مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۸/ دوره ۹/ شماره ۳/ صفحه ۱۲۵-۱۳۸

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

DOI: 10.22044/jsfm.2019.7851.2788

حل تحلیلی پاسخ گذرای غیرخطی میکروتیر ویسکوالاستیک با تحریک الکتریکی بر اساس تئوری الاستیسیته ریز قطبی

سجاد سام پور[۱]، حسین معین خواه[۲،*] و حسین رحمانی[۳]

[۱] کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، هسته پژوهشی کامپوزیت‌های سبک پیشرفته، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

[۲] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، هسته پژوهشی کامپوزیت‌های سبک پیشرفته، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

[۳] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، هسته پژوهشی کامپوزیت‌های سبک پیشرفته، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۹/۲۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۱۲/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰۵

چکیده

در پژوهش حاضر، پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک به تحریک الکتریکی محاسبه شده است. در مدلسازی، از تئوری الاستیسیته ریز قطبی با در نظر گرفتن اثرات اندازه در ریز ساختار، بهره گرفته شده است. با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی و اصل همیلتون و با در نظر گرفتن معادلات ساختاری ویسکوالاستیک (به فرم انتگرالی)، نیروی کشش صفحه میانی، تنش باقی مانده محوری و نیروی الکترواستاتیکی، معادله حرکت و شرایط مرزی میکروتیر ویسکوالاستیک دو سر گیردار به دست آمده است. با کمک روش گالرکین، معادله حرکت دیفرانسیلی - انتگرالی غیرخطی پاره‌ای به معادله دیفرانسیلی - انتگرالی غیرخطی معمولی از جنس معادله ولترا تبدیل شده است. با به کارگیری روش رانگ - کوتای مرتبه چهارم، پاسخ معادله حرکت میکروتیر ویسکوالاستیک حاصل شده است که در واقع خیز میکروتیر ویسکوالاستیک است. در بخش نتایج، تاثیر طول فاصله اولیه و پارامتر بعد طول ماده بر رفتار میکروتیر ویسکوالاستیک نسبت به زمان بررسی گردیده است. به منظور اعتبارسنجی، مساله میکروتیر ویسکوالاستیک در نرم افزار المان محدود کامسول شبیه سازی شده و مقایسه‌ای بین نتایج المان محدود و عددی صورت گرفته است.

کلمات کلیدی: میکروتیر ویسکوالاستیک؛ معادله انتگرالی؛ تئوری کوپل تنش؛ شبیه‌سازی المان محدود.

Analytical Solution for Nonlinear Dynamic Response of the Viscoelastic Microbeam Under Electrical Actuation Based Upon Micropolar Theory of Elasticity

S. SamPour[1], H. Moeinkhah[2,*], H. Rahmani[3]

[1] M.Sc., Mech. Eng., Advanced Light Weight Composites Research Center, University of Sistan and Baluchestan, Zaheden, Iran.

[2, 3] Assist. Prof., Mech. Eng., Advanced Light Weight Composites Research Center, University of Sistan and Baluchestan, Zaheden, Iran.

Abstract

In this paper, the dynamic response of electro actuated viscoelastic microbeam is investigated and micropolar theory of elasticity has been used to consider the effects of size in microstructure. Euler-Bernoulli beam theory and Hamilton's principle with considering viscoelastic integral constitutive equations, the midplane stretching effect, the axial residual stress and electrostatic force has been used to obtain the equation of motion and the boundary condition of fixed-fixed viscoelastic microbeam. Therefore, the nonlinear integro-differential equation in Volterra integral equation form is obtained. Galerkin method will be used, in order to solve the nonlinear partial integro-differential governing equation and then it converted to the ordinary integro-differential equation. By using the fourth order Runge - Kutta method, we can obtain the response (transverse displacement) of the electro actuated viscoelastic microbeam. In the following, the effect of initial gap value and material length scale parameter on the viscoelastic microbeam behavior are investigated. In the end, the viscoelastic microbeam is simulated in the FE software and the problem is analyzed in quasi-static form. In order to validate, the simulation result is compared with the result obtained from the quasi-static solution of the viscoelastic microbeam.

Keywords: Viscoelastic Microbeam; Integral Equation; Couple Stress Theory; FE Simulation.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۵۴۳۱۱۳۶۴۷۲

آدرس پست الکترونیک: hmoein@eng.usb.ac.ir

۱- مقدمه

سیستم‌های میکروالکترومکانیک[1] به عنوان دستگاه‌هایی با ابعاد کوچک تعریف می‌شوند که قادر به انجام یک وظیفه هوشمند هستند [۱]. با گسترش سریع تکنولوژی، به ویژه تکنولوژی میکرو و نانو، این ساختارها به دلیل داشتن خواص ویژه، مورد توجه بسیاری از محققان در دهه گذشته قرار گرفته‌اند. از ویژگی‌های این ساختارها، می‌توان به هزینه ساخت پایین، وزن کم، اندازه کوچک، مصرف ناچیز انرژی، حساسیت بالا و ... اشاره کرد. سیستم‌های میکروالکترومکانیک یکی از مؤلفه‌های مهم ساختارهای میکرو نظیر محرک‌ها، حسگرها، سوئیچ‌ها، شتاب سنجها و.... هستند.

مواد ویسکوالاستیک[2] رفتاری میان دو خاصیت ویسکوز بودن و الاستیک بودن از خود نشان می‌دهند. برخلاف مواد الاستیک، یک ماده ویسکوالاستیک دارای مؤلفه‌های کشسان و ویسکوز است. کرنش ماده ویسکوالاستیک به دلیل لزجت آن، وابسته به زمان است. این مواد دارای ویژگی‌هایی نظیر، میرایی بالا، وزن کم، استحکام بالا و جذب انرژی عالی هستند [۲]. چنین موادی استفاده‌های وسیعی در برخی تکنولوژی‌ها مثل رباتیک، هوافضا، قطعات بیولوژیک مصنوعی و.... دارند [۳]. خاصیت ویسکوالاستیک به طور گسترده در ساختارهای میکروالکترومکانیک نظیر، سیلیکون [۴]، پلی سیلیکون [۶،۵] و فیلم‌های فلزی [۸،۷] یافت می‌شوند.

یک تیر میکروالکترومکانیک متشکل از دو الکترود رسانا است که یکی از آن‌ها متحرک و دیگری ثابت است. اعمال ولتاژ مستقیم بین دو الکترود، موجب ایجاد نیروی الکترواستاتیکی و در نتیجه حرکت الکترود متحرک می‌شود. اگر ولتاژ اعمالی بیشتر از ولتاژ بحرانی باشد، خیز میکروتیر زیاد شده که منجر به برخورد دو الکترود به هم و ناپایداری میکروتیر می‌شود که از آن‌ها به عنوان ولتاژ ناپایداری کششی [3]و خیز ناپایداری کششی یاد می‌شود [۹].

نتایج آزمایشگاهی نشان داده‌اند که پدیده‌های مکانیکی موجود در سیستم‌های الکترومکانیکی علاوه بر وابستگی به زمان، به اندازه نیز وابسته هستند. از این رو در سال ۲۰۰۲ آقای یانگ و همکاران [۱۰]، تئوری کوپل تنش اصلاح شده را توسعه دادند که به طور موفقیت آمیز قادر بود، رفتار مکانیکی میکروتیرها را با تعریف یک پارامتر بعد طول ماده[4] بررسی کند و مشکلات ناشی از به دست آوردن ثوابت ماده را برطرف کند. رهایی فرد و همکاران [۱۱]، با به کارگیری تئوری کوپل تنش اصلاح شده تاثیر اندازه به خیز و ولتاژ ناپایداری کششی استاتیکی میکروتیر یک سرگیردار سیلیکون را بررسی کردند. یین و همکاران [۱۲]، تأثیر اندازه میکروتیر با تحریک الکترواستاتیکی را با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده به صورت تحلیلی، مورد بررسی قرار دادند. کنگ [۱۳] یک حل تحلیلی - تقریبی برای تعیین ولتاژ و جابجایی ناپایداری کششی میکروتیر با تحریک الکترواستاتیکی را بر پایه تئوری کوپل تنش اصلاح شده ارائه داد. باغانی [۱۴] به صورت تحلیلی پاسخ و تأثیر ولتاژ بر وابستگی به اندازه میکروتیر با تحریک الکترواستاتیکی را مطالعه کرد. زمان زاده و همکاران [۱۵]، بی ثباتی دینامیکی و استاتیکی میکروتیر مدرج هدفمند تحت فشار الکترواستاتیک غیرخطی و منبع حرارتی خارجی را بر پایه تئوری کوپل تنش اصلاح شده را مورد بررسی قرار دادند. شات و محمد [۱۶]، به صورت عددی و تحلیلی رفتار الکترواستاتیکی میکروتیر یک سرگیردار را با توجه به تئوری کوپل تنش اصلاح شده تحقیق کردند. خوانچه‌گردان و همکاران [۱۷]، اثر نفوذ روی ضریب میرایی میکروتیرهای تشدید کننده برای مقادیر مختلف ضخامت، دمای محیط و پارامتر بعد طول ماده را مطالعه کردند. فو و همکاران [۱۸]، فو وژانگ [۱۹]، ژانگ وفو [۲۰]، پدیده ناپایداری کششی در میکروتیر ویسکوالاستیک دوسرگیردار با تحریک الکتریکی را برپایه تئوری کوپل تنش اصلاح شده بررسی کردند. آتا [۲۱]، میکروتیر ویسکوالاستیک با تحریک الکتریکی را با استفاده از تئوری‌های ویسکوالاستیک بر پایه تئوری کوپل تنش اصلاح شده مطالعه کردند و معادله حاکم حاصل را در حالت شبه استاتیکی با روش مربع کردن دیفرانسیلی - انتگرالی حل کردند. اجری و همکاران [۳۲]،

[1] Microelectromechanic Systems (MEMS)
[2] Viscoelastic
[3] Pull-in
[4] Material Length Scale Parameter

ارتعاشات آزاد و رفتار دینامیک وابسته به اندازه نانو صفحه-های ویسکوالاستیک را بررسی کردند و پاسخ فرکانسی و نیرویی نانوسیستم را تحت بارگذاری هارمونیک گسترده به-دست آوردند. مختاری و طحانی [۳۳] با به کارگیری تئوری کوپل تنش و میرایی ویسکوز رفتار وابسته به اندازه‌ی ژیروسکوپ‌های با ساختار میکروتیر دوسرگیردار را تحت جریان مستقیم و تحریک هارمونیک بررسی کردند. اندیخشیده و همکاران [۳۴]، بر اساس تئوری کوپل تنش اصلاح شده وابستگی به اندازه میکروتیر هدفمند را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با ارائه الگوریتمی، اثرات اندازه اولیه میان میکروتیر و الکترود و همچنین توزیع سفتی در میکروتیر هدفمند بر ولتاژ ناپایداری کششی را بررسی کردند.

رفتار مکانیکی وابسته به زمان و دمای سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیک در رابطه با قابلیت اطمینان آن‌ها امری شناخته شده است که به راحتی در شرایط تنش و دمای بالا تحت تاثیر خزش قرار می‌گیرند. ثابت شده است، فیلم‌های نازک فلزی، حتی در کرنش‌های کوچک، نسبت به همتایان حجیم خود رفتار ویسکوالاستیک نشان می‌دهند. برای عملکرد مناسب دستگاه‌های میکرو و نانو الکترومکانیک، پایداری مکانیکی فیلم‌های نازک فلزی به کار رفته در آن‌ها امری حیاتی است. این پژوهش پاسخ گذرا میکروتیر ویسکوالاستیک دوسرگیردار را تحت نیروی الکتریکی مورد مطالعه قرار داده است. برای به دست آوردن معادله حاکم بر میکروتیر از تئوری تیر اویلر – برنولی و اصل همیلتون بر پایه تئوری‌های ویسکوالاستیک و تئوری کوپل تنش اصلاح شده استفاده گردیده و معادله حاکم دیفرانسیلی - انتگرالی پاره‌ای به دست آمده به روش کاهش مرتبه گالرکین و رانگ - کوتای مرتبه چهارم حل شده است.

در ادامه بحث تاثیر پارامتر بعد طول ماده بر پاسخ گذرا میکروتیر ویسکوالاستیک و مدت زمانی که طول می‌کشد میکروتیر به خیز ناپایداری کششی برسد، مورد مطالعه قرار گرفته است. از شبیه‌سازی المان محدود به منظور صحت سنجی حل انجام شده و همچنین بررسی تاثیر پارامترهای ولتاژ و اندازه فاصله اولیه بر خیز میکروتیر در حالت شبه استاتیکی استفاده شده است.

۲- معادله حاکم بر میکروتیر ویسکوالاستیک

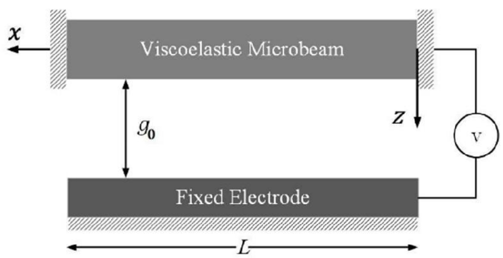
سیستم مختصات $oxyz$ نشان داده شده در شکل ۱ را در نظر بگیرید. با توجه به تئوری تیر اویلر – برنولی، میدان جابجایی به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود.

$$u=-z\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \qquad (\text{۱-الف})$$

$$\mathcal{V}=0 \qquad (\text{۱-ب})$$

$$w=w(x,t) \qquad (\text{۱-ج})$$

که در آن u، v و w به ترتیب مؤلفه‌های بردار جابجایی در راستای x، y و z هستند.



شکل ۱- شماتیک میکروتیر ویسکوالاستیک تحت تحریک الکتریک

از الاستیسته و تئوری کوپل تنش اصلاح شده [۱۰] تانسور کرنش ε_{ij} و قسمت متقارن تانسور گرادیان ریز چرخش χ_{ij} به ترتیب در روابط ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند.

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(u_{i,j}+u_{j,i}\right) \qquad (۲)$$

$$\chi_{ij}=\frac{1}{2}\left(\theta_{i,j}+\theta_{j,i}\right) \qquad (۳)$$

که در آن u_i بردار جابجایی و θ_i $(i,j=1,2,3)$ بردار ریز چرخش است.

$$\theta_i=\frac{1}{2}\left(\varepsilon_{ijk}\,u_{j,k}\right) \qquad (۴)$$

با استفاده از روابط ۱ و ۲ می‌توان مؤلفه‌های غیر صفر تانسور کرنش و قسمت متقارن تانسور گرادیان ریز چرخش را به دست آورد.

$$\varepsilon_{xx}=-z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \qquad (۵)$$

$$\theta_y=-\frac{\partial w}{\partial x}(x,t) \qquad (۶)$$

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \tag{۷}$$

بر اساس تئوری کوپل تنش اصلاح شده و رابطه لیدرمن [۲۲] برای ساختارهای ویسکوالاستیک، می‌توان تانسور تنش σ_{ij} و قسمت انحرافی تانسور کوپل تنش m_{ij} را تعریف کرد.

$$\sigma_{ij}(t) = \lambda(t) \otimes \varepsilon_{kk}(t)\delta_{ij} + 2\mu(t) \otimes \varepsilon_{ij}(t) \tag{۸}$$

$$m_{ij}(t) = 2\ell^2\mu(t) \otimes \chi_{ij} \tag{۹}$$

$\lambda(t)$ و $\mu(t)$ ثوابت لامه[۱] وابسته به زمان در تئوری ویسکوالاستیک کلاسیک هستند و ℓ پارامتر بعد طول ماده است [۲۳]؛ همچنین $\otimes$ نماد عملگر کانولوشن استایلچس[۲] است [۲۴] که در روابط ۸ و ۹ استفاده شده است.

$$\mu(t) = \frac{E(t)}{2(1+\nu)} \tag{۱۰-الف}$$

$$\lambda(t) = \frac{\nu E(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{۱۰-ب}$$

$$g(t) \otimes k(t) = g(0)k(t) + \int_0^t \frac{\partial g(t-s)}{\partial(t-s)}k(s)ds \tag{۱۱}$$

در رابطه ۱۰، $E(t)$ مدول واهلش[۳] مواد ویسکو الاستیک و ν ضریب پواسون است.

با استفاده از رابطه ۱۱، می‌توان روابط ۸ و ۹ را بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}(t) &= \left(\lambda_0\varepsilon_{kk}(t)\delta_{ij} + 2\mu_0\varepsilon_{ij}(t)\right) \\ &+ \int_0^t \frac{\partial\lambda(t-s)}{\partial(t-s)}\varepsilon_{kk}(s)\delta_{ij}ds \\ &+2\int_0^t \frac{\partial\mu(t-s)}{\partial(t-s)}\varepsilon_{ij}(s)ds \\ &= \sigma_{ij}^e + \sigma_{ij}^v(t)\end{aligned} \tag{۱۲}$$

$$\begin{aligned}m_{ij} &= 2\ell^2\mu_0\chi_{ij}(t) + 2\,\ell^2\int_0^t \frac{\partial\mu(t-s)}{\partial(t-s)}\chi_{ij}(s)ds \\ &= m_{ij}^e(t) + m_{ij}^v(t)\end{aligned} \tag{۱۳}$$

[۱] Lame
[۲] Stieltjes's Convolution
[۳] Relaxation

بالانویس‌های e و υ به ترتیب نشان دهنده رفتار الاستیک لحظه‌ای و تاریخچه رفتار ویسکو الاستیک هستند. λ_0 و μ_0 نشان دهنده مقادیر ثوابت لامه در $t = 0$ می‌باشند.

با جایگذاری روابط ۵ و ۷ به ترتیب در روابط ۱۲ و ۱۳ مؤلفه‌های تانسور تنش و تانسور کوپل تنش حاصل می‌شوند.

$$\sigma_{xx}^e(t) = -z\bar{E}_0\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \tag{۱۴-الف}$$

$$\sigma_{xx}^v(t) = -z\int_0^t \dot{\bar{E}}(t-s)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,s)ds \tag{۱۴-ب}$$

$$m_{xy}^e(t) = -\mu_0\ell^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \tag{۱۵-الف}$$

$$m_{xy}^v(t) = -\ell^2\int_0^t \dot{\mu}(t-s)\frac{\partial^2 w(x,s)}{\partial x^2}ds \tag{۱۵-ب}$$

لازم به ذکر است، اگر میکرو تیر عریض باشد $(b \geq 5h)$ به جای استفاده از مدول معمول باید از مدول مؤثر $\bar{E}(t) = \frac{E(t)}{(1-\nu^2)}$ استفاده شود [۲۵].

در ادامه جهت به دست آوردن معادله حاکم میکروتیر ویسکوالاستیک از اصل همیلتون استفاده خواهد شد که فرمول آن در رابطه ۱۶ بیان شده است.

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T - \Pi + W)dt = 0 \tag{۱۶}$$

در رابطه ۱۶، T انرژی جنبشی، Π انرژی کرنشی و W کار انجام شده توسط نیروهای خارجی و نیروهای اتلافگر ویسکوالاستیک است، درنتیجه، کار W متشکل از دو بخش شامل، کل کار انجام توسط نیروهای خارجی W_{ext} و کار انجام شده توسط نیروهای اتلافگر ویسکوالاستیک W_{vis} است.

$$W = W_{ext} + W_{vis} \tag{۱۷}$$

با جایگذاری رابطه ۱۷ در رابطه ۱۶ فرمول رابطه اصل همیلتون بازنویسی می‌شود.

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T - \Pi + W_{ext} + W_{vis})dt = 0 \tag{۱۸}$$

با توجه به تئوری کوپل تنش اصلاح شده، انرژی کرنشی علاوه بر تانسور تنش و کرنش، تانسور کوپل تنش و چرخش را نیز شامل می‌شود.

$$\delta\Pi = \int (\sigma_{xx}^{e}\ \delta\ \varepsilon_{xx} + 2m_{xy}^{e}\ \delta\ \chi_{xy})d\mathbb{V}$$
$$= \int_0^L \int z^2 \left(\bar{E}_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(\mathrm{x,t})\right)\delta(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t))dAdx$$
$$+ \int_0^L \int \left(\mu_0 \ell^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(\mathrm{x,t})\right)\delta(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t))dAdx$$

$$= \int_0^L (\mathrm{E}_0 I + \mu_0 \ell^2 \mathrm{A})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\ \delta\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)dx \qquad (۱۹)$$

$$A = bh \text{ و } I = \frac{1}{12}bh^3 \qquad (۲۰)$$

که در آن I و A به ترتیب ممان اینرسی و مساحت سطح مقطع هستند.

با فرض اینکه که نیروی محوری P و نیروی عرضی $q(x,t)$ نیروهای خارجی اعمالی باشند، می‌توان کل کار انجام شده نیروهای خارجی را تعریف کرد.

$$\delta W_{ext} = -\frac{1}{2}\int_0^L P\ \delta(\frac{\partial w}{\partial x})^2\ dx + \int_0^L q\ \delta\ w\ dx$$
$$= -P\frac{\partial w}{\partial x}\delta w|_0^L + \int_0^L \frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial w}{\partial x}\right)\delta w dx$$
$$+ \int_0^L q\delta w dx \qquad (۲۱)$$

همچنین انرژی جنبشی میکروتیر ویسکوالاستیک از رابطه ۲۲ حاصل می‌شود.

$$\delta T = \frac{1}{2}\int_0^L \rho A \delta(\frac{\partial w}{\partial t})^2\ dx \qquad (۲۲)$$

$$\int_{t1}^{t2} \delta T dt = -\int_{t1}^{t2}\int_0^L \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\ \delta w dx dt \qquad (۲۳)$$

در رابطه ۲۲، پارامتر ρ چگالی جرمی میکروتیر ویسکوالاستیک است.

به طور مشابه با انرژی کرنشی، برای کار انجام شده توسط نیروهای اتلافگر ویسکوالاستیک داریم.

$$\delta W_{vis} = \int (\sigma_{xx}^{v}\ \delta\ \varepsilon_{xx} + 2m_{xy}^{v}\ \delta\ \chi_{xy})\ \mathrm{d}\mathbb{v}$$
$$= \int_0^L \int_0^t (EI + \mu\ell^2\ \mathrm{A})\ \frac{\partial^2 w(x,s)}{\partial x^2} ds\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)dx$$
$$= \left(\int_0^t \left(\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}\ell^2 A\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}ds)\frac{\partial \delta w}{\partial x}\right|_0^L$$
$$-\left(\int_0^t \left(\dot{\bar{E}}\ I + \dot{\mu}\ell^2 A\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}ds\right)\delta w\Big|_0^L$$
$$+ \int_0^l \int_0^t \left(\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}\ell^2 A\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}ds\Big)\delta w dx \qquad (۲۴)$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\Bigg\{\int_0^L [-\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (\bar{E}_0 I + \mu_0 A\ell^2)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \int_0^t (\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}Al^2)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}ds + \frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial w}{\partial x}\right) + q]\ dx + [-(\bar{E}_0 I$$
$$+ \mu_0 A\ell^2)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \int_0^t \left(\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}\ell^{\ 2}A\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}ds]\delta(\frac{\partial w}{\partial x})|_0^L + [\bar{E}_0 I + \mu_0 A\ell^2)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}$$
$$- \int_0^t \left(\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}\ell^{\ 2}A\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}ds - p\frac{\partial w}{\partial x}]\delta w|_0^L\Bigg\}dt = 0$$

(۲۵)

از رابطه ۲۵ می‌توان معادله حاکم و شرایط مرزی میکروتیر ویسکوالاستیک را استنباط کرد.

$$(\bar{E}_0 I + \mu_0 \ell^2 A)\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}$$
$$-\int_0^t \left(\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}\ell^2 A\right)\frac{\partial^4 w(x,s)}{\partial x^4}ds$$
$$+\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) - q(x,t) - \frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0$$

(۲۶)

$$(\bar{E}_0 I + \mu_0 A l\ell^2)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\ \delta\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)|_0^L$$
$$+\int_0^t \left(\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}A\ell^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}ds\ \delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)|_0^L$$
$$+(\bar{E}_0 I + \mu_0 A\ell^2)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\delta w\Big|_0^L - P\frac{\partial w}{\partial x}\delta w\Big|_0^L$$
$$-\int_0^t (\dot{\bar{E}}I + \dot{\mu}A\ell^2)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}ds\delta w|_0^L = 0 \qquad (۲۷)$$

رابطه ۲۶ معادله حاکم میکروتیر ویسکوالاستیک بر پایه تئوری کوپل تنش اصلاح شده است. اگر در این معادله از ترم

دوم -که بیان کننده تاریخچه رفتار ویسکوالاستیک میکروتیر است- و تأثیر اندازه صرف نظر کنیم $(\ell = 0)$، به معادله میکروتیر الاستیک با تئوری کلاسیک خواهیم رسید.

۳- مدل سازی میکروتیر ویسکوالاستیک با تحریک الکتریکی

یک میکروتیر دو سر گیردار به طول L و عرض b و ضخامت h که شماتیک دو بعدی آن در شکل ۱ نشان داده شده است، در نظر بگیرید که به آن بار الکترواستاتیکی V اعمال شده است و g_0 فاصله اولیه بین دو الکترود است. در یک میکروتیر دو سر گیردار نیروی محوری P، متشکل از نیروی باقی مانده P_r، و نیروی ناشی از تأثیر کشش صفحه میانی P_a است.

$$\mathrm{P} = P_r + P_a \tag{۲۸}$$

نیروی محوری ایجاد شده توسط کشش صفحه میانی برای یک میکروتیر دوسر گیردار در رابطه ۲۹ بیان شده است [۲۶].

$$P_a^e = \frac{EA}{2L}\int_0^l (\frac{\partial w}{\partial x}(x,t))^2 dx \tag{۲۹}$$

با توجه به رابطه ۲۹ و رابطه ۱۱، نیروی حاصل از کشش صفحه میانی برای یک میکروتیر و یسکوالاستیک دو سر گیردار به دست می‌آید.

$$P_a^v = \frac{A}{2L}\bar{E} \otimes \int_0^L (\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})^2 dx \tag{۳۰ – الف}$$

$$P_a^v = \frac{\bar{E}_0 A}{2L}\int_0^l (\frac{\partial w}{\partial x})^2 dx + \int_0^t \frac{\dot{\bar{E}} A}{2L}(\int_0^l (\frac{\partial w(x,s)}{\partial x})^2 dx) ds \tag{۳۰ – ب}$$

در مسائلی که نسبت اندازه فاصله بین میکروتیر و الکترود به عرض میکروتیر کم باشد، می‌توان از اثرات میدان-های حاشیه‌ای صرف نظر کرد [۳۱]. همچنین وقتی که فاصله بین میکروتیر و الکترود خیلی کوچک باشد یا طول میکروتیر نسبت به سایر ابعاد زیاد باشد، تاثیر نیروهای بین مولکولی دارای اهمیت است [۲۱]. از این رو در مسأله حاضر می‌توان از اثرات میدان‌های حاشیه ای و نیروهای بین مولکولی صرف نظر نمود. نیروی الکترواستاتیکی در رابطه ۳۱ بیان شده است.

$$q(\mathrm{x}\,,\mathrm{t}) = \frac{\varepsilon_v b V^2}{2(g_0 - w)^2}\ ;\ \varepsilon_v = 8.86\,\frac{pF}{m} \tag{۳۱}$$

که در آن ε_v ثابت دی الکتریک هوا و V ولتاژ اعمالی بین دو الکترود است.

با جایگذاری روابط ۲۸-۳۱ در رابطه ۲۶ معادله حرکت بازنویسی شده است.

$$\begin{aligned}
&(\bar{E}_0 I + \mu_0 A \ell^2)\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(\mathrm{x},\mathrm{t})}{\partial t^2} \\
&- \int_0^t (\dot{\bar{E}}\, I + \dot{\mu} A l \ell^2)\frac{\partial^4 w(x,s)}{\partial x^4} ds \\
&= \frac{\varepsilon_v b V^2}{2(g_0 - w)^2} + [P_r + \frac{\bar{E}_0 A}{2L}\int_0^L (\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})^2 dx \\
&+ \int_0^t \frac{\dot{\bar{E}} A}{2L}\int_0^L (\frac{\partial w(x,s)}{\partial x})^2 dx \mathrm{ds}]\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \\
&+ [\frac{\bar{E}_0 A}{L}\int_0^L (\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})(\frac{\partial^2 w(\mathrm{x},\mathrm{t})}{\partial x^2}) dx \\
&+ \int_0^t \frac{\dot{\bar{E}} A}{L}\int_0^L (\frac{\partial w(x,s)}{\partial x})(\frac{\partial^2 w(\mathrm{x},\mathrm{s})}{\partial x^2}) dx \mathrm{ds}]\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}
\end{aligned} \tag{۳۲}$$

و برای شرایط مرزی تیر دوسر گیرداریم [۲۸].

$$w(0,t) = \frac{\partial w}{\partial x}(0,t) = 0\ :\ x=0 \tag{۳۳}$$

$$w(L,t) = \frac{\partial w}{\partial x}(L,t) = 0\ :\ x = L \tag{۳۴}$$

با اعمال عملیات جبری و ریاضیاتی روی معادله ۳۲ داریم:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - \int_0^t \frac{\dot{\bar{E}}}{\bar{E}_0}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x,s)\,ds\right)\left(1 + \frac{6\ell^2}{h^2(1+\upsilon)}\right) + \frac{\rho b h}{E_0 I}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) \\
&= \left[\frac{P_r}{E_0 I} + \frac{6}{Lh^2}\int_0^L (\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})^2 dx + \int_0^t \frac{6}{Lh^2}\frac{\dot{\bar{E}}}{\bar{E}_0}\left(\int_0^L (\frac{\partial w(x,s)}{\partial x})^2 dx\right) ds\right]\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \frac{6\varepsilon_v V^2}{\bar{E}_0 h^3 g_0^2 (1 - \frac{w}{g_0})^2} \\
&+ \frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\left[\frac{12}{Lh^2}\int_0^L (\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})\left(\frac{\partial^2 w(\mathrm{x},\mathrm{t})}{\partial x^2}\right) dx + \int_0^t \frac{12}{Lh^2}\frac{\dot{\bar{E}}}{\bar{E}_0}\int_0^L (\frac{\partial w(x,s)}{\partial x})(\frac{\partial^2 w(\mathrm{x},\mathrm{s})}{\partial x^2}) dx \mathrm{ds}\right]
\end{aligned} \tag{۳۵}$$

در ادامه جهت ساده شدن روند حل مسئله، پارامترها و متغیرهای موجود را بی‌بعد می‌کنیم.

$$w^* = \frac{w}{g_0} \qquad \beta = \frac{x}{L} \qquad \Re = \frac{\dot{\bar{E}}}{\bar{E}_0} \qquad \mathrm{T} = \left(\frac{\rho b h L^4}{\bar{E}_0 I}\right)^{0.5}$$

$$\hat{P}_r = \frac{P_r L^2}{E_0\, I} \qquad \tau = \frac{t}{T} \qquad \alpha = \frac{6}{L}\left(\frac{g_0}{h}\right)^2 \qquad \hat{V}^2 = \frac{6\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{v}} L^4 V^2}{\bar{E}_0 h^3 g_0^3} \tag{۳۶}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 w^*}{\partial \tau^2}(\beta,\tau) &+ \left[\frac{\partial^4 w^*}{\partial \beta^4}(\beta,\tau) - \int_0^\tau \Re(\tau-s)\frac{\partial^4 w^*(\beta,s)}{\partial \beta^4} ds\right]\left(1+\frac{6\ell^2}{h^2(1+\upsilon)}\right) = \frac{\partial^2 w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta^2}[\bar{P}_r \\ &+\alpha \int_0^1 \left(\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta}\right)^2 d\beta + \alpha \int_0^\tau \Re(\tau-s)\int_0^1 \left(\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta}\right)^2 d\beta ds] + \frac{1}{(1-w^*)^2}\hat{V}^2 \\ &+\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta}\left[2\alpha\int_0^1 \left(\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta}\right)\left(\frac{\partial^2 w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta^2}\right)d\beta\right. \\ &\left.+2\alpha\int_0^\tau \Re(\tau-s)\int_0^1 \left(\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta}\right)\left(\frac{\partial^2 w^*(\beta,\tau)}{\partial \beta^2}\right)dx\mathrm{ds}\right]\end{aligned} \tag{۳۷}$$

رابطه ۳۷ معادله حرکت میکروتیر ویسکوالاستیک بی بعد شده است و شرایط مرزی بی بعد شده در روابط ۳۸ و۳۹ بیان شده‌اند.

$$\beta = 0 \;:\; w^*(0,\tau) = \frac{\partial w^*}{\partial \beta}(0,\tau) = 0 \tag{۳۸}$$

$$\beta = 1 \;:\; w^*(1,\tau) = \frac{\partial w^*}{\partial \beta}(1,\tau) = 0 \tag{۳۹}$$

۴- مدل ویسکوالاستیک

جهت بررسی رفتار ویسکوالاستیک میکروتیر، از مدل ویسکوالاستیک جامد خطی استاندارد[1] استفاده شده است که در آن تابع یا مدول واهلش $E(t)$ در رابطه ۴۰ بیان شده است.

$$E(t) = k_1 + k_2 e^{-\gamma t} \;;\; \gamma = \frac{1}{\tau} \tag{۴۰}$$

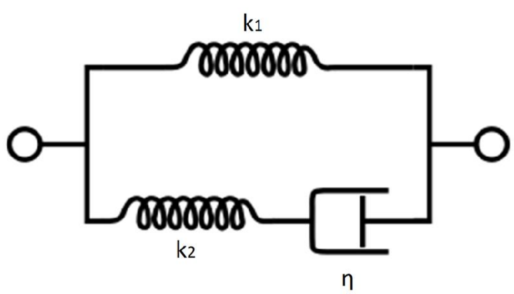
شماتیک مدل جامد خطی استاندارد در شکل ۲ نشان داده شده است. اگر در رابطه ۴۰ مقدار t را برابر صفر قرار دهیم، مقدار E_0 به دست می‌آید.

$$E_0 = E(0) = k_1 + k_2 \tag{۴۱}$$

[1] Standard Linear Solid (SLS)

از روابط ۴۰،۴۱و ۳۶ مدول واهلش بی بعد حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}\Re(\tau) &= \frac{\dot{\bar{E}}(\tau)}{\bar{E}_0} = \frac{\frac{E(\tau)}{1-\nu^2}}{\frac{E_0}{1-\nu^2}} = \frac{-k_2 r e^{-\gamma t}}{k_1+k_2} \\ &= -\bar{k} r e^{-\gamma t} \;;\; \bar{k} = \frac{k^2}{k_1+k_2}\end{aligned} \tag{۴۲}$$



شکل ۲- شماتیک مدل جامد خطی استاندارد

با جایگذاری رابطه ۴۲ در معادله ۳۷ و اعمال بسط تیلور روی ترم نیروی الکترواستاتیکی معادله حاکم را می‌توان بازنویسی کرد.

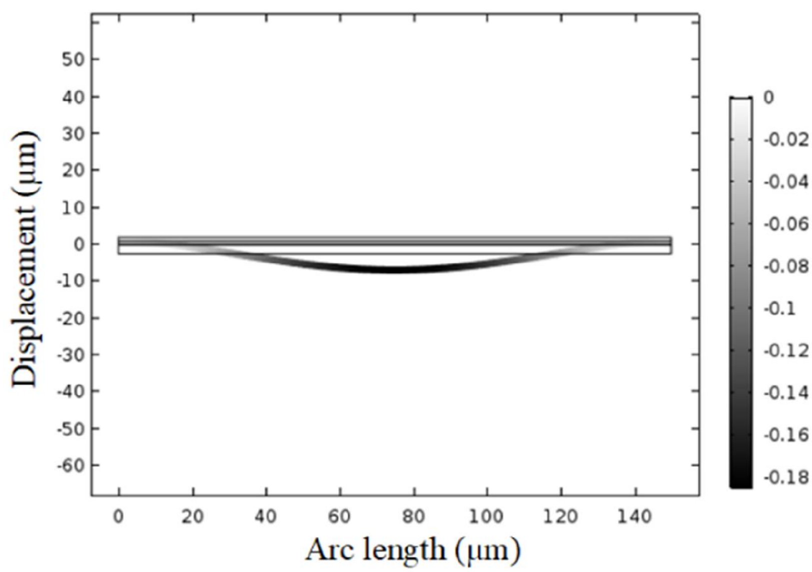
$$\frac{\partial^2 w^*(\beta,\tau)}{\partial\tau^2}+\left[\frac{\partial^4 w^*(\beta,\tau)}{\partial\beta^4}+\bar{k}\gamma\int_0^\tau exp\big(-\gamma(\tau-s)\big)\frac{\partial^4 w^*(\beta,s)}{\partial\beta^4}ds\right]\left(1+\frac{6\ell^2}{h^2(1+\upsilon)}\right)$$
$$=[\bar{P}_r+\alpha\int_0^1(\frac{\partial w^*}{\partial\beta})^2 d\beta-\alpha\bar{k}\gamma\int_0^\tau exp\big(-\gamma(\tau-s)\big)\int_0^1(\frac{\partial w^*}{\partial\beta})^2\,d\beta ds]\frac{\partial^2 w^*}{\partial\beta^2}(\beta,\tau)+\hat{V}^2\sum_{j=1}^{8}j(w^*)^{j-1}$$
$$+\left[2\alpha\int_0^1(\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial\beta})\left(\frac{\partial^2 w^*(\beta,\tau)}{\partial\beta^2}\right)d\beta-2\alpha\bar{k}\gamma\int_0^\tau exp\big(-\gamma(\tau-s)\big)\int_0^1(\frac{\partial w^*(\beta,\tau)}{\partial\beta})(\frac{\partial^2 w^*(\beta,\tau)}{\partial\beta^2})dx\mathrm{ds}\right]$$

(۴۳)

۵- شبیه سازی المان محدود

همانطور قبلا بیان شد، با توجه به اینکه میکروتیر ویسکوالاستیک زیر مجموعه ساختارهای میکروالکترومکانیک است، از این رو جزء مسائل چند فیزیکی محسوب می‌شود. نرم افزار کامسول مولتی فیزیکس، یکی از نرم افزارهای المان محدود موجود است که قابلیت تحلیل مسائل بین رشته‌ای را دارد. این نرم افزار برای تحلیل مسائل الکترومکانیک ماژول مجزا و از قبل تعریف شده در نظر گرفته است. صالحی و معین خواه [۲۹] میکروتیر منحنی تحت تحریک الکترو استاتیکی را در نرم افزار کامسول شبیه سازی کردند و نشان دادند، نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی با نتایج به‌دست آمده از تئوری همخوانی دارد.

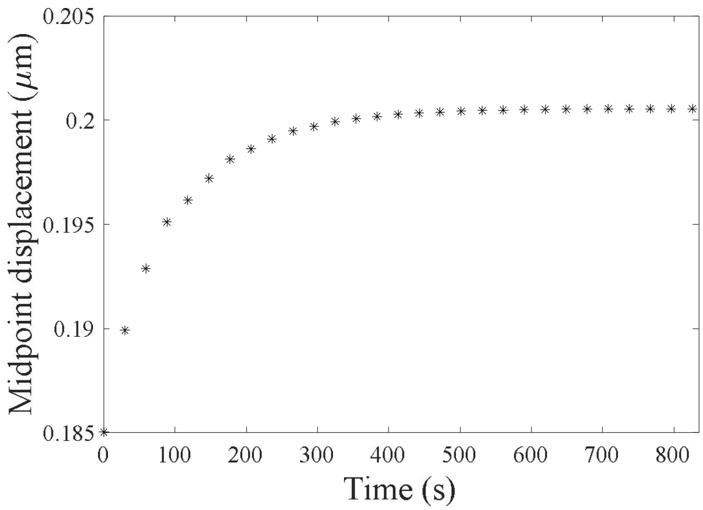
در این تحقیق شبیه سازی در فضای دو بعدی انجام شده است و با استفاده از ماژول الکترومکانیک میکروتیر ویسکوالاستیک به طول $L=150\mu m$، نسبت فاصله اولیه به ضخامت $\frac{g_0}{h}=1.2$ و ولتاژ اعمالی برابر $V=122V$ مدل شده است. برای اعمال خواص ویسکوالاستیک از مدل جامد خطی استاندارد استفاده شده است و حل به صورت وابسته به زمان انجام گرفته است. شکل ۳ شماتیک تغییر شکل میکروتیر ویسکوالاستیک مدل شده در نرم افزار کامسول را نشان می‌دهد.



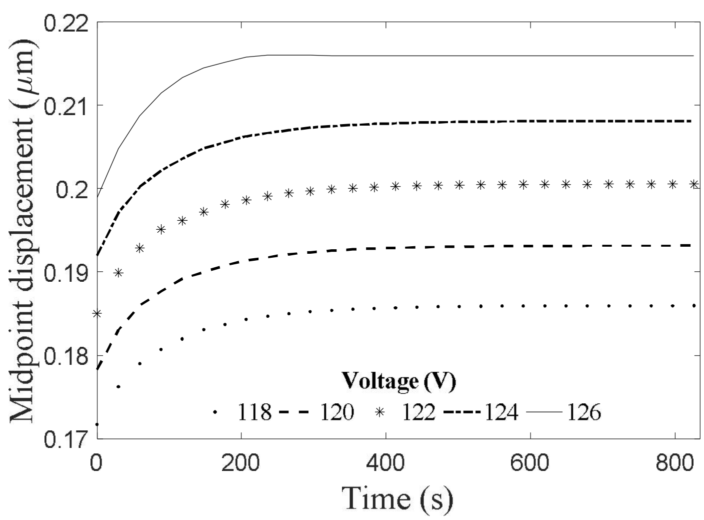
شکل ۳- شماتیک تغیر شکل میکروتیر

شکل ۴ تغییرات خیز نقطه میانی میکروتیر ویسکوالاستیک نسبت به زمان را نشان می‌دهد که مطابق تئوری‌های ویسکوالاستیک، با افزایش زمان خیز افزایش می‌یابد و رفته رفته دچار خزش می‌شود و به مقدار ثابت می‌رسد.

در شکل ۵، تأثیر ولتاژ اعمالی به خیز نقطه میانی میکروتیر مشاهده می‌شود. با افزایش ولتاژ، جابجایی نقطه میانی میکروتیر افزایش می‌یابد. این افزایش جابجایی تا زمانی که نرخ رشد نیروی الکترواستاتیک کم‌تر از استحکام کششی است، ادامه می‌یابد. در نقطه‌ای که نیروی الکترواستاتیک بیش از استحکام کششی است، سیستم نمی‌تواند بدون تماس فیزیکی به تعادل نیرویی برسد و ناپایداری کششی رخ می‌دهد. از این رو می‌توان نتیجه گرفت با افزایش ولتاژ اعمالی، احتمال رسیدن به خیز ناپایداری کششی افزایش می‌یابد.



شکل ۴- خیز نقطه میانی میکروتیر ویسکوالاستیک



شکل ۵- جابجایی نقطه میانی در مقادیر مختلف ولتاژ

در شکل ۶ تأثیر اندازه فاصله اولیه میان دو الکترود در اندازه‌های ۲/۳۵، ۲/۴۰ و ۲/۴۵ میکرومتر بررسی شده است. با توجه به اینکه کاهش g_0 موجب افزایش نیروی الکترواستاتیک و کاهش بیشینه خیز ممکن میکروتیر می‌شود، احتمال رسیدن به خیز ناپایداری کششی افزایش می‌یابد.

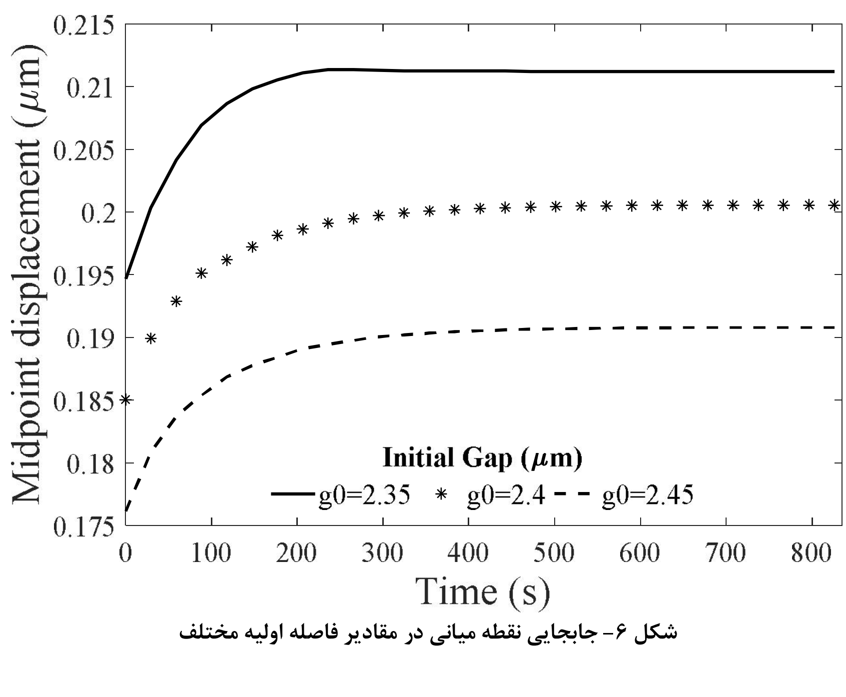
۶- حل معادله حرکت با روش گالرکین به همراه تحلیل و اعتبار سنجی

پاسخ سیستم به صورت ترکیب خطی از شکل‌های فضایی (Spatial Shapes) مختلف است. اثرات مودهای دوم به بالا در پاسخ کلی سیستم ناچیز است. از آنجایی که در تحلیل مسائل ارتعاشاتی مود اول حکفرما است، در اینجا به منظور ساده سازی محاسبات فقط مود اول در نظر گرفته شده است. برای حل معادله حرکت رابطه ۴۳، خیز $w^*(\beta,\tau)$ میکروتیر را برابر با حاصل ضرب یک تابع وابسته به زمان بی بعد $q(\tau)$ در یک تابع کمکی $\psi(\beta)$ که باید شرایط مرزی را ارضا کند در نظر می‌گیریم.

$$w^*(\beta,\tau) = q_n(\tau)\psi_n(\beta) \quad (۴۴)$$

تابع کمکی $\psi(\beta) = 16\beta^2(1-\beta)^2$ برای میکروتیر دوسرگیر در نظر گرفته شده است که شرایط مرزی ۳۸ و ۳۹ را ارضا می‌کند [۲۹]. با جایگذاری رابطه‌ی ۴۴ در رابطه ۴۳، این معادله به دو معادله دیفرانسیل معمولی (ODE) با متغیرهای مستقل β و τ تفکیک می‌شود. از آنجایی که $\psi_n(\beta)$ تابعی متعامد است؛ طرفین معادله حاصل را در $\psi\ (\beta)$ ضرب می‌کنیم. با انتگرال گیری نسبت β و قرار دادن $m=n$ عبارات شامل β حذف می‌شوند.

مشاهده می‌شود که معادله ۴۵، یک معادله دیفرانسیلی انتگرالی، غیرخطی ناهمگن معمولی با متغیر مستقل τ است که حل بسته آن امکان پذیر نیست. به منظور حل اینگونه معادلات، حل عددی پیشنهاد می‌شود. از این رو با به کارگیری روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم در نرم افزارهای ریاضیاتی، پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک نسبت به تحریک الکتریکی به دست آمده است. پارامترهای هندسی و مکانیکی در جدول ۱ ثبت شده است.



شکل ۶- جابجایی نقطه میانی در مقادیر فاصله اولیه مختلف

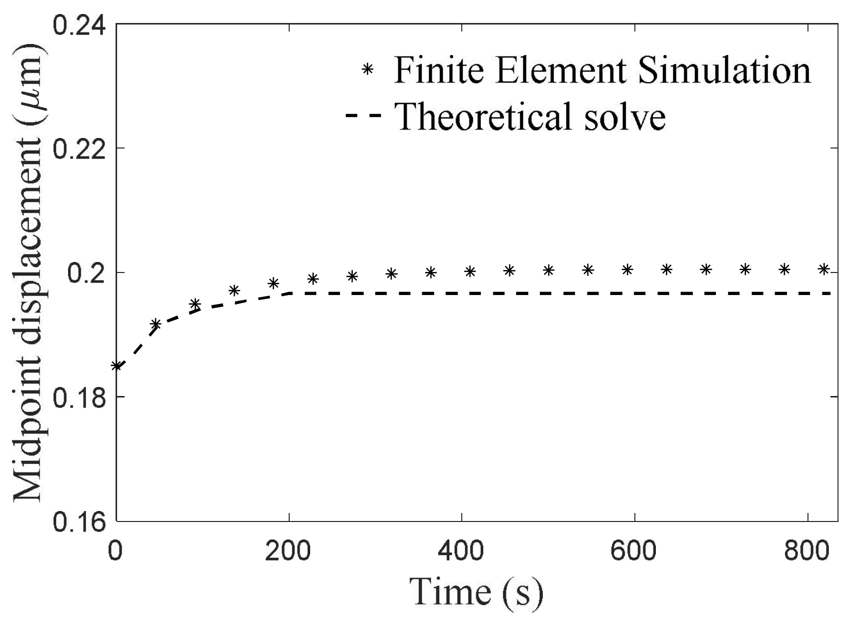
جهت اعتبار سنجی حل انجام شده، رابطه ۴۵ را با صرف نظر کردن از ترم اینرسی در حالت شبه استاتیکی حل کرده و نتیجه حاصل از حل شبه استاتیکی در $\ell = 0.6\mu m$ را با نتیجه به دست آمده از شبیه‌سازی المان محدود میکروتیر ویسکوالاستیک در نرم افزار کامسول (شکل ۴) مقایسه شده است. در شکل ۷ مشاهده می‌شود که انطباق بسیار خوبی بین حل المان محدود و حل با استفاده از روابط تئوری وجود دارد.

جدول ۱- پارامترهای هندسی و مکانیکی فیلم آلومینیومی

$L(\mu m)$	$\frac{g_0}{h}$	$b(\mu m)$	$P_r(N)$	υ	$\gamma(\frac{1}{s})$ [7]	$E_0(GPa)$ [7]
150	1.2	10	0	0.23	0.1	56.9

$$\frac{d_2}{2}\frac{d^2 q(\tau)}{d\tau^2}+\left[aq(\tau)+a\int_0^\tau \bar{k}\gamma exp\big(-\gamma(\tau-s)\big)\,q(s)ds\right]\left(1+\frac{6\ell^2}{h^2(1+\upsilon)}\right)$$
$$=cq(\tau)\left[\bar{P}_r+\alpha b q^2(\tau)-\alpha b\int_0^\tau \bar{k}\gamma exp\big(-\gamma(\tau,s)\big)\,q^2(s)ds\right]+2\alpha m^2 c q^2(\tau)$$
$$-2\alpha m^2 c\int_0^\tau \bar{k}\gamma exp\big(-\gamma(\tau,s)\big)\,q^2(s)ds+\hat{V}^2\sum_{j=1}^{8} d_j q^{j-1} \qquad (۴۵)$$

$$a=\int_0^1 \frac{d^4\psi}{d\beta^4}\psi(\beta)d\beta \qquad b=\int_0^1 (\frac{d\psi}{d\beta})^2\psi(\beta) \qquad c=\int_0^1 \frac{d^2\psi}{d\beta^2}\psi(\beta)d\beta$$
$$d_j=j\int_0^1 \psi^j\,d\beta \qquad m=\int_0^1 \frac{d\phi}{d\beta}\phi d\beta \qquad (۴۶)$$



شکل ۷- مقایسه جابجایی به دست آمده از شبیه سازی و تئوری

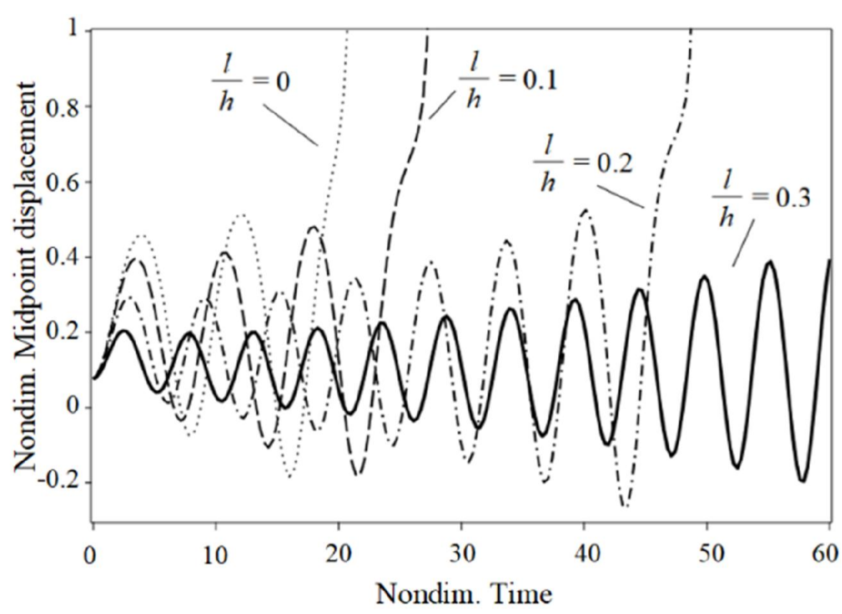
در شکل ۸ پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک نسبت به زمان در مقادیر متفاوت پارامتر بعد طول ماده بی‌بعد رسم شده است. منحنی $\ell = 0$ همان نتیجه تئوری کلاسیک بدون در نظر گرفتن اثر اندازه است. در شکل ۸ مشاهده می‌شود، با افزایش ℓ زمان رسیدن به خیز ناپایداری کششی افزایش می‌یابد. از آنجایی که ℓ پارامتری وابسته به خواص و ابعاد جسم است، افزایش آن به منزله افزایش سفتی کلی سیستم است. از این رو افزایش آن، موجب افزایش زمان رسیدن به خیز ناپایداری کششی می‌شود؛ همچنین وقتی که ولتاژ بی بعد برابر 8 و $\ell = 0.6\ \mu m$ باشد، در بازه‌ی زمانی تعیین شده میکروتیر به خیز ناپایداری کششی نمی‌رسد.

در آخر پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک را در مقادیر مختلف زمان واهلش بررسی می‌کنیم. در شکل ۹ مشاهده می‌شود، هرچه مقدار γ بیشتر باشد، مدت زمان کمتری طول می‌شد تا میکروتیر به خیز ناپایداری کششی برسد. در واقع افزایش γ نتیجه کاهش ویسکوزیته (با فرض ثابت بودن سفتی) میکروتیر است که با کاهش ویسکوزیته اتلاف انرژی ناشی از خاصیت ویسکوالاستیک سیستم کاهش می‌یابد و مدت زمان کمتری طول می‌کشد تا ناپایداری کششی رخ دهد.

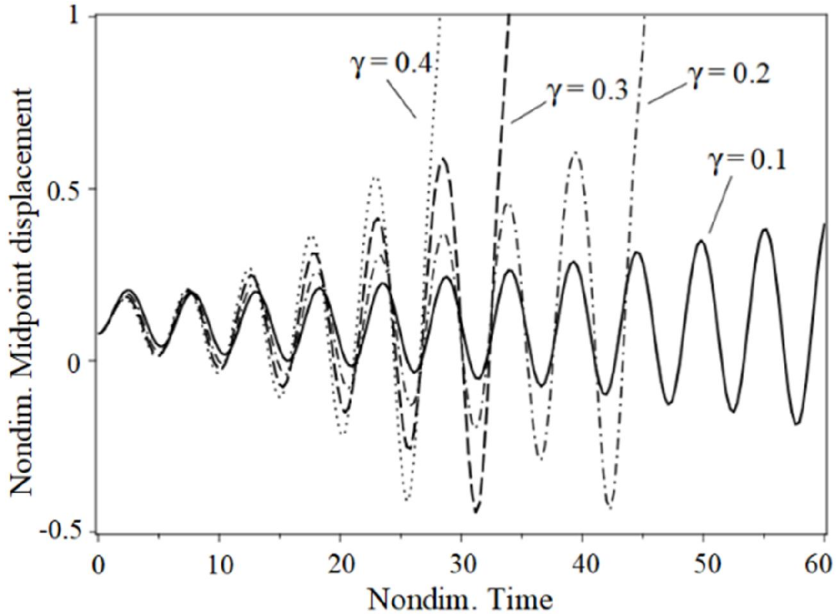
۷- نتیجه گیری

پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک به تحریک الکترواستاتیکی با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده، تئوری تیر اویلر - برونلی و اصل همیلتون تعیین گردید. معادله حرکت این میکروتیر که به فرم یک معادله‌ی دیفرانسیلی – انتگرالی غیرخطی پاره‌ای است، در ابتدا با استفاده از روش کاهش مرتبه گالرکین به یک معادله دیفرانسیلی – انتگرالی غیرخطی معمولی از جنس معادله انتگرال ولترا کاهش یافت و سپس با انجام چندین عملیات جبری و ریاضیاتی پی در پی به معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه چهارم تبدیل شد. در ادامه با به کارگیری روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم پاسخ گذرا میکروتیر ویسکوالاستیک با تحریک الکتریکی به دست آمد.

در این پژوهش تأثیر اندازه میکروتیر (پارامتر بعد طول ماده) به خیز میکروتیر ویسکوالاستیک و همچنین تأثیر پارامترهای ولتاژ و اندازه فاصله اولیه به خیز ناپایداری کششی بررسی شده است و مشاهده گردید که با افزایش پارامتر بعد طول ماده، مدت زمانی که طول می‌کشد تا میکروتیر به خیز ناپایداری کششی برسد افزایش خواهد یافت.



شکل ۸- پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک در مقادیر مختلف پارامتر بعد طول ماده.



شکل ۹- پاسخ گذرای میکروتیر ویسکوالاستیک در مقادیر مختلف زمان واهلش (τ)

همچنین طبق مطالعات انجام شده برای نخستین بار میکروتیر ویسکوالاستیک در نرم افزار کامسول مولتی فیزیکس شبیه سازی شد. این مدل‌سازی رفتار میکروتیر ویسکوالاستیک را نسبت به تئوری با دقت بالایی شبیه‌سازی کرد. و از نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی المان محدود در نرم افزار کامسول جهت اعتبارسنجی حل انجام شده استفاده گردید.

۸- مراجع

[1] Cleland AN, Roukes ML (1996) Fabrication of high frequency nanometer scale mechanical resonators from bulk Si crystals. Appl Phys 69(18): 2653-2655.

[2] Wineman AS, Rajagopal KR (2000) Mechanical response of polymers: An introduction. Cambridge University Press, Cambridge.

[3] Altenbach H, Eremeyev V (2011) Computational modelling and advanced simulations. Springer, Berlin.

[4] Bethe K, Baumgarten D, Frank J (1990) Creep of sensors elastic elements: metals versus non-metals. Sens Actuators A 23(3): 844-849.

[5] Teh K, Lin L (1999) Time-dependent buckling phenomena of polysilicon micro beams. Microelectron J 30(11): 1169–1172.

[6] Tuck K, Jungen A, Geisberger A, Ellis M, Skidmore G (2005) A study of creep in polysilicon MEMS devices. J Eng Mater Technol 127(1): 90-96.

[7] Lee H, Zhang P, Bravman J (2005) Stress relaxation in free-standing aluminum beams. Thin Solid Films 476(1): 118-124.

[8] McLean M, Brown W, Vinci R (2010) Temperature-dependent viscoelasticity in thin Au films and consequences for MEMS devices. J Microelectromech Syst 19(6): 1299-1308.

[9] Pamidighantam S, Puers R, Baert K, Tilmans H (2002) Pull-in voltage analysis of electrostatically actuated beam structures with fixed–fixed and fixed–free end conditions. J Micromech Microeng 12(4): 458-466.

[10] Yang F, Chong A, Lam D, Tong P (2002) Couple stress based strain gradient theory of elasticity. Int J Solids Struct 39(10): 2731-2743.

[11] Rahaeifard M, Kahrobaiyan M, Asghari M, Ahmadian M (2011) Static pull-in analysis of microcantilevers based on the modified couple stress theory. Sens Actuators A 171(2): 370-374.

[12] Yin L, Qian Q, Wang L (2011) Size effect on the static behavior of electrostatically actuated microbeams. Acta Mech Sin 27(3): 445-451.

[13] Kong S (2013) Size effect on pull-in behavior of electrostatically actuated microbeams based on a modified couple stress theory. Appl Math Model 37(12): 7481-7488.

[14] Baghani M (2012) Analytical study on size-dependent static pull-in voltage of microcantilevers using the modified couple stress theory. Int J Eng Sci 45: 99-105.

[15] Zamanzadeh M, Rezazadeh G, Jafarsadeghi-Poornaki I, Shabani R (2013) Static and dynamic stability modeling of a capacitive FGM micro-beam in presence of temperature changes. Appl Math Model 37(10): 6964-6978.

[16] Shaat M, Mohamed SA (2014) Nonlinear-electrostatic analysis of micro-actuated beams based on couple stress and surface elasticity theories. Int J MechSci 18: 208-217.

[17] Khanchegardan A, Amiri A, Rezazadeh G (2015) Thermo-diffusive coupling effect on the damping ratio based on modified couple stress theory in micro-beam resonators. Modares Mechanical Engineering 15(9): 116-124. (in Persian)

[18] Fu Y, Zhang J, Bi R (2009) Analysis of the nonlinear dynamic stability for an electrically actuated viscoelastic microbeam. Microsyst Technol 15(9): 763-769.

[19] Fu Y, Zhang J (2009) Nonlinear static and dynamic responses of an electrically actuated viscoelastic microbeam. Acta Mech Sin 25(2): 211-218.

[20] Zhang J, Fu Y (2012) Pull-in analysis of electrically actuated viscoelastic microbeams based on a modified couple stress theory. Meccanica 47(7): 1649-1658.

[21] Attia M (2017) Investigation of size-dependent quasistatic response of electrically actuated nonlinear viscoelastic microcantilevers and microbridges. Meccanica 52(10): 2391-2420.

[22] Christensen R (1971) Theory of viscoelasticity. Academic Press, New York.

[23] Sadd M (2009) Elasticity: Theory, applications, and numerics. 2th edn. Academic Press, Massachusetts.

[24] Rajagopal K, Wineman A (2008) A quasi-correspondence principle for Quasi-Linear viscoelastic solids. Mech Time-Dep Mater 12(1): 1-14.

[25] Osterberg P, Senturia S (1997) M-TEST: A test chip for MEMS material property measurement using electrostatically actuated test structures. J Microelectromech Syst 6(2): 107-118.

[26] Emam SA, Nayfeh AH (2009) Postbuckling and free vibrations of composite beams. Compos Struct 88(4): 636-642.

[27] Park SK, Gao XL (2006) Bernoulli-Euler beam model based on a modified couple stress theory. J Micromech Microeng 16(11): 2355-2359.

[28] Rao S (2007) Vibration of continuous systems. John Wiley & Sons, New Jersey.

[29] Batra RC, Porfiri M, Spinello D (2006) Electromechanical model of electrically actuated narrow microbeams. J Microelectromech Syst 15(5): 1175-1189.

[30] Salehi Kolahi MR, Moeinkhah H (2018) Non-linear vibration of curved microbeam under electrostatic actuation by using reduced order model and finite element simulation. Modares Mechanical Engineering 17(12): 514-522. (in Persian)

[31] Tajaddodianfar F, Yazdi MH, Pishkenari HN (2014) Dynamics of bistable initially curved shallow microbeams: Effects of the electrostatic fringing fields. Proc AIM IEEE 1279-1283.

[32] Ajri M, Seyyed Fakhrabadia MM, Rastgooa A (2018) Analytical solution for nonlinear dynamic behavior of viscoelastic nano-plates modeled by consistent couple stress theory. Lat Am J Solids Stru 15(9): 175-198.

[33] Mokhtari Amir Majdi MA, Tahani M (2018) Sizedependent analysis of micro-bridge gyroscopes under the combined effects of instantaneous DC voltage and harmonic base excitations. Modares Mechanical Engineering 18(01): 231-238. (in Persian)

[34] Andakhshideh A, Maleki S, Marashi (2018) Investigation of nonlinear pull-in phenomena in functionally graded micro-beams under electrostatic excitation. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* 8(03): 137-151. (in Persian)