مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها/ سال ۱۳۹۸/ دوره ۹/ شماره ۳/ صفحه ۲۵-۳۸

مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها

دانشگاه صنعتی شاهرود

DOI: 10.22044/jsfm.2019.7441.2712

مدل‌سازی و کنترل ربات 3PRS با استفاده از روش لاگرانژ

اویس غلامی[1] و حامی تورجی زاده[2،*]

[1] دانشجوکارشناسی‌ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

[2] استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۲۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۲/۲۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۰۳

چکیده

در این پژوهش، سینماتیک و دینامیک ربات موازی 3PRS بررسی شد. و به روش گشتاور معین (CTM) برای آن کنترلر طراحی گردید. این ربات، نوعی مکانیزم موازی فضایی با شش درجه آزادی است؛ که به وسیله‌ی سه مفصل لغزنده فعال و سه مفصل دورانی غیرفعال کنترل می‌شود؛ و در گروه مکانیزم های مقید طبقه بندی شده است. تحلیل سینماتیک ربات با استفاده از ماتریس‌های انتقال همگن و ماتریس ژاکوبین انجام شد. و روابط موقعیت و سرعت بین فضای کاری و مفاصل، در مسیرهای مستقیم و معکوس استخراج شد. معادلات دینامیکی سیستم، به روش لاگرانژ، در فضای مفاصل استخراج گردید. و به حذف ضرایب لاگرانژ با استفاده از ماتریس پوچی پرداخته شد. در نتیجه، حل سینتیک مستقیم و معکوس مکانیزم به دست آمد. نهایتا، کنترل ربات با کمک معادلات دینامیکی سیستم و استفاده از روش گشتاور معین انجام شد. تمام مدل سازی ها با کمک شبیه سازی در نرم افزار MATLAB و مقایسه مسیرهای حل در سناریوهای مستقیم و معکوس صحه سنجی شد. برای این کار از محیط SimMechnics استفاده گردید. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که، با استفاده از مدل ریاضی و کنترلر یاد شده، به سادگی می‌توان هر مسیر دلخواهی را در فضای کاری طی کرد.

کلمات کلیدی: ربات موازی 3PRS؛ سینماتیک؛ سینتیک؛ روش لاگرانژ؛ کنترل.

Modeling and Control of a 3PRS Robot Using Lagrange Method

O. Gholami[1], H. Tourajizadeh[2*]

Assistant prof., Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran.

M.Sc., Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran.

Abstract

Kinematic and Kinetic Modeling of a 3PRS mechanism is performed in this paper and its related controller is designed according to Computed Torque Method (CTM). This mechanism is a kind of spatial parallel robot with 6 DOFs, which is controlled using three active prismatic joints and three passive revolute joints and thus the system is categorized as constrained mechanism. Kinematic modeling of the robot is performed using Homogenous transformation matrix and its related Jacobian matrix is exracted. Therefore the position and velocity relation between the joint space and workspace are provided both in its direct and inverse modes. Dynamic equation of the system is also derived using Lagrange equation in the joint space of the robot. Thus both of forward and inverse kinetic of the system are solved for the presented system. Finally, by the aid of the extracted dynamic equation, the robot is controlled using Computed Torque Method (CTM). All of the modeling are verified by simulating the equations in MATLAB and comparing the direct and inverse modes. It is shown that using the extracted modeling and the designed controller for this parallel robot, the desired path can be easily tracked within the workspace of the robot.

Keywords: 3PRS Parallel Robot; Kinematic; Kinetic; Lagrange Method; Control.

* نویسنده مسوول؛ تلفن: ۰۲۶)۳۴۵۷۹۶۰۰)؛ فکس: ۰۲۶)۳۴۵۶۹۵۵۵)

آدرس پست الکترونیک: tourajizadeh@khu.ac.ir

۱- مقدمه

مکانیزم‌های موازی به دلیل سرعت، استحکام، دقت و قابلیت بارگذاری بالا، در پژوهش‌های گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. یکی از پرکاربردترین آنها در سال ۱۹۶۵ توسط دانشمندی به نام استوارت [۱] معرفی شده و توسط دیگر پژوهشگران گسترش داده شد. از مهمترین کاربردهای مکانیزم استوارت می‌توان به انواع شبیه سازهای پرواز اشاره کرد. یکی از مکانیزم‌هایی که می‌توان آن را به نوعی مکانیزم استوارت شبیه دانست، مکانیزمی است با سه درجه آزادی و نام 3PRS، که در این پژوهش بررسی می‌شود. مکانیزم 3PRS به دلیل وجود مفاصل لغزنده در راستای افق، نسبت به مکانیزم استوارات از آزادی بیشتری برای حرکت در صفحه برخوردار است. صفحه متحرک این ربات با سه لینک به مفاصل لغزنده متصل بوده و مشکل تعدد لینک‌های مکانیزم استوارت (۶ لینک) را ندارد. آزادی عملکرد و دقت بالای مکانیزم 3PRS آن را برای کاربردهایی در ابعاد میکرو مناسب کرده است [۲]. از دیگر مصارف این ربات، می‌توان به کاربرد در سیستم تعلیق خودرو اشاره کرد [۳]. در سال ۱۹۸۸ لی و شاه [۴] سینماتیک و دینامیک معکوس نوعی مکانیزم استوارت از نوع سه درجه آزادی با طول لینک‌های متغیر را در فضای مفاصل و به روش لاگرانژ بررسی کردند. این مکانیزم در مواردی نظیر، سه پایه های دوربین کاربرد دارد. از کاستی‌های این نوشتار می‌توان به عدم بررسی دینامیک مستقیم اشاره کرد. در سال ۲۰۰۴ پندار و همکاران [۵]، معادلات دینامیک آن را به روش لاگرانژ، استخراج کرده و ضرایب لاگرانژ را با کمک ماتریس NOC[1] حذف کردند. برای این منظور از دوازده مختصه عمومی استفاده شد؛ که شش مختصه مربوط به لینک‌ها و شش مختصه دیگر از درجات آزادی صفحه متحرک انتخاب شد. در کار آنها هیچ گونه شبیه سازی برای صحه سنجی معادلات یافت شده آورده نشده است؛ همچنین بحثی پیرامون استخراج معادلات سینماتیک ربات انجام نشده است. در سال ۱۹۹۲ گنگ وهاینس [۶]، سینماتیک نوعی مکانیزم استوارت از نوع شش درجه آزادی و طول لینک‌های متغیر را حل کرده و تمام پاسخ های ممکن را برای یک وضعیت ربات یافتند. سپس دینامیک آن را با در نظر گرفتن شش مختصه عمومی شده و مستقل، به کمک معادلات لاگرانژ محاسبه کردند. در مدلسازی مکانیزم های موازی به روش لاگرانژ، پرهیز از وارد کردن مختصه‌های عمومی وابسته، به عدم ظهور ضرایب لاگرانژ در معادله حرکت منجر می‌شود. این امر مزیت بزرگی محسوب می‌شود؛ اما راه حل را طولانی کرده و محاسبات را دشوار می‌کند؛ آنها همچنین سینماتیک مستقیم ربات یاد شده را مدلسازی کرده و در یک وضعیت طولی از لینک‌ها، تمام پاسخ‌ها ممکن را برای جایابی پلتفرم یافتند. از کاستی‌های این نوشتار می‌توان عدم بررسی سینماتیک معکوس مکانیزم را نام برد. درکاربردهای بهینه سازی، یافتن پاسخ‌های ممکن برای طول لینک‌ها، در یک وضعیت پلتفرم، اهمیت بالاتری دارد. در سال ۲۰۰۵ لی و چو [۷]، حل معادلات سینماتیک مکانیزم 3PRS را در مسیر معکوس، به روش دقیق و در مسیر مستقیم، به روش عددی یافتند. سپس معادلات دینامیک آن را به دو روش لاگرانژ و اصل کارمجازی، هردو در مسیر معکوس بررسی کردند. از کاستی‌های پژوهش یاد شده، می‌توان به حل عددی سینماتیک مکانیزم در مسیر مستقیم اشاره کرد. با وجود اینکه حل عددی لزوما نقص محسوب نمی‌شود؛ اما باید توجه داشت که درمورد این ربات، امکان فرمول بندی بهتر سینماتیک به نحوی وجود دارد که حل دقیق داشته باشد و لزومی برای استفاده از روش‌های عددی نیست. از دیگر کاستی این نوشتار، می‌توان به عدم بررسی دینامیک مستقیم ربات اشاره کرد. در سال ۲۰۱۰ تی سای و یوان [۸]، تحلیل دینامیک معکوس مکانیزم 3PRS را به روش تجزیه نیروهای عکس العملی وارد بر مفاصل انجام داده و آن را در مسیر کاری دایروی شبیه سازی کردند و در سال ۲۰۱۱ [۹]، حل دینامیک مستقیم آن را به روش یاد شده انجام داده و به کنترل آن پرداختند. سپس در سال ۲۰۱۴ [۱۰]، دینامیک مستقیم آن را با روش یاد شده و لحاظ کردن نیروی اصطکاک محاسبه کردند. مکانیزم بررسی شده در مراجع [۸-۱۰] در راستای عمود بر صفحه قابلیت حرکت مناسبی داشته و برای حرکت در صفحه بسیار محدود است. درحالی که مکانیزم بررسی شده در پژوهش پیش رو در تمام فضا قابلیت حرکت مناسبی دارد. گرچه روش به کار گرفته شده در پژوهش آنان جدید بوده و نشان از خلاقیت بالای نویسنده

[1] Natural Orthogonal Complement

دارد، اما به مراتب دشوار تر از روش لاگرانژ بوده و در عمل کمکی به ساده سازی مدلسازی نمی‌کند. درسال ۲۰۱۲ لی و استایکو [۱۱]، مکانیزم 3PRC را بررسی کردند که شباهت بسیاری به 3PRS دارد. آنان پس از مدلسازی سینماتیک ربات به استخراج معادلات حرکت با استفاده از روش لاگرانژ و صحه گذاری بر آن از روش کار مجازی پرداختند و درنهایت دینامیک معکوس آن را حل کردند. از کاستی‌های این نوشتار، می‌توان به عدم بررسی دینامیک مستقیم ربات اشاره کرد. در سال ۲۰۱۵ آلتوزارا و همکاران [۱۲]، دینامیک معکوس مکانیزم 3PRS را به روش بولتزمن-هامل تحلیل کرده اند. این مکانیزم نیز مشابه مکانیزم منابع [۸-۱۰] است. از کاستی‌های پژوهش یاد شده، می‌توان به عدم تحلیل دینامیک مستقیم ربات اشاره کرد. در سال ۲۰۱۶ رویز و همکاران [۱۳]، به بررسی ربات 3PRS پرداختند و یک روش برای طراحی سینماتیک آن ارایه کردند. آنان تمام شبیه سازی‌ها را براساس فرض کوچک بودن جابجایی ها انجام دادند. در این حالت می‌توان بسیاری از عوامل غیرخطی را ساده‌سازی کرد. پس از آن به طراحی براساس روش اجزای محدود پرداختند. در نهایت با صحه گذاری آزمایشگاهی بر طراحی‌های انجام شده، درستی محاسبات خود را نشان دادند. پژوهشگران یاد شده در سال ۲۰۱۷ [۲]، تحلیل دینامیک آن را به روش بولتزمن-هامل انجام داده و به صحه گذاری آزمایشگاهی بر آن پرداختند. آنان هدف از این پژوهش را دست یافتن به یک ابزار پنج درجه آزادی (سه درجه آزادی ربات و دو درجه آزادی برای تکیه‌گاه آن) برای جابجایی‌هایی با دقت یک میکرومتر بیان کردند. از کاستی‌های پژوهش آنان می‌توان به عدم بررسی دینامیک مستقیم ربات نام برد. آنان با به دست آوردن قیدهای میان مختصه‌های عمومی، سینماتیک را مدلسازی کرده‌اند و بحثی پیرامون محاسبه پارامتری این مختصه‌ها، بر حسب یکدیگر در مسیر مستقیم و معکوس انجام نداده‌اند. پس از آنها، پوند و کرترو، به بهینه سازی ساختاری ربات 3PRS پرداختند[۱۴]. آنان در ابتدا، سه نوع متفاوت از مکانیزم یاد شده را معرفی کردند؛ تفاوت عمده آنها، در جهت گیری ریل مفاصل لغزنده است. سپس، به منظور حداکثرسازی فضای کاری ربات‌های معرفی شده، به بهینه سازی سینماتیکی آنها پرداختند. در نهایت، فضای کاری هرسه نوع را قیاس کردند. نتایج یافته‌های آنان نشان داد که فضای کاری ربات، در نوعی که تی سای معرفی کرده است، بیشتر بوده و برای مقاصد ماشین‌کاری، برتری دارد. سپس لی و همکاران، به قیاس حرکت پارازیتی[1] در چینش‌های مختلف مکانیزم 3PRS پرداختند [۱۵]. حرکت پارازیتی، توسط نوع چینش لینک‌ها و قرارگیری مفاصل کروی، تعیین می‌شود. در ابتدا، این مکانیزم را برحسب چینش‌های مختلف لینک‌ها، به هفت دسته تقسیم بندی نمودند. سپس، حرکت پارازیتی هرکدام را بررسی کردند. و درنهایت، یک چینش خاص، بدون حرکت پارازیتی معرفی شده است. پس ازآن استایکو، مکانیزم 3PRS را مورد بررسی قرار داد [۱۶]. وی به استخراج معادلات حرکت، با استفاده از روش لاگرانژ، پرداخت و آن را در شکل ماتریسی بیان کرد. سپس، به صحه گذاری بر آن، از روش کار مجازی پرداخت. او پاسخ دینامیک معکوس مکانیزم را یافت و توان مورد نیاز برای هر عملگر فعال ربات را محاسبه کرد. هرچند این پژوهشگر انگیزه بررسی دینامیک ربات را کاربردهای کنترلی بیان کرده است؛ اما، اقدامی در جهت حذف ضرایب لاگرانژ، از معادله حرکت، انجام نداده است. پس از او هررو و همکاران، مکانیزم 2PRU-1PRS را بررسی کردند که شباهت بسیاری به 3PRS دارد [۱۷]. ربات یاد شده، سه درجه آزادی داشته و مفاصل آن، از انواع لغزنده، دوار، یونیورسال و کروی است. آنها انگیزه پژوهش خود را ساخت ابزاری برای سنجش ارتعاشات، بیان کردند. برای این منظور، ابتدا به مدل‌سازی سینماتیک و بررسی سرعت و شتاب ربات پرداختند و پژوهش خود را با استخراج معادلات دینامیک سیستم، از روش نیوتن-اویلر، به سرانجام رساندند. سپس لی و همکاران، به تحلیل ابعادی مکانیزم 3PRS، با بررسی ابعاد همگن ماتریس ژاکوبین تحلیلی پرداختند [۱۸]. آنها با بررسی سینماتیک، روشی برای طراحی بهینه ابعاد ربات پیشنهاد کردند. اساس روش آنها، مبتنی بر تحلیل حساسیت سیستم، و معرفی یک شاخص بهینه سازی است. پس از آنان، لیپینگ و همکاران، به معرفی یک مکانیزم 3PUU پرداختند [۱۹]. این مکانیزم، شباهت‌های بسیاری به نوع 3PRS دارد. این ربات، از نوع سه درجه آزادی است؛ مفاصل ربات، از انواع لغزنده و یونیورسال است. نویسندگان یاد شده، با بررسی

[1] Parasitic

سینماتیک آن، به شرح ویژگی‌ها و محدودیت‌های آن پرداخته‌اند. و درنهایت، به این نتیجه دست یافتند که این مکانیزم، امکان استفاده در جهت یک ماژول سر ابزار مناسب را دارا است.

در این پژوهش، تحلیل سینماتیک و دینامیک مکانیزم یاد شده، هردو در مسیرهای مستقیم و معکوس انجام شد و نتایج آن ها قیاس گردید. در ابتدا سینماتیک مستقیم ربات بر پایه هندسه تحلیلی مدل‌سازی شد. این روش توانایی محاسبه پارامتری تمام متغیرهای فضای کاری را برحسب متغیرهای فضای مفاصل دارد و نه تنها پژوهشگر را از محاسبه عددی آنها بی نیاز می‌کند، بلکه امکان بهینه سازی هندسی ربات را نیز فراهم می‌کند. دیگر مزیت محاسبه پارامتری سینماتیک، یافتن مسیرهای متفاوت رسیدن به نقطه مقصد در پلتفرم است؛ همچنین معادلات حرکت ربات ازروش لاگرانژ به‌دست آمد و ضرایب لاگرانژ حذف شد. حذف این ضرایب برای کاربردهای بهینه سازی ضروری است که تاکنون در مورد این ربات انجام نشده است و این نوشتار اولین پژوهش از این نوع است. این معادلات دینامیکی برای ایجاد امکان کنترل غیرخطی ربات ضروری بوده و حذف ضرایب لاگرانژ حجم محاسبات لازم را کاهش می دهد. سپس، تحلیل دینامیک مستقیم این مکانیزم شبیه سازی شد که مشابهی دربین کارهای انجام شده ندارد. در نهایت کنترل ربات با کمک معادلات دینامیکی سیستم و استفاده از روش گشتاور معین انجام شد. برای دفع اغتشاشات ورودی، یک کنترلر PD با کنترلر CTM[1] جمع شد. اهمیت به کار گیری روش فوق در تخمین یک حدس اولیه مناسب برای اعمال نیروهای کنترلی است. این حدس اولیه مطلوب که با استفاده از معادلات حرکت سیستم و خطای موقعیت و سرعت بدست می‌آید، از اعمال نیروهای نامناسب کنترلی پیش‌گیری کرده و همواری مسیر حرکت را به دنبال دارد. با استفاده از مدل به - دست آمده و کنترلر طراحی شده برای این ربات موازی، در فضای کاری هر مسیر دلخواه را می‌توان به سادگی طی کرد؛ حتی اگر خطای اولیه‌ای در قرارگیری و حدس مکان عملگرها وجود داشته باشد. به عبارت دیگر به کمک این کنترلر، می‌توان از مزایای دو روش کنترلی فیدبک و فیدفوروارد به طور هم زمان بهره جست و علاوه بر اعمال سیگنال کنترلی مناسب برای یک سیستم غیرخطی اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها را به کمک ترم های فیدبک از بین برد.

در این نوشتار، ابتدا در بخش سینماتیک، روابط موقعیت و سرعت مکانیزم در مسیرهای مستقیم و معکوس استخراج شد. سپس در بخش دینامیک، با استفاده از رابطه لاگرانژ، معادلات دینامیکی ربات به دست آمد و پس از حذف ضرایب لاگرانژ، در مسیرهای مستقیم و معکوس مدل گردید. پس از آن در بخش کنترل، کنترلر مسیر مستقیم با استفاده از روابط دینامیکی طراحی شد. درنهایت تمامی معادلات به دست آمده در نرم افزار متلب شبیه‌سازی شد و برای صحت سنجی معادلات، نتایج یافته‌ها با مدل شبیه سازی شده در محیط سیم مکانیک مقایسه گردید.

۲- مدل‌سازی سینماتیک

سینماتیک مکانیزم مورد نظر در مسیرهای مستقیم و معکوس مطابق آنچه در ادامه آمده است، مدل شد.

۲-۱- سینماتیک مستقیم

نقطه O مبدا مختصات مرجع و نقاط A_i به عنوان ابتدای ریل حرکت مفاصل لغزنده در نظر گرفته شد.

$$o=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}, A_1=\begin{bmatrix}0\\0\\a\end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix}\frac{a\sqrt{3}}{2}\\0\\\frac{-a}{2}\end{bmatrix}, A_3=\begin{bmatrix}\frac{-a\sqrt{3}}{2}\\0\\\frac{-a}{2}\end{bmatrix} \quad (1)$$

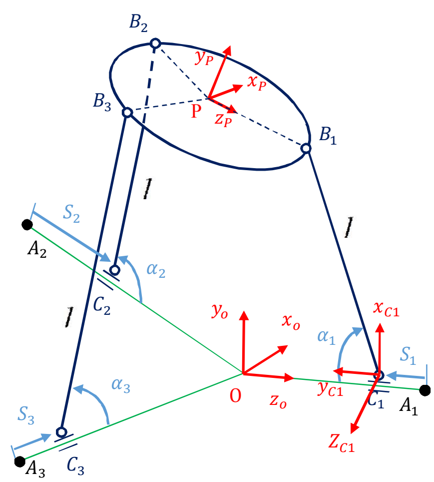
که در آن a طول ریل مفاصل لغزنده است. برای انتخاب دستگاه های مختصات از روش دنات-هاتنبرگ[2] استفاده شد و جدول پارامترهای معرف لینک‌ها مطابق مرجع [۲۰] استخراج گردید:

جدول ۱- پارامترهای معرف لینک‌ها

e	β	d	Θ	لینک
0	-90	$a-s_1$	90	OC1

[1] Computed Torqe Method

[2] Denavit-Hartenberg



شکل ۱- شماتیک مکانیزم

که در آن e (فاصله بین محورهای z قدیم و z جدید در راستای محور x جدید)، β (زاویه بین محورهای z قدیم و z جدید حول محور x جدید)، d (فاصله عمودی بین مبدا دستگاه قدیم و فصل مشترک (x جدید و z قدیم) در راستای محور z قدیم)، Θ (زاویه بین محور های x قدیم و x جدید حول محور z قدیم) است. ماتریس انتقال همگن[1] بر حسب پارامترهای جدول ۱ به صورت رابطه (۲) است:

$$H^o_{c_1} = R_{z,\theta} T_{z,d} T_{x,e} R_{x,\beta} \quad (۲)$$

که در آن $R_{z,\Theta}$ دوران حول محور z به اندازه Θ و $T_{z,d}$ انتقال در راستای محور z و به اندازه d است. جدول پارامترهای دنات هاتنبرگ در دو لینک دیگر نیز، مانند لینک اول است؛ با این تفاوت که یک دوران اضافی حول محور y دارند.

$$\begin{cases} H^o_{c_2} = R_{y,\frac{2\pi}{3}} R_{z,\theta} T_{z,d} T_{x,e} R_{x,\beta} \\ H^o_{c_3} = R_{y,-\frac{2\pi}{3}} R_{z,\theta} T_{z,d} T_{x,e} R_{x,\beta} \end{cases} \quad (۳)$$

مختصات نقطه B_i در دستگاه محلی متصل به مفصل C_i برابر است با:

$$B_i^{c_i} = \begin{bmatrix} l\ sin\alpha_i \\ l\ cos\alpha_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

[1] Homogeneous Transformations

در آن l طول هر لینک و α_i زاویه لینک متصل به مفصل C_i با ریل حامل آن است. مختصات نقطه B_i در دستگاه مرجع متصل به نقطه O به‌صورت رابطه (۵) است:

$$\begin{bmatrix} B_i^o \\ 1 \end{bmatrix}_{(s_i,\alpha_i)} = H^o_{c_i} \begin{bmatrix} B_i^{c_i} \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad i = 1,2,3 \quad (۵)$$

رابطه قیدی بین S_i و α_i از حل دستگاه (۶) بدست آمد:

$$\begin{cases} f_1 = \overrightarrow{B_1B_2}^T . \overrightarrow{B_1B_2} - 3b^2 = 0 \\ f_2 = \overrightarrow{B_1B_3}^T . \overrightarrow{B_1B_3} - 3b^2 = 0 \\ f_3 = \overrightarrow{B_2B_3}^T . \overrightarrow{B_2B_3} - 3b^2 = 0 \end{cases} \quad (۶)$$

که در آن b شعاع صفحه متحرک است. مختصات نقطه p چنین است:

$$\begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{3} H^o_{c_i} \begin{bmatrix} B_i^{c_i} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

بردار یکه عمود بر صفحه متحرک برابر است با:

$$\vec{n} = \frac{(\overrightarrow{B_1B_2} \times \overrightarrow{B_1B_3})}{|B_1B_2|.|B_1B_3| sin\frac{\pi}{3}} \quad (۸)$$

مختصات محلی حامل صفحه متحرک در حالت جابجایی نهایی $(xyz)_p$ است. بردار $\vec{n}$ با بردار یکه جهت $\vec{\jmath}_p$ برابر است. $\vec{k}_p, \vec{\imath}_p$ از روابط زیر به‌دست آمد:

$$\vec{k}_p = \frac{\overrightarrow{pB_1}}{b}, \vec{\imath}_p = \vec{\jmath}_p \times \vec{k}_p \quad (۹)$$

در دستگاه مختصات $(xyz)_o$:

$$\vec{\imath}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{\jmath}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{k}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (۱۰)$$

ماتریس دوران تبدیل $(xyz)_p$ به $(xyz)_o$ برابر است با:

$$R^o_p = \begin{bmatrix} \vec{\imath}_p.\vec{\imath}_o & \vec{\jmath}_p.\vec{\imath}_o & \vec{k}_p.\vec{\imath}_o \\ \vec{\imath}_p.\vec{\jmath}_o & \vec{\jmath}_p.\vec{\jmath}_o & \vec{k}_p.\vec{\jmath}_o \\ \vec{\imath}_p.\vec{k}_o & \vec{\jmath}_p.\vec{k}_o & \vec{k}_p.\vec{k}_o \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

زوایای دوران صفحه متحرک حول محورهای مختصات دستگاه مرجع متصل به نقطه o به صورت یاو، پیچ و رول درنظر گرفته شد. ماتریس دوران نهایی به صورت رابطه (۱۲) خواهد بود:

$$R_{\varphi,\theta,\psi} = \begin{bmatrix} c\varphi c\theta & -s\varphi c\psi + c\varphi s\theta s\psi & s\varphi s\psi + c\varphi s\theta c\psi \\ s\varphi c\theta & c\varphi c\psi + s\varphi s\theta s\psi & -c\varphi s\psi + s\varphi s\theta c\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

با برابر قرار دادن R_p^o و $R_{\varphi,\theta,\psi}$ و حل معادلات بدست آمده، می‌توان زوایای φ,θ,ψ را یافت. به دلیل محدودیت حرکت مفاصل C_i و اینکه تنها دوران این مفاصل حول محور Z_{ci} است، منطقی است اگر فرض شود $\theta \ll \frac{\pi}{2}$ خواهیم داشت:

$$\theta = -\sin^{-1}(\vec{\imath}_p.\vec{k}_o),\psi = \tan^{-1}\left(\frac{\vec{\jmath}_p.\vec{k}_o}{\vec{k}_p.\vec{k}_o}\right),$$
$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\vec{\imath}_p.\vec{\jmath}_o}{\vec{\imath}_p.\vec{\imath}_o}\right). \quad (۱۳)$$

لازم به توضیح است که زاویه θ بیانگر دوران حول محور y است. و اگر فرض شود که این زاویه به مقدار زیادی (حتی در حدود ۱۰ درجه) دوران داشته باشد، مفاصل B_i از امتداد شیارهای OA_i خارج می‌شوند. این پدیده بیانگر شکسته شدن مفصل دورانی C_i است. دقت شود که مفصل C_i، تنها حول محور z محلی خود دوران دارد؛ اما دوران زاویه θ به مقدار زیاد، به معنی دوران مفصل C_i حول محور x محلی است و این به معنای شکسته شدن مفصل است. فرض $\theta \ll \frac{\pi}{2}$ از آن جهت حایز اهمیت است که از صفر شدن $\cos(\theta)$ در رابطه ۱۲ پیشگیری شود. با این فرض، رابطه ۱۳ بی هیچ تکینگی صادق است. سرعت‌های خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک، از روابط (۱۴) حاصل شد:

$$[j] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s_1} & \cdots & \frac{\partial x}{\partial \alpha_3} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi}{\partial s_1} & \cdots & \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_3} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = [j] \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \dot{s}_3 \\ \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

۲-۲- سینماتیک معکوس

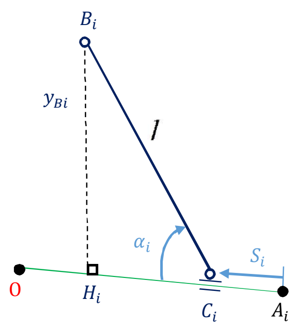
زوایای دوران صفحه متحرک حول محورهای مختصات دستگاه مرجع متصل به نقطه o به صورت یاو، پیچ و رول درنظر گرفته شد که ماتریس دوران نهایی به صورت (۱۵) خواهد بود:

$$R_{\varphi,\theta,\psi} = \begin{bmatrix} c\varphi c\theta & -s\varphi c\psi + c\varphi s\theta s\psi & s\varphi s\psi + c\varphi s\theta c\psi \\ s\varphi c\theta & c\varphi c\psi + s\varphi s\theta s\psi & -c\varphi s\psi + s\varphi s\theta c\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

با مشخص بودن مختصات نقطه $p = [x\ y\ z]^T$ داریم:

$$[B_1^o \quad B_2^o \quad B_3^o]_{(x,y,z,\psi,\theta,\varphi)} = p[1 \quad 1 \quad 1] + R_{\varphi,\theta,\psi} \begin{bmatrix} 0 & \frac{b\sqrt{3}}{2} & \frac{-b\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ b & \frac{-b}{2} & \frac{-b}{2} \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

مطابق شکل ۲، طول تصویر نقطه B_i روی ریل S_i به‌صورت زیر است:



شکل ۲- شماتیک سینماتیک معکوس

$$oH_i = \overrightarrow{oB_i}.\frac{\overrightarrow{oA_i}}{|oA_i|} \quad (۱۷)$$

y_{Bi} مولفه B_i در جهت y است. از رابطه فیثاغورث:

$$H_iC_i = \sqrt{l^2 - y_{Bi}^2} \quad (۱۸)$$

حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} S_i = a - (oH_i \pm H_iC_i) \\ \alpha_i = \tan^{-1}(\frac{y_{Bi}}{H_iC_i}), \pi - \tan^{-1}\left(\frac{y_{Bi}}{H_iC_i}\right) \end{cases} \quad (۱۹)$$

برای یافتن سرعت مفاصل در حل سینماتیک معکوس می‌توان با استفاده از ماتریس ژاکوبین به‌دست آمده در حل سینماتیک مستقیم، نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \dot{s}_3 \\ \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix} = [j]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

درنهایت، قیدهای سینماتیکی ربات، برای استفاده در مدلسازی دینامیک سیستم، از برابری روابط ۵ و ۱۶ به‌صورت زیر حاصل شد:

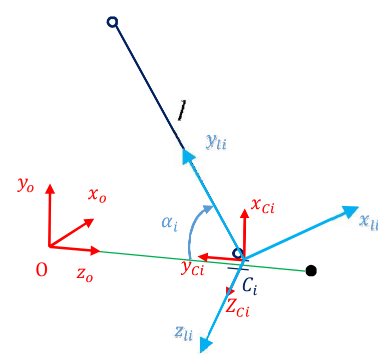
$$\begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^o \\ B_2^o \\ B_3^o \end{bmatrix}_{(x,y,z,\psi,\theta,\varphi)} - \begin{bmatrix} B_1^o \\ B_2^o \\ B_3^o \end{bmatrix}_{(s_i,\alpha_i)} = 0 \qquad (۲۱)$$

۳- مدل‌سازی دینامیک

صفحه متحرک ربات به‌شکل دایره است و می‌توان تمام جرم آن در مرکز جرم فرض کرد. برای مدلسازی دینامیک سیستم از $[\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \psi, \theta, \phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, S_1, S_2, S_3]^{\mathrm{T}}$ بـه عنـوان دوازده مختصه تعمیم یافته استفاده شـد. انـرژی جنبشـی مکـانیزم مطابق مرجع [۲۱] برابر است با:

$$\begin{cases} T_p = \dfrac{1}{2}\left(\omega_p^T I_p \omega_P + M V_p^T V_P\right) \\ T_l = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{i=1}^{3}\left(\omega_i^T I_{li}\omega_i + m V_i^T V_i\right) \end{cases},$$
$$T = T_p + T_l \qquad (۲۲)$$

T_p, M جرم و انرژی صفحه متحرک، T_l, m جرم و انرژی لینک ها است. I_p ممان اینرسی صفحه متحرک و I_{li} ممان اینرسی لینک i ام و هردو نسبت به مختصات مرجع است. باتوجه به شکل ۳، ممان اینرسی هر لینک در دستگاه $(xyz)_{li}$ نوشته شد و برای انتقال آن به دستگاه مرجع از ماتریس دوران این دو دستگاه نسبت به هم کمک گرفته شد؛ همچنین ممان اینرسی صفحه متحرک نسبت به دستگاه $(xyz)_p$ نوشته شده و به دستگاه مرجع برده شد:



شکل ۳- دستگاه های مرجع و محلی لینک ها

با توجه به شکل ۳ می‌توان نوشت:

$$R_{li}^o = R_{Ci}^o R_{z,-\alpha_i}, \quad H_{Ci}^o = \begin{bmatrix} R_{Ci}^o & d_{Ci}^o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۲۳)$$

برای محاسبه I_p و I_{li} می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} I_p = \dfrac{1}{2} M b^2 R_{\varphi,\theta,\psi} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} R_{\varphi,\theta,\psi}^T, \\ I_{li} = \dfrac{1}{3} m l^2 R_{li}^o \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} R_{li}^{oT}. \end{cases} \qquad (۲۴)$$

تمامی سرعت‌ها در دستگاه مختصات مرجع نوشته شد:

$$\begin{cases} \omega_P = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}, \quad v_P = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \\ \omega_i = R_{Ci}^o \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha}_i \end{bmatrix}, \quad v_i = \dot{S}_i \dfrac{\overrightarrow{A_i o}}{|A_i o|}. \end{cases} \qquad (۲۵)$$

انرژی پتانسیل مکانیزم برابر است با:

$$U = Mgy + mg\frac{l}{2}\sum_{i=1}^{3}\sin(\alpha_i) \qquad (۲۶)$$

g شتاب گرانش زمین است. معادلات حرکت لاگرانژ برابر است با:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \dfrac{\partial L}{\partial q_i} + \displaystyle\sum_{k=1}^{9}\lambda_k \dfrac{\partial f_k}{\partial q_i} = Q_i \\ L = T - U \\ q = [x; y; z; \psi; \theta; \varphi; \alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; s_1; s_2; s_3] \\ Q = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; {}_1; {}_2; {}_3] \end{cases} \qquad (۲۷)$$

که در آن، Q بیانگر نیروهای تعمیم یافته است. در این پژوهش از نیروی اصطکاک کولمب صرفنظر شد. روابط f_k میان قیود است از معادله ۲۱ به‌دست آمد.

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = \dfrac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\ddot{q}_j + \dfrac{\partial}{\partial q_j}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\dot{q}_j, \\ \dfrac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = m_{ji}, \quad \dfrac{\partial}{\partial q_j}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = c_{ji}, \\ \dfrac{\partial L}{\partial q_i} = g_i, \quad \dfrac{\partial f_k}{\partial q_i} = a_{ki}. \end{cases} \qquad (۲۸)$$

در نهایت، معادله حرکت برابر خواهد بود با:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} - G + A^T\lambda = Q \qquad (۲۹)$$

در آن M ماتریس اینرسی، C ماتریس کوریولیس، G ماتریس گرانش، A ماتریس وزنی ضرایب لاگرانژ و Q بردار نیروهای تعیمیم یافته است. برای حذف ضرایب لاگرانژ از معادله حرکت، ماتریس پوچی A از تعریف (۳۰) حاصل شد[۲۲]:

$$\begin{cases} AS = 0, \\ \vec{v} = [\dot{s}_1; \dot{s}_2; \dot{s}_3], \\ \dot{\vec{q}} = S\vec{v}, \\ \ddot{\vec{q}} = \dot{S}\vec{v} + S\dot{\vec{v}}. \end{cases} \quad (۳۰)$$

درآن S ماتریس پوچی است. با ضرب کردن از سمت چپ S^T در معادله ۲۹ و جاگذاری مشتقات q از رابطه ۳۰ خواهیم داشت:

$$S^T M S\dot{\vec{v}} + S^T M\dot{S}\vec{v} + S^T CS\vec{v} - S^T G = S^T Q \quad (۳۱)$$

در آن $S^T Q = \vec{} = [F_1;\ _2;\ _3]$ است. برای محاسبه مشتق ماتریس پوچی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} AS = 0 \rightarrow \dot{A}S + A\dot{S} = 0 \rightarrow \dot{S} = -A^{-1}\dot{A}S \\ A^{-1} = A^T (AA^T)^{-1} \end{cases} \quad (۳۲)$$

با انتخاب $\vec{X}_{6\times1} = [S_1, S_2, S_3, v^T]^{\mathrm{T}}$ به عنوان متغیرهای فضای حالت ، صورت فضای حالت سیستم برابر است با:

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}} = \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{v} \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0]_{3\times3} \\ (S^T MS)^{-1} \end{bmatrix} \vec{}, \\ h = (S^T MS)^{-1} S^T \left(G - CS\vec{v} - M\dot{S}\vec{v}\right). \end{cases} \quad (۳۳)$$

۴- طراحی کنترلر

معادله ۳۱ را می‌توان به صورت (۳۴) نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\vec{v}} = \left(-\widehat{M}^{-1} b\right)\vec{v} + \widehat{M}^{-1}(\vec{} + \widehat{G}) \\ \widehat{M} = (S^T MS), \quad \widehat{G} = S^T G \\ b = S^T\left(CS + M\dot{S}\right) \end{cases} \quad (۳۴)$$

اگر یک ورودی کنترلی به صورت ترکیبی از کنترلرهای PD [۲۳] و CTM در نظر بگیریم خواهیم داشت [۲۴] :

در آن، IKM بیانگر سینماتیک معکوس، IDM بیانگر دینامیک معکوس است؛ همچنین، زیرنویس‌های a,d به ترتیب بیانگر actual,desired هستند. کنترلر CTM که با استفاده از دینامیک معکوس ربات طراحی می‌شود، به صورت رابطه (۳۵) است:

$$\widehat{M}\dot{\vec{v}} + b\vec{v} - \widehat{G} = \vec{}_{CTM} \quad (۳۵)$$

با توجه به شکل ۴، ورودی‌های $\dot{\vec{v}}$ از مختصات desired محاسبه شده و سایر عبارات در رابطه ۳۵ از مختصات actual به دست می‌آیند. معادلات کنترلر PD چنین است:

$$(K_p\vec{e} + K_d\dot{\vec{e}}) = \vec{}_{PD}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}_d - \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}_a \quad (۳۶)$$

در آن، K_p, K_d به ترتیب ضرایب مشتق گیر و تناسبی در کنترلر PD هستند. ورودی کنترلی کلی چنین خواهد بود:

$$\vec{u} = \vec{}_{PD} + \vec{}_{CTM} \quad (۳۷)$$

با اعمال ورودی ۳۷ به سیستم ۳۴ داریم:

$$\dot{\vec{v}} = \widehat{M}^{-1}\left(K_p\vec{e} + K_d\dot{\vec{e}}\right) + \dot{\vec{v}}_d \quad (۳۸)$$

برای بررسی پایداری سیستم در حضور این ورودی کنترلی، تابع مثبت معین زیر به عنوان تابع لیاپانوف انتخاب شد:

$$V = \frac{1}{2}\vec{v}^T I_3 \vec{v} \quad (۳۹)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف داریم:

$$V = \vec{v}^T I_3 \dot{\vec{v}} \quad (۴۰)$$

با مقدار گذاری از رابطه ۳۸ در رابطه ۴۰ داریم:

$$\dot{V} = \vec{v}^T I_3(\widehat{M}^{-1}\left(K_p\vec{e} + K_d\dot{\vec{e}}\right) + \dot{\vec{v}}_d) \quad (۴۱)$$

عبارت ۴۱ را می‌توان چنین نوشت:

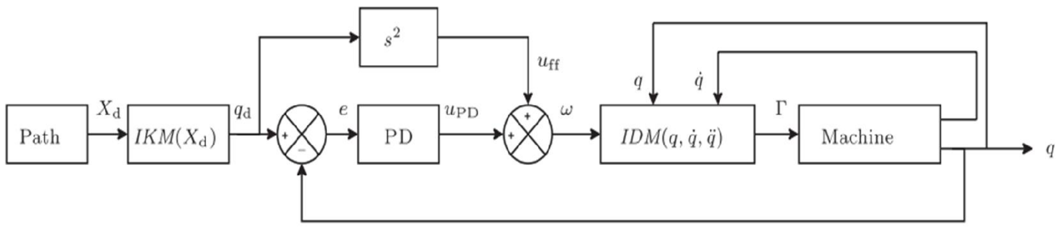
$$\dot{V} = -(\vec{v}_d - \vec{v})^T I_3(\widehat{M}^{-1}\left(K_p\vec{e} + K_d\dot{\vec{e}}\right) + \dot{\vec{v}}_d)$$
$$+\vec{v}_d{}^T I_3(K_p\vec{e} + K_d\dot{\vec{e}}) \quad (۴۲)$$

حال اگر سرعت را در نقطه نهایی ($\vec{v}_d$) برابر با صفر فرض کنیم داریم:

$$\vec{e} = (\vec{v}_d - \vec{v})$$

$$\dot{V} = -\vec{e}^T\widehat{M}^{-1}K_p\vec{e} - \vec{e}^T\widehat{M}^{-1}K_d\vec{e} \quad (۴۳)$$

عبارت سمت راست در رابطه ۴۳ منفی معین است. پس برای پایدار بودن سیستم کافی است تا دوحالت پیش آید: ۱- عبارت سمت چپ نیز منفی معین باشد. ۲- مقدار بدون علامت عبارت سمت چپ، از مقدار بدون علامت عبارت سمت راست کوچکتر باشد. با کمی دقت کاملا مشخص است که حالت دوم همیشه برقرار است؛ زیرا اگر ضرایب کنترلی به طور مطلوب انتخاب شود، همواره مقدار بدون علامت خطای سرعت از مقدار بدون علامت خطای موقعیت بیشتر است. پس در این حالت، سیستم پایدار بوده و کنترلر طراحی شده در تمامی بازه‌ی کاری دارای اعتبار است.



شکل ۴- فلوچارت سیستم در حضور کنترلر CTM+PD [۲۴]

۵- نتایج به‌دست آمده

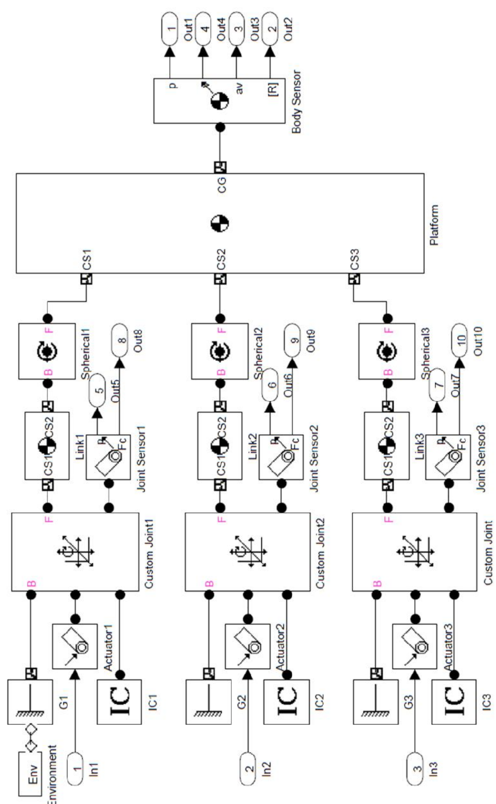
در این پژوهش پس از مدلسازی سینماتیک و دینامیک ربات 3PRS به صحه سنجی با استفاده از مدل شبیه سازی شده در محیط سیم مکانیک پرداخته شد. نمایش مدل پیاده شده برای این ربات در شکل ۵ آمده است. برای شبیه سازی، از مقادیر جدول ۲ استفاده شد.

موقعیت و زوایای صفحه متحرک به روش سینماتیک مستقیم و با ورودی‌های s_i به دست آمد. از نتایج آن برای سینماتیک معکوس ربات و محاسبه s_i های مورد انتظار استفاده شد. مطابق آنچه در شکل ۶ آمده است، حل معکوس دو پاسخ دارد که یکی از آن‌ها منطبق بر ورودی سینماتیک مستقیم بوده و پاسخ دیگر، نشان دهنده مسیر ممکن دوم برای رسیدن به موقعیت صفحه متحرک است.

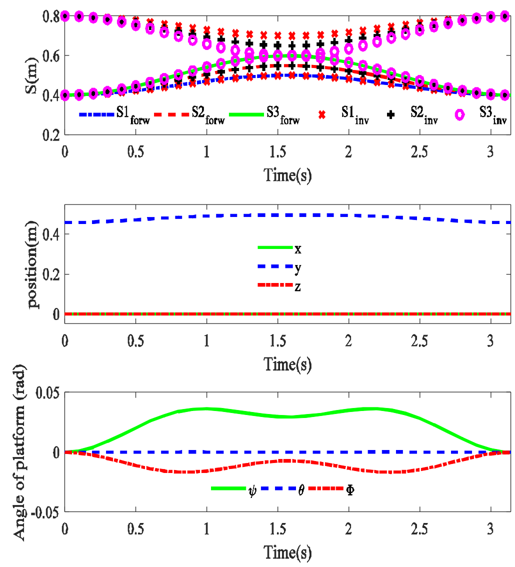
جدول ۲- مقدار پارامترهای مکانیزم

پارامتر	علامت	واحد	مقدار
طول ریل	a	متر (m)	0.8
شعاع پلتفرم	b	متر (m)	0.2
طول لینک	l	متر (m)	0.5
جرم پلتفرم	M	کیلوگرم (kg)	1
جرم لینک	m	کیلوگرم (kg)	0.1
شتاب گرانش	g	متربرمجذورثانیه (m/s^2)	9.8

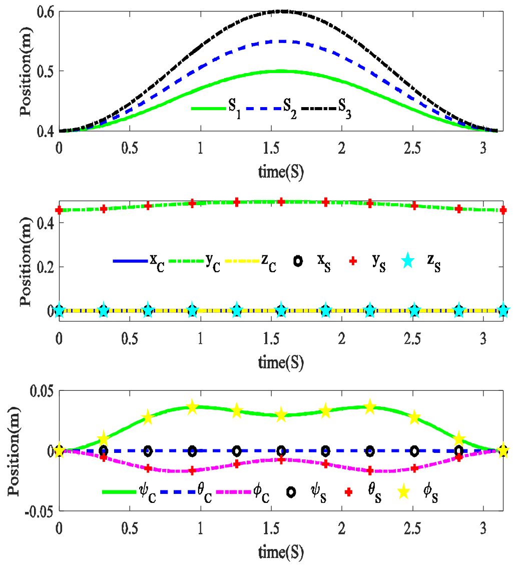
به منظور صحه سنجی نتایج به دست آمده در سینماتیک موقعیتی، هر دو مسیر s_i متفاوت یاد شده به عنوان ورودی به مدل سیم مکانیک داده شد و خروجی‌های حاصل از آنها مقایسه گردید. طبق شکل ۷، با استفاده از هردو مسیر پیش بینی شده برای حرکت لغزنده‌ها، می‌توان به موقعیت دلخواه مورد نظر در پلتفرم دست یافت. سپس



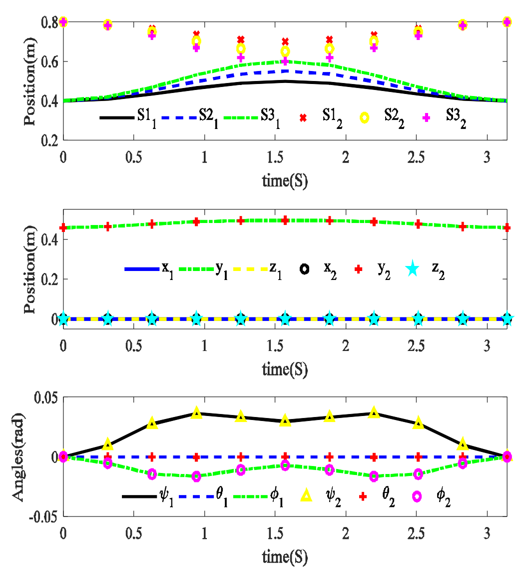
شکل ۵- مدل ربات 3PRS در محیط سیم‌مکانیک



شکل ۶- سینماتیک موقعیتی

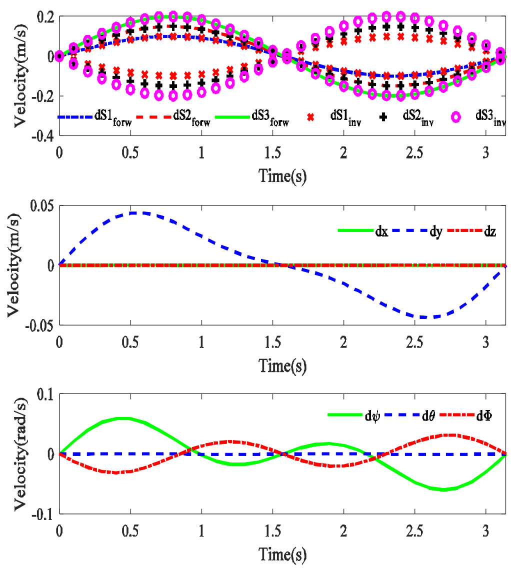


شکل ۸- موقعیت محاسبه شده (c) سیم‌مکانیک (S) پلتفرم



شکل ۷- موقعیت پلتفرم از دو مسیر متفاوت در سیم‌مکانیک

موقعیت پلتفرم برای یک مسیر مشابه در دو حالت معادلات سینماتیک و مدل سیم مکانیک مقایسه شد. اطلاعات موجود در شکل ۸ درستی مدلسازی سینماتیک را تایید می‌کند.



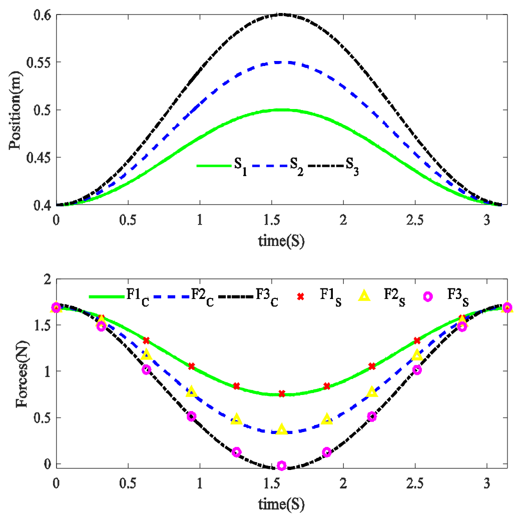
شکل ۹- سینماتیک سرعتی

سرعت‌های خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک به روش سینماتیک مستقیم و با ورودی $\dot{s}_i$ به‌دست آمد. از نتایج آن برای سینماتیک معکوس مکانیزم و محاسبه $\dot{s}_i$ های مورد انتظار استفاده شد. مطابق آنچه در شکل ۹ آمده

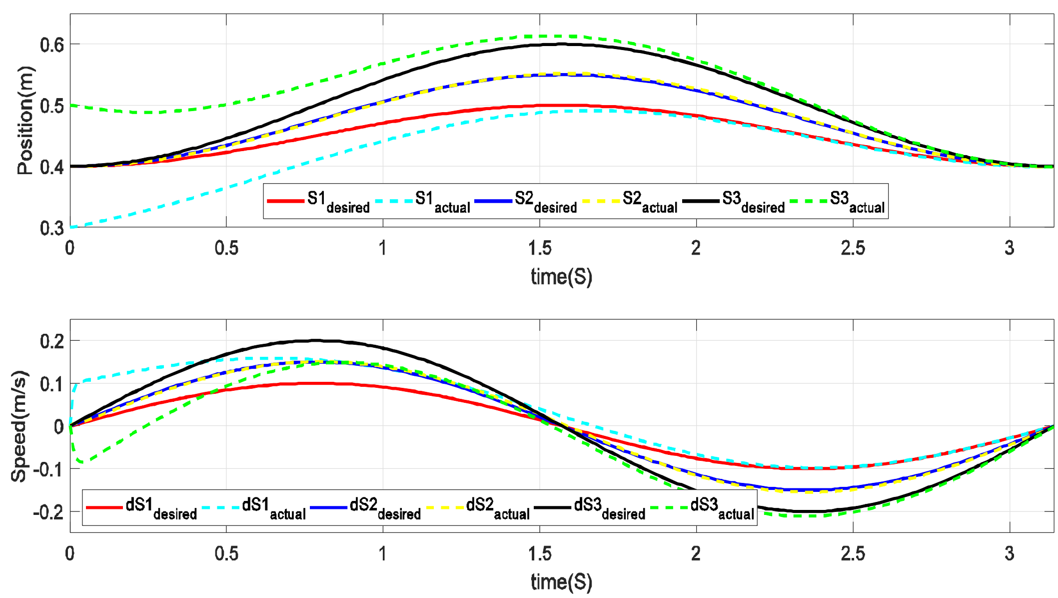
است، حل معکوس دو پاسخ دارد که یکی از آن‌ها منطبق بر ورودی سینماتیک مستقیم بوده و پاسخ دیگر، نشان دهنده مسیر ممکن دوم برای رسیدن به سرعت‌های خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک است.

در شبیه سازی دینامیک معکوس، به منظور رسیدن به موقعیت و زوایای دلخواه پلتفرم که در بخش سینماتیک موقعیتی آورده شده است، یک مسیر از دو راه ممکن در عملگرهای لغزنده انتخاب شد. با ورودی مقادیر $s_i, \dot{s}_i, \ddot{s}_i$ انتخاب شده، نیروهای اعمال شده توسط پیستون‌های هیدرولیکی تعیین شد. برای صحه سنجی نتایج به دست آمده، مسیرهای s_i انتخاب شده در این بخش به عنوان ورودی به مدل سیم مکانیک داده شد و نیروهای پدید آمده در مفاصل لغزنده اندازه گیری گردید. طبق شکل ۱۰، شبیه سازی در نرم افزار یاد شده، صحت مدلسازی دینامیک را تایید می‌کند.

برای سنجش عملکرد کنترلر CTM+PD، یک اغتشاش اولیه به مکان لغزنده ها اعمال شد. همانگونه که در شکل ۱۱ مشخص است، کنترلر یاد شده به خوبی از پس دفع اغتشاشات برآمده و مکان و سرعت لغزنده‌های ربات را به مسیرهای مطلوب باز گردانده است. در این بخش، ضرایب بهره کنترلر PD تماما برابر با ۱۰ فرض شدند.

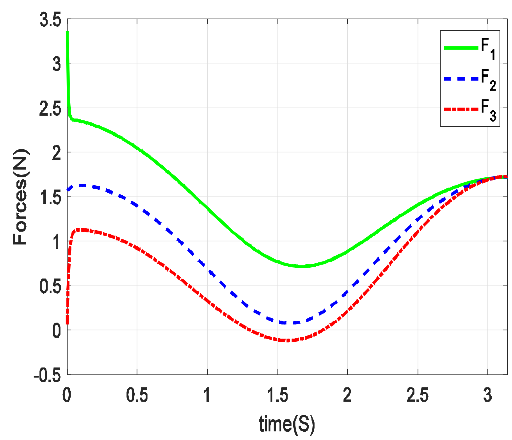


شکل ۱۰- نیروهای محاسبه شده با متلب و سیم‌مکانیک



شکل ۱۱- مقایسه مسیر دلخواه و مسیر واقعی در وجود اغتشاش اولیه (طی شده به کمک کنترلر CTM+PD)

شکل ۱۲ نیروهای کنترلی صرف شده برای دفع اغتشاشات و طی مسیر مطلوب را نشان می‌دهد. همانگونه که مشخص است، نیروهای کنترلی در ابتدا مقدار زیادی را دارند. رفته رفته و با نزدیک شدن سیستم به مقدار مطلوب، این نیروها نیز به نیروهای کنترلی موجود در شکل ۱۰ نزدیک شده‌اند؛ که شکل یاد شده نیروهای کنترلی در کنترلر CTM را نشان می‌دهد. این امر، حاکی از کارایی بالای کنترلر CTM+PD است.



شکل ۱۲- نیروهای کنترلی بدست آمده توسط کنترلر CTM+PD

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش، تحلیل سینماتیک و دینامیک مکانیزم یاد شده، هردو در مسیرهای مستقیم و معکوس انجام شد و نتایج آن‌ها قیاس گردید. در ابتدا سینماتیک مستقیم ربات بر پایه هندسه تحلیلی مدل‌سازی شد. این روش توانایی محاسبه پارامتری تمام متغیرهای فضای کاری را برحسب متغیرهای فضای مفاصل دارد و پژوهشگر را از محاسبه عددی آنها بی نیاز می‌کند. مزیت اصلی کار پیش رو، محاسبه تحلیلی سینماتیک سرعتی و موقعیتی در مسیرهای مستقیم و معکوس برای تمامی نقاطی است که مکانیزم قابلیت رسیدن به آنها را دارد، خواه ماتریس ژاکوبین سینگولار شود و یا خیر. اهمیت این مساله از آن جهت است که توانایی محاسبه سرعت‌ها و شتاب‌ها و درنتیجه نیروهای مورد نیاز برای حرکت صفحه متحرک در مرز کاری را فراهم می‌کند بی آنکه نیاز به هیچ روش حل عددی باشد. دیگر مزیت محاسبه پارامتری سینماتیک، یافتن مسیرهای متفاوت رسیدن به نقطه مقصد در پلتفرم است؛ همچنین معادلات حرکت ربات ازروش لاگرانژ به‌دست آمد و ضرایب لاگرانژ حذف شد. حذف این ضرایب برای کاربردهای بهینه سازی ضروری است که تاکنون در مورد این ربات انجام نشده است و این نوشتار اولین پژوهش از این نوع است. سپس، تحلیل دینامیک مستقیم این مکانیزم شبیه سازی شد که مشابهی دربین کارهای انجام شده ندارد. در نهایت کنترل ربات با کمک معادلات دینامیکی سیستم و استفاده از روش گشتاور معین انجام شد. پس از آن به تجمیع این کنترلر با یک کنترلر PD پرداخته شد و با استفاده از آن، اغتشاشات ورودی دفع گردید. با استفاده از مدل به دست آمده و کنترلر طراحی شده برای این ربات موازی، در فضای کاری هر مسیر دلخواه را می‌توان به سادگی طی کرد.

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

a	طول ریل حرکت مفاصل لغزنده (m)
b	شعاع صفحه متحرک (m)
i	نیروی اعمالی توسط مفصل لغزنده i ام (N)
g	شتاب گرانش زمین (m/s^2 9.8)
l	طول هر لینک (m)
M	جرم هر لینک (kg)
M	جرم صفحه متحرک (kg)
S_i	جابجایی مفصل لغزنده i ام (m)
T_i	گشتاور اصطکاک در مفصل دورانی i ام (N.m)
X	جابجایی صفحه متحرک در جهت x (m)
Y	جابجایی صفحه متحرک در جهت y (m)

Z	جابجایی صفحه متحرک در جهت z (m)

علائم یونانی

α_i	زاویه لینک i ام (rad)
Θ	زاویه دوران صفحه متحرک حول محور y (rad)
λ_i	ضرایب لاگرانژ
φ	زاویه دوران صفحه متحرک حول محور z (rad)
ψ	زاویه دوران صفحه متحرک حول محور x (rad)

۸- منابع و مراجع

[1] Altuzarra O, Gomez FC, Roldan-Paraponiaris C, Pinto C (2015) Dynamic simulation of a tripod based in boltzmann-hamel equations. Paper presented at the ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference.

[2] Herrero S, Pinto C, Altuzarra O, Roldan-Paraponiaris C (2014). Analysis and design of the 2pru-1prs manipulator for vibration testing. Paper presented at the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition.

[3] Jazar RN (2011) Advanced dynamics: Rigid body, multibody, and aerospace applications: John Wiley & Sons.

[4] Lee KM, Shah DK (1988) Dynamic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator. J-RA 4(3) : 361-367.

[5] Li Q, Chen Z, Chen Q, Wu C, Hu X (2011) Parasitic motion comparison of 3-prs parallel mechanism with different limb arrangements. Robot Cim-Int Manuf 27(2): 389-396.

[6] Li Y, Staicu S (2012) Inverse dynamics of a 3-prc parallel kinematic machine. Nonlinear Dynam 67(2): 1031-1041.

[7] Li Y, Xu Q (2005) Kinematics and inverse dynamics analysis for a general 3-prs spatial parallel mechanism. Robotica 23(02): 219-229.

[8] Li YG, Xu LX, Wang H (2014) Dimensional synthesis of 3prs parallel mechanism based on a dimensionally homogeneous analytical jacobian. Appl Mech Mater.

[9] Liang C, Lance GM (1987) A differentiable null space method for constrained dynamic analysis. J Mech Transm-T ASME 109(3): 405-411.

[10] Liping W, Huayang X, Liwen G, Yu Z (2016) A novel 3-puu parallel mechanism and its kinematic issues. Robot Cim-Int Manuf 42: 86-102.

[11] Malvezzi F, Coelho TAH (2015) Singularity and workspace analyses of a 3-dof parallel mechanism for vehicle suspensions. Mech Mach Sci 311-319.

[12] Paccot F, Andreff N, Martinet P (2009) A review on the dynamic control of parallel kinematic machines: Theory and experiments. Int J Robot Res 28(3): 395-416.

[13] Pendar H, Vakil M, Zohoor H (2004) Efficient dynamic equations of 3-rps parallel mechanism through lagrange method. Paper presented at the Robotics, Automation and Mechatronics, 2004 IEEE Conference on.

[14] Pond G, Carretero JA (2009) Architecture optimisation of three 3-rs variants for parallel kinematic machining. Robot Cim-Int Manuf 25(1): 64-72.

[15] Ruiz A, Campa F, Roldán-Paraponiaris C, Altuzarra O (2017) Dynamic model of a compliant 3prs parallel mechanism for micromilling. Mech Mach Sci 153-164.

[16] Ruiz A, Campa F, Roldán-Paraponiaris C, Altuzarra O, Pinto C (2016) Experimental validation of the kinematic design of 3-prs compliant parallel mechanisms. Mechatronics 39: 77-88.

[17] Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M (2005) Robot modeling and control. Jon Wiley & Sons. Inc, ISBN-100-471-649.

[18] Staicu S (2012) Matrix modeling of inverse dynamics of spatial and planar parallel robots. Multibody Syst Dyn 27(2): 239-265.

[19] Stewart D (1965) A platform with six degrees of freedom. P I Mech Eng 180(1): 371-386.

[20] Tsai MS, Yuan WH (2010) Inverse dynamics analysis for a 3-prs parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces. Mech Mach Theory 45(11): 1491-1508.

[21] Tsai MS, Yuan WH (2011) Dynamic modeling and decentralized control of a 3 prs parallel mechanism based on constrained robotic analysis. J Intell Robot Syst: 63(3-4): 525-545.

[22] Yuan WH, Tsai MS (2014) A novel approach for forward dynamic analysis of 3-prs parallel manipulator with consideration of friction effect. Robot Cim-Int Manuf 30(3): 315-325.

[23] Zheng G, Haynes L, Lee J, Carroll R (1992) On the dynamic model and kinematic analysis of a class of stewart platform. Robot Auton Syst 9(4): 237-254.

[۲۴] تیکنی و، شهبازی ح (۲۰۱۸) طراحی الگوریتم‌های کنترلی انتگرال-مشتق گیر- تناسبی مرتبه کسری و معمولی همراه با بررسی تجربی عملکرد آن برای کنترل موقعیت زاویه‌ای کوادروتور. مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها ۵۰-۳۷ :(۲)۸.