



بررسی پاسخ ارتعاشی پره‌های سیستم دیسک پره‌دار با دو سیم مستهلک کننده و اثر ناموزونی

عباس رهی^{۱*} و آرزو فلاح^۲

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۸/۱۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۰۷/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۰۸

چکیده

برای جلوگیری از پدیده فلاتر، پره‌ها در یک ردیف از توربین یکسان ساخته نمی‌شوند و در عمل با هم از نظر جرم و سفتی اندکی تفاوت دارند. این تفاوت‌های اندک را ناموزونی نامند. در این پژوهش به بررسی اثر ناموزونی روی پاسخ ارتعاشی پره‌های یک ردیف از توربین پرداخته می‌شود که با دو سیم مستهلک کننده به هم متصل شده‌اند. ابتدا سیستم به صورت جرم، فنر و دمپر مدلسازی شده و سپس معادلات حاکم بر سیستم استخراج می‌شود. در ادامه پاسخ ارتعاشی سیستم ناموزون با پاسخ ارتعاشی سیستم موزون در حالت‌های مختلف اتصال پره‌ها به یکدیگر مقایسه می‌شوند؛ همچنین پاسخ ارتعاشی سیستم ناموزون در حالت اتصال همه پره‌ها به هم نیز بررسی می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که تغییر اندکی در مقدار سفتی سیستم موزون، باعث می‌شود که دامنه ارتعاش برخی از پره‌های سیستم در بعضی از آرایش‌های اتصال پره‌ها به یکدیگر تغییر قابل ملاحظه‌ای داشته باشند. به طور مثال مشاهده می‌شود که وجود ناموزونی تا حدود ۰/۵ درصد، در حالت اتصال هشت پره‌ای به یکدیگر در یک ردیف از پره‌های توربین سبب می‌شود، بیشینه دامنه پاسخ ارتعاشی سیستم، حدود ۱۱ درصد افزایش یابد.

کلمات کلیدی: دیسک پره‌دار؛ ناموزونی؛ سیم مستهلک کننده؛ فرکانس طبیعی؛ پاسخ ارتعاشی.

Blades Vibration Response Study of a Bladed Disk System Connecting with Two Lacing Wires and Mistuning Effect

A. Rahi^{1,*}, A. Fallah²

¹ Assistant professor, Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Tehran, Iran

² Msc. Student, Faculty of Mechanical & Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Tehran, Iran

Abstract

In order to avoid flutter phenomena in blades of a turbine stage, the blades have not been made equal and they have some differences in their masses and stiffness. These small differences are called mistuning. In this study, the effect of the mistuning on vibration response of blades connecting with two lacing wires is studied. First, the system has modeled by mass-spring-damper and then the governing equations are derived. After that, the vibration response of the mistuned system is compared with the vibration response of the tuned system in the different type of blades numbers connection. The vibration response of the mistuned system is also investigated when all of the blades are connected. The results show that a small change in the stiffness of the tuned system causes the vibration amplitude of some of the blades of the system to change considerably in some of the blades connection arrangements. For example, it can be seen that the mistuning up to about 0.5 percent, in the case of connecting eight blades to each other in a row of turbine blades, increases about 11 percent the amplitude of vibration response of the system.

Keywords: Bladed Disk; Mistuning; Lacing Wire, Natural Frequency, Vibration Response.

۱- مقدمه

دیسک‌های پره‌دار در حالت واقعی، شرایط تقارن دایره‌ای را به طور دقیق ندارد و تفاوت‌های ناچیزی بین پره‌ها وجود دارد. دلیل وجود این تفاوت‌ها، جلوگیری از فلاتر است. این پدیده ناموزونی^۱ نام دارد. لازم به توضیح است که عبور گاز و یا بخار سوپرهیت از روی پره‌های بلند ردیف آخر توربین ممکن است، باعث ارتعاش خود تحریک در پره‌ها شود که این پدیده را فلاتر نامند. در طراحی پره‌های توربین باید پدیده فلاتر نیز بررسی شده و طراحی به نحوی انجام شود که این پدیده در شرایط کارکرد توربین رخ ندهد. برای کاهش و یا کنترل پدیده فلاتر در پره‌های بلند توربین، می‌توان از روش‌هایی همانند تغییر سفتی در پره‌ها، استفاده از سیم‌های مستهلک کننده، استفاده از شرود و یا ایجاد ناموزنی عمدی در پره‌ها استفاده کرد.

ناموزونی در سیستم همچنین می‌تواند به دلیل مسائلی چون استهلاک، خوردگی، ترک و غیره نیز ایجاد شود. در بسیاری از تحلیل‌های مهندسی از نتایج و تاثیرات ناشی از این تفاوت‌های کوچک پارامترها، در پاسخ سیستم صرف نظر می‌شود. در عمل این تفاوت‌های اندک نیز می‌تواند تاثیرات قابل توجهی بر پاسخ ارتعاشاتی سیستم بگذارد؛ در نتیجه باید در تحلیل دینامیکی پره‌ها، ناموزونی سیستم نیز در نظر گرفته شود. برای سیستم‌هایی همانند سیستم دیسک پره‌دار در توربوماشین‌ها، که به صورت تقارن دایره‌ای می‌باشند، این پدیده تاثیر مؤثری بر پاسخ ارتعاشات سیستم دارد.

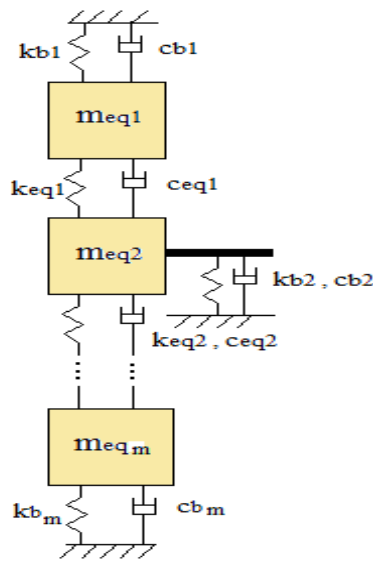
در زمینه بررسی پدیده ناموزونی، یکی از اولین مطالعات برای نشان دادن این مسئله که ناموزونی جزئی، می‌تواند سبب افزایش سطح تنش شود، توسط اوینز [۱] ارائه شد. وی در مطالعه مذکور مقایسه جالبی در خصوص پاسخ سیستم ناموزون با حالت موزون انجام داد. وایت هد [۲] نشان داد که حداکثر افزایش در سطوح تنش به سبب بدترین الگوی ناموزونی برای سیستمی با میرایی کم، به مقدار $(1+\sqrt{N})/2$ نزدیک می‌شود که در آن N تعداد پره‌ها روی دیسک پره‌دار است. در سال ۱۹۹۶، اوتارسون [۳] به مطالعه محلی‌سازی^۲ مود در دیسک‌های پره‌دار ناموزون با استفاده از ماتریس‌های

انتقال پرداخت. یانگ و گریفین [۴] در سال ۱۹۹۹، یک مدل کاهش مرتبه یافته ناموزونی با استفاده از زیر مجموعه‌ای از مودهای سیستم نامی ارائه کردند. پترو و همکاران [۵] در سال ۲۰۰۰، به بررسی تاثیر ناموزونی روی پاسخ تشدید یک دیسک پره‌دار توربین واقعی پرداختند. محلی‌سازی مود در یک دیسک پره‌دار دوار دارای ناموزونی با در نظر گرفتن تاثیر کوریولیسی^۳ در سال ۲۰۰۱ توسط هوانگ و کوآنگ [۶]، مورد مطالعه قرار گرفت. در سال ۲۰۰۳، ریواس گوارا و مگنولت [۷] حداکثر افزایش پاسخ و شکل مود پره ناموزون را بررسی کردند. تمرکز مقاله مذکور روی شناسایی و مطالعه حداکثر تشدید پاسخ اجباری حالت پایدار ناشی از ناموزونی دیسک‌های پره‌دار بود. در سال ۲۰۰۵ رفتار ارتعاشی یک دیسک پره‌دار با سیم مستهلک کننده دارای ترک، توسط بدولا و همکاران [۸] بررسی شد. در مطالعه مذکور، تشریح ریاضیاتی رفتار استاتیکی و دینامیکی دیسک پره‌دار با سیم مستهلک کننده سالم و خراب بررسی شده است. در سال ۲۰۰۶، پیچوت و همکاران [۹]، به بررسی تعیین مقدار ناموزونی برای دیسک‌های پره‌دار یک پارچه صنعتی بر اساس بهترین بردار ویژه پرداختند. در سال ۲۰۰۶ لی و همکاران [۱۰]، رویکرد نوینی را برای بررسی ارتعاشاتی دیسک پره‌دار ناموزون ارائه کردند. آنها پیشنهاد دادند که برای بررسی ارتعاشاتی الگوهای متفاوت ناموزونی، تابع نیروی خارجی وارد شده به پره‌ها را تغییر دهند. در همان سال کاستانیر و همکاران [۱۱]، به مدل‌سازی و تحلیل ارتعاشات دیسک پره‌دار دارای ناموزونی با توجه به وضعیت‌ها و دستورالعمل‌های رایج شده پرداختند. در سال ۲۰۰۷، کاستانیر و همکاران [۱۲]، یک مدل‌سازی جدید برای بررسی دیسک پره‌دار موزون و ناموزون ارائه کردند. در سال ۲۰۰۹، آلوس و همکاران [۱۳]، پاسخ دیسک‌های پره‌دار دارای رابط‌های دچار ناموزونی را بررسی کردند. در سال ۱۳۹۱، رئیسی و ضیایی راد [۱۴]، مقاله‌ای با عنوان یافتن بدترین پاسخ فرکانسی سیستم دیسک پره‌دار تحت تاثیر ناموزونی به کمک الگوریتم ژنتیک ارائه کردند. در سال ۲۰۱۲، کنکو و همکاران [۱۵]، به مطالعه روی کاهش پاسخ ارتعاشی دیسک پره‌دار با فاصله‌گذاری نامتقارن بین پره‌ها پرداختند. در سال

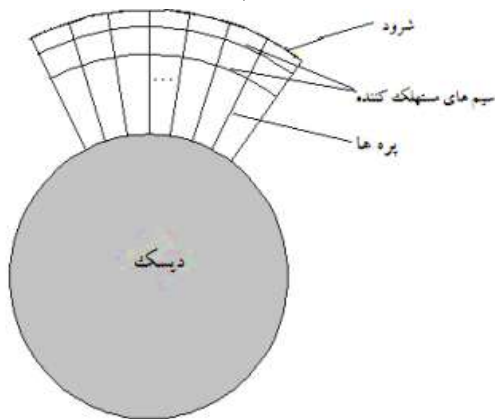
^۱ Mistuning^۲ Localization^۳ Coriolis



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱- الف) نمایی واقعی از پره های یک توربین با دو سیم مستهلک کننده، ب) سیستم دارای m پره متصل به هم و ج) مدل جرم و فنر و دمپر سیستم نشان داده شده در (ب)

۲۰۱۳، لی و همکاران [۱۶]، ارتعاشات اجباری دیسک پره‌دار دارای ناموزونی بر اساس فرمول موج ایستا^۱ را تحلیل و بررسی کردند. در سال ۲۰۱۵ یوان و همکاران [۱۷]، دینامیک احتمالاتی سیستم دیسک پره‌دار دارای ناموزونی را با استفاده از شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای، مورد بررسی قرار دادند؛ همچنین در سال ۲۰۱۵ چترجی و کوتامبیکار [۱۸]، مشخصه‌های مودال مجموعه پره‌های توربین تحت ناموزونی ناشی از خرابی سیم مستهلک‌کننده را بررسی کردند.

رحیمی و ضیایی‌راد [۱۹]، پاسخ ارتعاش اجباری یک دیسک پره‌دار را مورد مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند که با کاهش مقدار ضریب استهلاک، حساسیت پاسخ سیستم به ناموزنی دیسک پره‌دار افزایش می‌یابد؛ همچنین رئیسی و ضیایی‌راد [۲۰ و ۲۱]، ارتعاش و پاسخ دینامیکی سیستم دیسک-پره موزون و ناموزون را مطالعه کردند. آنها از روش اختلالات کوچک برای حل مدل غیرخطی ارائه شده خود استفاده کردند. نتایج حاصل از پژوهش آنها نشان داد که پاسخ ارتعاشی سیستم به ناموزنی حساس است و با تغییر اندک در خصوصیات پره، حداکثر پاسخ سیستم به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد.

در مطالعه حاضر، تاثیر ناموزونی روی پاسخ اجباری پره‌های توربین که با دو سیم مستهلک کننده به هم متصل شده‌اند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مدل‌سازی سیستم، تعداد پره‌های متصل به هم توسط سیم‌های مستهلک کننده، متفاوت در نظر گرفته می‌شود. مدل جرم و فنر و دمپر برای مدل‌سازی سیستم مذکور به کار گرفته شده و سعی شده است که از مقادیر عددی پارامترهای پره‌های ردیف آخر توربین نیروگاه رامین اهواز در انجام شبیه‌سازی‌ها استفاده شود؛ همچنین معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی سیستم، در حالت‌های مختلف اتصال پره‌ها به هم استخراج شده است.

۲- مدل‌سازی و استخراج معادلات حاکم

نمایی واقعی از پره‌های یک توربین با دو سیم مستهلک کننده ولی بدون شروود^۲، در شکل ۱-الف آمده است. برای مدل‌سازی آرایش مختلف پره‌ها و اتصال آن‌ها

^۱ Standing Wave

^۲ Shroud

که در آن X نشان‌دهنده بردار جابجایی و C ، M و K به ترتیب، ماتریس‌های جرم، استهلاک و سفتی و F بردار نیروهای خارجی اعمالی بر سیستم هستند. نیروی خارجی اعمالی بر سیستم به صورت معادله (۷) در نظر گرفته می‌شود [۱۵]:

$$F_i = F_0 \cos(\omega t - \varphi_i) \quad (۷)$$

$$\omega = H\Omega, \varphi_i = \alpha_H(i-1), \alpha_H = \frac{2\pi H}{N} \quad (۸)$$

که در آن H مرتبه تحریک، Ω سرعت دورانی دیسک و N تعداد کل پره‌های سیستم است. به طور مثال ماتریس‌های جرمی و سفتی و استهلاک برای سیستمی با m پره متصل به هم، به صورت معادلات (۹) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} m_{eq1}\ddot{x}_1 + C_{b1}\dot{x}_1 + C_{eq1}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\ + K_{b1}x_1 + K_{eq1}(x_1 - x_2) = F_1 \\ m_{eq2}\ddot{x}_2 + C_{b2}\dot{x}_2 \\ + C_{eq1}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + C_{eq2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \\ + K_{b2}x_2 + K_{eq1}(x_2 - x_1) \\ + K_{eq2}(x_2 - x_3) = F_2 \\ \dots \\ \dots \\ m_{eqm}\ddot{x}_m + C_{bm}\dot{x}_m \\ + C_{eq(m-1)}(\dot{x}_m - \dot{x}_{m-1}) + K_{bn}x_n \\ + K_{eq(n-1)}(x_n - x_{n-1}) = F_m \end{aligned} \quad (۹)$$

۳- حل معادلات حاکم و ارائه نتایج

۳-۱- پاسخ ارتعاشی سیستم با اتصال‌های مختلف

برای حل عددی معادلات حاکم بر سیستم، از اطلاعات ارائه شده در جدول ۱ استفاده شده است. مقادیر ارائه شده در جدول ۱، بر اساس اطلاعات توربین‌های نیروگاه رامین اهواز است. در این بخش بیشینه پاسخ‌های ارتعاشی سیستم مدلسازی شده، در سیستم با اتصال ۳، ۶، ۸، ۱۲ و ۲۴ پره‌ای محاسبه می‌شود. ابتدا با استفاده از نمودار کمپل، مرتبه تحریک سیستم با اتصال‌های مختلف به دست می‌آید که مقدار آن برای اتصال‌های مذکور به غیر از اتصال ۸ پره‌ای برابر ۴ است. برای سیستم با اتصال ۸ پره‌ای این مقدار برابر ۳ محاسبه شده است. در ادامه پاسخ سیستم در مرتبه تحریک‌های دیگری نیز بررسی شده است. برای حل عددی معادلات حاکم و محاسبه پاسخ سیستم، از نرم افزار متلب

به یکدیگر با سیم‌های مستهلک کننده و شرود (مطابق شکل ۱-ب)، m پره توربین، در شکل ۱-ب، به صورت جرم و فنر و دمپر مدل شده‌اند.

معادلات (۱) تا (۵)، رفتار دینامیکی سیستم در حالت کلی (با در نظر گرفتن اثر شرود) را نشان می‌دهد.

$$K_{bi} = \frac{3E_i I_i}{L_i^3} + K_\Omega \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} K_{eqi} = k_i + \frac{a_1^4(3L_i - a_1)^2}{4L_i^6} k_i' \\ + \frac{a_2^4(3L_i - a_2)^2}{4L_i^6} k_i'' \quad i=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} C_{eqi} = C_i + \frac{a_1^4(3L_i - a_1)^2}{4L_i^6} C_i' \\ + \frac{a_2^4(3L_i - a_2)^2}{4L_i^6} C_i'' \quad i=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (۳)$$

$$m_{eqi} = m_i + \frac{33m_{bi}}{140} \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (۴)$$

که در آن، k_i ، k_i' و k_i'' و C_i ، C_i' و C_i'' ها به ترتیب، نشان دهنده سفتی‌ها و ضرایب استهلاک شرود، سیم مستهلک کننده اول و سیم مستهلک کننده دوم و m_i نشان دهنده جرم شرود پره i ام می‌باشند؛ همچنین k_{bi} سفتی پره i ام، k_{eqi} سفتی معادل شرود و سیم‌های مستهلک کننده در انتهای آزاد پره و m_{eqi} جرم معادل شرود و پره در پره i ام است. سایر پارامترها نیز در بخش علائم تعریف شده‌اند. همچنین K_Ω مقدار افزایش سفتی پره‌ها در اثر نیروی گریز از مرکز است که می‌توان آن را از رابطه (۵) محاسبه کرد [۱۸].

$$K_\Omega = \left[m_b \left(\frac{3}{8} \frac{r}{L_b} + \frac{81}{280} \right) + \frac{6}{5} M \left(\frac{r}{L_b} + 1 \right) \right] \Omega^2 \quad (۵)$$

که در آن L_b طول پره، m_b جرم پره، r شعاع دیسک، M جرم شرود متمرکز در انتهای پره و Ω سرعت دورانی دیسک است. لازم به توضیح است که در برخی از پژوهش‌ها، ابتدا از افزایش سفتی ناشی از دوران پره صرف نظر می‌شود و سپس در مراحل بعد این مقدار نیز در نظر گرفته می‌شود.

معادله حاکم بر رفتار دینامیکی سیستم را در حالت کلی می‌توان به صورت ماتریسی (۶) نمایش داد.

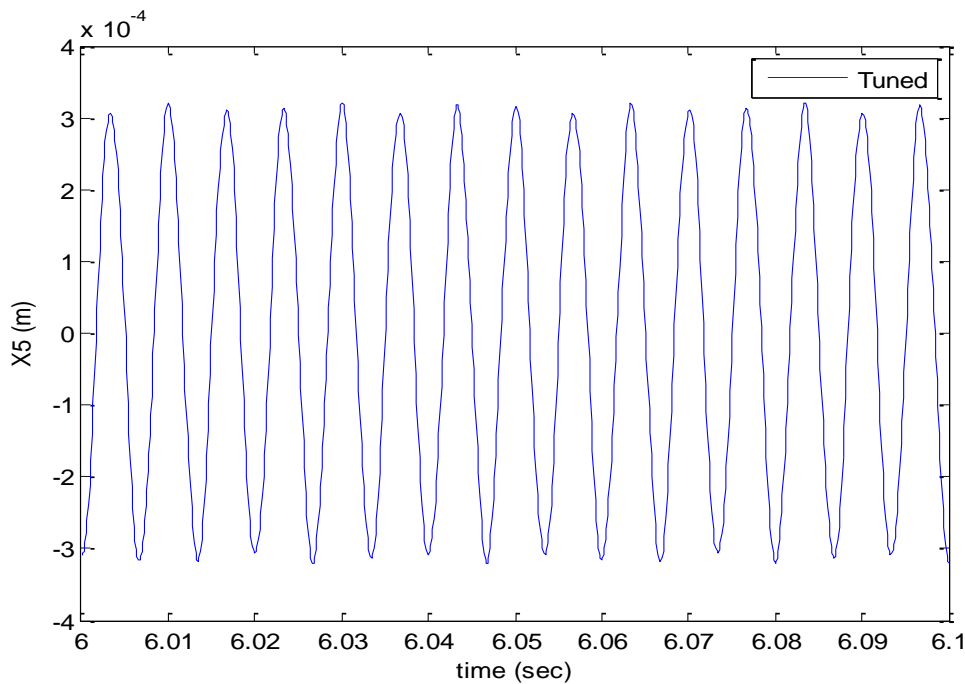
$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (۶)$$

جدول ۱- اطلاعات نامی سیستم برای شبیه‌سازی

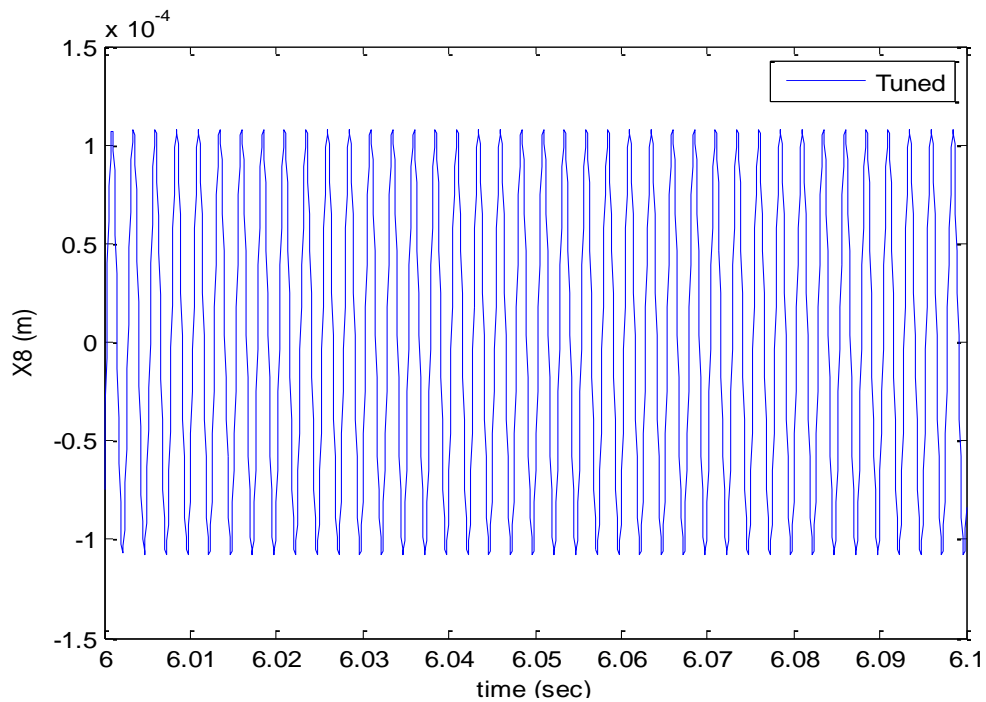
مقدار	واحد	نماد	توصیف پارامتر
۹۶	--	N	تعداد کل پره‌ها در یک ردیف
۳۰۰۰	rpm	Ω	سرعت دیسک
۰/۴۹۵	m	a_1	فاصله سیم مستهلک کننده اول از دیسک
۰/۷۵۳	m	a_2	فاصله سیم مستهلک کننده دوم از دیسک
۰/۷۹۱	m	L	طول پره
۸۳۱۵۴	N/m	K_b	سفتی پره
$4/47 \times 10^6$	N/m	K_{eq}	سفتی معادل سیم‌های مستهلک کننده
۱۰	N.s/m	C_b	ضریب استهلاک پره
۷/۸۴۴	kg	m_b	جرم پره
۱/۸۴۹	kg	m_{eq}	جرم معادل پره و شرود
۰/۷۱۰	m	r	شعاع دیسک

استفاده شده است. برای این منظور، ابتدا معادلات حاکم در فضای حالت بازنویسی شده و سپس برای حل معادلات دیفرانسیل مرتبه اول، از روش کد نویسی در نرم افزار متلب استفاده شده است.

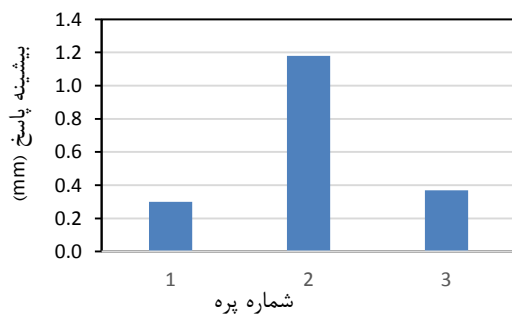
در این مطالعه ضریب استهلاک سیم‌های مستهلک کننده به علت ناچیز بودن در مقایسه با ضریب استهلاک پره‌ها صفر در نظر گرفته می‌شود. بیشینه پاسخ از قسمت حالت پایدار نمودار در نظر گرفته می‌شود. با ضریب استهلاک منظور شده و بررسی سیستم‌ها، تمامی آن‌ها پس از حدود ۶ ثانیه به حالت پایا می‌رسند. دو نمونه از پاسخ حالت پایدار پره‌های سیستم در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است که به ترتیب مربوط به یکی از پره‌های سیستم با اتصال ۸ و ۲۴ پره‌ای می‌باشند. نمودار بیشینه پاسخ سیستم با اتصال‌های مختلف در شکل‌های ۴ تا ۸ نشان داده شده است.



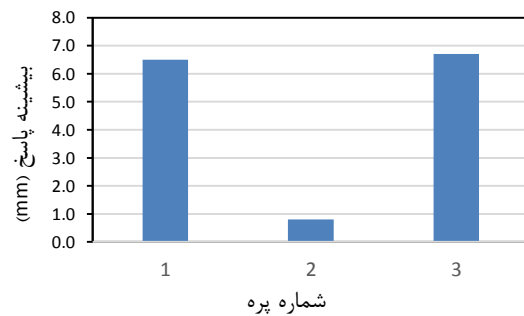
شکل ۲- پاسخ پره شماره ۵ در سیستم با اتصال هشت پره‌ای (H=3)



شکل ۳- پاسخ پره شماره ۸ در سیستم با اتصال بیست و چهار پره‌ای (H=8)

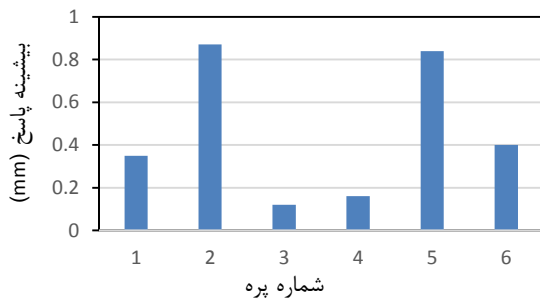


(ب)

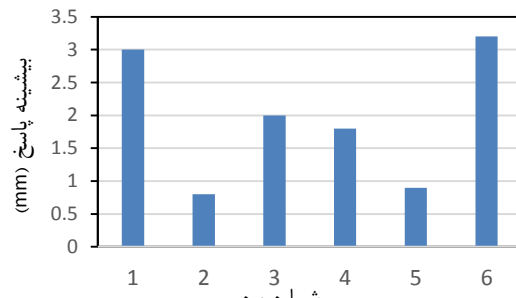


(الف)

شکل ۴- بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال سه پره‌ای (الف) H=4 و (ب) H=7

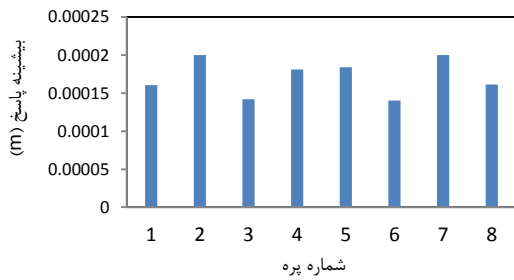


(ب)

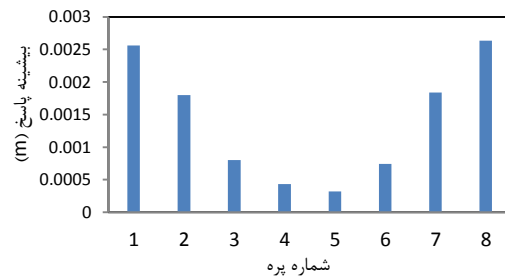


(الف)

شکل ۵- بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال شش پره‌ای (الف) H=4 و (ب) H=7

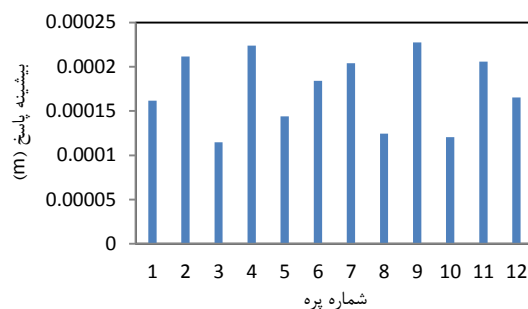


(ب)

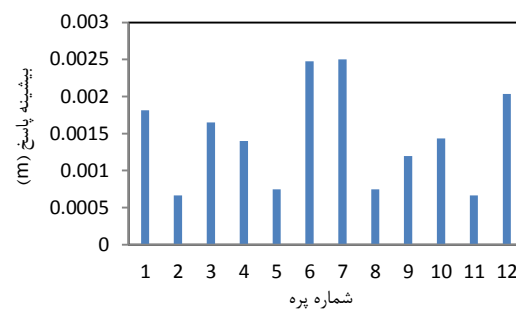


(الف)

شکل ۶- بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال هشت پره‌ای الف) $H=3$ ب) $H=8$

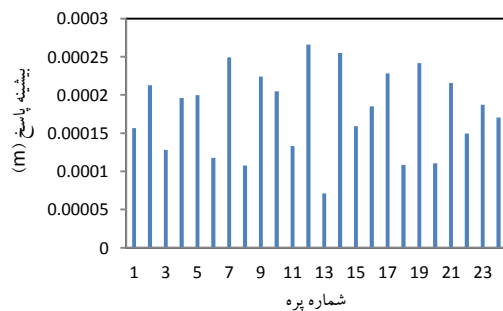


(ب)

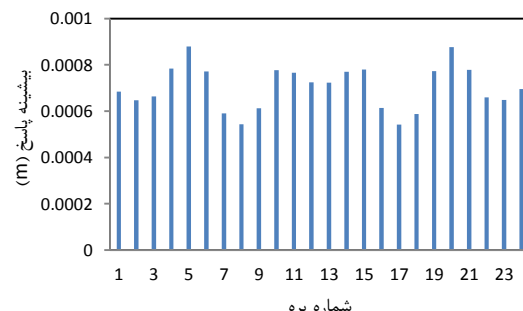


(الف)

شکل ۷- بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال دوازده پره‌ای الف) $H=4$ ب) $H=8$



(ب)



(الف)

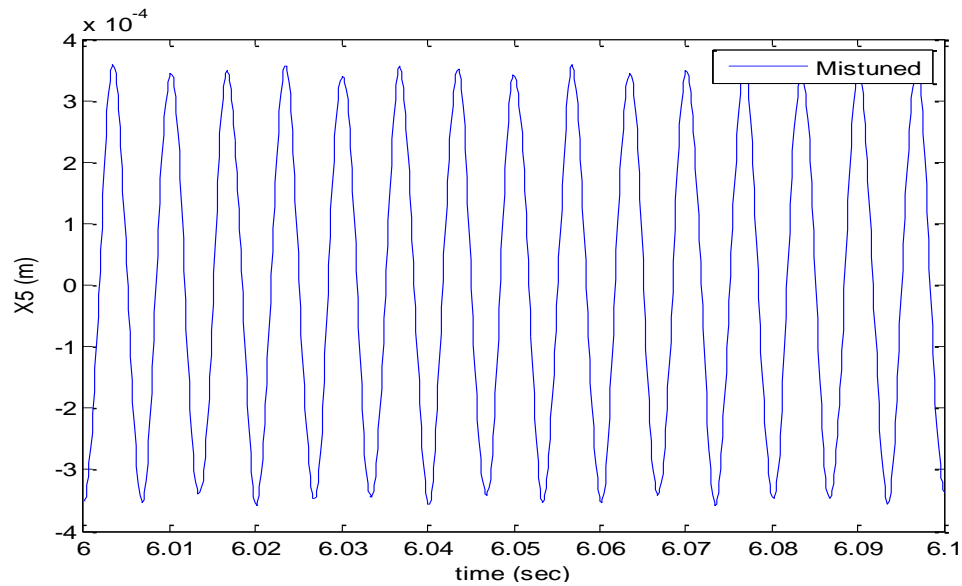
شکل ۸- نمودار بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال بیست و چهار پره‌ای الف) $H=4$ ب) $H=8$

نهایت از تغییر سفتی $0/5$ درصد برای حل‌های عددی معادلات استفاده شد. بدیهی است که این مقدار با توجه به سایر پارامترهای دیگر سیستم می‌تواند تغییر کند.

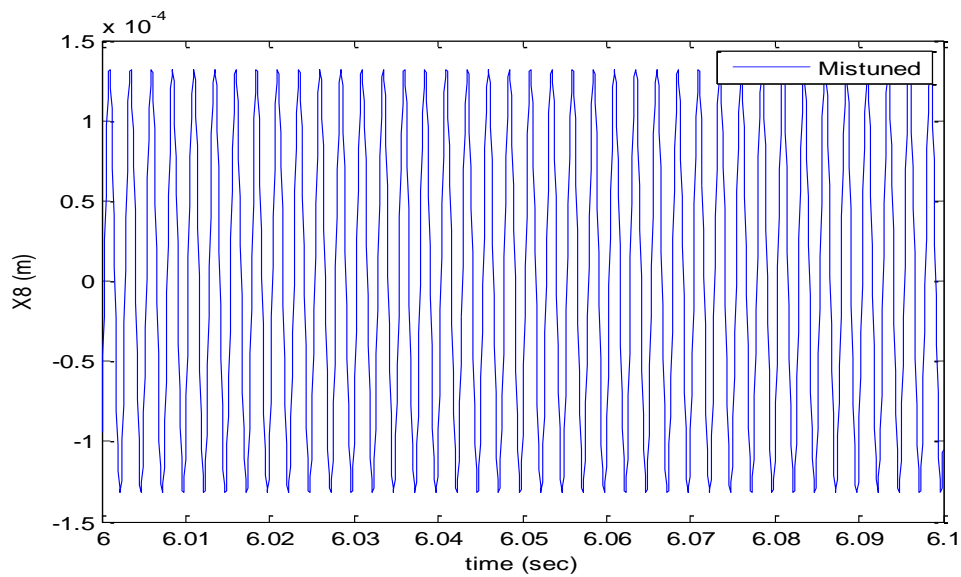
در شکل‌های ۹ و ۱۰ پاسخ ارتعاشی پره‌های بررسی شده در شکل‌های ۲ و ۳ در حالت ناموزون آن، نشان داده شده است. مطابق شکل‌های ۹ و ۱۰، بیشینه پاسخ پره در حالت ناموزون نسبت به حالت موزون، در سیستم‌های با اتصال ۸ و

۳-۲- بررسی ناموزونی سیستم با اتصال‌های مختلف

در این بخش پاسخ ارتعاشی پره‌ها در حالت ناموزون با حالت‌های مختلف اتصال پره‌ها به هم بررسی می‌شود. برای این منظور، مقدار سفتی سیستم به میزان حداکثر $0/5$ درصد و به طور تصادفی تغییر می‌یابد. لازم به توضیح است که در این مقاله بر اساس مشورت با کارشناسان فعال در حوزه توربین و مطالعه مدارک فنی مرتبط و پس از اندکی سعی و خطا، در



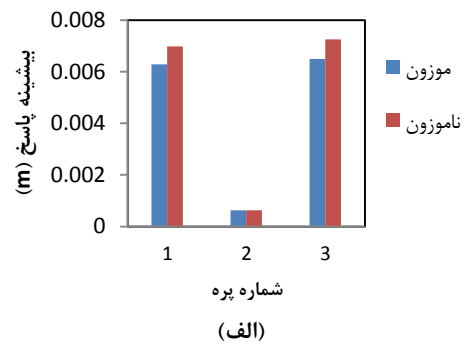
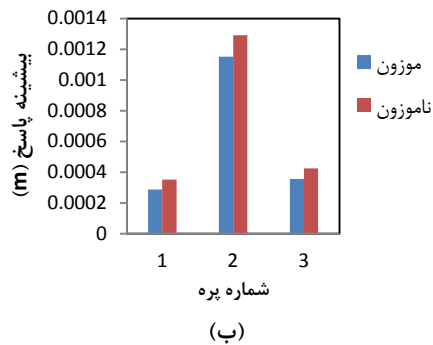
شکل ۹- پاسخ ارتعاشی پره شماره ۵ در سیستم با اتصال هشت پره‌ای در حالت ناموزون ($H=3$)



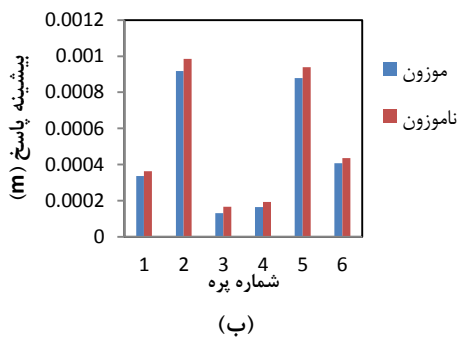
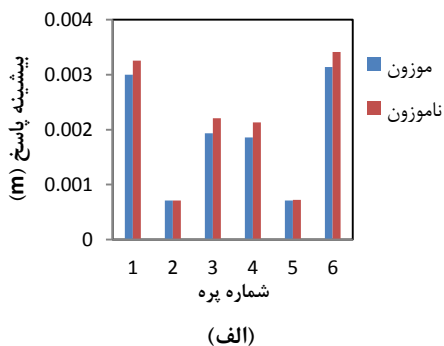
شکل ۱۰- پاسخ ارتعاشی پره شماره ۸ در سیستم با اتصال بیست و چهار پره‌ای در حالت ناموزون ($H=8$)

مطابق شکل ۱۱ بیشینه پاسخ پره‌های شماره ۱ تا ۳ سیستم با اتصال سه پره‌ای زمانی که مرتبه تحریک ۴ برابر در نظر گرفته شده است، در حالت ناموزون به ترتیب به میزان ۱۱/۱، ۰/۲ و ۱۱/۶ درصد نسبت به حالت موزون آن افزایش یافته است. این میزان افزایش بیشینه پاسخ برای پره‌های مذکور هنگامی که مرتبه تحریک ۷ باشد، به ترتیب برابر ۲۲، ۱۲ و ۱۹ درصد است.

۲۴ پره‌ای افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته است. در شکل ۹ بیشینه پاسخ پره مورد نظر، بیش از ۱۱ درصد و در شکل ۱۰، بیشینه پاسخ پره حدود ۲۳ درصد افزایش یافته است. شکل‌های ۱۱ تا ۱۵ نمودار بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال سه، شش، هشت، دوازده و بیست و چهار پره‌ای را در دو حالت موزون و ناموزون نشان می‌دهند.



شکل ۱۱- مقایسه بیشینه پاسخ ارتعاشی سیستم موزون با اتصال سه پره‌ای با حالت ناموزون الف) $H=4$ و ب) $H=7$



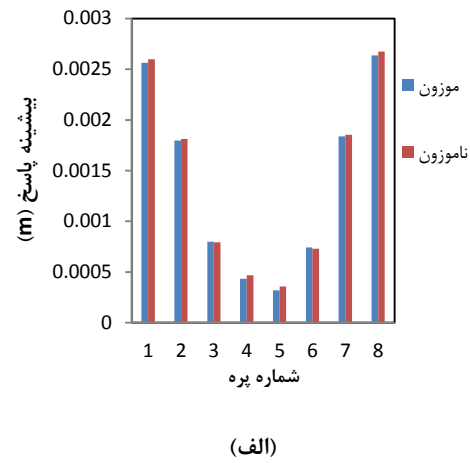
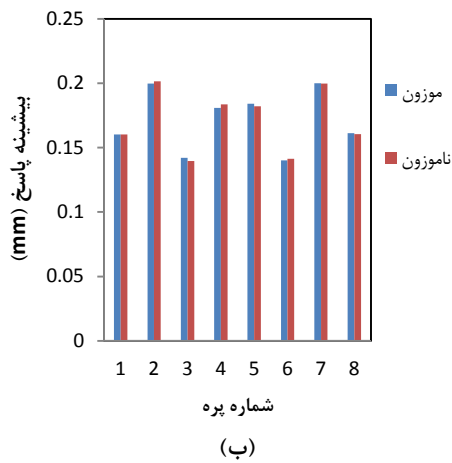
شکل ۱۲- مقایسه بیشینه پاسخ ارتعاشی سیستم موزون با اتصال شش پره‌ای با حالت ناموزون الف) $H=4$ و ب) $H=7$

مطابق شکل ۱۴ بیشینه پاسخ پره شماره ۹ در حالت ناموزون بیش از ۹ درصد و بیشینه پاسخ پره شماره ۸ در حالت ناموزون حدود ۵/۵ درصد افزایش یافته است. بیشینه پاسخ پره‌های سیستم ۲۴ پره‌ای در دو حالت موزون و ناموزون با مرتبه تحریک ۴ و ۸ در شکل ۱۵ الف و ب نشان داده شده است. بیشینه پاسخ پره شماره ۱۶ به میزان ۵/۵ درصد و بیشینه پاسخ پره شماره ۸ به میزان ۲۲ درصد افزایش یافته است.

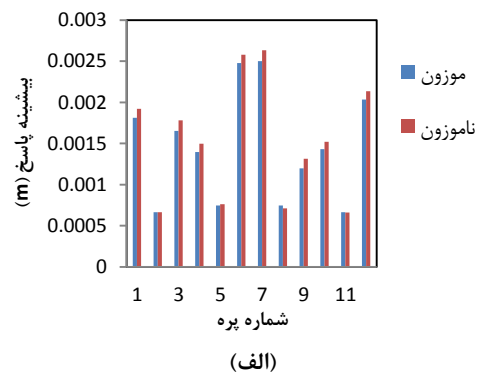
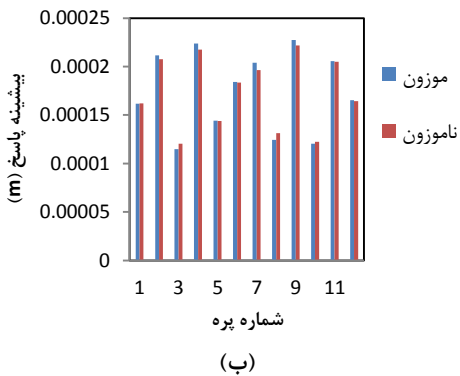
در شکل ۱۲ بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال شش پره‌ای با مرتبه تحریک‌های ۴ و ۷ نشان داده شده است. حداکثر افزایش بیشینه پاسخ هنگامی که مرتبه تحریک برابر ۴ باشد، مربوط به پره شماره ۳ است که به میزان ۱۴ درصد افزایش داشته است. زمانی که مرتبه تحریک برابر ۷ باشد، بیشینه پاسخ پره شماره ۳ به میزان ۲۶ درصد افزایش یافته است.

در شکل ۱۳ بیشینه پاسخ پره‌ها در سیستم موزون با اتصال هشت پره‌ای به ترتیب با مرتبه تحریک ۳ و ۸ با حالت ناموزون مقایسه شده است. مطابق شکل ۱۳ هنگامی که مرتبه تحریک ۳ باشد، پره شماره ۵ دارای حداکثر افزایش بیشینه پاسخ نسبت به دیگر پره‌ها است. بیشینه پاسخ این پره در مقایسه با حالت ناموزون آن، ۱۱ درصد افزایش یافته است. به ازای مرتبه تحریک ۸ به علت دور شدن فرکانس‌های طبیعی سیستم از فرکانس نیروی تحریک با ناموزون شدن سیستم تغییرات محسوسی در بیشینه دامنه پاسخ پره‌ها دیده نمی‌شود. علت آن است که هرگاه فرکانس نیروی تحریک از فرکانس‌های طبیعی سیستم فاصله بگیرد، دامنه پاسخ سیستم بسیار کاهش می‌یابد؛ لذا با توجه به اینکه معمولاً درصد ناموزنی در سیستم بسیار اندک است، لذا نمی‌توان تغییرات محسوسی را در این حالت، در بیشینه دامنه پاسخ مشاهده کرد.

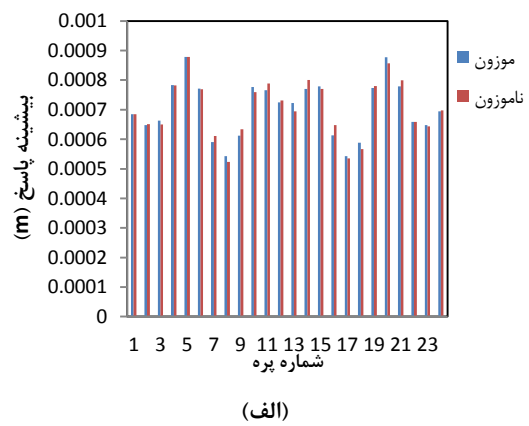
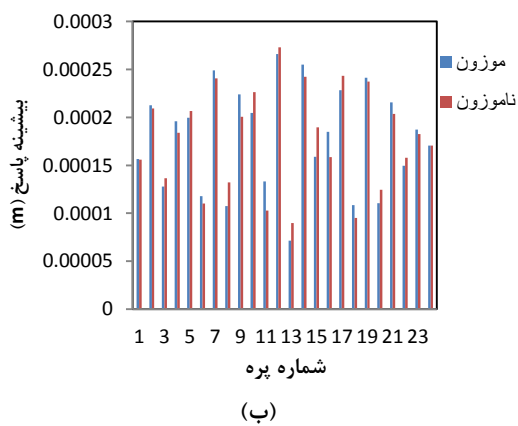
بیشینه دامنه پاسخ پره شماره ۴ به میزان ۱/۵ درصد افزایش یافته است. در شکل ۱۴ بیشینه پاسخ پره‌های سیستم با اتصال ۱۲ پره‌ای در دو حالت موزون و ناموزون هنگامی که مرتبه تحریک به ترتیب برابر ۴ و ۸ باشند، با هم مقایسه شده‌اند.



شکل ۱۳- مقایسه بیشینه پاسخ ارتعاشی سیستم موزون با اتصال هشت پره‌ای با حالت ناموزون الف) $H=3$ و ب) $H=8$



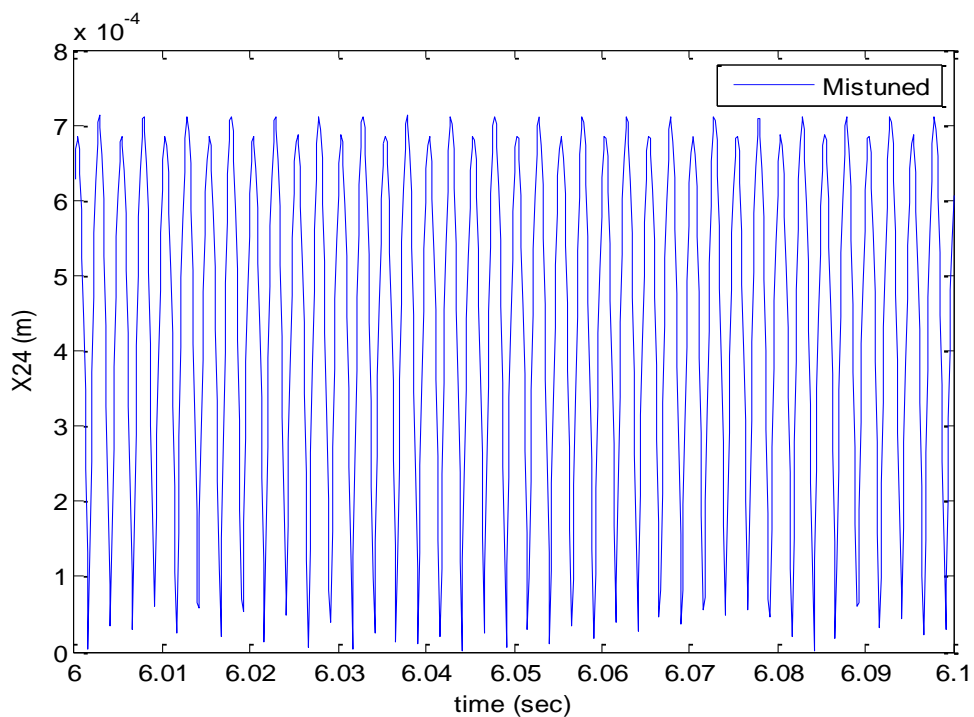
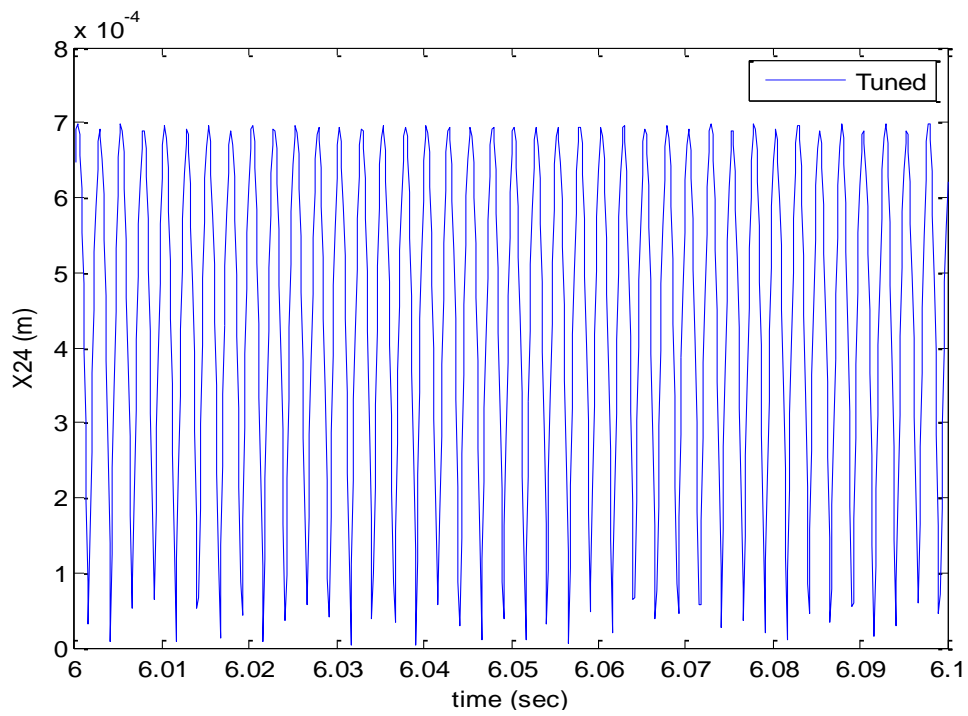
شکل ۱۴- مقایسه بیشینه پاسخ ارتعاشی سیستم موزون با اتصال دوازده پره‌ای با حالت ناموزون الف) $H=4$ و ب) $H=8$



شکل ۱۵- مقایسه بیشینه پاسخ ارتعاشی سیستم موزون با اتصال ۲۴ پره‌ای با حالت ناموزون الف) $H=4$ و ب) $H=8$

کننده به هم متصل باشند، در حالت موزون و حالت ناموزون آن انجام گرفته است. مشاهده می‌شود که بیشینه پاسخ این

در شکل ۱۶ مقایسه‌ای بین بیشینه پاسخ یکی از پره‌های سیستمی دارای ۹۶ پره که این ۹۶ پره با دو سیم مستهلک



شکل ۱۶- مقایسه پاسخ ارتعاشی یک پره در سیستم موزون با اتصال ۹۶ پره به هم با حالت ناموزون آن

ضریب استهلاک معادل سیم‌های مستهلک کننده و شرود ($N.s.m^{-1}$)	C_{eq}	پره در حالت ناموزون به میزان اندکی و در حدود ۲ درصد افزایش یافته است.
بردار نیروی خارجی (N)	F	
مرتبه تحریک سیستم	H	
ممان اینرسی پره	I	
سفتی معادل پره ($N.m^{-1}$)	k_b	
سفتی معادل شرود و سیم‌های مستهلک کننده ($N.m^{-1}$)	k_{eq}	
طول پره (m)	L	
جرم شرود در انتهای پره i ام (kg)	m_i	
جرم معادل پره و شرود (kg)	m_{eq}	
تعداد پره‌ها	N	
سرعت دورانی دیسک (rpm)	Ω	
سرعت زاویه‌ای ($rad.s^{-1}$)	ω	
شعاع دیسک (m)	r	

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش اثر ناموزونی دیسک پره‌دار که در آن پره‌ها با دو سیم مستهلک کننده به هم متصل باشند، روی ارتعاشات پره‌ها بررسی شد. مشاهده شد که با تغییری کمتر از نیم درصد در سفتی سیستم (پره‌ها و سفتی معادل سیم‌های مستهلک کننده) پاسخ برخی پره‌های سیستم افزایش قابل ملاحظه‌ای دارند. برای مثال در سیستم با اتصال سه پره‌ای بیشینه پاسخ یکی از پره‌ها در سیستم ناموزون به میزان ۲۲ درصد نسبت به حالت موزون آن افزایش یافته است. در سیستم با اتصال شش پره‌ای و با مرتبه تحریک ۷ بیشینه پاسخ یکی از پره‌ها حدود ۲۶ درصد افزایش یافته است؛ همچنین در سیستم با اتصال هشت پره‌ای، این میزان افزایش در مرتبه تحریک ۳، حدود ۱۱ درصد است. در سیستم با اتصال ۱۲ پره‌ای با مرتبه تحریک ۴ بیشینه پاسخ یکی از پره‌ها حدود ۹ درصد افزایش داشته است. بیشینه پاسخ بدترین پره در سیستم با اتصال ۲۴ پره‌ای با مرتبه تحریک ۸ حدود ۲۲ درصد افزایش داشته است.

با توجه به نتایج و بررسی‌های انجام گرفته، هر چند که ایجاد ناموزونی در سیستم دیسک و پره می‌تواند زمان فلاتر در سیستم را تغییر دهد؛ ولی این ناموزونی خود می‌تواند بیشینه پاسخ ارتعاشی برخی از پره‌های آن سیستم را نیز افزایش دهد که برخی از موارد در خصوص میزان درصد افزایش بیشینه پاسخ بدترین پره با توجه به مرتبه تحریک و تعداد پره‌های متصل به هم، در بخش‌های قبلی این مقاله مورد بررسی قرار گرفت. به طور مثال در حالت اتصال هشت پره‌ای، حداکثر افزایش بیشینه پاسخ بدترین پره در سیستم ناموزون نسبت به حالت سیستم موزون با مرتبه تحریک ۳ حدود ۱۱ درصد افزایش یافته است.

۵- فهرست علائم

- ۶- مراجع
- [1] Forbes G (2010) Non-contact gas turbine blade vibration monitoring using internal pressure and casing response measurements, thesis the university of new south wales. School of Mechanical and Manufacturing Engineering.
 - [2] Whitehead DS (1998) The Maximum factor by which forced vibration of blades can increase due to mistuning. J Eng Gas Turb Power 120: 115-119.
 - [3] Ottarson G, Pierre C (1996) A transfer matrix approach to free vibration localization in mistuned blade assemblies. J Sound Vib 197(5): 589-618.
 - [4] Yang MT, Griffin JH (1999) A reduced-order model of mistuning using a subset of nominal system modes. J Eng Gas Turb Power.
 - [5] Petrov E, Sanliturk K, Ewins D, Elliott R (2000) Quantitative prediction of the effects of mistuning arrangement on resonant response of a practical turbine bladed disc. Int J Mech Sci 43(7): 1643-1660.
 - [6] Huang BW, Kuang JH (2001) Mode localization in a rotating mistuned turbo disk with coriolis effect. Int J Mech Sci 43: 1643-1660.

a_1	فاصله سیم مستهلک کننده اول تا دیسک (m)
a_2	فاصله سیم مستهلک کننده دوم تا دیسک (m)
C_b	ضریب استهلاک پره ($N.s.m^{-1}$)

- [15] Kaneko Y, Ohta M, Mori K, Ohyama H (2012) Study on vibration response reduction of bladed disk by use of asymmetric vane spacing (study on response reduction of mistuned bladed disk). International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems 4.
- [16] Lee I, Shin S, Kim Y (2013) Mistuned bladed disk forced vibration analysis based on standing wave formulation. *Aerosp Sci Technol* 24: 275-282.
- [17] Yuan J, Allegri G, Scarpa F (2015) Probabilistic dynamics of mistuned bladed disc systems using subset simulation. *J Sound Vib*.
- [18] Chatterjee A, Kotambkar M (2015) Modal characteristics of turbine blade packets under lacing wire damage induced mistuning. *J Sound Vib*.
- [19] Rahimi M, Ziaei-Rad S (1387) Worst specification for forced vibration response of mistuned bladed disk. 16th Annual Conference of Mechanical Engineering, Kerman, Shahid Bahonar University.
- [۲۰] رئیسی استبرق ا، ضیایی راد س (۱۳۹۴) بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه طراحی سیستم دیسک و پره. نشریه علمی ترویجی صوت و ارتعاش ۳۸-۲۵: ۴(۸).
- [۲۱] رئیسی استبرق ا، ضیایی راد س (۱۳۹۰) بررسی اثرات غیرخطی بر روی پاسخ فرکانسی سیستم دیسک پره دار. مجله مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها ۲۷-۱۷: ۱(۳).
- [۲۲] رهی ع (۱۳۹۶) محاسبه تحلیلی فرکانس اصلی ارتعاش جانبی یک تیر چرخان الاستیک با استفاده از روش ریلی. هفتمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات، دانشگاه صنعتی شریف، ایران.
- [7] Rivas-Guerra AJ, Mignolet MP (2003) Maximum amplification of blade response due to mistuning: Localization and mode shape aspects of the worst disks. *J Turbomach* 125(3): 442-454.
- [8] Acosta C, Bedolla J, Szwedowicz D (2005) Vibration behaviour of a disc assembly with a cracked lacing wire. *Key Eng Mat* 293-294: 451-458.
- [9] Pichot F, Laxalde D, Sinou J, Thouverez F (2006) Mistuning identification for industrial blisks based on the best achievable eigenvector. *Comput Struct* 84(29-30).
- [10] Li J, Castanier P, Pierre C, Ceccio L (2006) Experimental monte carlo mistuning assessment of bladed disk vibration using forcing variations structures. *Structural Dynamics, and Materials Confere*.
- [11] Castanier P, Pierre C (2006) Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration: Status and emerging directions. *J Propul Power* 22(2).
- [12] Castanier P, Pierre C, Bladh R (2007) Compact, generalized component mode mistuning representation for modeling bladed disk vibration. *AIAA J* 45(9).
- [13] Avalos J, Mignolet M, Soize C (2009) Response of bladed disks with mistuned bladed-disk interfaces. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air GT2009*.
- [۱۵] رئیسی استبرق ا، ضیایی راد، س (۱۳۹۱) یافتن بدترین پاسخ فرکانسی سیستم دیسک پره‌دار تحت تاثیر نامیزانی به کمک الگوریتم ژنتیک. نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر ۵۱-۴۱: ۴۴(۲).