلیدی:** پدیده گیر؛ جاساز و سوراخ؛ ضریب اصطکاک؛ قید و بند؛ اصل کمینه اندازه.

## Experimental Investigation of the Jamming Phenomenon in Fixturing of Workpiece Using the Peg-in-Hole Mechanism

Hadi Parvaz<sup>1,\*</sup>, Maral Mahdavi<sup>2</sup>, Naseroddin Sepehry<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

<sup>2</sup> B.Sc., Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

### Abstract

Jamming of a workpiece in the fixture may cause improper workpiece positioning, damage to the workpiece, and even the fixturing elements. In the present study, theoretical and experimental analyses are performed to investigate the jamming phenomenon in fixturing workpiece using the peg-in-hole case study. The theoretical model is established based on the minimum norm principle which resulted in an optimization problem. The jamming occurrence is then predicted by solving this model. A theoretical model that was developed in the previous study is used to validate the predictions of the suggested theoretical model. The main validation of the theoretical predictions is conducted through the experimental tests. For this purpose, an experimental setup is designed and fabricated for the peg-in-hole mechanism with the clearance fit. The friction coefficient is first measured using the fabricated setup. Then, the jamming-in and jamming-out angles of the peg into the prepared hole are measured using a rotary encoder. By comparing the experimental results to the predictions of the suggested theoretical model, the worst-case error values are determined as 8.2% and 14.4% for the jamming-in and jamming-out angles, respectively.

**Keywords:** Jamming Phenomenon; Peg-in-Hole; Friction Coefficient; Fixture; Minimum Norm Principle.

## ۱- مقدمه

گیر یک پدیده ناخواسته در قید و بندها است که حین بارگذاری یا باربرداری قطعه‌کار در فیکسچر اتفاق می‌افتد. با وقوع گیر، درجات آزادی قطعه‌کار به صورت ناگهانی گرفته شده و امکان حرکت از آن سلب می‌شود. وقوع گیر منجر به افزایش شدید نیروها در نقاط تماس می‌شود که به تبع آن، احتمال آسیب به قطعه‌کار، المان‌های قید و بند و یا هردو افزایش می‌یابد. این پدیده معمولاً در کارکردهایی اتفاق می‌افتد که طراح مجبور باشد که برای حفظ پایداری قطعه‌کار، تعداد بالایی از عوامل محدودکننده حرکت (جاساز) را در راستای مشخص به آن اعمال کند. معمولاً، این تعداد، از کمترین تعداد مورد نیاز برای محدود کردن درجات آزادی در آن راستای مشخص، بیشتر است. همین عامل، زمینه را برای افزایش احتمال وقوع گیر فراهم می‌کند. نمونه‌هایی از این کارکردها شامل، گرفتن<sup>۱</sup> و موقعیت‌دهی<sup>۲</sup> قطعات در رباتیک و بارگذاری قطعه‌کار در قید و بندها است؛ لذا، پیش‌بینی شرایط وقوع گیر بصورت تئوری، یک ضرورت برای چنین سیستم‌هایی محسوب می‌شود. منظور از گرفتن اشیاء، برداشتن آن‌ها توسط بازوی ربات بدون وقوع لغزش در نقاط تماس همراه با حفظ پایداری آن در طول مسیر حرکت بوده و منظور از موقعیت‌دهی، قرار دادن یا نگهداری آن در موقعیت از پیش تعیین شده است. این موضوع، نیاز به فرمول‌بندی و ارائه مدل‌های تئوری قوی و قابل اطمینان را برای پیش‌بینی وقوع گیر آشکار می‌سازد. از آنجا که پیش‌بینی تئوری نیاز به صحت‌سنجی دارد، اجرای آزمایش تجربی برای راستی‌آزمایی پیش‌بینی تحلیلی نیز ضروری خواهد بود. هدف از اجرای این پژوهش نیز، مطالعه تحلیلی همراه با طراحی و ساخت مجموعه آزمایشگاهی برای اجرای آزمایش‌های تجربی جهت تعیین شرایط وقوع گیر با استفاده از مکانیزم جاساز و سوراخ است.

در مطالعه پیشینه پژوهش‌های مرتبط با بررسی پدیده گیر، دو زمینه کارکردی شامل، طراحی قید و بندها و علم رباتیک قابل تشخیص است. معمولاً، آنالیزهای ارائه شده در پژوهش‌های پیشین برای پیش‌بینی وقوع گیر در شرایط

شبه‌استاتیک و دینامیک اجرا شده و نتایج آن‌ها با هم مقایسه شده است. نقطه اشتراک هر دو این روش‌های تحلیلی، تعیین نوع تماس بین قطعات از نظر لغزشی یا غلتشی بودن و ارائه راهکارهایی برای پیش‌بینی وقوع گیر بر اساس حالات تماس است.

از آنجا که در آنالیز وقوع گیر معمولاً دو قطعه در تماس با یکدیگر هستند، می‌توان مدل‌سازی ریاضیاتی را بر پایه تماس اصطکاکی اجسام صلب پیاده‌سازی کرد. ترینکل و زنگ [۱]، با استفاده از این مدل تماس و با در نظر گرفتن شرایط شبه استاتیک، یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی وقوع گیر ارائه کردند. در مدل ارائه شده، نوع تماس بین قطعات از نظر لغزشی یا غلتشی بودن مشخص گردیده و بر اساس آن شرایط وقوع گیر در کارکردهای موقعیت‌دهی تعیین گردید. در مدلی دیگر از تحلیل‌های ارائه شده برای پیش‌بینی وقوع گیر، تماس اصطکاکی بین قطعات صلب به صورت یک مسأله مکملی کوپل نشده<sup>۳</sup> مدل‌سازی گردید [۲]. با حل مسأله به کمک تکنیک برنامه‌ریزی خطی، نتایج با داده‌های گزارش شده در پژوهش‌های پیشین مقایسه شد. پنگ و ترینکل [۳]، مدلی تحلیلی برای محاسبه مقادیر سرعت و شتاب نسبی در نقاط تماس بین قطعات صلب ارائه کردند. با فرض اینکه تمام نقاط تماس در حالت اولیه غلتشی قرار دارند، مسأله مکملی کوپل نشده با در نظر گرفتن اصطکاک غیرخطی کولمب حل گردید. با در دست داشتن مقادیر سرعت و شتاب نسبی، قوانینی برای تعیین وقوع یا عدم وقوع گیر بر اساس مقادیر این پارامترها ارائه شد. در مرجع [۴]، مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی وقوع گیر ارائه شد که تماس بین دو قطعه صلب را در دو گروه‌بندی بررسی ضربه و تماس یک‌سویه<sup>۴</sup> مدل‌سازی می‌کرد. با تعیین مقادیر شتاب و نیروی عکس‌العمل در نقاط تماس، نتیجه بر آن شد که مقادیر نیروهای عکس‌العمل دارای طبیعت نوسانی در حالت ضربه‌ای هستند. چترجی و روئینا [۵]، مدلی تحلیلی برای حل مسأله تماس اصطکاکی اجسام صلب با همدیگر، با در نظر گرفتن قوانین اصطکاکی مختلف ارائه کردند. استفاده از روش‌های حل عددی هم‌چون، روش‌های گام زمانی نیز نقطه تمرکز

<sup>3</sup> Uncoupled Complementarity Problem (UCP)

<sup>4</sup> Unilateral Contact

<sup>1</sup> Grasp

<sup>2</sup> Positioning

خارجی وجود ندارد که منجر به برقراری حالت لغزش در نقاط تماس شوند. پروژ [۱۳] یک مدل تحلیلی بر اساس اصل کمینه اندازه برای مدل‌سازی پدیده گیر قطعات در قید و بندها ارائه کرد. مطالعه موردی بلوک و دست برای آنالیز قابلیت‌های مدل پیشنهادی استفاده شد. پیش‌بینی تئوری با استفاده از نتایج آنالیز عددی اجرا شده در نرم‌افزار ادامز صحت‌سنجی شد. کلارک و همکاران [۱۴]، از مطالعه موردی جاساز و سوراخ برای ارزیابی عملکرد ربات پوشیدنی دوبازویی با قابلیت کنترل از راه دور استفاده کردند. یک مدل تحلیلی برای کنترل ربات ارائه گردید و با پوشیدن ربات توسط افراد مختلف و اجرای فرآیند مونتاژ یک جعبه دارای سوراخ در یک جاساز، عملکرد مدل مورد ارزیابی قرار گرفت. در پژوهشی دیگر، ژانگ و همکاران [۱۵]، یک استراتژی بر پایه کنترل امپدانس برای یک ربات دوبازویی ارائه کرده و قابلیت‌های آن را با استفاده از اجرای آزمایش تجربی جاساز و سوراخ با ربات بررسی کردند. لیو و همکاران [۱۶]، ایده استفاده از حرکتی شبیه به حرکت پیچ و مهره را برای افزایش سهولت مونتاژ سیستم‌های دارای جاساز و سوراخ ارائه کردند. در این مکانیزم، یک گشتاور حول محور جاساز به صورت هم‌زمان با نیروی محوری اعمال گردید. آنالیز تحلیلی برای مدل‌سازی این فرآیند انجام شده و دیاگرام‌های نیرو و گشتاور بدست‌آمده از تحلیل، با آزمایش تجربی، صحت‌سنجی شدند. کیم و سئو [۱۷]، آنالیز تحلیلی برای مدل‌سازی مونتاژ یک جسم شبیه به جاساز در سوراخ کم‌عمق را مطالعه کرده و شرایط وقوع گیر در این سیستم‌ها را تعیین کردند. نمونه‌ای از این نوع جاسازی شامل، قرار دادن باتری در گوشی تلفن همراه بود که از این مطالعه موردی همراه با پنج مطالعه موردی دیگر، برای راستی‌آزمایی پیش‌بینی تئوری دیاگرام‌های نیرو و گشتاور با اجرای آزمایش تجربی استفاده شد.

در برخی از قطعات که هندسه آن‌ها دارای دو سوراخ است، طراح قید و بند می‌تواند از روش جاسازی شعاعی استفاده کرده و با جاگذاری دو پین در طرح قید و بند، قطعه‌کار را جاسازی نماید. احتمال وقوع گیر در چنین سیستم‌هایی به دلیل اعمال هم‌زمان محدودیت‌ها در درجات آزادی قطعه‌کار افزایش می‌یابد. اخیراً، ارائه مدل تحلیلی برای پیش‌بینی وقوع گیر در چنین سیستم‌هایی، مورد توجه

برخی از پژوهشگران برای حل مسأله تماس اصطکاکی اجسام صلب بوده است [۶ و ۷]. در این پژوهش‌ها، نتایج حل عددی با نتایج گزارش شده از حل مسأله مکملی جفت نشده مقایسه شده است؛ هم‌چنین، استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تماس اصطکاکی اجسام صلب برای حل این مسأله، مورد توجه برخی از پژوهشگران قرار گرفته است [۸ و ۹]. در این پژوهش‌ها، کارائی روش‌های هم‌چون، هندسه دقیق چندوجهی<sup>۱</sup> و روش استوارت-ترینکل<sup>۲</sup>، مورد ارزیابی قرار گرفته و نتیجه بر آن شده است که روش اول نیاز به گام‌های کوچک‌تر برای نیل به دقت روش دوم دارد.

در استفاده از روش تماس اجسام صلب برای تعیین حالت نقاط تماس و پیش‌بینی وقوع گیر، دوپونت و یاماچاکو [۱۰]، مسأله را به دو حالت گیر و گوه‌ای شدن<sup>۳</sup> تقسیم کردند. گوه‌ای شدن به عنوان حالت خاصی از گیر در حالت استاتیکی تعریف شد که در آن، نیروهای برآیند عکس‌العمل در نقاط تماس به صورت وابسته خطی باشند. بر اساس این تعاریف، شرایط لازم برای وقوع گیر پیش‌بینی گردیده و نتایج با آزمایش تجربی میله غلتان، صحت‌سنجی شد. ترینکل و همکاران [۱۱]، شرایط عدم وقوع گیر در شرایط شبه استاتیک را در کارکرد موقعیت‌دهی رباتیکی بررسی کردند. با فرض اینکه تمام تماس‌ها در حالت اولیه لغزش قرار دارند، ورود هریک از این تماس‌ها به حالت غلتش به عنوان شرط اساسی برای وقوع گیر عنوان گردید. مدل تحلیلی ارائه شده با استفاده از مطالعات موردی جاساز-سوراخ و بلوک-دست مورد ارزیابی قرار گرفت. لیو و همکاران [۱۲]، مدلی تحلیلی برای تعیین شرایط عدم وقوع گیر با در نظر گرفتن اثرات دینامیکی تماس دو جسم صلب ارائه کردند. مدل ارائه شده به محاسبه مقادیر سرعت و شتاب در نقاط تماس و تعیین حالت تماس می‌پرداخت. سه مطالعه موردی شامل، جاساز-سوراخ، بلوک-دست و یک قطعه سه‌بعدی بیضوی برای ارزیابی مدل تحلیلی ارائه شده استفاده گردید. نتایج با داده‌های گزارش شده در مرجع [۱۱] مقایسه گردید که به بررسی شرایط وقوع گیر در حالت شبه‌استاتیک پرداخته است. نتیجه بر آن شد که امکان وقوع گیر با اعمال نیروهای

<sup>۱</sup> Polyhedral Exact Geometry

<sup>۲</sup> Stewart-Trinkle Method

<sup>۳</sup> Wedging

## ۲- تحلیل تئوری

مدل سازی ریاضیاتی پیشنهادی در پژوهش حاضر، بر مبنای اصل کمینه اندازه نیروها پایه ریزی شده است. برای پیش بینی وقوع گیر، باید حالت تماس بین قطعه کار و اجزای قید و بند تعیین گردد. حالت تماس را می توان از روی مقادیر سرعت و شتاب نسبی یا از روی مقادیر نیروهای عکس العمل بدست آورد. استفاده از مقادیر نیروهای عکس العمل در هریک از تماس ها، نیاز به استفاده از اصل تعادل استاتیک بین نیروهای داخلی و خارجی دارد. معمولاً، مسائل پیش بینی وقوع گیر، از نوع نامعین استاتیکی هستند. از آنجاکه تعداد بی نهایت جواب برای معادلات تعادل در حالت نامعین استاتیکی وجود دارد، استفاده از اصل کمینه اندازه نیروها می تواند راه گشا باشد. این اصل بیان می دارد که در شرایط نامعین استاتیکی و با وجود بی نهایت جواب برای معادلات تعادل، جواب با کمترین اندازه، پاسخ مسأله خواهد بود. برای پیاده سازی این مدل، یک مسأله بهینه سازی می بایست حل شود. تابع هدف این مسأله، به صورت رابطه (۱) قابل ارائه است.

$$\varphi = \text{norm}(\vec{F}) = \text{norm}\left(\sum_{i=1}^6 \vec{F}_i\right) \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

از آنجا که هدف، کمینه کردن اندازه برآیند نیروهای عکس العمل در شش جاساز است، تابع هدف در قالب  $\varphi$  و این نیروی برآیند در قالب  $\vec{F}$  تعریف شده است. منظور از norm، بزرگی نیروی برآیند است. نیروی برآیند  $\vec{F}$  از جمع برداری شش مؤلفه نیرو تشکیل شده است که مؤلفه  $\vec{F}_i$  با نشان داده می شود. در واقع، این شش مؤلفه، نیروهای عکس العمل بین قطعه کار و جاسازها در شش نقطه جاسازی هستند. مطابق با رابطه (۲)، نیروی عکس العمل در نقطه تماس نام بین قطعه کار و جاساز از سه مؤلفه عمودی ( $F_I$ )، مماسی در راستای اول ( $F_{II}$ ) و مماسی در راستای دوم ( $F_{III}$ ) تشکیل شده است.

$$F_i = (F_{In} + F_{II}t_1 + F_{III}t_2)_i \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

پژوهشگران قرار گرفته است. هوآنگ و همکاران [۱۸]، یک استراتژی برای گرفتن و موقعیت دهی قطعه کار با استفاده از یک ربات دو دست خاص در کارکرد رباتیک ارائه نمودند که هدف از آن، اجرای فرآیند مونتاژ خودکار مجموعه جاساز-سوراخ دوپل<sup>۱</sup> بود. با نصب دوربین در انتهای بازوی ربات، عملکرد استراتژی پیشنهادی در مونتاژ جاساز-سوراخ دوپل مورد ارزیابی قرار گرفت. هو و همکاران [۱۹]، یک استراتژی کنترل امیدانس برای اجرای فرآیند مونتاژ جاساز-سوراخ دوپل ارائه کردند که منتج به یک مسأله بهینه سازی می شد. مسأله بهینه سازی با الگوریتم های فرا ابتکاری حل شده و آزمایش های تجربی نیز برای ارزیابی عملکرد آن اجرا گردید. ژانگ و همکاران [۲۰ و ۲۱]، یک مدل فازی برای کنترل مقادیر نیروها در نقاط تماس بین جاسازها و سوراخ ها ارائه نمودند. اثرات انعطاف پذیری جاساز و سوراخ نیز در این مطالعه به روش تحلیلی و تجربی بررسی گردید.

بر اساس آنچه در پیشینه پژوهش مطرح شد، مطالعات تحلیلی متعددی در زمینه بررسی تئوری پدیده گیر و پیش بینی شرایط وقوع آن در شرایط شبه استاتیک و دینامیک وجود دارد. تمام تئوری های ارائه شده که از مطالعه موردی جاساز-سوراخ برای ارزیابی توانایی تحلیل ها استفاده کرده اند، پیش بینی شرایط وقوع گیر را با نتایج ارائه شده در پژوهش های پیشین مورد مقایسه قرار داده اند. مشخصاً همه مدل های تحلیلی دارای فرض های ساده کننده بوده و پیش بینی آن ها ممکن است، با نتایج واقعی متفاوت باشد. هیچ گزارشی در زمینه اجرای آزمایش تجربی برای صحت سنجی پیش بینی تئوری در زمینه شرایط وقوع گیر در مکانیزم جاساز-سوراخ ارائه نشده است. با توجه به این موضوع، در پژوهش حاضر، مجموعه آزمایشگاهی برای اجرای آزمایش تجربی جهت تعیین شرایط وقوع گیر در مکانیزم جاساز-سوراخ طراحی و ساخته شده و نتایج بدست آمده از آن، با پیش بینی های تئوری مقایسه می شود؛ لذا، نوآوری دقیق این مقاله شامل، ساخت مجموعه آزمایشگاهی و اجرای آزمایش تجربی برای صحت سنجی پیش بینی تئوری پیشنهادی در پژوهش حاضر و پژوهش های پیشین است.

<sup>1</sup> Double Peg-in-Hole

المان‌های قید و بند را به صورت الزام مثبت بودن مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در نقاط تماس بیان می‌دارد. محدودیت سوم (رابطه (۵)) نیز، شرط اصطکاک کولمب در نقاط تماس است که خاصیت غیرخطی را به مسأله اعمال می‌کند.

با حل این مسأله بهینه‌سازی غیرخطی مرتبه چهارم، مقادیر نیروهای عکس‌العمل در نقاط تماس تعیین می‌شوند. از روی مقادیر نیروها می‌توان حالت نقاط تماس را مشخص کرد. اگر با حل مسأله بهینه‌سازی، پاسخی برای این مسأله بدست نیاید، بیانگر این است که حداقل یکی از قیود بهینه-سازی ارضا نشده است. معمولاً، تعداد بی نهایت جواب برای معادلات تعادل استاتیکی در حالت نامعین وجود دارد؛ لذا، امکان ارضا نشدن این محدودیت وجود نخواهد داشت؛ بنابراین، اصولاً یکی از محدودیت‌های دوم و سوم ارضا نشده و منجر به عدم حصول جواب برای مسأله می‌شوند. معمولاً، با ارضا نشدن محدودیت سوم، لغزش در نقاط تماس اتفاق افتاده و قطعه‌کار از حالت گیر خارج می‌شود؛ لذا، عدم حصول پاسخ برای مسأله بهینه‌سازی به معنای عدم وقوع گیر است. حال، چنان‌چه مسأله بهینه‌سازی منتج به جواب شود، بیانگر این است که تمام قیود رعایت شده و نیروی اصطکاک در نقاط تماس داخل مخروط اصطکاکی قرار گرفته است. به-عبارت دیگر، تمام تماس‌ها در حالت غیرلغزشی قرار گرفته‌اند و گیر اتفاق افتاده است؛ لذا، می‌توان با حل این مسأله، پیش-بینی وقوع یا عدم وقوع گیر را انجام داد.

لازم به ذکر است که در پژوهش حاضر، از تئوری ارائه-شده در مرجع [۲۲] نیز برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی در مقاله حاضر استفاده می‌شود. تئوری ارائه شده در پژوهش مزبور، از یک روش کاملاً هندسی برای محاسبه کمینه و بیشینه زاویه انحراف محور جاساز نسبت به محور سوراخ جهت وقوع و رفع گیر استفاده نموده است. مقدار این زوایا از رابطه (۶) قابل محاسبه است [۲۲]:

$$\alpha_{\min} = \cos^{-1} \left( \frac{d}{D\sqrt{1+f^2}} \right) - \cos^{-1} \left( \frac{d}{\sqrt{1+f^2}} \right)$$

$$\alpha_{\max} = \sin^{-1} \left( \sqrt{1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2} \right) \quad (6)$$

که در آن،  $\alpha_{\min}$  زاویه خروج از گیر،  $\alpha_{\max}$  زاویه ورود به گیر،  $d$  قطر جاساز،  $D$  قطر سوراخ و  $f$  پارامتری به نام فاکتور

راستای عمود بین قطعه‌کار و جاساز با بردار  $n$ ، راستای مماسی اول با  $t_1$  و راستای مماسی دوم با  $t_2$  نشان داده شده است. مسأله بهینه‌سازی دارای سه محدودیت<sup>۱</sup> است:

$$JF + W = 0 \quad (3)$$

$$(F_I)_i > 0 \quad (4)$$

$$(\sqrt{(F_{II})^2 + (F_{III})^2})_i < \mu(F_I)_i \quad (5)$$

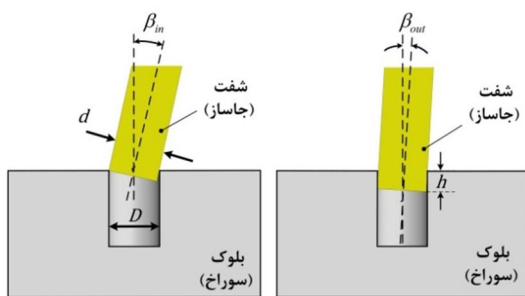
که در آن، ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات محلی به جهانی  $J$  بوده و  $W$  آچار<sup>۲</sup> برآیند نیروهای خارجی وارده به مجموعه (جاساز در مکانیزم جاساز و سوراخ) است. آچار نوعی نیرو-ممان در تئوری پیچ‌واره<sup>۳</sup> است که در فضای نیرویی این تئوری به صورت  $W = [F, r \times F + M]$  تعریف می‌شود. در این تعریف،  $F$  نشان‌دهنده نیروی خارجی بوده و  $M$  بیانگر گشتاور خارجی است.  $r$  نیز نشان‌دهنده بردار موقعیت محل اعمال نیرو است. در واقع آچار یک بردار با شش مؤلفه است که سه مؤلفه اول، بردار نیروی خارجی و سه مؤلفه دوم، بردار گشتاور حاصل از آن نیرو همراه با گشتاورهای خارجی است. ضریب اصطکاک نیز با  $\mu$  نشان داده شده است. شش دستگاه مختصات محلی در سیستم جاسازی ۱-۲-۳ روی جاسازهای شش‌گانه برای قطعات سه‌بعدی تعریف می‌شود که هر یک از آن‌ها دارای سه جهت عمودی  $(n)$ ، مماسی اول  $(t_1)$  و مماسی دوم  $(t_2)$  هستند. محدودیت اول بهینه‌سازی بیانگر لزوم ارضا شدن تعادل استاتیکی بین نیروهای داخلی و خارجی در دستگاه مختصات جهانی است. برای این منظور، وظیفه ماتریس تبدیل  $J$ ، تبدیل نیروهای عکس‌العمل از دستگاه مختصات محلی به جهانی است. نحوه محاسبه این ماتریس در مرجع [۲۳] ارائه شده است. تمام نیروها همراه با گشتاورهای حاصله از آن‌ها در قالب آچار  $W$  در مسأله بهینه-سازی اعمال می‌شوند. نیروهایی هم‌چون نیروهای بارگذاری، باربرداری، وزن و ماشین‌کاری در قالب این پارامتر در مسأله وارد شده و همراه با گشتاورهای آن‌ها، در قالب یک نیروممان<sup>۴</sup> برآیند مطرح می‌شوند. محدودیت دوم در مسأله بهینه‌سازی (رابطه (۴))، لزوم حفظ تماس بین قطعه‌کار و

<sup>1</sup> Constraint

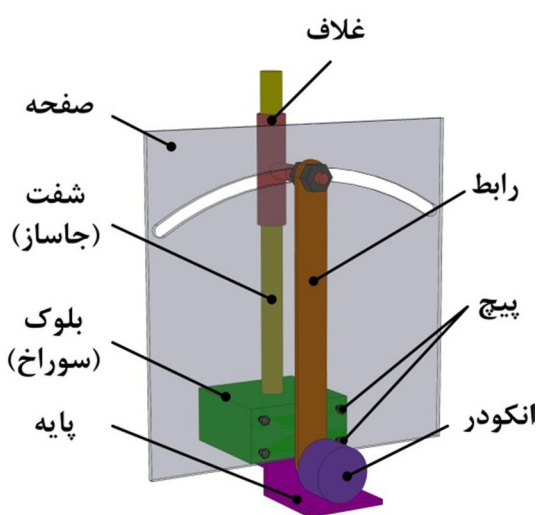
<sup>2</sup> Wrench

<sup>3</sup> Screw Theory

<sup>4</sup> Wrench



شکل ۱- زوایای ورود به گیر ( $\beta_{in}$ ) و خروج از گیر ( $\beta_{out}$ ) جاساز در سوراخ



شکل ۲- مدل نرم‌افزاری مونتاژی برای مکانیزم جاساز و سوراخ

نقش جاساز را در سیستم جاساز-سوراخ ایفا می‌کند. یک انتهای شفت داخل غلاف قرار گرفته و انتهای دیگر داخل سوراخ ایجاد شده داخل بلوک جا می‌رود. حرکت این شفت داخل غلاف، روان کاری شده و تقریباً بدون اصطکاک است. بلوک دارای یک سوراخ است که قطر آن، به اندازه لقی، بزرگتر از قطر شفت است. یک میله رزوه شده به غلاف جوش کاری شده و انتهای رزوه شده این میله با استفاده از دو مهره داخل مسیر دایروی شکل حرکت می‌کند. حرکت غلاف داخل مسیر دایره‌ای شکل نیز روان کاری شده و تقریباً بدون اصطکاک است. با حرکت غلاف داخل این مسیر کمان شکل، شفت (جاساز) یک حرکت دورانی را انجام داده و در زاویه مشخصی، به داخل سوراخ حرکت می‌کند.

اصطکاک است. فاکتور اصطکاک بر اساس رابطه (۷) بدست می‌آید [۲۲]:

$$f = \tan(\theta) = \frac{\sqrt{h^2 + d^2} - D}{D} \quad (7)$$

که در آن،  $h$  مقدار نفوذ جاساز در سوراخ است که در راستای محور جاساز اندازه‌گیری می‌شود. نکته جالب توجه در محاسبه فاکتور اصطکاک، وابستگی آن به  $h$  است که چندان منطقی به نظر نمی‌رسد؛ هم‌چنین، پارامتر فاکتور اصطکاک در مطالعه موردی ارائه شده، ثابت فرض شده است. این موضوع، شائبه استفاده از ضریب اصطکاک را به جای فاکتور اصطکاک پررنگ تر می‌نماید. از آنجاکه مقادیر زوایای ورود به گیر و خروج از گیر به شدت تحت تاثیر ضریب اصطکاک بین جاساز و سوراخ قرار دارد، امکان وقوع خطای قابل توجه در این روش وجود خواهد داشت. با این حال، کدنویسی‌های لازم برای استفاده از نتایج گزارش شده در پژوهش مزبور، اجرا شده و نتایج آن با پیش‌بینی تئوری و نتایج آزمایش‌های تجربی مقایسه خواهد شد.

### ۳- آزمایش تجربی

پیش‌بینی زاویه ورود و خروج از گیر جاساز در سوراخ توسط تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر و تحلیل گزارش شده در مرجع [۲۲]، نیاز به راستی‌آزمایی توسط آزمایش تجربی دارد. این زوایا در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. زاویه ورود به گیر ( $\beta_{in}$ )، بزرگترین انحراف زاویه‌ای بین محور جاساز و سوراخ است که امکان ورود جاساز را در سوراخ فراهم می‌کند. در واقع، گیر جاساز در سوراخ برای اولین بار در این زاویه شروع می‌شود. با کاهش زاویه انحراف بین محور جاساز و سوراخ، جاساز در سوراخ نفوذ کرده و در عمق مشخصی از حالت گیر خارج می‌شود. زاویه متناظر با این عمق، زاویه خروج از گیر ( $\beta_{out}$ ) است.

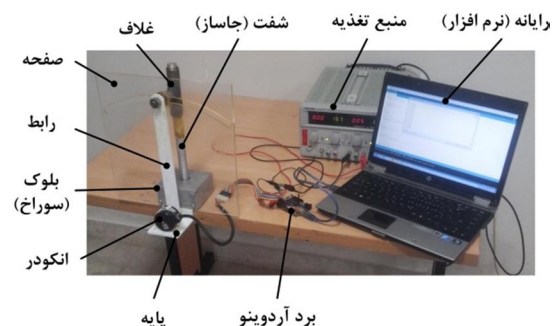
برای اجرای صحت‌سنجی تجربی، مجموعه آزمایشگاهی باید طراحی و ساخته شده و ضمن طراحی آزمایش‌ها، مقادیر این زوایا اندازه‌گیری شوند. شکل ۲ نشان‌دهنده مدل مونتاژی از مجموعه آزمایشگاهی است.

مجموعه آزمایشگاهی طراحی شده از دو قسمت جلو و پشت تشکیل شده است. در قسمت جلو (که در شکل ۲، برای ارائه بهتر جزئیات طرح، در پشت تصویر قرار گرفته است)، یک شفت با طول و قطر مشخص قرار دارد. این شفت

انتخاب شده و انتهای آن رزوه کاری گردید. این شفت به صورت عمود بر لوله به آن جوش کاری شد. لقی بین لوله و شفت (برابر با یک میلی‌متر) نیز با استفاده از فیلر به اندازه‌ای پر شد که امکان حرکت رفت و برگشتی روان بین آن‌ها فراهم شود. روان‌کاری بین شفت و لوله نیز با استفاده از گریس انجام شد. بلوک با ابعاد  $100 \times 100 \times 50$  میلی‌متر از جنس آلومینیوم ساخته شده و در مجموعه آزمایشگاهی به عنوان پایه برای نصب سایر قطعات استفاده شد. برای این منظور، ابتدا بلوک، ریخته‌گری شده و سپس با فرزکاری به اندازه مورد نظر رسانده شد. سوراخ موجود روی آن به قطر ۲۰ میلی‌متر با استفاده از سوراخ‌کاری و برق‌زنی ایجاد گردید. چهار رزوه M5 روی سطح جلویی بلوک برای نصب صفحه و سه رزوه در سطح زیرین آن برای نصب پایه انکودر ایجاد شد. رابط با استفاده از فناوری ساخت لایه‌افزودنی از جنس PLA و با دانسیته ۵۰٪ ساخته شد. علت انتخاب این جنس برای رابط، سبک‌بودن، هزینه ساخت معقول و صلبیت نسبتاً خوب آن بود. این قطعه دارای صلبیت مناسبی بوده و با توجه به اینکه تقریباً هیچ تنشی بر آن اعمال نمی‌شود، به آسانی توانایی انتقال حرکت دورانی به انکودر را دارد. دقت نسبتاً بالا (در حد دقیقه) در خواندن زاویه برای حرکت جاساز در سوراخ با استفاده از این رابط فراهم گردید. این قطعه از بالا با استفاده از دو مهره به انتهای رزوه شده غلاف و از پایین با استفاده از چسب به شفت انکودر متصل شد. انکودر مورد استفاده ساخت کمپانی Koyo Electronics بوده و از سری TRD-N است. این انکودر با استفاده از بست‌های کمری روی پایه نصب شد. پایه نیز با فناوری ساخت لایه‌افزودنی از جنس PLA با دانسیته ۱۰۰٪ ساخته شد. با اتصال انکودر به برد آردوینو و رایانه، اطلاعات مورد نیاز با استفاده از نرم‌افزار مختص بُرد آردوینو خوانده و ذخیره‌سازی شد. لازم به ذکر است که در طراحی و انتخاب اندازه تمام اجزای مکانیکی مجموعه آزمایشگاهی، از آنجا که اجزا و قطعات تحت تنش‌های مکانیکی و حرارتی قرار ندارند، صرفاً مبحث کاهش وزن و مسائل اقتصادی دخیل بوده است.

برای اندازه‌گیری زوایای ورود به گیر و خروج از گیر جاساز در سوراخ، ابتدا باید ضریب اصطکاک بین دیواره جاساز و سطح درونی سوراخ تعیین می‌شود. برای اندازه‌گیری دقیق این ضریب اصطکاک، از آزمایش کشیدن جاساز روی

از آنجاکه در مکانیزم جاساز-سوراخ، زاویه ورود به گیر و خروج از گیر تعریف می‌شود، باید بتوان این دو زاویه را از آزمایش‌های تجربی، اندازه‌گیری کرد؛ لذا، انتخاب روش مناسب اندازه‌گیری این زوایا در مجموعه آزمایشگاهی ضروری است. برای این منظور، یک مکانیزم اندازه‌گیری با استفاده از انکودر زاویه‌ای در قسمت پشت مجموعه آزمایشگاهی طراحی گردید. این مکانیزم، دارای یک میله رابط، پایه نگهدارنده انکودر و انکودر زاویه‌ای است. میله رابط، حرکت را از انتهای رزوه‌شده غلاف دریافت کرده و به انکودر منتقل می‌کند. انکودر با استفاده از دو بست کمری، به پایه متصل شده است. پایه نیز با استفاده از چهار پیچ به زیر بلوک اتصال پیدا کرده است. با حرکت شفت، غلاف حرکت کرده و مقدار زاویه حرکت با استفاده از میل رابط و انکودر خوانده می‌شود. شکل ۳، نشان‌دهنده مجموعه آزمایشگاهی مونتاژ شده است.



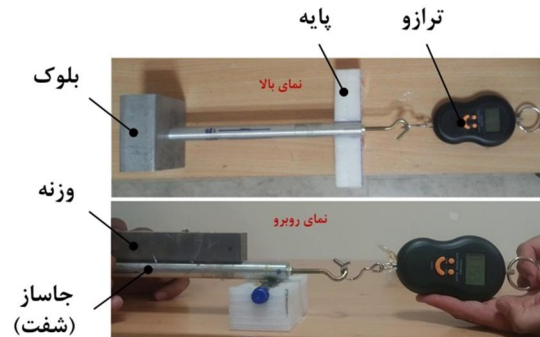
شکل ۳- مجموعه آزمایشگاهی ساخته‌شده برای مکانیزم جاساز و سوراخ

صفحه استفاده شده در مجموعه آزمایشگاهی از جنس پلکسی‌گلس با ضخامت ۶ میلی‌متر انتخاب گردید. مسیر دایروی شکل روی آن با شعاع دایره مرکزی به اندازه ۲۵۶ میلی‌متر و عرض شیار ۱۲ میلی‌متر با استفاده از لیزر برش‌کاری گردید. شفت با قطر  $19/7$  میلی‌متر و طول ۳۰۰ میلی‌متر از جنس آلومینیوم ساخته شد. برای ساخت آن، ابتدا قطر بالاتر شفت انتخاب گردیده و پس از برش به اندازه مشخص، با استفاده از تراش‌کاری و سمباده‌کشی به اندازه مورد نیاز رسانده شد. غلاف از جوش‌کاری لوله و شفت به صورت عمود بر هم ساخته شد. برای این منظور، لوله با قطر داخلی ۲۲ میلی‌متر و ضخامت دیواره ۳ میلی‌متر به طول ۱۰۰ میلی‌متر بریده شد. سپس، شفتی به قطر ۱۵ میلی‌متر

امکانات در دسترس و محدودیت‌های مالی، هیچ روش یا سنسوری برای تشخیص وقوع لغزش وجود نداشت؛ لذا، تصمیم بر آن شد که آزمایش‌ها توسط دو کاربر انجام شود. یکی از کاربرها، وظیفه اعمال نیروی کششی به شفت و دیگری، وظیفه تشخیص وقوع لغزش را داشت. کاربر دوم، با مشاهده وقوع اولین لغزش، بلافاصله وقوع آن را با صدا اعلام می‌نمود تا در فیلم ضبط شده از حرکت جاساز، ثبت گردد. از آنجا که فیلم حاوی مقدار نیروی کششی ترازو نیز بود، با پخش فیلم حرکت شفت بصورت آهسته و شنیدن اولین صدای اپراتور مبنی بر وقوع لغزش، مقدار نیرو در همان لحظه به‌عنوان کمینه نیروی لازم برای مشاهده اولین لغزش شفت، ثبت و یادداشت شد. با چرخش شفت به اندازه ۱۸۰ درجه، همین مراحل برای اندازه‌گیری مقدار ضریب اصطکاک اجرا گردید و داده‌های مورد نیاز جمع‌آوری شدند. نظر به این‌که زوایای ۹۰ و ۲۷۰ درجه باقی مانده بودند، آزمایش‌های مربوط به این دو زاویه نیز با چرخاندن بلوک به اندازه ۹۰ درجه انجام گردید. هریک از این آزمایش‌ها برای هریک از زوایای مزبور به تعداد شش بار تکرار گردید و میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده، به‌عنوان ضریب اصطکاک در آن زاویه ثبت گردید. با میانگین‌گیری از این چهار ضریب اصطکاک، مقدار نهائی ضریب اصطکاک بین جاساز و سوراخ بدست آمد.

آزمایش‌های اصلی برای اندازه‌گیری تجربی زاویه ورود به گیر و خروج از گیر جاساز با استفاده از انکودر زاویه‌ای اجرا شد. برای اندازه‌گیری زاویه ورود به گیر، ابتدا جاساز کاملاً درون سوراخ قرار گرفته و زاویه مرتبط با آن توسط انکودر خوانده شده و یادداشت گردید. سپس، جاساز تحت زاویه نسبت به سوراخ به‌گونه‌ای قرار گرفت که لبه آن دقیقاً منطبق بر لبه سوراخ باشد (شکل ۱). برای تعیین دقیق این زاویه، جاساز چندین بار از زاویه‌های به مراتب بزرگتر از  $\beta_{in}$  به‌داخل سوراخ هدایت گردید. زاویه‌ای که دقیقاً در آن، لبه جاساز بر لبه سوراخ منطبق می‌شد، پیدا شده و مقدار تغییرات زاویه‌ای آن نسبت به حالت اول بدست آمد. این مقدار تغییرات، برابر با زاویه ورود به گیر ( $\beta_{in}$ ) بود. برای اندازه‌گیری زاویه خروج از گیر ( $\beta_{out}$ )، زاویه انحراف محور جاساز نسبت به محور سوراخ با اعمال حرکت به جاساز توسط کاربر، شروع به کاهش نمود. این حرکت به‌صورت آرام در گام‌های بسیار کوچک همراه با کنترل زاویه توسط انکودر انجام گردید. در هر گام، نیروی

سطح داخلی سوراخ و اندازه‌گیری مقدار نیروی لازم برای شروع لغزش جاساز استفاده گردید. شکل ۴ نشان‌دهنده شکل‌بندی اجرای آزمایش ضریب اصطکاک است.



شکل ۴- مجموعه آزمایشگاهی برای اجرای تست ضریب اصطکاک

ابتدا رزوه‌ای در انتهای شفت ایجاد شده و یک پیچ آویز در آن جازده شد. برای بدست آوردن ضریب اصطکاک بین سطح خارجی جاساز و سطح داخلی سوراخ، طراحی آزمایش به این‌گونه صورت پذیرفت که مقدار این پارامتر در چهار زاویه ۰، ۹۰، ۱۸۰ و ۲۷۰ شفت اندازه‌گیری شود. سپس، مقدار میانگین همه این مقادیر، به‌عنوان ضریب اصطکاک در نظر گرفته شد. از آنجا که جرم شفت کم بود و نیروی بسیار پایینی برای شروع لغزش آن روی دیواره سوراخ لازم بود، یک وزنه اضافی بر روی شفت برای افزایش رزولوشن و دقت آزمایش‌ها قرار گرفت. جرم شفت همراه با وزنه اضافی و پیچ انتهای شفت برابر با ۱/۲۴ کیلوگرم شد. برای اجرای آزمایش، مجموعه آزمایشگاهی به‌صورتی آماده گردید که در شکل ۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که سطح تماس بین پایه و شفت گریس‌کاری کامل شد تا اثرات آن روی نیروی لازم برای شروع لغزش شفت روی دیواره سوراخ ناچیز گردد. ترازوی آویز با دقت اسمی یک گرم برای اندازه‌گیری نیرو استفاده شد. با قرار دادن انتهای جاساز داخل سوراخ و تماس آن دو در زاویه صفر درجه، نیروی کششی وارده به شفت به‌صورت تدریجی تا زمانی افزایش یافت که لغزش شروع شود. مکانیزم تشخیص وقوع لغزش شفت روی سطح داخلی سوراخ بسیار مهم بود. ابتدا، تکنیک پردازش تصویر برای تشخیص وقوع لغزش استفاده گردید که به‌علت حرکت بسیار ناچیز شفت هنگام وقوع اولین لغزش، قابل استفاده نبود. با توجه به



جدول ۱- نتایج آزمایش‌های اندازه‌گیری ضریب اصطکاک (مقادیر نیروی لازم برای شروع لغزش (kg.F))

تکرار	زاویه		
	۲۷۰	۱۸۰	۹۰
۱	۰/۱۴۰	۰/۱۵۵	۰/۱۶
۲	۰/۱۵۰	۰/۱۴۵	۰/۱۶
۳	۰/۱۵۰	۰/۱۷۰	۰/۱۵۵
۴	۰/۱۵۰	۰/۱۴۵	۰/۱۶
۵	۰/۱۴۵	۰/۱۵۰	۰/۱۵
۶	۰/۱۵۰	۰/۱۴۵	۰/۱۶
میانگین	۰/۱۴۸	۰/۱۵۲	۰/۱۵۸
ضریب اصطکاک	$\mu = F_t / F_n = 0.156 / 0.620 = 0.251$		

فیزیکی مزبور در بخش ۴ ارائه شدند. مقدار ضریب اصطکاک از آزمایش تجربی اندازه‌گیری گردید که نتایج آن در جدول ۱ ارائه شده است.

در این جدول،  $F_t$  نیروی لازم برای شروع لغزش بوده و  $F_n$  نیروی عمود بر سطح تماس بین جاساز و سوراخ است. از آنجا که جرم جاساز همراه با وزنه و پیچ انتهایی برابر با ۱/۲۴ کیلوگرم است، نصف این مقدار (یعنی ۰/۶۲ کیلوگرم) به عنوان نیروی عکس‌العمل روی هریک از تکیه‌گاه‌ها می‌افتد. فرض بر این است که تماس بین قسمت فرورفته سر شفت و سوراخ در مرکز این فاصله مشترک برقرار می‌شود. اندازه این فاصله مشترک برابر با ۳۰ میلی‌متر است. با در نظر گرفتن این موضوع، تکیه‌گاه دوم (پایه در شکل ۴) در فاصله ۱۵ میلی‌متری از سر جاساز قرار گرفت. مطابق با نتایج ارائه شده در جدول ۱، میانگین ضریب اصطکاک بین جاساز و سوراخ برابر با ۰/۲۵۱ اندازه‌گیری شد.

با جاگذاری ضریب اصطکاک در تئوری پیشنهادی، امکان محاسبه زوایای ورود به گیر و خروج از گیر جاساز در سوراخ فراهم گردید. برای این منظور، کدهای لازم در نرم‌افزار متلب نوشته شده و با اعمال ورودی‌ها، مسأله حل گردید. در ارائه نتایج، زاویه صفر درجه در راستای محور سوراخ فرض شده

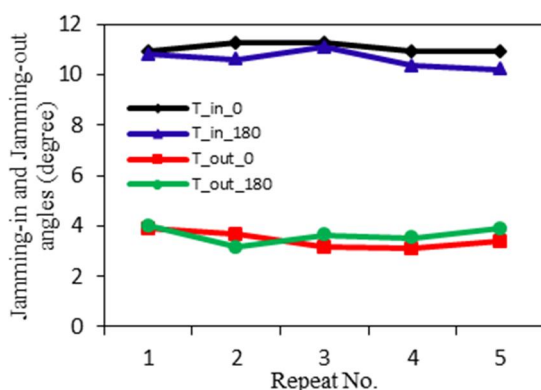
محوری توسط دست کاربر در راستای محور به جاساز اعمال گردید. در صورت عدم لغزش جاساز در اثر اعمال نیروی روی دیواره سوراخ، گام بعدی اجرا می‌گردید. اولین زاویه‌ای که در آن، جاساز تحت اثر اعمال نیرو شروع به لغزش در سوراخ نمود، به عنوان زاویه خروج از گیر خوانده و یادداشت‌برداری شد. برای اطمینان از صحت نتایج، جاساز به اندازه ۱۸۰ درجه داخل غلاف چرخیده و سری دوم آزمایش‌ها نیز انجام گردید. با توجه به اینکه پخ روی لبه سوراخ و جاساز تأثیری روی زاویه ورود به گیر و خروج از گیر ندارد، عملیات پخ‌زنی روی لبه جاساز و سوراخ انجام نشده و اثرات این پارامتر مورد بررسی قرار نگرفت. هر سری از آزمایش‌ها دو بار تکرار شد و با میانگین‌گیری از نتایج اندازه‌گیری شده، زوایای ورود و خروج از گیر جاساز در سوراخ بدست آمدند. در اجرای آزمایش‌های تجربی مفروضات و ساده‌سازی‌هایی مدنظر قرار گرفت که شامل موارد زیر هستند:

- شرایط شبه-استاتیک حاکم بر آزمایش‌ها بوده و از اثرات اینرسی صرف‌نظر شد.
  - ضریب اصطکاک متوسط اندازه‌گیری شده در آزمایش‌ها، بین تمام نقاط جاساز و سوراخ برقرار است.
  - قطر جاساز در قسمتی از آن ثابت است که وارد سوراخ می‌شود.
  - قطر سوراخ ثابت بوده و مقطع آن دایروی است.
- در سیستم‌های جاسازی قید و بندها، جاساز باید با لقی مناسبی در داخل سوراخ موجود در قطعه کار قرار گیرد. از بین سه نوع انطباق لقی دار، عبوری و پرسی، نوع انطباق بین جاساز و سوراخ در قید و بندها همواره باید از نوع لقی دار باشد تا امکان جاسازی قطعه کار با قرارگیری جاسازها در سوراخ‌ها وجود داشته باشد. روش‌هایی هم‌چون استفاده از جاسازهای الماسی شکل برای کاهش خطای ناشی از لقی نیز وجود دارد که به علت عدم ارتباط با موضوع مقاله، مورد بحث قرار نمی‌گیرند.

#### ۴- نتایج و بحث

برای محاسبه نتایج تحلیل پیشنهادی، پارامترهای فیزیکی همچون طول جاساز، قطر جاساز، لقی بین جاساز و سوراخ و ضریب اصطکاک می‌بایست تعیین شود. مقادیر پارامترهای

زاویه ورود به گیر و خروج از گیر جاساز در سوراخ در شکل ۵ نشان داده شده است. زاویه ورود به گیر در دو حالت ورود جاساز به سوراخ اندازه‌گیری شد. روی پیرامون جاساز، زوایای صفر و ۱۸۰ درجه علامت‌گذاری شدند. سپس، جاساز از این زوایا با سوراخ تماس پیدا کرده و زاویه ورود به گیر اندازه‌گیری شد. همین روش برای زاویه خروج از گیر نیز اجرا شد. منحنی‌های حاصله در شکل ۵ قابل مشاهده است. با میانگین‌گیری از مقادیر بدست‌آمده، می‌توان مقدار زاویه ورود به گیر و خروج از گیر را به ترتیب برابر با ۱۰/۸۳ و ۳/۵۴ درجه بدست آورد.



شکل ۵- نتایج اجرای آزمایش‌های تجربی برای زوایای ورود به گیر و خروج از گیر در دو حالت ورود جاساز به سوراخ در صفر و ۱۸۰ درجه

جدول ۲ نشان‌دهنده مقایسه پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی در مقاله حاضر، تحلیل ارائه شده در مرجع [۲۲] و نتایج تجربی است. با مقایسه مقادیر زوایای ورود به گیر بدست آمده از آزمایش‌های تجربی با پیش‌بینی تئوری پیشنهادی در پژوهش حاضر و تحلیل ارائه شده در مرجع [۲۲]، خطایی به اندازه ۰/۸۹ درجه که معادل با خطای نسبی ۸/۲٪ است برای پیش‌بینی هر دو تحلیل بدست می‌آید. برای زاویه خروج از گیر، مقدار خطای پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی و تحلیل ارائه شده در مرجع [۲۲] در مقایسه با نتایج بدست‌آمده از آزمایش‌های تجربی برابر با ۰/۵۱ درجه و ۰/۴۵ درجه است که معادل با خطای نسبی ۱۴/۴٪ و ۱۲/۷٪ است. علی‌رغم اینکه مقدار خطای تحلیل پیشنهادی در مرجع [۲۲] نسبت به خطای تحلیل ارائه شده در پژوهش حاضر

است. با توجه به شکل ۱، زاویه ورود به گیر از رابطه هندسی  $\beta_{in} = \cos^{-1}(d/D)$  برابر با ۹/۹۴ درجه بدست آمد. برای محاسبه مقدار زاویه خروج از گیر، ضریب اصطکاک برابر با ۰/۲۵۱ در نظر گرفته شد. نیروی خارجی وارد بر جاساز که در راستای محور به آن اعمال گردید، برابر با ۱۰ نیوتن فرض گردید. البته، در بررسی پارامترهای موثر بر روی نتایج، مشخص خواهد شد که نیروی خارجی هیچ تاثیری بر روی زاویه ورود به گیر و خروج از گیر ندارد. با اجرای مسأله بهینه‌سازی، زاویه خروج از گیر برابر با ۴/۰۵ درجه محاسبه گردید.

در تئوری ارائه شده در مرجع [۲۲]، زوایای ورود به گیر و خروج از گیر را می‌توان با استفاده از رابطه (۲) محاسبه نمود. برای این منظور، ضریب اصطکاک برابر با ۰/۲۵۱ قطر جاساز برابر با ۱۹/۷ میلی‌متر و قطر سوراخ برابر با ۲۰ میلی‌متر جاگذاری شد. زاویه ورود به گیر برابر با ۹/۹۴ درجه و زاویه خروج از گیر برابر با ۳/۰۹ درجه محاسبه گردید. همان‌گونه که مشخص است، زاویه ورود به گیر توسط این تئوری به درستی پیش‌بینی شده است. چراکه، محاسبه این زاویه در همه تئوری‌ها از روش هندسی انجام می‌گیرد؛ ولیکن، خطایی برابر با ۲۳/۷٪ برای پیش‌بینی زاویه خروج از گیر از این تئوری مشاهده می‌شود. علت اصلی وقوع این خطا، ملاحظات مربوط به ضریب اصطکاک در این تحلیل است. در تحلیل پیشنهاد شده، پارامتری به نام فاکتور اصطکاک ( $f$ ) مطرح شده است که به صورت رابطه (۳) قابل محاسبه است. این پارامتر تابعی از مقدار نفوذ جاساز در سوراخ است. از سوی دیگر، در مطالعه موردی ارائه شده، مقدار این پارامتر کاملاً ثابت فرض شده و نقشی شبیه به ضریب اصطکاک به آن داده شده است. با تجمیع این دو فرضیه، معادل‌بودن فاکتور اصطکاک با ضریب اصطکاک سوالی است که برای خواننده مطرح شده و بی‌پاسخ باقی می‌ماند. علت اصلی بروز اختلاف بین پیش‌بینی تئوری پیشنهادی در پژوهش حاضر (که دقت آن در مرجع [۲۳] مورد تایید قرار گرفته است) و نتایج بدست آمده از تحلیل [۲۲] نیز دقیقاً به مقدار این پارامتر و اثرپذیری آن از مقدار نفوذ جاساز در سوراخ برمی‌گردد.

آزمایش‌های تجربی به‌همان روشی انجام گردید که در بخش ۳ اشاره شد. نتایج اجرای آزمایش برای اندازه‌گیری

جدول ۲- مقایسه پیش‌بینی تحلیل پیشنهادی و تحلیل ارائه شده در مرجع [۲۲] با نتایج تجربی

زاویه ورود به گیر (درجه)	زاویه خروج از گیر (درجه)	
۹/۹۴	۴/۰۵	تحلیل پیشنهادی
۹/۹۴	۳/۰۹	تحلیل مرجع [۲۲]
۱۰/۸۳	۳/۵۴	نتایج تجربی
٪۸۲	٪۱۴/۴	خطای تحلیل پیشنهادی
٪۸۲	٪۱۲/۷	خطای تحلیل مرجع [۲۲]

کمتر است، ولی این مقدار خطا یک پدیده کاملاً اتفاقی است؛ چراکه، صحت نتایج تحلیل ارائه شده در مرجع [۲۲] به دلیل وابستگی فاکتور اصطکاک به مقدار نفوذ و ثابت فرض کردن آن در مطالعه موردی حل شده در همان پژوهش زیر سؤال است. لازم به ذکر است که صحت‌سنجی پیش‌بینی تئوری ارائه شده در مرجع [۲۲]، با استفاده از مطالعه موردی پیشنهاد شده در مرجع [۲۳] مورد بررسی قرار گرفت که نتیجه آن مقایسه نیز بیانگر نادرست بودن مقادیر پیش‌بینی تحلیل مزبور بود؛ لذا، می‌توان بیان داشت که تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر، مقادیر زوایای ورود به گیر و خروج از گیر را در مکانیزم جاساز و سوراخ با دقت قابل قبولی به‌درستی پیش‌بینی می‌کند. لازم به ذکر است که مقادیر محاسبه شده برای خطا، با فرض صحیح بودن نتایج تجربی بدست آمده‌اند. نظر به اینکه خطاهایی نیز ممکن است، در آزمایش‌های تجربی وجود داشته باشد، منابع خطا در آزمایش‌های تجربی می‌بایست بررسی شده و عنوان گردد.

حال که دقت تحلیل پیشنهادی در پیش‌بینی وقوع گیر در مکانیزم جاساز و سوراخ مورد تأیید قرار گرفت، تاثیر پارامترهای فرآیند شامل، ضریب اصطکاک، مقدار لقی بین قطر جاساز و سوراخ و همچنین اندازه نیروی خارجی اعمالی بر جاساز روی زوایای ورود به گیر و خروج از گیر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. شکل ۶الف، نشان‌دهنده اثر ضریب اصطکاک روی زاویه خروج از گیر جاساز در سوراخ است. نتایج

ارائه شده، از حل مسأله بهینه‌سازی با مقادیر مختلف ضریب اصطکاک و با ثابت نگهداشتن بقیه پارامترها حاصل شده است. لازم به ذکر است که مقدار زاویه ورود به گیر مستقل از ضریب اصطکاک بوده و از رابطه (۲) بدست می‌آید که یک رابطه هندسی است. با افزایش ضریب اصطکاک، زاویه خروج از گیر کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، افزایش ضریب اصطکاک شرایط را برای وقوع گیر مستعدتر می‌کند؛ لذا، جاساز باید مقدار بیشتری را درون سوراخ نفوذ کند تا گیر رفع شود. با افزایش مقدار نفوذ جاساز در سوراخ، زاویه خروج از گیر ( $\beta_{out}$ ) کاهش می‌یابد.

تاثیر مقدار لقی بین جاساز و سوراخ روی زوایای ورود به گیر و خروج از گیر نیز، در شکل ۶ب نشان داده شده است. فرض بر این است که قطر سوراخ همواره ثابت و برابر با ۲۰ میلی‌متر بوده و قطر جاساز، به اندازه لقی، از قطر سوراخ کوچک‌تر است. روند صعودی برای هر دو این زوایا با افزایش مقدار لقی قابل مشاهده است. در مقادیر بزرگ‌تر لقی، زاویه محور جاساز و سوراخ در لحظه ورود به گیر می‌تواند انحراف بیشتری را نسبت به مقادیر کوچک‌تر لقی قبول کند؛ لذا، زاویه ورود به گیر در مقادیر بیشتر لقی، بزرگ‌تر خواهد بود. استدلال مشابهی را می‌توان برای زاویه خروج از گیر نیز ارائه نمود. لقی بیشتر بین جاساز و سوراخ منجر به تسهیل شرایط خروج از گیر می‌شود؛ لذا، در چنین حالتی، خروج از گیر در زوایای بزرگ‌تری برای جاساز اتفاق می‌افتد.

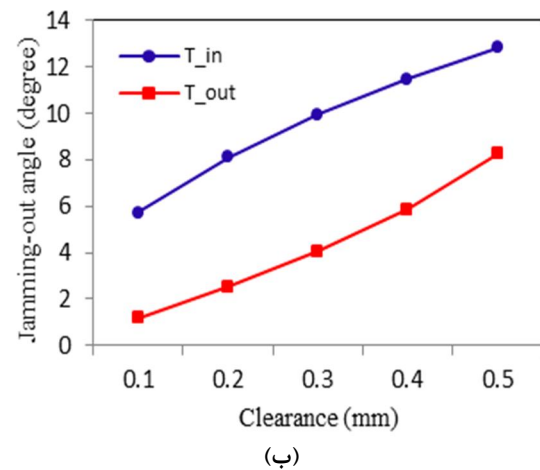
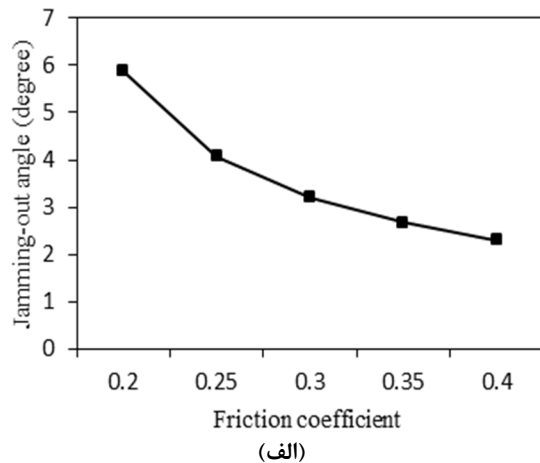
با مطالعه اثر اندازه نیروی خارجی اعمالی روی زوایای ورود به گیر و خروج از گیر، مشاهده گردید که این پارامتر هیچ تاثیری روی این زوایا ندارد. به عبارت دیگر، می‌توان بیان داشت که با افزایش اندازه نیروی خارجی اعمالی به جاساز، مقادیر مؤلفه‌های عمودی و مماسی در هر یک از نقاط تماس با نسبت یکسانی افزایش پیدا می‌کند؛ لذا، مؤلفه مماسی رشد بیشتری نسبت به مؤلفه عمودی نخواهد داشت. در چنین شرایطی، امکان وقوع حالت لغزش در هیچ‌یک از تکیه‌گاه‌ها وجود نداشته و گیر رفع نخواهد شد. این نتیجه در تطابق کامل با یکی از اصول اولیه وقوع گیر است. این اصل بیان می‌دارد که افزایش نیروی خارجی اعمالی برای خارج کردن شکل‌بندی از حالت گیر، علاوه بر این که کمکی به خروج از گیر نمی‌کند، امکان آسیب‌زدن به المان‌های قید و بند را نیز افزایش خواهد داد.

کاهش لقی، کمتر کرده و از اثرات آن صرف نظر نمود. در پژوهش حاضر از این روشها برای افزایش قابلیت اطمینان نتایج آزمایشهای تجربی استفاده شده است.

### ۵- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، آنالیز شرایط وقوع گیر قطعه کار در قید و بندها با استفاده از مطالعه موردی جاساز و سوراخ اجرا گردید. تحلیل تئوری بر مبنای اصل کمینه اندازه نیروها پیشنهاد و پیاده سازی شد؛ هم چنین، از تحلیل ارائه شده در پژوهش پیشین (مرجع [۲۲]) برای اجرای فرآیند صحه گذاری استفاده گردید. آزمایشهای تجربی نیز با ساخت مجموعه آزمایشگاهی برای صحت سنجی پیش بینی تئوری انجام شد. با فرضهای در نظر گرفته شده در پژوهش حاضر، زوایای ورود به گیر و خروج از گیر جاساز در سوراخ از تحلیل پیشنهادی برابر با  $9/94$  و  $4/05$  درجه بدست آمد. پیش بینی همین زوایا از تحلیل ارائه شده در پژوهش پیشین (مرجع [۲۲]) به ترتیب برابر با  $9/94$  و  $3/09$  تعیین گردید. خطای  $23/7\%$  در پیش بینی تحلیل ارائه شده در پژوهش مزبور، به دلیل نحوه استفاده از پارامتری به نام فاکتور اصطکاک در آن بود که منجر به نتایج نادرست می شود. آزمایشهای تجربی نیز برای صحت سنجی این نتایج اجرا گردید. میانگین زوایای ورود به گیر و خروج از گیر از آزمایشهای تجربی به ترتیب برابر با  $10/83$  و  $3/54$  اندازه گیری شد. خطایی معادل با  $23/7\%$  از پیش بینی هر دو تئوری برای زاویه ورود به گیر بدست آمد؛ هم چنین در مقایسه پیش بینی تحلیل پیشنهادی در پژوهش حاضر و تحلیل ارائه شده در پژوهش پیشین (مرجع [۲۲]) با نتایج تجربی، خطایی برابر با  $14/4\%$  و  $12/7\%$  حاصل شد. علی رغم خطای بیشتر پیش بینی تئوری پیشنهادی نسبت به تحلیل ارائه شده در مرجع [۲۲]، این مقدار خطای کمتر اتفاقی بوده و مشخصاً، تئوری ارائه شده در پژوهش مزبور، پیش بینی صحیحی از شرایط وقوع گیر نخواهد داشت.

برای ادامه پژوهشها در این زمینه، می توان آزمایش تجربی را در شرایط مختلف پارامترهای موثر در مطالعه موردی جاساز و سوراخ اجرا نمود. این پارامترها می توانند شامل، قطر جاساز، قطر سوراخ و نیروی اعمالی به جاساز باشند؛ هم چنین، استفاده از تئوری پیشنهادی در پژوهش



شکل ۶- الف) تاثیر ضریب اصطکاک بر روی زاویه خروج از گیر (با فرض: لقی برابر با  $0/3$  میلی متر و اندازه نیروی خارجی برابر با  $10$  نیوتن) و ب) تاثیر لقی بر روی زاویه خروج از گیر (با فرض: ضریب اصطکاک برابر با  $0/251$  و اندازه نیروی خارجی برابر با  $10$  نیوتن)

منابع خطا در آزمایش تجربی شامل موارد زیر است:

- خطا در اندازه گیری ضریب اصطکاک بین جاساز و سوراخ.
  - خطا در جاگذاری لبه جاساز در لبه سوراخ برای اندازه گیری زاویه ورود به گیر.
  - خطای ناشی از لقی بین جاساز و غلاف.
  - خطا در یکسان نبودن ضریب اصطکاک در نقاط مختلف بین جاساز و سوراخ.
- برخی از این منابع خطا را می توان با تکرار آزمایشها، روان کاری بین سطوح در تماس با هم و استفاده از فیلر برای

[11] Trinkle JC, Yeap SL, Han L (1996) When quasistatic jamming is impossible. *IEEE Int. Conf. Robot. Autom.* Minneapolis, 3401-3406.

[12] Liu T, Wang MY, Low KH (2009) Non-jamming conditions in multi-contact rigid-body dynamics. *Multibody Sys Dyn* 22(2): 269-295.

[13] Parvaz H (2019) Theoretical and numerical investigation of workpiece jamming in fixture using block and palm case study, *Iran J Manuf Eng* 6(3): 20-27. (in Persian)

[14] Clark JP, Lentini G, Barontini F, Catalano MG, Bianchi M, O'Malley MK (2019) On the role of wearable haptics for force feedback in teleimpedance control for dual-arm robotic teleoperation. *Proc. Int. Conf. Robot. Autom.* Montreal Canada, 5187-5193.

[15] Zhang F, Qu J, Liu H, Fu Y (2019) A multi-priority control of asymmetric coordination for redundant dual-arm robot. *Int J Human Robot* 16(2): 1-25.

[16] Liu Z, Song L, Hou Z, Chen K, Liu S, Xu J (2019) Screw insertion method in peg-in-hole assembly for axial friction reduction. *IEEE Access* 7: 13-25.

[17] Kim CH, Seo J (2019) Shallow-depth insertion: peg in shallow hole through robotic in-hand manipulation. *IEEE Robot Autom Letter* 4(2): 383-390.

[18] Huang Y, Zhang X, Chen X, Ota J (2017) Vision-guided peg-in-hole assembly by Baxter robot. *Adv Mech Eng* 9(12): 1-9.

[19] Hou Z, Philipp M, Zhang K, Guan Y, Chen K, Xu J (2018) The learning-based optimization algorithm for robotic dual peg-in-hole assembly. *Assem Autom* 38(4): 369-375.

[20] Zhang K, Shi M, Xu J, Liu F, Chen K (2017) Force control for a rigid dual peg-in-hole assembly. *Assem Autom* 37(2): 200-207.

[21] Zhang K, Xu J, Chen H, Zhao J, Chen K (2018) Jamming analysis and force control for flexible dual peg-in-hole assembly. *IEEE Trans Ind Elec* 66(3): 1930-1939.

[22] Usubamatov R, Leong K (2011) Analyses of peg-hole jamming in automatic assembly machines. *Assem Autom* 31(4): 358-362.

[23] Parvaz H, Nategh MJ (2016) Development of an efficient method of jamming prediction for designing locating systems in computer-aided fixture design. *Int J Adv Manuf Technol* 86(9-12): 1-13.

حاضر با مطالعات موردی دیگر هم‌چون بلوک و دست را می‌توان به‌عنوان زمینه پژوهش‌های آتی پیشنهاد کرد.

## ۶- مراجع

[1] Trinkle JC, Zeng DC (1995) Prediction of the quasistatic planar motion of a contacted rigid body. *IEEE T Robot Autom* 11(2): 229-246.

[2] Pang JS, Trinkle JC, Lo G (1996) A complementarity approach to a quasistatic multi-rigid-body contact problem. *Comput Optim Appl* 5(2): 139-154.

[3] Pang JS, Trinkle JC (1996) Complementarity formulations and existence of solutions of dynamic multi-rigid-body contact problems with coulomb friction. *Math Program* 73(2): 199-226.

[4] Zbiciak A, Kozyra Z (2014) Dynamics of multi-body mechanical systems with unilateral constraints and impacts. *Procedia Eng* 91: 112-117.

[5] Chatterjee A, Ruina A (1998) A new algebraic rigid body collision law based on impulse space considerations. *J Appl Mech-T ASME* 65(4): 939-951.

[6] Stewart D (2000) Time-stepping methods and the mathematics of rigid body dynamics. In: Guran A (eds) *Impact and Friction of Solids, Structures and Machines*.

[7] Liu T, Wang MY (2005) Computation of three-dimensional rigid-body dynamics with multiple unilateral contacts using time-stepping and Gauss-Seidel methods. *IEEE T Autom Sci Eng* 2(1): 19-31.

[8] Flickinger DM, Williams J, Trinkle JC (2014) Performance of a method for formulating geometrically exact complementarity constraints in multibody dynamic simulation. *J Comput Nonlin Dyn* 10(1): 1-12.

[9] Lu Y, Williams J, Trinkle JC, Lacoursiere C (2014) A framework for problem standardization and algorithm comparison in multibody system. *Int. Conf. Multi. Sys. Nonlin. Dyn. Control.* New York, 6: 1-10.

[10] Dupont PE, Yamajako SP (1994) Jamming and wedging in constrained rigid body dynamics. *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom.* San Diego, 2349-2354.